BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXXIII
E
57
NAPOLI

LA GEOMETRIA

COMUNE, LEGALE, ED ARITMETICA,

ESPOSTA IN PRATICA COLLE SUE DIMOSTRAZIONI, E DIVISA IN TRE PARTI,

I. La Prima delle quali contiene la Planimetria, cioè le nuove Regole per misurare qualunque Piano giusta tutte le Misure dell' Universo, e per mostrare tanto bene la Quadratura del Cerchio, quanto bene si può mostrare qualunque operazione della Pratica Geometria.

II. La Seconda contiene la Geodesia, cioè il modo di dividere i Piani, e le Dottrine facili per misurare, e partire le Alluvioni, le Isole, e i Letti de' Fiumi dietro l' Instituta *de Rer. Divis.*, e de' *ff. de Acq. Rer. Dom.*

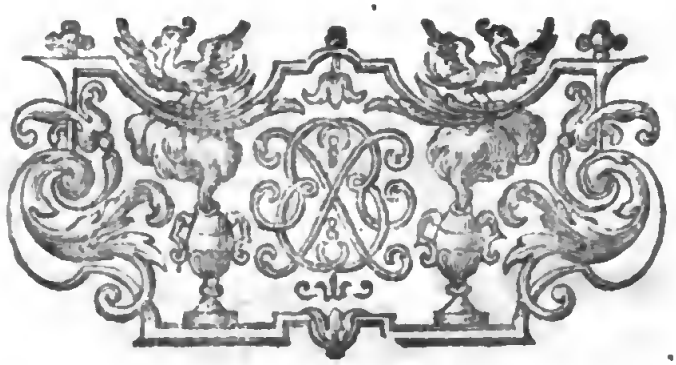
III. La Terza contiene la Longimetria, Stereometria, Icnografia, ed Aritmetica senza Aritmetica, cioè il modo di fare qualunque conto, proposto non solo nelle operazioni Geometriche, ma in qualsivoglia materia, senza le solite Regole dell' Aritmetica, senza saper l'Abbaco, e senza saper Figure di Numeri.

Opera novissima, e facile tanto a' Letterati, quanto agl' Illetterati,

CONSEGNATA AL PUBBLICO

DA ANTONIO CHIUSOLE

NOBILE DEL SACRO ROMANO IMPERIO.



IN VENEZIA MDCCXL.

Presso Gio: Battista Recurti.

CON LICENZA DE' SUPERIORI, E PRIVILEGIO.

Digitized by Google

Digitized by Google

ALLA

MADRE, FIGLIA, E SPOSA DI DIO,

Sacrario della Santiſſima Trinità,

A MARIA SEMPRE VERGINE,

Specchio ſenza macchia,

La quale nel puriſſimo ſuo Ventre capì quello,
che tutti i Cieli non poterono capire,

Quello, che avendo diſpoſte le coſe in Numero,
Peſo, e Miſura, *ha Geometrizzato ab eterno,*

Queſta debole Geometria

Umiliſſimamente genufleſſo ai di Lei Piedi

Dona, Dedica, e Conſagra

Antonio Chiuſole
L' infimo de' ſuoi ſervi.

Chiunque ha ſotto gli occhi la preſente Opera, o tralaſci di leggerla, o legga prima il ſeguente Avvertimento.

AVVERTIMENTO.

Diſcreto Leggitore, io ti pongo bensì ſotto gli occhi una delle più nobili, delle più infallibili, e delle più neceſſarie Scienze, che nel Mondo Letterario ritroviſi, ma con queſta fatalità, che non curandoſi molti di conoſcerla, la concepiſcono bensì come una avvenente donzella, ma coperta d' un certo velo di varie oſcurità, conſiſtenti per avventura

I. Nella Stravaganza de' Vocaboli Geometrici.
II. Nella Svogliatezza per la Lettura.
III. Nel Metodo Straordinario.
IV. Nelle Ragioni Aſtruſe.
V. Nelle Spine dell' Aritmetica.

Se così è, quanto mi chiamerei felice, ſe in queſta faticoſa Opera a me riuſciſſe di levare appieno quel nojoſo velo, e di preſentar tanto avanti il Mondo Letterato, quanto Illetterato, tutta la bella GEOMETRIA a faccia aperta.

Tale è veramente la mia idea, e per iſquarciare il mentovato velo parte per parte, comincio dalla prima, che è

I.
La Stravaganza de' Vocaboli Geometrici.

Intorno a queſti ammaeſtrato dalla propria ſperienza la prima volta, che mi cadette ſotto alla viſta un libro della pratica Geometria

metria, m' invogliai bensì subito d' una Scienza tanto nobile, ma restai poi atterrito dai primi vocaboli, che m' occorsero; poichè i termini di *Rettangolo*, *Acuziangolo*, *Romboide*, *Perpendicolare*, *Parallela*, e simili, mi sembravano piuttosto parole della Indiana favella, che della nostra Italiana. Perciò dopo fatto ricorso alle prime pagine del detto libro, ove stava esposta la spiegazione dei menzionati termini Geometrici, e cominciato a leggerne buona parte, annojato finalmente dalla quantità, che mi si parava avanti, ruppi gli argini del metodo con trascorrere ignaro de' detti termini a leggere un Capo, che conteneva ciò, di cui io molto bramava soddisfarmi; ma appena percorse due, o tre linee, dovetti con fastidio ritirarmene senza averne inteso il senso.

Ma m'interromperai forse, o avveduto Leggitore con dirmi, che era *d' uopo imparare prima tutti i termini Geometrici, per poscia intenderne appieno il Linguaggio*.

Rispondo, che parlando in generale, egli è più che vero, che prima di parlare conviene imparare i vocaboli, ma tutti i Lettori non sono di questa inclinazione, perocchè nell' ampio Teatro del Mondo daransi

1. Una sorta d' Uomini, che per professione vorrà applicarsi alla Geometria pratica.

2. Un' altra sorta, la quale data alla Scienza Teologica, o Legale, o Medica ec. per qualche suo particolare o interesse, o divertimento, vorrà in breve tempo soddisfarsi intorno a qualche Quesito Geometrico.

3. Un' altra sorta, la quale interamente ignorante della Filosofia, ed altre Scienze, vorrà altresì senza consumo di tempo appagarsi di tutto ciò, ch' essa cerca nella Geometria.

Su questo riflesso non dubito punto, che quelli della prima sorta avrebbero voluto fondarsi nell' intendimento de' termini Geometrici prima di passar più oltre.

Ma io era di quelli delle due ultime sorte, ed avendo avuto allora maggior parte della mia mente in altri studj impegnata, mi riusciva di troppo tempo, ed impazienza l'impossessarmi di tutti i termini Geometrici prima di giugnere a quella verità, che tanto curioso andava investigando. Onde non è maraviglia, ch' io non mi sia potuto contenere ne' limiti dell' ordine metodico.

Perciò

AVVERTIMENTO.

Perciò perſuadendomi, che ciò che a me è avvenuto, poſſa iſteſſamente avvenire a mille altri, ho ſtimato bene di piantare un nuovo metodo, per mezzo del quale io mi luſingo, che tanto quelli, che aſpirano alla profeſſione della pratica Geometria, quanto quelli, che punto non v'aſpirano, tanto i Letterati, quanto gl'Illetterati ſieno per intendere qualunque termine Geometrico in qualunque pagina del Libro, che quello li poſſa occorrere; benchè nel principio dell' Opera non ne ſia ſtata premeſſa veruna ſpiegazione. Il ſiſtema è il ſeguente:

Che nel percorrere il Trattato ci cada ſotto alla viſta in qualunque luogo qualunque termine Geometrico, queſto ſi ritroverà notato, ed iſpiegato in margine dell'una, o dell'altra pagina del libro aperto, in modo che (qualor fia d'uopo) ſi poſſa leggerne la ſpiegazione più chiara, e più volgare, ch'io potrò darla.

In eſempio, avvenendo che alcuno ignaro de' detti termini legga nella pagina *16* il Vocabolo di *Linea retta*, e volendone ſapere la ſpiegazione, preſſo il detto Vocabolo vedeſi appoſto il ſeguente richiamo (*a*). Queſto cercaſi in margine dell'una, o dell'altra facciata, e ritroveraſſi nella detta pagina *16* congiuntavi appreſſo la ſeguente ſpiegazione: *La Linea retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo.*

Accadendo poſcia, che il Lettore o inoltrandoſi in leggere il libro, o aprendolo a caſo in un altro luogo, di nuovo incontri il detto termine di *Linea retta*, di cui egli (come ſovente avviene) n'abbia dimenticato il ſignificato, in tale caſo non ſarà obbligato a tornare indietro per cercarlo alla detta pagina *16*, ma ove egli legge, ritroverà in margine dell'una, o dell'altra facciata replicata la ſpiegazione del detto termine.

In eſempio, nella pagina *26* ci cade di nuovo ſotto gli occhi il vocabolo di *Linea retta* col richiamo (*a*), queſto ritrovaſi nel margine della ſteſſa pagina *26* colla medeſima ſpiegazione già veduta altrove.

Ciò che quì s'è eſpoſto intorno alla ſpiegazione del termine di *Linea retta*, ſarà proſeguito nelle altre ſpiegazioni di qualunque termine Geometrico, in modo che ſe uno ſteſſo termine ricorreſſe anche cento volte nelle diverſe pagine del libro, queſto ritroveraſſi altrettante volte ſpiegato in margine nel modo più facile, e più volgare, che ſarammi poſſibile.

Avver-

AVVERTIMENTO.

Avvertendo, che le diffinizioni, o anche deſcrizioni tanto de' vocaboli Geometrici, quanto degli altri più difficili a' Principianti, non ſi ſono limate dietro a tutto il rigore filoſofico, ma per lo più dietro alla volgare intelligenza dei detti Principianti, intendendoſi ſovente la forza d' un vocabolo per mezzo della ſola figura appoſta.

E perciò ſpererei, che queſto metodo non foſſe per arrecare noja veruna nè al Lettore letterato, nè all' illetterato, poichè, benchè ſi ſia in diverſi margini mille volte ſpiegata la ſteſſa coſa, egli però non ſarà aſtretto a leggerla, ſe non nel caſo, che non ne ſapeſſe, o ſe ne foſſe ſcordato il ſignificato.

Onde il ſenſo del teſto non ha neceſſaria conneſſione colle ſpiegazioni eſpoſte in margine; perocchè egli reſterà concatenato da ſe ſteſſo, come ſe le dette ſpiegazioni non ci foſſero.

Ed i molti richiami delle lettere (*a*) (*b*) (*c*) ec. frammiſchiati fra le parole del detto teſto, non debbono punto impedire il corſo dell' occhio all' intelligente Lettore.

Ed in queſto modo nel legger tutta l'Opera s'impareranno forſe inavvertentemente, e ſenza rompimento di teſta tutti i vocaboli Geometrici, i quali difficilmente ſi ſarebbono imparati, qualor al principio del libro qualche lunga, e nojevole ſpiegazione di tutti ne foſſe ſtata premeſſa.

Con che luſingandomi di levar quella parte di *Velo*, che conſiſte nella

Stravaganza de' Vocaboli Geometrici,

Paſſo a levarne un' altra parte, che è

II.

La Svogliatezza per la Lettura.

La Geometrica dottrina ha veramente una ſingolare ſventura, che col ſolo teſto ſenza figure non può manifeſtare il ſuo intento, indi avviene, che quando il Lettore ha fiſſato l'occhio ſul teſto, ed è ſul punto d'appagarſi d'una conceputa curioſità, gli conviene iſviar la viſta, e portarla ſulle figure, poſcia di nuovo iſviarla dalle figure, e riportarla ſul teſto, ſenza poterne ripigliar ſubito il ſenſo.

Con ciò ne naſce preſſo i Principianti una tale *Svogliatezza nella Lettura*, che ſi ſentono piuttoſto voglioſi d' abbandonar l'impreſa, che di proſeguir ulteriormente la detta Lettura.

Per

AVVERTIMENTO.

Per rompere queſta difficoltà connaturale ai Geometrici inſegnamenti, io propongo due rimedj, de' quali

Il primo ſi è d'ordinar in modo le Dottrine, e le Figure, che non gli cagioni tanto iſviamento di viſta.

Il ſecondo, che quello che legge le Operazioni Geometriche, qualor ſi ſentiſſe troppo iſviato coll' occhio, abbia l' aſſiſtenza d' un' altra perſona, la quale legga adagio il teſto del libro, ed egli ſtia ſempre colla viſta fiſſa ſulle Figure ſenza leggere veruna parola del detto teſto.

In queſto modo potrà il Principiante, ſenza punto iſviar la viſta, leggere in uno ſteſſo tempo il teſto, e conſiderar le Figure, queſte cogli occhi proprj, quello cogli occhi altrui.

Nè dee recare punto maraviglia, che per una breve intelligenza de' Libri Geometrici ſi richieda l'uffizio di due perſone, poichè anche nelle ſteſſe operazioni, che ſi fanno ſopra i Terreni, ci vogliono due, o più perſone per l'eſattezza, e brevità, come inſegnano i Geometri pratici, e come noi potremo comprendere dalle operazioni, che al Numero XXII. dell' Introduzione ſi leggono.

Tale è il mio parere circa il lacerare quella parte del conſaputo Velo, che conſiſte nella

Svogliatezza per la Lettura.

Paſſo alla terza parte del detto, la quale è

III.

Il Metodo Straordinario.

Queſto ha nella Geometria veramente del ſingolare; poichè giuſta lo ſtile degli Autori non ſolo ſi premettono a' Trattati delle materie le DIFFINIZIONI, ovvero *Spiegazioni de' Vocaboli*, i POSTULATI, ovvero *Dimande*, e gli ASSIOMI, ovvero *Comuni notizie*, ma ciò che ſi propone, conſiſte in PROBLEMI, in TEOREMI, LEMMI, COROLLARJ ec., che io quì non voglio, nè poſſo ridire.

Oltre a ciò vedonſi le pagine de' Libri Geometrici ſeminate di molte Lettere majuſcole, e ſolitarie, le quali nel conteſto del diſcorſo generano forſe non poca confuſione al principiante Lettore.

Io per ovviare all' uno, e all' altro di queſti due intoppi, laſcio

 per

per primo d'insinuare a chi legge lo stile solito degli Autori, nè voglio mentovare le dette *Diffinizioni*, *Postulati*, *Assiomi*, *Teoremi* ec., sperando che in questa mia pratica Geometria si potrà con altri insegnamenti equivalenti supplire la sostanza delle dette cose.

Per secondo ho ordinate le Lettere maiuscole in modo, che quando il senso o intero, o mezzo m'è paruto finito, ho voluto finire anche la linea, in cui le dette Lettere sono contenute; affinchè la mente possa in tal qual modo riposare, fino che da capo ricominci il resto del testo.

Ed i numeri 1, 2, 3, ec., che ho voluto nel margine apporre, servono non solo per sollievo della vista, e della mente (potendo questa far come pausa fra l'uno, e l'altro numero, e poscia seguire la concatenazione del senso sin'alla fine) ma ancora per le citazioni, che frequentissimamente si fanno per entro l'Opera.

Per sollievo pure della mente servono le Stelle frapposte per lo più ai discorsi lunghi, affinchè il Leggitore possa alquanto respirare.

In oltre, per vieppiù facilitare il detto Metodo, s'è divisa tutta l'Opera in tre Parti, alla qual divisione diede occasione il seguente accidente.

Nello scorrere una parte del Jus Civile mi sono alquanto fermato nel DIGESTO NUOVO sopra il *Tit. de acquir. Rer. Dominio*. Nell'Instituta sopra il *Tit.* 1. *del Lib.* 2., ed in ispezie sopra il §. *Praterea*, il §. *Quod si vis*, ed altri susseguenti, come anche nel DIGESTO VECCHIO sopra il Tit. *Si Mensor falsum modum dixerit*: Ne' quali primi Titoli leggesi la disposizione di Giustiniano intorno alle *Alluvioni*, *Isole*, *e Letti de' Fiumi*, ec. ed avendo considerato, che ne' detti primi Titoli giusta *Bartolo*, e l'*Aimo* contiensi materia non solo attinente ai Giureconsulti, ma eziandio a' Geometri, esprimendosi l'ultimo, che *Cognitio Alluvionum Juris Universi*, *& Juris Civilis*, *& Geometricæ Artis peritia constat*: mi sentiva spronato tanto dall'amore verso la Giustizia, quanto dall'infallibilità Geometrica, a consegnar qualche cosa al Pubblico intorno a questa materia, tanto più che pochi, o nessuno de' Giureconsulti l'hanno appieno toccata, e molti volgari Agrimensori peccando giornalmente tanto contro le Leggi, quanto contro la Geometria, apportano gran danno alle Repubbliche.

Perciò avevo cominciato a debolmente distendere un Trattatello intito-

intitolato la *Giuriſprudenza Geometrica*, o *Geometria Legale*; ma avendo fatto poi rifleſſo, che coll'occaſione ch'io ſcrivevo d'una ſola parte della Geometria, potevo fare un'Opera più compiuta con diffondermi in tutte le parti di quella, preſi finalmente la riſoluzione di eſeguir queſta ultima idea ſenza reſtrignermi al predetto Trattatello. Laonde ſi è diviſa l'Opera (come accennai) in tre parti, delle quali

La PRIMA *contiene il modo di miſurar qualunque Superficie piana, cioè qualunque pianura, con allegar gli errori del Volgo*; affinchè gli Agrimenſori volgari li conſiderino, e li fuggano.

La SECONDA *contiene il modo di divider qualunque Superficie piana in qualunque parte, ove ha il ſuo luogo la diviſione, che faſſi nella Geometria Legale circa le Alluvioni, Iſole de' Fiumi ec. in ordine al Teſto della Legge.*

La TERZA *contiene il modo di miſurar qualunque Diſtanza, Altezza, e Profondità, di miſurar qualunque Corpo, cioè qualunque coſa, che ha Lunghezza, Larghezza, e Groſſezza, di portare in carta qualunque Paeſe, e Podere ſenza non mai averlo veduto, ch'è il fondamento della Geografia, e finalmente il modo d'eſercitar l'Aritmetica ſenza Aritmetica, ovvero di moſtrare tutto l'Artifizio Aritmetico fondato ſulla Geometria, di cui più diffuſamente ſi diſcorrerà quì ſotto.*

Per ulteriormente facilitare il Metodo, avvertaſi, che tutto ciò, che nella pratica Geometria ſi propone *da fare*, chiamaſi un PROBLEMA, e perciò ciaſcuna delle mentovate tre Parti contiene molti Problemi, ognuno de' quali io divido in tre punti, che ſono

I. L'Ipoteſi.
II. La Regola.
III. La Pratica.

L'IPOTESI chiamaſi *un caſo nel tale, o tale modo ſuppoſto*, come ſe ſi propone ſſe un Terreno della tale, o tale figura da miſurarſi.

La REGOLA chiamaſi *quel modo, che inſegna ad operare nella detta Ipoteſi*: come ſe io diceſſi, doverſi operare in tale, o tale modo per miſurare il Terreno propoſto nell' Ipoteſi.

La PRATICA *è quella, che mette in opra ciò, che inſegna la Regola*: come ſe io miſuraſſi in effetto il propoſto Terreno, giuſta il modo inſegnato dalla Regola.

AVVERTIMENTO.

Ove fa d' uopo oſſervare, *che eſſendo la Regola una preparata idea in ſuccinto di quello, che ſi dee operar nella Pratica*, naturalmente ſembrerà più volte oſcura al Leggitore, ma queſto non dee punto atterrirlo; poichè ſubito dopo la Regola n' avrà la ſpiegazione nella Pratica, e nella Ragione Dimoſtrativa la ripetizione per imprimerla nella mente.

Oltre a ciò oſſerverà il Leggitore, che quaſi tutte le Regole ſono diviſe in più punti ſegnati coi Numeri I. II. III. ec., il che ſi è fatto per chiarire ciaſcuna Regola per mezzo della Pratica. Imperciocchè in queſta vedranſi pure gli ſteſſi Numeri I. II. III. ec., i quali ſono corriſpondenti a quelli della Regola, e ciò, che ne' Numeri I. II. III. ec. della Regola s'inſegna, ne' Numeri I. II. III. ec. della Pratica s'eſeguiſce.

Dopo l'Ipoteſi, Regola, e Pratica, che per chiarezza delle coſe ritroveranſi (come diſſi) in ciaſcun Problema, ſegue ſempre in un §. ſeparato l'anima tanto della Regola, quanto della Pratica, ch'è la ſua RAGIONE DIMOSTRATIVA, di cui or ora ſi favellerà più ampiamente.

Oltre a ciò mi ſono affaticato di proporre tutto il Trattato, come ſe il Lettore foſſe rozziſſimo nella Geometria, ed appena a' ſuoi giorni n'aveſſe udito il nome: e perciò potrebbe per avventura accadere, che queſto metodo forſe troppo triviale, e proliſſo ſembraſſe per così dire iſtomachevole a qualche conſumato intelletto, ma queſto non iſdegnerà l' impreſa mia riſoluzione, qualor rifletterà a ciò, che io ſovente ho detto, cioè di non ſcrivere per i ſoli Letterati già avanzati in queſto ſtudio, ma d'eſſere lo ſcopo mio principale di giovare agl' Illetterati, i quali non mai hanno avuto il coraggio di arrivare alla prima porta della pratica Geometria, non che di calcar lo ſpinoſo cammino d'Euclide. Fra queſti s'annoverano in primo luogo certi Agrimenſori volgari, i quali oprando ſopra la terra ſenza ſapere perchè così oprino, apportano (come diſſi) danni conſiderabili al Pubblico.

E perciò, purchè io da tutti poſſa eſſere inteſo, dirò come quello, che *malim peccare prolixitate, quam obſcuritate*, eſſendo aſſai meglio dir molto, ed eſſere inteſo, che dir poco con oſcurità.

Certo è, che ſe la mia idea foſſe ſtata di ſcrivere ai ſoli Eruditi, l'Opera ſi ſarebbe forſe riſtretta in un ſolo terzo.

Stando ſul detto mio propoſito, non ho voluto affaccendarmi con

inſi-

infinuare ai Lettori un'*Analiſi* ſcabroſa, chiamata bensì da *CRISTIANO WOLFIO apicem eruditionis humanæ*, cioè l'auge dell' umana Letteratura, nemmeno ſervirmi de' caratteri Algebraici, uſitati per altro quaſi da tutto il Mondo Letterario, con moſtrar la croce † come ſegno del *ſommare*, la linea – ſegno del *ſottrarre*, il punto . ſegno di *multiplicare*, i due punti : ſegno del *partire*, le due linee = ſegno dell'*uguaglianza*, ed altri ſimili.

Perocchè ſenza infaſtidire verun Principiante con fargli apprendere nuovi linguaggi, ſpero che ſenza di queſti ſi potrà volgarmente, ed infallibilmente giugnere a quella meta, a cui tutti i più Eruditi aſpirano, cioè alla Verità Geometrica.

E ſe mai con ſtrada erronea io mi foſſi ſcoſtato da quella, voglio dire, ſe per mezzo de' miei falli il diſcreto Leggitore non vi trovaſſe la verità, io lo prego per quell'amore, che ad eſſa egli porta, di ſcuoprirmeli, o d'avviſarne lo Stampatore in Venezia, ch'io profeſſerommi ſempre obbligato alla di lui gentilezza, reputando ſempre mia gloria il poter giugnere allo ſcopo della mentovata verità, o per mezzo proprio, o per mezzo dell' iſtruzione altrui.

E ritornando al mio propoſito circa il metodo ſemplice, e rozzo, io confido con eſſo di rompere quella parte del prenominato Velo, che conſiſte nel

Metodo Straordinario,

Ed avanzo a ſtracciarne la quarta parte, cioè

IV.

Le Ragioni Aſtruſe.

Il colmo de' deſiderj d' un' Anima ragionevole, come ragionevole è la VERITA', la quale in neſſuna Scienza del Mondo viene così chiara, ed incontraſtabile rappreſentata all' intelletto, come negli Elementi della Geometria; ed io mi ſono affaticato di proporla per entro l'Opera ſotto il titolo di RAGIONE DIMOSTRATIVA, che in ogni Problema ritrovaſi dopo la Pratica.

Queſta Verità, ch'è il fondamento di tutte le Geometriche operazioni, non potendo con pochi vocaboli eſſere intеſa, viene moſtrata da' Geometri con qualche fatica, deducendo pian piano l'una coſa dall' altra, fino che con ragionamento concatenato s'arriva alla concluſione.

Onde

Onde affinchè il Lettore non s'infaſtidiſca, io per primo mi ſono ſervito del mentovato modo inſinuato quì addietro, cioè di finir le linee o col ſenſo, o col mezzo ſenſo (come meglio m'è paruto venire in acconcio) per ſollevargliene e la viſta, e la mente, con proporre il tutto in termini più volgari, ed intelligibili, che m'è ſtato poſſibile. Per ſecondo, per abbreviare alcune prove, che nelle dette Ragioni Dimoſtrative richiederebbonſi, io ſono andato dietro alle ſolite pedate de' Geometri antichi, i quali ſupponendo Verità incontraſtabile ciò che *Euclide* Principe de' Geometri ha moſtrato ne' ſuoi *Elementi*, ſi contentano nelle loro *DIMOSTRAZIONI*, o ſiano prove infallibili di citare il detto *Euclide*. E perciò anch'io per provare con brevità, quando ſarà d'uopo dirò: *la tal coſa è in queſto modo per la tal Propoſizione del tal libro d' Euclide*, ovvero dirò; *ciò è vero per la prima del Seſto, per la 37. del Primo*, intendendoſi per la prima Propoſizione del Libro Seſto, o per la 37. Propoſizione del Libro Primo d'Euclide; perocchè o che il Lettore è erudito ne' detti Elementi, o che n'è rozzo, ſe erudito, appena fatta la citazione di qualche paſſo, egli la intenderà, o potrà chiarirſene guardandola; ſe rozzo, prenda gli Elementi d'Euclide per principj infallibili, ſenza cercar più oltre. Con che luſingandomi d'aver lacerata al meglio che ho potuto la parte del noto velo, che conſiſteva nelle

Ragioni Aſtruſe.

M'innoltro finalmente a levarne la quinta parte, che conſiſte nelle

V.

Spine dell' Aritmetica.

Che l'Aritmetica ſia la ſerva di tutte le altre Diſcipline Matematiche, ed in particolare della Geometria, non credo eſſervi alcuno, che lo metta in dubbio; e benchè ſia coſa triviale, che i Geometri nel miſurar qualunque Diſtanza per mezzo degli Stromenti poſſano infallibilmente operare ſenza Aritmetica; ciò non oſtante nel miſurare, e dividere le Superficie piane (cioè le pianure) ed i Corpi (cioè le coſe, che hanno Lunghezza, Larghezza, e Groſſezza) non ſe ne poſſono diſpenſare, come il tutto apparirà più chiaro a ſuo luogo. Sicchè *a chi vuol godere i divertimenti Geometrici neceſſaria è l' Aritmetica*. Queſto modo di favellare ha ſpaventati molti

di

di quei Lettori bensì vaghi di qualche Geometrica curiosità, ma non mai del menomo studio dell'Abbaco; talmente che i termini di *sommare*, *sottrarre*, *multiplicare*, ec. sono loro tanto incogniti, quanto sarebbero quelli di qualunque foreſtiera favella.

Ora per soddisfare a queſti tali Lettori non Aritmetici, ho debolmente nella terza Parte consegnata al Pubblico un'Invenzione, per mezzo della quale ciascuna persona, per ignorante che sia, senza mai avere imparato l'Abbaco, e senza nè conoscere, nè servirsi di figure di Numeri, possa nelle operazioni Geometriche facilmente *Sommare*, *Sottrarre*, *Multiplicare*, *Partire*, tanto cogl' *Interi*, quanto co' *Rotti*, esercitar la *Regola del Tre semplice*, *e composta*, *diritta*, *e roveſcia*, *la Regola delle Compagnie*, *la Regola delle Posizioni*, *l'Estrazione della Radice Quadrata*, *e Cuba* ec. Anzi con tal occasione si mostra, come parimente senza numeri (fuori delle operazioni Geometriche) si possa computar qualunque cosa, che nella società umana sarà proposta; Mercantile, o non Mercantile, ed in ispezie la facilissima traduzione di qualunque Moneta d'*Interi*, ovvero d'*Interi*, *e Rotti* in un' altra Moneta di valor differente; ed in somma come qualunque conto, che farebbesi colle solite Figure di numeri, si possa fare facilmente, ed infallibilmente senza di queſti.

Con che spererei d'aver lacerato anche l'ultima parte del detto velo, il quale consisteva nelle

Spine dell' Aritmetica.

Queſta dunque è la mia idea, cioè di levare in quel modo, che sarammi possibile il velo di tutte le accennate oscurità, il quale non lascia tralucere agli ignari delle Matematiche Scienze i vaghi lineamenti della sovrumana Geometria:

Ma oltre il mentovato velo è necessariissimo, che il paziente Leggitore levi alla mia Geometria ancora quelle macchie, le quali nella mia assenza si sono cacciate entro la stampa, voglio dire gli errori appunto della stampa, i quali quantunque lo Stampatore, giusta il consueto suo costume nelle altre Opere da esso stampate, abbia usata la solita assiduità in isfuggirli, con tutto ciò non gli è stato possibile in una materia cotanto delicata (in cui una lettera sola, ed anche un punto solo può generare un grande sbaglio) di giugnere al suo intento. Onde non dee il Leggitore in modo alcuno passare alla lettura dell' Opera, se prima non ha corretti tutti gli errori, che in una lista

parti-

particolare ſi ſono regiſtrati alla fine della detta. Corretti dunque che ſieno gli sbagli, potrà il diſcreto Leggitore ſcorrere la mia Geometria, la quale (quantunque da me ſi proponga rozzamente, e debolmente) è per lo ſuo frequente uſo di dimoſtrar l'evidenza delle coſe, giuſta il *Viviani*, *P. Clavio*, e *Fardella* chiariſſima face, e ſicura guida ad ogni ſorta di Scienze. Onde fra i *FILOSOFI Ariſtotele*, *Pauſania*, con tant'altri hanno ſempre creduto non poterſi filoſofare ſenza di quella; e *Platone* preſſo il *Bruni* dice condurci la Geometria alle divine coſe. Anzi egli fece affiggere ſopra l'entrata della ſua Scuola quella tanto nota, e tanto decantata Iſcrizione:

Ἀγεωμέτρητος μηδεὶς εἰσίτω,

Cioè: Neſſuno entri ignaro della Geometria.

Fra i *MEDICI Ipocrate* non ſolo inculca quell'*oportet Medicum eſſe Geometram*, ma eſorta ſuo figlio Teſſalo alla cognizione Geometrica con dirgli, che *Geometriæ cognitio tum ad oſſium poſitus, & articulos ſuis ſedibus emotos, tum etiam ad reliquam membrorum compoſitionem utilis futura eſt.*

Fra i *GIURECONSULTI* il gran *Bartolo*, il *Leiſſero*, il *Pecchio*, ed altri credono, non poterſi ſpiegar molte Leggi ſenza la Geometria. Anzi l'*Aimo* interpretando *la Leg. Adeo* §. *Inſula ff. de A. R. D.* afferma, che dalla Legge ſteſſa ſi cava l'artifizio Geometrico, mentre dice: *Legis verbis non ſolum mens Legis, ſed dimenſionis quoque artificium breviter aperitur*; e *Buteone* in un Capitolo particolare del ſuo Trattato de *Fluviaticis Inſulis* moſtra, quanto ſia neceſſaria la Geometria a' Giureconſulti.

Fra i *TEOLOGI S. Agoſtino*, *S. Baſilio*, *S. Gregorio Nazianzeno* hanno accoppiate le cognizioni Teologiche colla Geometria; e *S. Girolamo* s'eſprime chiaramente, *molto giovar la Geometria alla Teologia per la ſottigliezza de' ſuoi argomenti*. E la cagione, perchè il Coro delle Scienze abbia volentieri per collegata la Geometria, ſi è; poichè per mezzo di queſta giugne a godere tutto quel bello, che mai poſſa ſoſpirare un' Anima Ragionevole, ch'è l'inalterabile VERITA', anzi tutto quel bello, di cui per mezzo Geometrico tanto ſi compiace lo ſteſſo Dio; perocchè addimandato Platone, ciò che faceſſe Iddio nel lucidiſſimo abiſſo dell' Eternità? riſpoſe *Geometrizza*; dunque Geometrizzeremo ancor noi, e prenderemo il noſtro principio da Quello, che ha Geometrizzato nel principio ſenza principio.

IDEA

IDEA
DI TUTTA L'OPERA,
O SIA
INDICE

Delle Parti, de' Libri, Capi, Problemi, ed Avvertimenti, che in essa contengonsi.

INTRODUZIONE.

I. *Che cosa sia la Geometria pratica?* Pagina 1
II. *La sua Divisione.* ivi.
III. *La sua Parte più necessaria.* 2
IV. *Misure comuni a' Geometri.* ivi.
V. *Valore di queste.* 3
VI. *Misure comuni a' Geometri secondo l' uso moderno.* ivi.
VII. *Misure particolari di diversi Paesi.* 4
VIII. *Misure particolari del Roveretano, e Trentino.* 5
IX. *Valore delle dette Misure.* ivi.
X. *Misure del Veronese.* 6
XI. *Suo Valore.* 7
XII. *Diversi Strumenti per misurare camminando sopra la terra.* ivi.
XIII. *La Pertica, il Compasso ordinario, ed il Compasso riformato.* 8
XIV. *Uso dei detti Strumenti.* 12
XV. *Uso della Pertica.* ivi.
XVI. *Uso del Compasso ordinario.* 13
XVII. *Uso del Compasso riformato.* ivi.
XVIII. *Quale dei mentovati tre Strumenti sia il migliore.* 14
XIX. *La Pertica non è Strumento esatto per misurare in piano.* 15

§. 1. *Sua Ragione.* 15
XX. *Il Compaſſo ordinario non è Strumento eſatto per miſurare in piano.* 16
§. 2. *Sua Ragione.* ivi.
XXI. *Il Compaſſo riformato è Strumento eſatto per miſurare in piano.* 17
§. 3. *Sua Ragione.* ivi.
* *Avvertimento I.* 18
* *Avvertimento II.* 19
XXII. *Il modo di miſurar le diſtanze, o ſieno Linee in pendenza.* 22
XXIII. *I terreni pendenti non ſi miſurano dietro alla Linea della loro pendenza, ma dietro alla Linea del loro piano orizzontale.* 23
§. 4. *Sua Ragione.* ivi.
* *Avvertimento I.* 24
* *Avvertimento II.* 25
* *Avvertimento III.* ivi.

DELLA GEOMETRIA PRATICA

PARTE PRIMA.

In cui trattaſi della Planimetria, cioè del modo di miſurare le Superficie Piane.

LIBRO PRIMO.

Delle Superficie piane terminate da Linee Rette.

Capo I. *Del fondamento, che ſerve per miſurar le Aree di qualunque Superficie piana terminata da Linee rette.* 27
Problema I. *Come ſi debba miſurar l'Area d'un Quadrato.* ivi.
§. 5. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 28
* *Gli Errori del Volgo.* 29
Problema II. *Come ſi debba miſurar l'Area d'un Rettangolo.* 30
§. 6. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 31
* *Conſeguenza.* ivi.

* *Divisione della Pertica Quadrata dal Piede sin' al Momento.* 32

Capo II. *In cui trattasi del modo di computar per Aritmetica qualunque Superficie piana terminata da Linee rette.* 36

Problema I. *Come si debbano computar le Aree con gl' Interi, e primi Rotti.* 37

§. 7. *Sua Ragione dimostrativa.* 39

Problema II. *Come si debbano computar le Aree cogl' Interi, primi, e secondi Rotti, cioè con Pertiche, Piedi, ed Oncie.* 40

§. 8. *Sua Ragione dimostrativa.* 43

Problema III. *Come si possa in altro modo computar le Aree cogli Interi, primi, e secondi Rotti, giusta le già accennate misure del nostro paese.* 45

§. 9. *Sua Ragione dimostrativa.* 49

Problema IV. *Come si possa in terzo modo con fondamento universale a tutte le misure computar le Aree cogli Interi, primi, e secondi Rotti del Paese Roveretano, e Veronese.* 50

§. 10. *Sua Ragione dimostrativa.* 52

* *Conseguenza.* 54

Problema V. *Come con regola universale si possano computar le Superficie piane cogli Interi, primi, e secondi Rotti secondo qualunque misura dell' Universo.* 55

§. 11. *Sua Ragione dimostrativa.* 58

* *Avvertimento I.* 59

* *Avvertimento II.* 62

Capo III. *In cui trattasi, come ogni sorta di Superficie Triangolari terminate da Linee rette si misurino nei Prati.* 63

* *Fondamento di tutte le seguenti Regole.* ivi.

Problema I. *Il modo di misurar l'Area prativa d'un Triangolo Rettangolo.* 64

§. 12. *Sua Ragione dimostrativa.* 65

* *Avvertimento.* ivi.

* *Errori del Volgo.* 67
Problema II. *Il modo di misurare un Area prativa d' un Triangolo Acuziangolo terminato da Linee rette.* ivi.
§. 13. *Sua Ragione dimostrativa.* 69
Problema III. *Il modo di misurar l'Area prativa d'un Triangolo Ottusiangolo terminato da Linee rette.* 70
§. 14. *Sua Ragione dimostrativa.* 71
* *Gli Errori del Volgo.* 72
Capo IV. *In cui trattasi, come ogni sorta di Superficie piane Quadrilatere terminate da Linee rette si debbano misurar ne' Prati.* 74
* *Il Fondamento di tutte le seguenti Regole.* ivi.
Problema I. *Il modo di misurar l'Area prativa d' un Parallellogrammo, detto Rombo.* ivi.
§. 15. *Sua Ragione dimostrativa.* 75
* *Gli Errori del Volgo.* 76
Problema II. *Il modo di misurar l'Area prativa d' un Paralellogrammo, chiamato Romboide.* 78
§. 16. *Sua Ragione dimostrativa.* 79
* *Gli Errori del Volgo.* 80
Problema III. *Il modo di misurar l'Area prativa d'un Trapezio chiamato Isoscele.* ivi.
§. 17. *Sua Ragione dimostrativa.* 81
* *Gli Errori del Volgo.* 82
Problema IV. *Il modo di misurar l'Area d' un Trapezio, chiamato Scaleno, volgarmente Capo tagliato.* 83
Problema V. *Il modo di misurar l'Area prativa d'un Trapezio irregolare.* ivi.
§. 18. *Sua Ragione dimostrativa.* 85
* *Gli Errori del Volgo.* 86
* *Avvertimento.* 87
Problema VI. *Il modo di misurare in un Prato un Trapezio irregolare, quando le Perpendicolari, giusta il precedente Problema, non cadono entro la Figura.* ivi.
§. 19. *Sua Ragione dimostrativa.* 88

Capo

Capo V. *Il modo, con cui per puro esercizio de' Principianti trattasi in alcuni Problemi, come molte sorte di Pentagone Superficie terminate da linee rette si misurino ne' Prati con una sola multiplicazione senza lo strumento.* 90

* *Il Fondamento di tutte le Regole seguenti.* ivi.

Problema I. *Il modo di misurar l' Area Prativa d' un Pentagono regolare.* 91

§. 20. *Sua Ragione Dimostrativa.* 92

* *Avvertimento.* 93

Problema II. *Il modo di misurare un' Area prativa d' un Pentagono alquanto regolare, ch' ha due lati Paralleli.* 94

§. 21. *Sua Ragione Dimostrativa.* 95

Problema III. *Il modo di misurare un' Area prativa d' una seconda spezie di Pentagoni alquanto regolari, ch' hanno due lati Paralleli.* 96

Problema IV. *Il modo di misurare un' Area prativa d' una terza spezie di Pentagoni alquanto regolari, ch' hanno due lati Paralleli.* 97

§. 22. *Sua Ragione Dimostrativa.* 98

Problema V. *Il modo di misurar l' Area prativa d' una terza spezie di Pentagoni alquanto regolari, ch' hanno i lati Paralleli.* 99

§. 23. *Sua Ragione Dimostrativa.* 101

* *Avvertimento.* 102

Problema VI. *Il modo di misurar l' Area prativa d' una quarta spezie di Pentagoni alquanto regolari, che hanno due lati Paralleli.* ivi.

§. 24. *Sua Ragione dimostrativa.* 103

Problema VII. *Il modo di misurar l' Area prativa d' una quinta spezie di Pentagoni alquanto regolari, che hanno due lati Paralleli.* 104

§. 25. *Sua Ragione dimostrativa.* 106

* *Avvertimento.* 107

Problema VIII. *Il modo di misurar l' Area prativa d' un'*

altra

altra ſpezie di Pentagoni alquanto regolari, che hanno un lato Parallelo ad una linea tirata entro la Figura. 108

§. 26. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 110

Problema IX. *Il modo di miſurar l' Area prativa d' una ſeconda ſpezie di Pentagoni alquanto regolari, che hanno due linee tirate entro la Figura uguali.* ivi.

§. 27. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 112

* *Gli Errori del Volgo.* 114

* *Avvertimento.* ivi.

Capo VI. *In cui trattaſi del modo col quale per puro eſercizio de' Principianti ſi miſurano in alcuni Problemi molte ſorte d' Eſſagone Superficie prative terminate da linee rette con una ſola multiplicazione.* 117

* *Il Fondamento di tutte le Regole propoſte ne' ſeguenti Problemi.* ivi.

Problema I. *Il modo di miſurar l' Area prativa d' un Eſſagono regolare.* 118

§. 28. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 119

* *Gli Errori del Volgo.* ivi.

* *Avvertimento.* 120

Problema II. *Il modo di miſurar l' Area prativa della prima ſpezie d' Eſſagoni alquanto regolari, i quali hanno due lati Paralleli,* 121

§. 29. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 122

* *Gli Errori del Volgo.* 123

* *Avvertimento.* ivi.

Problema III. *Il modo di miſurare un' Area prativa differente dalla mentovata della ſteſſa ſpezie d' Eſſagoni alquanto Regolari, ch' hanno due lati Paralleli.* 124

§. 30. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 126

* *Gli Errori del Volgo.* ivi.

Problema IV. *Il modo di miſurare un' Area prativa differente dalla precedente, ma bensì della mentovata ſpezie d' Eſſagoni alquanto regolari, ch' hanno due lati Paralleli.* 127

§. 31.

§ 31. *Sua Ragione dimostrativa.* 128
* *Gli Errori del Volgo.* 129
Problema V. *Il modo di misurare un' Area prativa differente dall' anteceedente, ma bensì dell' accennata spezie d' Essagoni alquanto regolari, che hanno due lati Paralleli.* 130
§ 32. *Sua Ragione dimostrativa.* 131
* *Gli Errori del Volgo.* 132
Problema VI. *Il modo di misurar l' Area prativa della seconda spezie d' Essagoni alquanto regolari, la cui Area consiste in 3 Triangoli, due de' quali sono della stessa altezza.* 134
§. 33. *Sua Ragione dimostrativa.* 135
* *Gli Errori del Volgo.* 136
Problema VII. *Il modo di misurar l' Area prativa della terza spezie d' Essagoni alquanto regolari, i quali hanno le linee tirate entro di loro uguali.* 137
§. 34. *Sua Ragione dimostrativa.* 138
* *Gli Errori del Volgo.* 139
* *Avvertimento I.* 140
* *Avvertimento II.* ivi.
* *Avvertimento III.* 143
Capo VII. *In cui trattasi come ogni sorta di Superficie piane terminate da linee rette si debbano misurare ne' Campi.* 144
* *Strumento universale, il quale serve a tutto ciò, che appartiene alla Planimetria, Longimetria, e Stereometria.* 145
* *Struttura del detto.* 146
* *Uso del detto.* 149
* *Fondamento di portar sul detto qualunque figura piana terminata da Linee rette.* ivi.
Problema I. *Come si porti una Campestre Superficie Triangolare, e Rettilinea sopra il detto Strumento, o sia Tavoletta,* 150
§. 35. *Sua Ragione dimostrativa.* 152

* *Av-*

* *Avvertimento I.* 153
* *Avvertimento II.* 154
Problema II. *Come ſi portino le Superficie piane Quadrangolari de' Campi, terminate da Linee rette ſulla Tavoletta.* 157
§. 36. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 159
* *Avvertimento I.* 160
* *Avvertimento II.* ivi.
Problema III. *Il modo, con cui ſi portino le Superficie piane Campeſtri Pentagone irregolari terminate da Linee rette ſulla Tavoletta.* 161
§. 37. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 163
Problema IV. *Il modo di computar le Aree delle Superficie piane Triangolari, e Quadrangolari portate ſulla Tavoletta.* 166
§. 38. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 168
Problema V. *Il modo di trasformar ſulla Tavoletta qualunque Triangolo Rettilineo in un altro pure Rettilineo della ſteſſa Area ma d' una maggior Baſe.* 169
§. 39. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 171
Problema VI. *Il modo di computar ſulla Tavoletta con una ſola multiplicazione le Aree de' Pentagoni irregolari Rettilinee, ch' hanno gli angoli rivolti all' in fuori.* 172
§. 40. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 174
* *Avvertimento.* ivi.
Problema VII. *Il modo di computar ſulla Tavoletta con una ſola multiplicazione l' Area di qualunque altra Figura Campeſtre, irregolare, Rettilinea di quanti lati eſſa ſi ſia.* 176
§. 41. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 179
* *Avvertimento.* ivi.

LIBRO SECONDO.

Delle Superficie terminate da Linee Curve.

Capo I. *Dell' Area del Cerchio, e delle ſue parti.* 183
* *Il Fondamento delle Regole dei ſeguenti Problemi.* 184

Proble-

Problema I. *Come ſi calcoli l' Area prativa d' una Superficie piana fatta a Cerchio.* 184
§. 42. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 185
* *Avvertimento.* 187
* *La Quadratura del Cerchio.* 188
Problema II. *Come ſi ritrovi organicamente il fondamento della Quadratura del Cerchio.* 192
§. 43. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 194
* *Dialogo intorno alla Quadratura del Cerchio.* 195
Problema III. *Come organicamente ſi ritrovi la Quadratura di qualunque Cerchio propoſto.* 215
§. 44. *Sua Ragione Dimoſtrativa.* 217
* *Avvertimento.* 218
Problema IV. *Come ſi poſſa miſurar l' Area d' un Cerchio, quando nè il Diametro, nè la Periferia del detto ſieno noti.* 219
§. 45. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 221
* *Avvertimento.* 222
Problema V. *Come ſi poſſa ſaper l' Area d' un Cerchio ſenza aver notizia nè del Diametro, nè della Periferia, e ſenza poterne miſurar la Corda, ed il Seno verſo.* 223
§. 46. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 225
Problema VI. *Come ſi ritrovino le Aree della metà d' un terzo, d' un quarto, quinto, ſeſto ec. di qualunque Cerchio, che ſono Settori del detto.* 226
§. 47. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 229
Problema VII. *Il modo di miſurar l' Area d' un Settore, di cui non ſi ſappia qual parte ſia d' un Cerchio.* 230
§. 48. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 232
* *Avvertimento I.* 234
* *Avvertimento II.* 235
* *Avvertimento III.* ivi.
Problema VIII. *Come ſi miſuri il Segmento picciolo d' un Cerchio prativo.* 237
§. 49. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 239

Problema IX. *Come ſi miſuri l'Area d'un Segmento grande d'un Cerchio.* 240
§. 50. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 241
* *Avvertimento.* 242
Problema X. *Il modo, con cui miſuraſi una porzione d'un Cerchio fatto a mezza Luna, il cui Arco maggiore è la metà della Periferia, e la Corda ſotto l'Arco minore è il Diametro del detto Cerchio.* ivi.
§. 51. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 244
* *Avvertimento.* 245
Capo II. *Dell'Area d'un Eliſſe, e delle ſue parti.* 249
Problema I. *Il modo di miſurar l'Area d'un Eliſſe ne' prati, e ne' campi.* ivi.
§. 52. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 252
* *Avvertimento.* ivi.
Problema II. *Come ſi miſuri l'Area d'una Figura terminata da Linee curve, e rette, chiamata volgarmente Ovale.* 254
§. 53. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 256
* *Avvertimento.* 257
Capo III. *In cui trattaſi delle Figure compoſte delle Parti di Cerchj diverſi.* 258
Problema I. *Come ſi miſuri l'Area d'una Figura piana terminata non ſolo da Linee rette, ma eziandio da curve di diverſi Cerchj, le quali ſono rivolte all'infuori della Figura.* 259
§. 54. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 261
Problema II. *Come ſi miſuri l'Area d'una Superficie piana terminata da Linee rette, e da curve di diverſi Cerchj rivolte all'indentro della Figura.* ivi.
§. 55. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 262
Problema III. *Come ſi miſuri l'Area d'una Superficie piana terminata da Linee rette, e curve di Cerchj diverſi, rivolte parte all'indentro, e parte all'infuori della Figura.* ivi.
§. 56. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 264

* *Av-*

* *Avvertimento I.* ivi.
* *Avvertimento II.* 265

DELLA GEOMETRIA PRATICA

PARTE SECONDA.

In cui trattasi di dividere le Aree di diverse Superficie Piane.

LIBRO PRIMO.

Delle Divisioni delle Superficie piane terminate da Linee Rette.

Capo I. *Delle Divisioni delle Aree Triangolari per mezzo delle linee tirate dagli angoli.* 267
* *Fondamento delle Regole, che nel presente Capo si soggiungono.* 268
Problema I. *Come si divida qualunque Triangolo in due, tre, quattro, o più parti uguali per mezzo delle linee tirate da qualunque angolo.* ivi.
§. 57. *Sua Ragione dimostrativa.* 270
* *Avvertimento.* 271
Problema II. *Come si divida qualunque Triangolo per mezzo delle linee tirate da diversi angoli fatti su i lati in parti uguali.* ivi.
§. 58. *Sua Ragione dimostrativa.* 273
Problema III. *Come qualunque Triangolo si divida in due parti da qualunque angolo secondo una data proporzione.* 274
§. 59. *Sua Ragione dimostrativa.* 275
* *Avvertimento.* 276
Problema IV. *Come si divida un Triangolo in più parti disuguali per mezzo delle linee tirate da un medesimo angolo.* 277
§. 60. *Sua Ragione dimostrativa.* 280
Problema V. *Come si divida un Triangolo in 4 parti disuguali per mezzo delle linee tirate da diversi angoli.* ivi.

§. 61. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 283
Problema VI. *Come in modo differente dagli antecedenti ſi partiſca qualunque Triangolo in più parti diſuguali per mezzo delle Linee tirate da diverſi angoli col benefizio della Tavoletta.* 284
§. 62. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 289
* *Avvertimento.* 290
Capo II. *Delle diviſioni delle Aree Triangolari per mezzo delle Linee tirate dai lati.* ivi.
* *Fondamento delle Regole, che nel Capo preſente ſi contengono.* 291
Problema I. *Come ſi divida qualunque Triangolo in due parti uguali per mezzo d'una Linea tirata da qualunque punto dato ſopra uno dei tre lati.* ivi.
§. 63. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 293
* *Avvertimento.* 294
Problema II. *Come ſi divida un Triangolo in tre parti uguali per mezzo delle Linee tirate da un punto dato ſopra qualunque lato.* ivi.
§. 64. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 296
Problema III. *Come ſi divida un Triangolo in tre parti uguali per mezzo delle Linee tirate da due punti dati ſopra qualunque lato.* 297
§. 65. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 298
* *Avvertimento.* 299
Problema IV. *Come ſi divida un Triangolo in cinque parti diſuguali per mezzo delle Linee tirate da tre punti dati ſopra qualunque lato.* 300
§. 66. *Sua Ragione Dimoſtrativa.* 302
* *Avvertimento I.* ivi.
* *Avvertimento II.* 303
* *Avvertimento III.* ivi.
Capo III. *Delle diviſioni Triangolari per mezzo delle Linee Parallele, e non Parallele tirate da' lati.* 305
* *Fondamento delle Regole, che nel preſente Capo ſi contengono.* ivi.

Problema I. *Come ſi divida qualunque Triangolo in tante parti uguali per mezzo delle Linee tirate Parallele a qualunque lato.* 306
§. 67. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 308
* *Avvertimento.* 310
Problema II. *Come ſi divida qualunque Triangolo in due parti ſecondo la data proporzione per mezzo delle Rette Parallele ad un lato.* ivi.
§. 68. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 312
* *Avvertimento.* ivi.
Problema III. *Come ſi divida un Triangolo in parti uguali per mezzo delle Linee Parallele, e non Parallele.* 313
§. 69. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 314
Capo IV. *Delle diviſioni Triangolari per mezzo delle Linee Perpendicolari.* 316
* *Fondamento delle Regole del preſente Capo.* ivi.
Problema I. *Come ſi divida un Triangolo per mezzo d'una Perpendicolare ad un lato.* ivi.
§. 70. *Sua Ragione Dimoſtrativa.* 318
* *Avvertimento.* 319
Problema II. *Come ſi divida un Triangolo in parti diſuguali per mezzo delle Linee Perpendicolari ad un lato.* ivi.
§. 71. *Sua Ragione Dimoſtrativa.* 321
* *Avvertimento.* 322
Capo V. *Delle diviſioni Triangolari fatte per mezzo delle linee tirate dai punti di mezzo.* ivi.
* *Fondamento delle Regole del Capo preſente.* ivi.
Problema I. *Come ſi divida qualunque Triangolo in parti uguali, o diſuguali da un punto in mezzo all' Area.* 324
§. 72. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 326
* *Avvertimento.* 328
Problema II. *Come da qualunque punto dato nell' Area di qualunque Triangolo, queſto ſi divida in parti uguali, o diſuguali.* ivi.

§. 73.

§. 73. *Sua Ragione dimostrativa.* 331
* *Avvertimento.* 332
Problema III. *Come in qualunque Triangolo si ritrovino più punti dai quali le Rette tirate entro il detto, lo dividano in più parti uguali.* 333
§. 74. *Sua Ragione dimostrativa.* 334
* *Avvertimento.* 335
Capo VI. *Delle divisioni de' Parallellogrammi.* 337
* *Fondamento delle Regole del presente Capo.* ivi.
Problema I. *Come si divida qualunque Rettangolo in più parti uguali, o disuguali.* 338
§. 75. *Sua Ragione dimostrativa.* 339
Problema II. *Come si divida un Rettangolo in parti uguali, o disuguali da qualunque de' due punti dati sullo stesso lato.* 340
§. 76. *Sua Ragione dimostrativa.* 342
* *Avvertimento.* 343
Problema III. *Come si divida un Rettangolo in più parti disuguali da qualunque punto dato nell' Area.* 346
§. 77. *Sua Ragione dimostrativa.* 349
* *Avvertimento.* 351
Capo VII. *Delle divisioni delle Figure Trapezie.* 358
* *Fondamento delle Regole del presente Capo.* ivi.
Problema I. *Come si divida un Trapezio di due lati opposti Paralleli in più parti uguali, o disuguali.* 359
§. 78. *Sua Ragione dimostrativa.* 361
Problema II. *Come si divida un Trapezio di lati Paralleli in due parti uguali per mezzo d' una Linea tirata da qualunque angolo.* 363
§. 79. *Sua Ragione dimostrativa.* 364
* *Avvertimento.* 365
Problema III. *Come si divida un Trapezio di lati Paralelli da qualunque punto dato nell' Area in due parti uguali.* 366
§. 80. *Sua Ragione dimostrativa.* 368
* *Avvertimento.* 369

Proble-

Problema IV. *Come ſi divida qualunque Trapezio in più parti uguali, o diſuguali per mezzo delle Rette tirate o dagli angoli, o dai lati.* 372
§. 81. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 378
* *Avvertimento.* 380
Capo VIII. *Delle Diviſioni de' Pentagoni.* ivi.
* *Fondamento delle Regole del preſente Capo.* ivi.
Problema I. *Come un Pentagono Regolare ſi divida in più parti uguali, o diſuguali.* 381
§. 82. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 382
Problema II. *Come ſi divida in più parti uguali, o diſuguali tanto un Pentagono irregolare, quanto qualunque altra Figura Rettilinea regolare, o irregolare.* 384
§. 83. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 386
* *Avvertimento.* ivi.

LIBRO SECONDO.

Delle Diviſioni delle Superficie Piane terminate da Linee Curve, e Miſte.

Capo I. *Delle Diviſioni d' un Cerchio, e delle ſue Parti.* 388
* *Il Fondamento delle Regole del preſente Capo.* ivi.
Problema I. *Come ſi divida un Cerchio in più parti uguali, o diſuguali.* 389
§. 84. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 391
* *Avvertimento.* 392
Problema II. *Come ſi divida un Cerchio in più parti uguali, o diſuguali per mezzo delle Linee Parallele.* ivi.
§. 85. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 398
* *Avvertimento I.* 400
* *Avvertimento II.* ivi.
* *Avvertimento III.* 401
Capo II. *Delle Diviſioni delle Eliſſi.* 404
* *Fondamento delle Regole di queſto Capo.* ivi.
Problema I. *Come ſi divida un' Eliſſe in 5 parti diſuguali per mezzo di Linee Parallele.* 405
§. 86. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 407

* *Av-*

* *Avvertimento.* 407
Problema II. *Come ſi poſſa dividere un' Eliſſe nelle parti uguali per mezzo di Linee non Parallele.* ivi.
§. 87. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 409
Problema III. *Come ſi divida un' Eliſſe nelle parti diſuguali per mezzo di Linee non Parallele.* ivi.
§. 88. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 411
* *Avvertimento.* ivi.
Capo III. *In cui trattaſi delle diviſioni delle Superficie piane terminate da Linee Miſte, cioè da curve, e rette.* 412
* *Fondamento di tutte le ſeguenti Regole del preſente Capo.* ivi.
Problema I. *Come ſi divida un Segmento d' un Cerchio in parti quattro uguali per mezzo di Linee, che non ſieno Parallele alla Corda.* 413
§. 89. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 415
* *Avvertimento.* 416
Problema II. *Come ſi divida una Superficie piana compoſta da diverſe Rette, e diverſe Curve.* 418
§. 90. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 421
* *Avvertimento.* 422

LIBRO TERZO.

In cui trattaſi delle Diviſioni ordinate dalla Giuriſprudenza circa le Alluvioni Iſole, Letti, de' Fiumi ec.

I. *Fatalità incontrata nella Giuriſprudenza.* 425
II. *Sua Cagione.* 426
III. *Suo effetto infelice.* ivi.
IV. *Suo Rimedio,* 427
Capo I. *Delle Diviſioni delle Alluvioni ordinate dalla Giuriſprudenza.* 430
* *Fondamento di tutte le Regole del preſente Capo.* ivi.
Problema I. *Come ſi divida un' Alluvione fra tre differenti Padroni, quando la Linea delle Rive ſia per così dire Parallela a quella del corſo del Fiume.* 431
§. 91. *Sua Ragione Legale Geometrica.* 433

Avvertimento. 434
Problema II. *Come ſi divida un' Alluvione fra più fondi, quando la Riva conſiſte in più linee*. 436
§. 92. *Ragione Legale Geometrica*. 437
Problema III. *Come ſi divida un' Alluvione, la quale conſiderata picciola al principio, ſi è poi notabilmente dilatata*. 438
§. 93. *Sua Ragione Legale*. 439
Problema IV. *Come ſi divida un' Alluvione attaccata alla via pubblica*. 441
§. 94. *Sua Ragione Legale Geometrica*. 442
* *Avvertimento*. 445
Capo II. *Delle Diviſioni delle Iſole ordinate dalla Giuriſprudenza*. 446
* *Il Fondamento di tutte le Regole del preſente Capo*. 449
Problema I. *Come ſi divida un' Iſola ſituata in mezzo ad un Fiume, le cui Rive ſono Parallele fra loro*. ivi.
§. 95. *Sua Ragione Legale Geometrica*. 451
Problema II. *Come ſi divida un' Iſola, che non ſia ſituata in mezzo ad un Fiume, le cui Rive ſieno terminate da Linee Irregolari, Rette, e Curve*. 454
§. 96. *Sua Ragione Legale Geometrica*. 457
* *Avvertimento*. 464
Capo III. *Delle Diviſioni de' Letti de' Fiumi pubblici ordinate dalla Giuriſprudenza*. 467
* *Il Fondamento della Regola del preſente Capo*. ivi.
Problema Unico. *Come ſi divida un Letto d'un Fiume abbandonato dall' acqua*. 468
§. 97. *Sua Ragione Legale Geometrica*. 470
* *Eſame intorno al metodo propoſto dal detto Battiſta Aimo per dividere Legalmente, e Geometricamente le Alluvioni, Iſole, e Letti de' Fiumi*. 473
* *Ciò che manchi al detto Aimo circa la Giuriſprudenza intorno alla diviſione delle Alluvioni*. 476
* *Fondamento, che manca al ſentimento del prenominato Aimo circa la Geometria intorno alla diviſione delle dette Alluvioni*. 477

* *Il mancamento dell'Aimo circa la Giurisprudenza intorno alla divisione delle Isole.* 480
* *Il poco fondamento dell' Aimo anche circa la Geometria intorno alla divisione delle Isole.* 481
* *Manca pure al detto Autore il fondamento tanto circa la Giurisprudenza intorno alla divisione de' Letti de' Fiumi.* 484
* *Quanto circa la Geometria intorno alla divisione dei detti Letti dei Fiumi.* 485
I. *La divisione delle Alluvioni da noi accennata è sostenibile.* ivi.
II. *La divisione de' Letti de' Fiumi da noi addotta è sostenibile.* 486
III. *Circa le divisioni delle Isole non sembra, che le Leggi ne richiedano sempre il rigore Matematico.* 487

DELLA GEOMETRIA PRATICA

PARTE TERZA.

In cui trattasi della Longimetria, Solidometria, Icnografia, ed Aritmetica Geometrica.

LIBRO PRIMO.

Della Longimetria.

Capo I. *Della Longimetria intorno alle distanze crizzontali.* 489
* *Fondamento di tutte le Regole del presente Capo.* 490
Problema I. *Come si misuri una distanza orizzontale senza camminarvi sopra.* ivi.
§. 98. *Sua Ragione dimostrativa.* 492
Problema II. *Come si misuri una distanza orizzontale senza camminarvi sopra, e senza accostarvisi.* 493
§. 99. *Sua Ragione dimostrativa.* 495
Problema III. *Come si possa misurar una distanza orizzontale non veduta.* 497
§. 100. *Sua Ragione dimostrativa.* 499
Capo II. *Della Longimetria intorno alle distanze verticali.* 501

* *Fon-*

* *Fondamento delle Regole dei ſeguenti Problemi.* ivi.
Problema I. *Come ſi miſuri una Diſtanza Verticale, quando alla ſtremità di queſta ſi può accoſtarſi.* ivi.
§. 101. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 503
Problema II. *Come ſi miſuri una Diſtanza Verticale, quando alla ſtremità di queſta non ſi può nè accoſtarſi, nè vederla.* 504
§. 102. *Ragione dimoſtrativa.* 505
* *Avvertimento.* ivi.

LIBRO SECONDO.

Della Stereometria, o ſia Solidometria, ch' è la miſurazione de' Corpi.

Capo I. *De' Corpi, ch' hanno le Superficie piane.* 517
* *Il Fondamento di tutte le Regole del preſente Capo.* ivi.
Problema I. *Come ſi miſuri un Paralellepipedo.* 518
§. 103. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 519
* *Avvertimento,* ivi.
Problema II. *Come ſi miſuri un Paralellepipedo, il quale contiene non ſolo le miſure d' Interi, ma ancora de' Rotti.* 520
§. 104. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 521
Problema III. *Come ſi miſuri un Priſma.* 525
§. 105. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 526
* *Avvertimento I.* 527
* *Avvertimento II.* ivi.
* *Avvertimento III.* 529
Problema IV. *Come ſi miſuri un Muro fabbricato ſopra d' un Terreno pendente.* 532
§. 106. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 534
* *Avvertimento.* 535
Problema V. *Come ſi miſuri il Corpo d' una Piramide.* 537
§. 107. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 538
* *Avvertimento I.* 539
* *Avvertimento II.* 541
Problema VI. *Come ſi miſuri una Piramide troncata.* 544
§. 108. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 546

* *Gli Errori del Volgo.* 546
Capo II. *De' Corpi, ch' hanno le Superficie Curve.* 547
* *Il Fondamento di tutte le Regole del presente Capo.* ivi.
Problema I. *Come si misuri una Sfera.* 548
§. 109. *Sua Ragione dimostrativa.* 549
Problema II. *Come si misuri uno Sferoide.* 550
Capo III. *De' Corpi, ch' hanno le Superficie Miste.* 551
* *Il Fondamento di tutte le Regole del presente Capo.* ivi.
Problema I. *Come si misuri la solidità d' un Emisfero.* 552
§. 110. *Sua Ragione dimostrativa.* 553
Problema II. *Come si ritrovi la solidità d' un Settore della Sfera.* 555
§. 111. *Sua Ragione dimostrativa.* 557
Problema III. *Come si ritrovi la solidità di qualunque porzione della Sfera.* 559
§. 112. *Sua Ragione dimostrativa.* 560
* *Avvertimento I.* 561
* *Avvertimento II.* 562
Problema IV. *Come si possa sapere la solidità d' una Cupola.* 563
§. 113. *Sua Ragione dimostrativa.* 565
* *Avvertimento.* ivi.
Problema V. *Quanto possa valere il vacuo d' una fossa da cavarsi.* ivi.
§. 114. *Sua Ragione dimostrativa.* 567
Problema VI. *Il modo di misurare i vacui delle Botti, e di determinare quante Fogliette, o qualunque Misure di Vino quelle contengano.* 568
* *Gli Errori, che si commettono in misurare i vacui delle dette Botti.* ivi.
§. 115. *Sua Ragione dimostrativa.* 570
Problema VII. *Come si misurino le Superficie Concave, o Convesse di qualunque volta.* 572
§. 116. *Sua Ragione dimostrativa.* 574
* *Avvertimento.* 575

LIBRO TERZO.

In cui trattasi con brevità dell' Icnografia.

* *Fondamento delle Regole de' seguenti Problemi.* 578
Problema I. *Come da due stazioni si delinei sulla Tavoletta un gran podere, o sia un gran tratto di Paese.* ivi.
§. 117. *Sua Ragione dimostrativa.* 580
* *Avvertimento.* 581
Problema II. *Come da due stazioni si porti un' Isola di qualunque Fiume sulla Tavoletta.* ivi.
Problema III. *Come delineata l' Isola d' un Fiume sulla Tavoletta, si delineino sulla stessa anche le di lei Rive dirimpetto.* 583
§. 118. *Sua Ragione Dimostrativa.* 586
* *Avvertimento I.* ivi.
* *Avvertimento II.* 587

LIBRO QUARTO.

In cui trattasi della Geometria Aritmetica, ovvero d' insegnare l' Aritmetica, senza Aritmetica.

I. *Lo Strumento per mezzo di cui s' esercita l' Aritmetica senza Aritmetica.* 591
II. *Il modo di numerare senza Aritmetica.* 593
Capo I. *In cui trattasi di sommare, sottrarre, multiplicare, e partire gl' Interi senza Aritmetica.* 594
* *Il Fondamento di tutte le Regole del presente Capo.* ivi.
Problema I. *Il modo di sommare gl' Interi senza Aritmetica.* ivi.
§. 119. *Sua Ragione Dimostrativa.* 596
Problema II. *Il modo di sommar maggior quantità d' Interi di quella, che nel precedente Problema si è veduta senza Aritmetica.* 597
§. 120. *Sua Ragione dimostrativa.* 598
* *Avvertimento I.* ivi.
* *Avvertimento II.* 599
Problema III. *Il modo di sottrarre gl' Interi senza Aritmetica.* 600
§. 121. *Sua Ragione Dimostrativa.* 601

Problema IV. *Il modo di ſottrarre gl' Interi dagli Interi, quando i numeri ſono maggiori di quelli del precedente Problema.* 602
§. 122. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 603
* *Avvertimento.* ivi.
Problema V. *Il modo di multiplicare gli Interi per gli Interi ſenza Aritmetica.* 604
§. 123. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 605
Problema VI. *Il modo di multiplicare gli Interi per gli Interi ſenza Aritmetica per mezzo d' una Figura differente da quella, che nel precedente Problema ſi è veduta.* 606
§. 124. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 607
* *Avvertimento.* ivi.
Problema VII. *Il modo di divider gli Interi ſenza Aritmetica.* 608
§. 125. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 610
* *Avvertimento.* 611
Problema VIII. *Il modo di dividere gli Interi ſenza Aritmetica, differente dall' antecedente.* 612
§. 126. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 613
Problema IX. *Il modo di dividere gli Interi ſenza Aritmetica, quando il numero da dividerſi può eſſere interamente compreſo in un Rettangolo, o in un Quadrato.* ivi.
§. 127. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 615
Capo II. *In cui trattaſi di ſommare, ſottrarre, multiplicare, e dividere i Rotti ſenza Aritmetica.* ivi.
* *Il Fondamento delle Regole del preſente Capo.* ivi.
I. *Ciò che ſia un Numero Rotto.* 616
II. *Come ſi ſegnino, o ſi numerino i Rotti.* ivi.
III. *Il Valore de' Rotti.* 618
IV. *Quale di due propoſti Rotti ſia maggiore, o minore.* 619
V. *Come ſi poſſano ridurre i Rotti a minori termini.* 620
VI. *Come più Rotti di diverſa denominazione ſi riducano ad una medeſima.* 624

VII. *Come ſi riducano i Rotti agli Interi, e gli Interi ai Rotti.* 629
Problema I. *Come ſi ſommino i Numeri Rotti ſenza l' uſuale Aritmetica.* 630
§. 128. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 631
Problema II. *Come ſi ſommino i Rotti di diverſa denominazione ſenza l'uſuale Aritmetica.* 632
§. 129. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 633
* *Avvertimento.* ivi.
§. 130. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 635
Problema III. *Come ſi ſommino gli Interi, e Rotti di Pertiche, e Piedi ſenza Aritmetica.* ivi.
§. 131. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 636
Problema IV. *Come ſi ſommino gli Interi, primi, e ſecondi Rotti ſenza l'uſuale Aritmetica.* 637
§. 132. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 638
* *Avvertimento.* 639
Problema V. *Come ſi ſottraggano i Rotti dai Rotti ſenza l' uſuale Aritmetica.* 640
Problema VI. *Come ſi ſottraggano gli Interi, e primi Rotti dagli Interi, e primi Rotti ſenza l' uſuale Aritmetica.* 641
§. 133. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 643
* *Avvertimento.* ivi.
Problema VII. *Come gli Interi, primi, e ſecondi Rotti ſi ſottraggano ſenza l'uſuale Aritmetica dai primi, e ſecondi Rotti, quando i Rotti del numero, che ſi ſottragge, ſono maggiori di quelli del numero, da cui ſi ſottraggono.* 645
* *Avvertimento.* 647
Problema VIII. *Come ſi ſottraggano gli Interi, primi, e ſecondi Rotti di diverſa denominazione ſenza l'uſuale Aritmetica.* 648
* *Avvertimento.* 652
Problema IX. *Come ſi multiplichino Rotti per Rotti ſenza l' uſuale Aritmetica.* 653

§. 134.

§. 134. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 654
Problema X. *Come ſi multiplichino gli Interi per i Rotti ſenza l'uſuale Aritmetica.* 655
§. 135. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 656
Problema XI. *Come ſi multiplichino i Rotti per gl'Interi, e Rotti ſenza l'uſuale Aritmetica.* ivi.
§. 136. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 658
* *Avvertimento.* 659
Problema XII. *Come ſi multiplichino gli Interi per gli Interi, e Rotti ſenza l'uſuale Aritmetica.* ivi.
§. 137. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 660
* *Avvertimento.* 661
Problema XIII. *Come ſi multiplichino gli Interi, e Rotti per gli Interi, e Rotti ſenza l'uſuale Aritmetica.* 664
§. 138. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 665
* *Avvertimento.* 667
Problema XIV. *Come ſi multiplichino gli Interi, primi, e ſecondi Rotti per gli Interi, primi, e ſecondi Rotti ſenza l'uſuale Aritmetica.* 671
§. 139. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 675
* *Avvertimento I.* 679
* *Avvertimento II. molto conſiderabile.* 680
Problema XV. *Come ſi dividano Rotti per Rotti ſenza l'uſuale Aritmetica.* 682
§. 140. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 684
Problema XVI. *Come ſi divida un Rotto minore per un Rotto maggiore ſenza l'uſuale Aritmetica.* 686
§. 141. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 688
* *Avvertimento I.* 689
* *Avvertimento II. conſiderabile.* 692
Problema XVII. *Come ſi dividano i Rotti per Rotti di qualunque ſpecificata miſura, o peſo ſenza l'uſuale Aritmetica.* 694
§. 142. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 695
* *Avvertimento.* 696

Proble-

Problema XVIII. *Come ſi dividano gli Interi per Rotti, o i Rotti per Interi ſenza l'uſuale Aritmetica.* 697
Problema XIX. *Come ſi dividano gli Interi, e Rotti per gli Interi ſenza l'uſuale Aritmetica.* 699
§. 143. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 701
Problema XX. *Come ſi dividano gli Interi, e Rotti per Interi, e Rotti ſenza l'uſuale Aritmetica.* 702
§. 144. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 704
* *Avvertimento.* 705
Problema XXI. *Come ſi dividano gli Interi, primi, e ſecondi Rotti per gli Interi, primi, e ſecondi Rotti ſenza l'uſuale Aritmetica.* 709
§. 145. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 713
* *Avvertimento I.* 714
* *Avvertimento II.* ivi.
* *Avvertimento III.* 715
* *L'Aritmetica Decimale.* ivi.
* *Gli Errori del Volgo.* 716
Capo III. *In cui trattaſi delle Eſtrazioni delle Radici, delle Regole delle Proporzioni, del ridurre le Monete groſſe in altre ſpezie di Monete ſenza l'uſuale Aritmetica, e ciò che ſi debba fare, quando un propoſto numero non comprendeſi o ſui lati, o nell'Area del gran Quadrato.* 721
* *Il Fondamento di tutte le ſeguenti Regole del preſente Capo.* ivi.
* *Il Cubo.* 724
* *Il Quadrato di Quadrato.* 725
* *Il Sordeſolido primo.* ivi.
* *Il Quadrato Cubo.* ivi.
* *Il Sordeſolido ſecondo.* 726
* *Il Triquadrato.* ivi.
Problema I. *Come da un propoſto numero s'eſtragga la Radice quadrata ſenza l'uſuale Aritmetica.* 727
§. 146. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 728
* *Avvertimento I.* ivi.

* *Avvertimento .II* 732
Problema II. *Come da un propoſto numero ſ' eſtragga la Radice Cuba ſenza l' uſuale Aritmetica.* 735
§. 147. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 739
* *Avvertimento.* ivi.
Problema III. *Come ſi poſſa approſſimarſi alla vera Radice Cuba ſenza l' uſuale Aritmetica, quando prendeſi il Cubo proſſimo minore d' un propoſto numero, che non è Cubo.* 743
§. 148. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 745
* *Avvertimento .* 749
Problema IV. *Come ſi poſſa approſſimarſi alla vera Radice Cuba ſenza l' uſuale Aritmetica, quando prendeſi il Cubo proſſimo maggiore d' un numero propoſto, che non è Cubo.* 752
§. 149. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 754
* *Avvertimento.* 756
Problema V. *Come ſi eſtraggano le Radici Biquadrata, Triquadrata, e Quadrato-Cuba da un numero propoſto ſenza l' uſuale Aritmetica .* 757
§. 150. *Sua Ragione dimoſtrativa .* 759
* *Avvertimento.* 760
* *Le Regole delle Proporzioni .* 763
I. *La Regola del Tre .* ivi.
II. *La Regola delle Compagnie .* ivi.
III. *La Regola d' Alligazioni .* ivi.
IV. *La Regola delle Poſizioni .* ivi.
Problema VI. *Come ſi ſciolgano le Quiſtioni, che con tre numeri noti ſi fanno per averne il quarto ignoto proporzionale per mezzo della Regola del Tre Diretta Semplice ſenza l' uſuale Aritmetica?* 765
§. 151. *Sua Ragione dimoſtrativa .* 766
Problema VII. *Come ſi ſciolgano le Quiſtioni, che con tre numeri noti ſi fanno per averne l' ignoto Proporzionale per mezzo della Regola del Tre Roveſcia Semplice ſenza l' uſuale Aritmetica.* 769

§. 152.

§. 152. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 770
* *Avvertimento.* 772
Problema VIII. *Come ſi poſſa ſapere in una Società quanto guadagno, o perdita tocchi a ciaſcun Compagno ſenza l'uſuale Aritmetica.* 777
§. 153. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 779
* *Avvertimento.* ivi.
* *Dimoſtrazione.* 781
Problema IX. *Come per mezzo della Regola di ſemplice Poſizione ſi ritrovino i Numeri incogniti ſenza l'uſuale Aritmetica?* 783
§. 154. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 784
* *Avvertimento.* 785
Problema X. *Come ſi riducano le Doppie in Zecchini, Ongari, Genovine, Talleri, Piaſtre, Ducatoni, Filippi, Livornine, Ducati, Fiorini, Ragneſi, Lire, e Soldi in una ſola operazione ſenza l'uſuale Aritmetica?* 787
§. 155. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 789
* *Avvertimento.* 793
Problema XI. *Come ſi debba operare ſul gran Quadrato, quando i Numeri da ſommarſi, o da ſottrarſi ſono tanto grandi, che tutti ſu quello non ſi poſſano comprendere.* 794
§. 156. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 796
* *Avvertimento.* ivi.
Problema XII. *Come ſi debba operare ſul gran Quadrato, quando i Numeri da multiplicarſi, o dividerſi ſono tanto grandi, che nè ſu i lati, nè nell' Area di quello ſi poſſano comprendere.* 797
§. 157. *Sua Ragione dimoſtrativa.* 799
* *Avvertimento.* ivi.

NOI RIFORMATORI

Dello Studio di Padova.

AVendo veduto per la Fede di Reviſione, ed Approvazione del P. F. *Paolo Tommaſo Manuelli Inquiſitore* nel Libro intitolato : *La Geometria Comune, Legale, ed Aritmetica, di Antonio Chiuſole*, non v' eſſer coſa alcuna contro la Santa Fede Cattolica, e parimente per atteſtato del Segretario Noſtro, niente contro Principi, e buoni coſtumi, concediamo Licenza a *Gio: Battiſta Recurti Stampatore*, che poſſa eſſere ſtampato, oſſervando gli ordini in materia di Stampe, e preſentando le ſolite Copie alle Pubbliche Librerie di Venezia, e di Padova.

Data 16. Agoſto 1739.

(Lorenzo Tiepolo Cav. Proc. Riform.

(Daniel Bragadin Cav. Proc. Riform.

Regiſtrato in Libro a carte 17.

Agoſtino Gadaldini Segretario.

LA GEOMETRIA
COMUNE, LEGALE, E ARITMETICA,
DI ANTONIO CHIUSOLE.

INTRODUZIONE.

I.

Che cosa sia la Geometria pratica?

1. BENCHE' la Geometria secondo il suo nome, tolto dai due Greci vocaboli, Γαῖα, e Μέτρον, che significano Terra, e Misura, paja esser occupata solo a misurar la Terra,
2. Ciò non ostante, arrivando la di lei forza e sin' all' altezza de' Cieli, e sin' all' estensione, e profondità della Terra,
3. Noi la consideriamo per *un' arte, che c' insegna a misurare tutto ciò, ch' è terminato nel Mondo.*
   1. Sia *in Lunghezza*,
   2. Sia *in Lunghezza, e Larghezza*,
   3. Sia *in Lunghezza, Larghezza, e Profondità*.

E perciò

II.

La sua Divisione

Consiste comunemente in 3. parti, che sono

I. LA LONGIMETRIA, chiamata da' Greci Εὐθυμετρία, ch' è quella, ch' insegna a misurar le *Lunghezze*, ovvero le *Linee*.

II. LA PLANIMETRIA (*a*), chiamata da' Greci Ἐπιπε-δομε-

(a) *Planimetria è quella Scienza, che insegna a misurare le Superficie piane, dette volgarmente pianure.*

(a) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

δομετρία, ch'è quella, che inſegna a miſurare le *Lunghezze*, e *Larghezze*, ovvero le *Superficie* (*a*).

III. La SOLIDOMETRIA, chiamata da' Greci Στερομετρία, ch'è quella che inſegna a miſurare le *Lunghezze*, *Larghezze*, e *Profondità*, ovvero i *Corpi* (*b*).

(b) *Corpo è preſſo i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

Ora conſiderando la Geometria pratica così diviſa, dovrebbeſi per ragion di Metodo cominciar a trattar della prima parte, ch'è quella, ch'inſegna a miſurar le linee, ma ſembrando eſſere

III.

La ſua Parte più neceſſaria

1. Nell'umana ſocietà, quella, ch'inſegna a miſurare le Superficie (*a*). Il noſtro Trattato principale ſarà intorno all'accennata *Planimetria* (*c*), ſenza però ſcordarſi a ſuo luogo delle altre due ſorelle LONGIMETRIA, e SOLIDOMETRIA.

(c) *Planimetria è quella Scienza, che inſegna a miſurare le Superficie piane, dette volgarmente pianure.*

2. Trattandoſi dunque di miſurare le Superficie [*a*], è d'uopo aver due coſe, cioè:
   I. La QUANTITA' da miſurarſi, ch'è lo ſteſſo, che dire l'oggetto dell'arte, e
   II. LA MISURA per miſurare;
3. Circa la *Quantità* baſta aprir gli occhi per veder ſoggetto alle miſure tutto ciò, che avanti di quelli ſi preſenta nel Mondo,
4. Circa la *Miſura*, quì ſi ſoggiungono prima le miſure comuni a' Geometri, e poi le particolari uſate in queſto o quel paeſe.

IV.

Le miſure comuni a' Geometri

Sono, giuſta l'uſo antico
1. *Il Grano.*
2. *Il Dito.*
3. *Il Palmo.*
4. *Il Piede.*
5. *Il Cubito.*
6. *Il Paſſo.*
7. *Lo Stadio.*
8. *Il Miglio Italiano.*
9. *Il Franceſe.*

10. *Lo*

10. *Lo Spagnuolo.*
11. *Il Fiamingo.*
12. *Il Tedeſco.*
13. *L'Ingleſe. ec.*

I Geometri antichi ſi ſervivano delle predette miſure, ed

V.

Il Valore di queſte

Era il ſeguente:

1. *Il Grano* era conſiderato in larghezza, come un grano d' Orzo.
2. *Il Dito* era di quattro Grani,
3. *Il Palmo* di quattro Dita,
4. *Il Piede* di quattro Palmi,
5. *Il Cubito* d'un Piede, e mezzo,
6. *Il Paſſo* di cinque Piedi,
7. *Lo Stadio* di 125. Paſſi,
8. *Il Miglio Italiano* d'otto Stadj, ch' è lo ſteſſo, che mille Paſſi Geometrici,
9. *Il Miglio Franceſe* di 2400. Paſſi Geometrici,
10. *Lo Spagnuolo* di 3428. in circa,
11. *Il Fiamingo* di 4000.
12. *Il Tedeſco comune* di 4000.
13. *L' Ingleſe*, è comunemente uguale all' Italiano.

Queſte ſono le miſure de' Geometri, ſecondo l' uſo antico, paſſiamo

V I.

Alle Miſure comuni a' Geometri ſecondo l' uſo moderno.

1. Avendo poi conſiderato i Moderni, che più agevoli al computo ſieno le Miſure *Decimali*, cioè di 10. parti,
2. Hanno diviſo la *Pertica*, o ſia *Decempeda* in 10. Piedi,
3. *Il Piede* in 10. Oncie,
4. *L'Oncia* in 10. Linee,
5. *La Linea* in 10. altre parti,
6. E così ſeguendo ulteriormente ſin'ad altre minori ſpecie diviſe ſempre in 10. parti.
7. Come ſi può vedere preſſo *Criſtiano Wolfio* ne' ſuoi

Ele-

Elementi Matemateci, nella parte prima della Geometria cap. 1. Definizione X.

8. Queſte ſono le miſure comuni a' Geometri. Vediamo

VII.

Le Miſure particolari di Paeſi diverſi.

1. Quantunque il P. Gaſparo Scotto *nel Libro primo del ſuo Pantometro*, favellando dell' antico Piede Romano ſi figuri eſſere ſtato queſto la miſura comune a tutto il Romano Imperio,
2. E quantunque nel luogo citato egli cerchi con lodevole fatica di riſtaurarne l'uſo con renderlo uguale, e comune a tutte le Nazioni,
3. Con tutto ciò tanto le Provincie, Territorj, Diſtretti, e Città dell' Italia, quanto gli altri Paeſi del Mondo nelle loro miſure non convengono.
6. Perocchè il *Veroneſe* ha certe proprie miſure, il *Veneziano* altre proprie, il *Cremoneſe* altre proprie, così il *Fiorentino*, *Calabreſe*, ed altri.
5. Eſſendo ſovente fin' una Città dall' altra nelle loro miſure differente.
6. Lunghi noi ſaremmo, ſe voleſſimo qui prender l' aſſunto di diſcorrere di qualunque miſura particolare di tutti i Diſtretti, e Città del Mondo;
7. E perciò baſterà per ora ſpecificare ſolo le Miſure del Diſtretto, in cui ſcriviamo, cioè del *Roveretano*, con quelle del *Trentino*, e *Veroneſe* confinanti.
8. Riſervandoci poi di dar a ſuo luogo una Regola univerſale, per mezzo della quale s' apprenderà il modo di miſurare ciaſcuna Superficie piana (*a*) ſecondo qualunque miſura del Mondo, che ci poſſa eſſere preſentata. Seguono dunque

VIII.

Le Miſure particolari del Roveretano, e Trentino.

Queſte ſono

1. *La Pertica*,

2. *Il*

(a) *Superficie piana è volgarmente preſſo i Geometri pratici una pianura.*

(b) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(c) *Pertica Quadrata è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

(d) *Piede ſemplice diceſi un Piede in linea, come* ——

(e) *Piede Quadrato è un Quadrato, o ſia una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo un Piede, come* □

(f) *L' Oncia ſemplice è un' Oncia in linea, come* ——

(g) *Oncia Quadrata, o Oncia Superficiale Quadrata è un quadrato, o ſia una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, de' quali ciaſcuno è lungo un' Oncia, come* □

(h) *Pertica Superficiale noi chiamiamo volgarmente quella, che ha lun-*

2. *Il Piede*,
3. *L'Oncia*,
4. *Il Punto*,
5. *L'Atomo*.
6. *Il Minuto*.
7. *Il Momento*.

Ecco

IX.

Il Valore delle dette Misure.

1. *La Pertica* contiene *Piedi* 6.
2. *Il Piede Oncie* 12.
3. *L' Oncia Punti* 12.
4. *Il Punto Atomi* 12.
5. *L' Atomo Minuti* 12.
6. *Il Minuto Momenti* 12.

*

1. Avvertasi, che qui si è favellato della *Pertica*, del *Piede*, dell' *Oncia* ec. in generale,
2. Riservandoci di discorrer poi con ispezialità della *Pertica semplice* (*b*), e *Quadrata* (*c*), del *Piede semplice* [*d*], e *Quadrato* (*e*), dell' *Oncia semplice* [*f*], e *Quadrata* (*g*)
3. Come anche *della Pertica Superficiciale* [*b*], *Piede Superficiale* (*i*), *Oncia Superficiale* (*k*) ec.
4. *Lo stesso diremo della Pertica Cuba* (*l*), *Piede Cubo* [*m*], *Oncia Cuba* [*n*] ec.

Il che seguirà al loro luogo, cioè nella Divisione della Pertica Quadrata dopo il §. 6. del Capo I. Probl. II.

*

1. S' avverta in oltre, che benchè il *Piede* non sia nè la prima, nè l'ultima misura, tutte le altre misure però sono regolate sulla grandezza del Piede, il quale in tutti i Territorj non è uguale.
2. Perocchè s'egli sarà grande, grandi saranno altresì le sue *Oncie*, la *Pertica* e tutt' il resto a proporzione,
3. S'egli sarà picciolo, picciole saranno le suo *Oncie*, la *Pertica*, e tutt' il resto a proporzione.

1. Era-

ghezza, e larghezza in modo, che il di lei contenuto sia lo stesso d' una Pertica quadrata, benchè i di lei lati non sieno tutti ugnali.

(i) *Piede superficiale noi chiamiamo volgarmente quella Figura, che contiene una sesta parte d' una Pertica quadrata, cioè d' una Pertica quadra, i cui quattro lati sono lunghi una Pertica, ed i quattro angoli sono a squadra.*

(k) *Oncia superficiale noi chiamiamo quella Figura una 72ma parte d' una Pertica quadrata, cioè d' una Pertica quadra, i cui quattro lati sono lunghi una Pertica, ed i quattro angoli sono a squadra.*

(l) *Pertica Cuba dicesi quella fatta come un Dado, cioè*

i cui lati ugnali sono d'una Pertica.

(m) *Piede Cubo dicesi un corpo fatto come un Dado, cioè*

i cui lati ugnali sono d' un Piede.

(n) *Oncia Cuba dicesi un corpo fatto come un Dado, cioè*

i cui lati ugnali sono d'un' Oncia.

*

1. Eramo intenzionati di porre quì in figura ſott' agli occhi del Leggitore la real miſura del Piede Roveretano, e Trentino,
2. Affinchè dietro a quello ſi foſſero compreſe anche le altre miſure,
3. Ma riflettendo, ch' egli è un' impreſa difficiliſſima, per non dir impoſſibile, il dar in iſtampa la vera, ed eſatta miſura d' alcuna grandezza,
4. Come n' adduce le ragioni il già citato *P. Scotto nel lib. 1. al cap. 4., e 5. del ſuo Pantometro*,
5. Noi l' abbiamo tralaſciata, e nell' attuale miſurazione, che faraſſi in pratica, s' avranno le eſatte miſure ſugli ſtrumenti, di cui or' ora ſi favellerà.
6. Dopo aver vedute le miſure del Roveretano, e Trentino ſeguono

X.

Le Miſure del Veroneſe.

Queſte ſono nella ſpecifica diviſione, le ſteſſe, che le predette, e chiamanſi

1. *La Pertica*,
2. *Il Piede*,
3. *L' Oncia*,
4. *Il Punto*,
5. Queſto ſi può per acuratezza di computo dividere in altre minuzie.
6. Siccome è uniforme la ſpecifica diviſione del Roveretano, e Trentino, così pure uniforme è

XI.

Il ſuo Valore.

Poichè

1. *La Pertica è di Piedi* 6.
2. *Il Piede d' Oncie* 12.
3. *L' Oncia di Punti* 12. ec.

*

1. Quì replichiamo ciò che dicemmo addietro, cioè che anche nel Veroneſe, ed in tutti gli altri Diſtretti del Mon-

Mondo le Misure consistono in *Semplici* (*a*), *Quadrate* [*b*], *Superficiali* [*c*], e *Cube* [*d*]

2. Delle quali tratteremo nella *Divisione della Pertica Quadrata dopo il §. 6. del Capo 1. Prob. 2.*

*

1. Già intesa la quantità da misurarsi, e vedutene alcune particolari Misure, altro non ci resta, ch'il mezzo, con cui si possano applicare le dette Misure alle grandezze ad effetto di saper le distanze da un luogo all'altro,
2. Ch'è lo stesso che dire ad effetto di misurar le *Linee* per poter dietro quelle rilevar le Superficie piane [*e*],
3. Per quest'oggetto sono stati inventati nel Mondo

XII.

Diversi Strumenti per misurare camminando sopra la terra.

1. De' quali noi ne potremmo porre un fascio sotto agli occhi del principiante Geometra,
2. Imperciocchè presentansi nella *Figura I. Foglio I.*

I. *La Catenella di filo di ferro cogli annelli piccioli.*
II. *La Catena di ferro cogli annelli grandi.*
III. *La Misura di 4. Piedi di Verghe di ferro legate insieme, e con gli annelli nell' estremità.*
IV. *Altra misura di 4. Piedi di Righe di legno unite insieme per mezzo d' annelletti di ferro.*
V. *Altra di 4. Piedi delle dette Righe di legno, ma unite, e mobili per mezzo di chiodetti.*
VI. *Una Correggia di Pergamena lunga a beneplacito tirata sopra d' un Cilindro* [*f*].
VII. *Un Cordone sostentato da due bastoni, i quali abbiano il loro perpendicolo,*

E simili altri, i quali tutti tralasciati, per le ragioni, che qui appresso s' addurranno, ci metteremo a considerarne tre altri, di cui pare che l'uso possa esser più frequente.

Questi sono

(a) *Misura semplice significa misura in linea, come*

(b) *Misura quadrata significa un quadrato, i cui lati, o linee sono d'una proposta misura, come* [ ]. *Il Quadrato ha sempre i quattro lati uguali, ed i quattro angoli a squadra.*

(c) *Misura Superficiale noi chiamiamo quella, che ha lunghezza, e larghezza.*

(d) *Misura Cuba dicesi quella fatta come un Dado, cioè*

i cui lati uguali sono d' una proposta misura.

(e) *Superficie piana è volgarmente presso i Geometri pratici una Pianura.*

(f) *Il Cilindro è un corpo per tutto uguale rotondo, il cui fondo, e cima (che due basi si chiamano) sono due Cerchi uguali, come*

XIII.

La Pertica, il Compaſſo Ordinario, ed il Compaſſo Riformato.

I. 1. La Pertica rappreſentataci dalla *Figura II. Foglio I.*
2. E' un pezzo di legno lungo, e ſtretto *Af*,
3. Il quale è diviſo in 6. parti uguali, come vedeſi nelli punti 1, 2, 3, 4, 5, 6.
4. Che ſono li *Piedi*.
5. L'ultimo de' quali, cioè l'*e f* è partito in 12. parti,
6. Che ſono le *Oncie*.

*

7. E nelle Oncie terminano comunemente le miſure sù queſto ſtrumento.
8. Avendo i di lui inventori giudicato non eſſer neceſſarie le altre più minute,
9. Sul rifleſſo, ch'i *Punti*, gli *Atomi*, *Minuti*, e *Momenti* ſervano ſolo all'eſattezza del computo nelle moltiplicazioni, ed altro.
10. Della qual materia più ampiamente ſi favellerà nell' Avvertimento II. dopo il §. 3. num. 34. ec.

II. 1. Il Compasso Ordinario è veramente un Compaſſo di legno, come ce lo dà a vedere la *Figura III. Fol. I.*
2. Il quale nelle ſtremità delle gambe *AG*, *AK*
3. Ha le punte di ferro *G*, *K*
4. Piantate direttamente in quelle.
5. Queſto Compaſſo ſi fa ſtar aperto per mezzo del Traverſo *a b*,
6. Il quale viene fermato da qualche vite, o chiodo, come vedeſi in *c*,
7. E con queſta ferma apertura dee egli avere dall' una all'altra punta la preciſa diſtanza d'una *Pertica*.
8. Sù ciaſcuna gamba poi evvi la miſura di 4. *Piedi* ne' punti 1, 2, 3, 4.
9. L'ultimo de quali, come vedemmo nella *Pertica*, è parimente diviſo in 12. Oncie
10. Come appariſce dal *m* ſin'al *G*,
11. Ovvero dal *n* ſin'al *K*.

III.

III. 1. Il Compasso Riformato è altresì di legno, come il precedente, come lo moſtra la *Figura IV. Foglio II.*

I. 2. Queſto, oltre il ſolito Traverſo *C D*,

3. Il quale lo fa ſtar in una ferma apertura, come dicemmo del precedente, e di cui ſi favellerà d'avvantaggio nell'Avvertimento dopo il §. 12.

II. 4. Ha ancora ſotto la commeſſura *R* un arcata di legno *S T V X O Z*,

5. Della larghezza *S X*, ovvero *V Z* a beneplacito;

6. La detta arcata è raddoppiata dall'altra parte del Compaſſo, e ferrata nelle parti *S X*, *V Z*

7. In modo però che libermente entro di quella una delle due gambe del nominato Compaſſo mover ſi poſſa,

8. Come appariſce nella gamba *R Q T* della Figura V. Foglio 3.

9. Servendo la detta arcata, veduta nella Figura IV. del Foglio 2. come di Caſſetta, entro cui libermente ſi muove la detta gamba.

10. Quanto debba eſſer grande la nominata arcata dal *S* in *V*, e dal *X* in *Z*. comprendaſi dalla diſtanza *A B* dell'una, e l'altra ſtremità del Compaſſo, di cui qui ſotto ſi favellerà.

*

III. 11. In mezzo poi all'arcata dee eſſer ſegnata la linea *T O*,

12. La quale corriſponde in drittura alla *R m*.

13. Sù cui il perpendicolo *R M* formerà il livello.

14. Avvertendo però, ch'il filo *R o*, al quale è attaccato il piombo *M*,

15. Reſti rinchiuſo ſotto ad un riparo di ferro *r p*,

16. Il quale li laſci ſolo la libera pendenza dal *r* al *p*.

*

IV. 17. Stando il Compaſſo per mezzo del Traverſo *C D* così aperto, come vedeſi nella preſente *Figura IV. Foglio 2.*

18. Dee egli avere dalla ſtremità d'una gamba all'altra, cioè dall'*A* ſin'al *B* la preciſa diſtanza d'una *Pertica*, ovvero di qualunque altra miſura, con cui in ciaſcun Paeſe del Mondo ſi ſogliono miſurare le linee ſul terreno.

*

V. 19. Oltre a ciò debbono le dette ſtremità eſſer armate di due punte di ferro *Aq*, *Bg*,

20. Le quali nell'uſo dello ſtrumento debbono ſempre eſſer Perpendicolari (*a*) alla linea Orizzontale (*b*) del terreno, che miſurafi,

21. Onde per farle Perpendicolari (*a*) nella fabbrica dello ſtrumento

22. (Suppoſto ch'alle ſtremità delle gambe *A*, *B*, ſi ſia accomodata sù qualche piano una Pertica *AB* per averne la diſtanza, come dicemmo.)

23. Si porrà un'altra Pertica *YE* ſul detto piano alla teſta del Compaſſo.

24. In modo che ſia eſattamente Paralella [*c*] alla *AB*,

25. Il che effettueraſſi per mezzo della ſquadra *iYn* accomodata preſſo la detta Pertica *YE*,

26. Talmente però, ch'il braccio *Yi* venga colla ſua linea *Yi* a cadere ſopra il punto *A*, cioè ſull'eſtremità della Pertica *AB*,

27. Ch'è pure la ſtremità della gamba *SA* del Compaſſo.

28. Ora nel detto punto *A* dee eſſer piantato il detto ferro acuto *Aq* della lunghezza di tre, o quattro Oncie.

29. In modo che la di lui punta *q* faccia colla *Yi* della ſquadra una linea ſola *YiAq*.

30. Lo ſteſſo converrà operar anche coll'altra parte *Bg*.

*

VII. 31. Dee poi il Compaſſo avere non ſolo la miſura d'una *Pertica AB* nella diſtanza dall'una all'altra ſtremità delle gambe, come ſi è detto,

32. Ma ancora de' *Piedi*, *Oncie*, e (per maggior accuratezza) de' *Punti*.

33. E perciò le due Pertiche *YE*, *AB* accomodate, come ſi è detto, l'una all'altra paralelle (*c*)

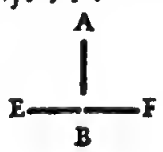
Debbono eſſer diviſe in *Piedi* 6, come vedeſi ne' numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6,

34. Ciaſcun Piede in *Oncie* 12. come apparifce dall'*e* al *B*, e dal *c* all'*E*.

35. Ciaſcun'oncia in parti tre, come dall'*e* fin'al *d*, e dal *c* fin al *b* ſi è fatto,

36. E

(a) *Perpendicolare è una linea retta, la quale ſtando ſopra d'un'altra retta, non inclina più d'una parte, che dall'altra, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è perpendicolare, perchè non inclina più verſo l'E, che verſo l'F.*



(b) *La Linea Orizzontale è quella, che immaginaſi tirata ſopra d'un Piano livellato.*

(c) *Linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall'altra, in modo, che ſe nello ſteſſo piano ſoſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme. Come* ═══

36. E dovendo tutti gli altri 5. Piedi tanto dell' una, quanto dell'altra Pertica in tal guiſa eſſer diviſi,

37. Si ſegneranno le diviſioni de' *Piedi*, *Oncie*, e *Punti* anche ſul Compaſſo aperto, tirando ſopra il detto le Perpendicolari [*a*] di *Piedi*, *Oncie*, e *Punti*, le quali cominciano dalla Pertica *YE*
E vanno a terminare ſulla Pertica *AB*,

38. Come vedeſi in eſempio le due *cKhe*, *bfad*.

39. Le quali cominciano dalla Pertica *YE*, e terminano ſulla Pertica *AB*, paſſano ſopra una gamba del Compaſſo ſu cui ſegnano le *Kh*, *fa* ec.

40. Facilmente ſi ſegneranno le dette diviſioni ſulle gambe del detto Compaſſo per mezzo d'un' eſatta Riga, o filo ben teſo tirato dalle diviſioni dell' una all' altra Pertica.

41. Oſſervando di far dietro alla lunghezza delle gambe del Compaſſo due ſcompartimenti per mezzo delle Rette (*d*) *AQBg*

42. Dovendo l'uno ſervire alla diviſione di *Piedi*, e d'*Oncie*, e l'altro a quella de' *Punti*.

43. La ſteſſa diviſione dovrà farſi anche ſull' arcata *SXVZ*, come chiaramente vedeſi nella preſente Figura.

(d) *Retta*, o ſia *Linea retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo. Come* ——

*

VIII. 44. Per il compimento della fabbrica di queſto ſtrumento, avvertaſi, ch'alle ſtremità delle gambe, ove vedonſi piantate le punte di ferro, converrà adattarvi due laſtre pure di ferro fatte in forma di mezzo cerchio lunghe 3 oncie in circa, in modo che ſieno al di fuori delle dette gambe incaſtrate ſino quaſi alla mezza groſſezza d'eſſe, e che non impediſcano il poterle unire inſieme, come nella *Fig. V. Fol.* 3. preſſo le lettere *Tu*, *fg*,

45. Ch'il Perpendicolo *RM* dovrà tanto dall'una, quanto dall'altra parte ritrovarſi. E che finalmente richiedeſi preſſo queſto ſtrumento anche il Perpendicolo *Gz*, di cui ſi favellerà al *num. XVII. num.* 12.

*

46. Veduta la fabbrica della *Pertica*, e dei due *Compaſſi*, paſſiamo

XIV.

All' Uſo dei detti Strumenti nel miſurar in piano.

1. Egli è noto, che il miſurar in piano cogli ſtrumenti mentovati altro non ſia, che indagare di quante *Pertiche*, *Piedi*, *Oncie*, ec. ſia una propoſta diſtanza.
2. Se così è: volendo noi ſapere di quante *Pertiche*, *Piedi*, *Oncie* ec. ſia la diſtanza piana dall' *A* fin' al *F* nella *Fig. VI. Fogl.* 1.

Ecco

XV.

L'Uſo della Pertica.

1. Prima di prender queſto ſtrumento alla mano, deeſi fare ciò, che fanno gli Ortolani nel tirar rettamente le loro vaneggie;
2. Cioè tirare da un termine all' altro della propoſta diſtanza un filo, o cordone attaccato a due piccioli legni piantati in terra,
3. Come vedeſi nella *Fig. VII. Fogl.* 1. dall'A al F,
4. Preſe poi due Pertiche alla mano,
5. Si pongono a drittura del filo l'una dietro l'altra ſul terreno, come vedeſi nella *Fig. VI. dello ſteſſo Fol.* 1. cominciando dal punto A,
6. Che ſono le due *AP*, *PQ*.
7. Sicchè dall'*A* fin'al *Q* ſi contano due Pertiche,
8. Poi levando quella, ch'è di dietro, cioè la Pertica *AP*,
9. E traſportandola avanti nel ſito *QR*
10. Si contano Pertiche tre dall'*A* fin al *R*,
11. Finalmente levando di nuovo quella, che ora ſta di dietro, cioè la *PQ*,
12. E traſportandola avanti nel ſito *RO*
13. Si vede, ch'eſſa eccede il prefiſſo termine *F*,
14. E perciò contaſi ſulla detta Pertica ſolo la diſtanza fra il punto *R*, ed il punto *F*,
15. La quale vedeſi di *Piedi* 4.

16. Sic-

16. Sicchè tutta la ricercata distanza dall'*A* sin' al *F* è di *Pertiche* 3, e *Piedi* 4.

Quest' è il modo di usare *volgarmente* la Pertica nelle distanze piane;

Segue

XVI.

L'Uso del Compasso ordinario.

1. Sia nella *Fig. VIII. Fol.* 1.
2. Da misurarsi la distanza *AF*
3. Steso prima il solito filo sopra la terra dall'*A* in *F*
4. Come si è fatto al *num XV.*
5. Prendesi il Compasso alla mano, e piantata una delle sue punte nel termine *A*,
6. Si va avanzando ora con l'una, ora con l'altra punta sin' al termine *F*, sempre dietro al filo,
7. Cioè dall'*A* sin'al *P* una,
8. Dal *P* sin'al *Q* due.
9. Dal *Q* sin' all' *R* tre *Pertiche*,
10. E perchè dall' *R* ulteriormente l'apertura del Compasso sorpassa il termine *F*
11. Prendesi la restante distanza *RF volgarmente* con una delle gambe del Compasso abbassata sulla terra,
12. La quale è di *Piedi* 4, come la Figura lo rappresenta.
13. Sicchè la ricercata distanza dall'*A* sin'al *F* è di Pertiche 3, e *Piedi* 4.

Passiamo

XVII.

All' uso del Compasso riformato.

1. Sia nella *Fig. X. Fol.* 4. da misurarsi la distanza *AF*,
2. Steso primo il solito filo sopra la terra dall'*A* sopra il punto *F*, in qualche arbitraria distanza da questo, come in *G*.

Giusta il num. XV.

3. Prendesi il Compasso alla mano, e piantata una delle sue punte nel termine *A*, e l'altra in *C* dietro al filo
4. Osservasi, se il *Perpendicolo o r* batte sulla linea *o m* segnata sotto al detto a livello,

5. Ed

5. Ed in caſo, che non batteſſe ſulla detta linea *e m*,
6. Dovraſſi imprimere l'una, o l'altra punta nel terreno, ſin che vi batta, cioè che ſia a livello.
7. E con queſt' oſſervazione ſi va avanzando ora con l'una, ora con l'altra punta ſempre dietro il filo teſo verſo il termine *F*,
8. Cioè dall'*A* ſin'al *C* una,
9. Dal *C* ſin'al *D* due,
10. Dal *D* ſin'all'*E* tre *Pertiche*,
11. E perchè dall'*E* ulteriormente l'apertura del Compaſſo ſorpaſſa il termine *F*,
12. Prendeſi la reſtante diſtanza *EF* con un libero Perpendicolo *MF*,
13. Applicando il filo del detto alle linee de' *Piedi*, *Oncie*, e *Punti* fatte ſul Compaſſo già veduto nella *Fig. IV. Fol.* 2.
14. Ed oſſervando, che nello ſteſſo tempo tocchi il piombo il propoſto termine *F*,
15. Che nella preſente Figura il detto filo moſtrerà in *p* la diviſione di *Piedi* 4.
16. Sicchè la diſtanza dall'*E* ſin'al *F* ſarà di *Piedi* 4.
17. E tutta la diſtanza *AF* di *Pertiche*, 3. e *Piedi* 4.

Queſti ſono i modi di miſurare le diſtanze ſopra la terra coi detti ſtrumenti, ma tutti non ſono eſatti, onde ſa di meſtiere eſaminare

XVIII.

Quale dei mentovati tre ſtrumenti ſia il migliore?

1. Miſurando il Geometra ſulle Superficie piane (*a*) le diſtanze, egli dee incontraſtabilmente immaginarſi, che quelle ſiano tirate per tutto a livello, come ſe foſſero ſpechi liſci, ne' quali livellati non s'incontri la menoma gobba, o pendenza, di cui più ampiamente ſi diſcorrerà, e ſe ne darà la ragione nel §. 4., e nell'Avvertimento II. dopo il detto §.

(a) *Superficie piana è volgarmente preſſo i Geometri pratici una Pianura.*

2. Su queſto fondamento per ora ſuppoſto incontraſtabile, conviene eſaminare, quale dei detti ſtrumenti ſia più agevole per rappreſentare le dette diſtanze, come linee rette (*b*) tirate a livello; per poter poi decidere, quale di quelli ſia il migliore. Onde dico, che

(b) *Linea retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

XIX.

La Pertica non è ſtrumento eſatto per miſurar in piano.

Eccone

§. I.

La ſua Ragione.

1. LA PERTICA *fa nel miſurar in piano più Pertiche di quelle, che ſono in realtà; dunque non è ſtrumento eſatto per miſurar in piano.*
2. I terreni chiamati *volgarmente* piani non ſono (giuſta la ſperienza) mai tanto liſci, che non abbiano qualche gobba, o picciola pendenza,
3. Come vedeſi nella *Fig. IX. Fol.* 3.
4. Ove la diſtanza *AB*
5. Ha diverſe gobbe, o pendenze in *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, *b*, *i*, *k*, *l*, ec.
6. La quale diſtanza dovendo noi concepire, come la linea retta (*b*) *AB* tirata a livello,
7. E così miſurarla giuſta il *n. XVIII.*
8. La ritroviamo di *Pertiche* 16. ſegnate ne' punti 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ec.
9. E miſurando la detta diſtanza *AB* con poner ſopra il terreno la Pertica dall' *A* in *c*, dal *c* in *d*, dal *d* in *e*, dall'*e* in *f*, dal *f* in *g*, dal *g* in *b*, dall'*b* in *i*, dall'*i* in *k*, dal *k* in *l*, e così ſeguendo ſin al B,
10. Contiamo *Pertiche* 17,
11. Ma 17. ſono più di 16.
12. *Dunque la Pertica fa nel miſurar in piano più Pertiche di quelle, che ſono in realtà.*
13. *E per conſeguenza non è ſtrumento eſatto per miſurar in piano.*

Riflettendo poi al ſecondo ſtrumento, dico che

XX.

Il Compaſſo ordinario non è ſtrumento eſatto per miſurar in piano.

Eccone

§. II.

La ſua Ragione.

1. Il COMPASSO ORDINARIO *non fa tutte le Pertiche uguali nel miſurar in piano; dunque non è ſtrumento eſatto per miſurare in piano.*
2. I terreni chiamati *volgarmente* piani, ſono (giuſta l'eſperienza) tallora duri, e tallora molli,
3. E però volendo miſurare la diſtanza *A B* nella *Fig. XVI. Fol.* 1. di qualche Prato, o Campo,
4. Ove egli è molle le punte del Compaſſo vi ſi profondano,
5. Come ſi vede in *P Q*,
6. Talmente ch' in vece di formar ſopra la terra la ſolita intera apertura della Pertica, come in *F G*,
7. Formano un' apertura minore, come ſi è veduto in *P Q*,
8. Ma le Pertiche ora maggiori, ora minori non ſono tutte uguali,
9. *Dunque il Compaſſo ordinario non fa tutte le Pertiche uguali nel miſurar in piano,*
10. *E per conſeguenza non è ſtrumento eſatto per miſurar in piano.*

*

11. Oltre à ciò ſoggiace queſto ſtrumento all' errore della Pertica, già veduta al *n. XIX.*
12. Perocchè tanto accagione della tenerezza del terreno, in cui i Piedi del detto troppo ſi profondano,
13. Quanto accagione delle gobbe, che lo innalzano, fa più miſure di quelle, che realmente ſono in Linea Retta (*a*) a livello, *giuſta il n. XVIII.*
14. Come vedeſi nella *Fig. XV. Fol.* 3.
15. Ove, benchè le punte del Compaſſo, o profondate ſotto,

(a) *Linea retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

ſotto, o inalzate ſopra la terra, conſervino la miſura della Pertica,

16. Non la conſervano però in linea Retta (*a*) a livello.

17. E però contate le *Pertiche* ſegnate coll' una, e l'altra punta del Compaſſo, ſono 17.

18. E quelle ſulla linea Retta (*a*) a livello, cioè ſulla *om*, non ſono che 16.

Conſiderando il terzo ſtrumento, dico che

XXI.

Il Compaſſo riformato è ſtrumento eſatto per miſurar in piano.

Eccone

§. III.

La ſua Ragione.

1. IL COMPASSO RIFORMATO *ſa nel miſurar in piano Prativo, o Campeſtre tutte le Pertiche uguali in Linea Retta* [*a*] *a livello.*

2. *Dunque egli è ſtrumento eſatto per miſurar in piano giuſta il n. XVIII.*

3. Sia il terreno liſcio, o pieno di gobbe,

4. Sia duro, o molle,

5. Il detto ſtrumento farà ſempre le Pertiche uguali in *Linea Retta* (*a*) *a livello*,

*

6. Perocchè quando nella *Fig. XIX. Fol.* 1. qualche gobba *fg* iſmoveſſe il Compaſſo della livellata *Retta* (*a*) *cd*,

7. Cioè dalla preciſa miſura della *Pertica*,

8. Il Perpendicolo *ab* ſubito lo moſtrerà, eſſendo fuori del ſuo ſegno *r*,

9. E ſubito imprimendo la punta *g* (alzata dalla detta gobba *fg*) meglio nel terreno, ſino ch'il Perpendicolo ritorni al ſuo ſegno *r*,

10. Lo ſtrumento viene rimeſſo nella detta livellata Retta [*a*] *cd*,

11. O ſia nella preciſa miſura della Pertica.

*

12. Suppoſto poi nella *Fig. XX. Fol.* 1. che il terreno *k n* foſſe molle,

(a) *Ipoteſi ſignifica volgarmente caſo ſuppoſto.*

13. In queſt' Ipoteſi (*a*), o che le punte *a b* vi ſi profondano, reſtando il Perpendicolo ſempre al ſuo ſegno, come nella preſente figura vedeſi,

14. O che ne viene ſmoſſo, come *nella Fig. XXI. Fol.* 1.

15. Tanto nell'uno, quanto nell'altro caſo farà ſempre il Compaſſo la preciſa miſura della Pertica ſulla Retta [*b*] livellata,

(b) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

16. Poichè nel primo la coſa reſta ſenza altra dimoſtrazione nel ſuo eſſere,

17. E nel ſecondo imprimendo, come dicemmo, la punta *s* nel terreno fino ch'il Perpendicolo venga al ſuo ſegno *r*,

18. Si farà fatta la Retta [*b*] *s o* a livello, cioè la ſolita diſtanza della *Pertica*, come nella *Fig. XIX. Fol.* 1. vedemmo.

*

19. E ſe finalmente il terreno foſſe paludoſo talmente, che le punte vi ſi profondaſſero interamente fin' alle laſtre di ferro *p q*,

20 Come vedeſi nella *Fig. XXII. Fol.* 2.

21. Ciò non oſtante, farà lo ſtrumento colla ſolita ſua apertura *p q*, e col Perpendicolo, che ſul ſegno *r* batterà ſempre la Retta (*o*) *p q*, a livello, rappreſentante la miſura della *Pertica*.

22. Sicchè ſia il *Piano* Prativo, o Campeſtre colle *gobbe*, o ſenza,

23. Sia duro, o molle, farà ſempre IL COMPASSO RIFORMATO *tutte le Pertiche uguali in Linea Retta* (*b*) *tirata a livello*,

24. *E per conſeguenza egli è ſtrumento eſatto per miſurar in piano.*

Diciamo per

*

Avvertimento I.

1. Che noi abbiamo inſinuato al principiante Leggitore il *Compaſſo riformato* per miſurar in piano ne' Campi, e Prati,

2. Per-

2. Perſuadendoci, che ne' detti terreni egli poſſa propriamente avere il ſuo uſo,
3. Accagione, che venendo la terra de' Campi lavorata, e de' Prati adacquata, rendeſi in competente tenerezza abile a ricevere le impreſſioni delle punte del mentovato ſtrumento.
4. Il che non avrebbe forſe nelle ſtrade dure, e battute, e molto meno nelle pietre, o ſcogli, i quali noi ora non intendiamo di miſurare ſotto nome di Superficie piane [c] col detto ſtrumento, le cui punte quando ſi debbano imprimer nel terreno apparirà *ſul fine di queſta Introd. ai numm.* 11, 12 ec.

(c) *Superficie piana è volgarmente preſſo i Geometri pratici una Pianura.*

Proſeguiamo per

*

Avvertimento II.

1. Ch'uno ſtrumento accurato per miſurare ne' Prati, e Campi le linee *in piano* è bensì di grandiſſima importanza,
2. Ma che pochi ſono gli Autori, che ce lo moſtrano, accagione, che queſta è una impreſa di non lieve difficoltà.
3. Onde non debbono i Principianti idearſi, ch'il miſurar le linee eſattamente in piano ſia coſa tanto facile, quanto ſe la fanno forſe alcuni Agrimenſori volgari,
4. Imperciocchè, ſe gli ſtrumenti non fanno ſempre ne' Prati, e Campi la miſura uguale della Pertica *in Linea Retta* [a] *a livello*, come proveraſſi *nell' Avvertimento II. dopo il numero XXIII. di queſta Introduzione*, non poſſono eſſere eſatti.

*

5. Ma per ulteriormente moſtrare quanto importante ſia l'eſattezza dei detti ſtrumenti,
6. Figuriamoci d' avere a miſurare nella *Fig. XVII. Fol.* 2. le due linee *AB*, *BC*
7. D'un terreno Prativo, o Campeſtre,
8. E per tal effetto debbaſi adoprar il Compaſſo ordinario, come il più uſato dagli Agrimenſori volgari,
9. Quello, ſe ne' Prati, o ne' Solchi il terreno ſarà ancor più tenero del ſolito, accagione delle pioggie, o

dell' aratro adoprato di freſco, vi ſi profonderà ſotto la miſura della Pertica, che noi ci immaginiamo in *linea Retta* (*a*) *tirata a livello*,

(a) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

10. O ſe s'incontreranno gobbe, s'inalzerà ſopra la miſura della detta *Pertica piana a livello*, e ci farà contare più *Pertiche* di quelle, che ſono in realtà,

11. Come nella *Fig. XV. Fol.* 3. e *XVI. Fol.* 1. veduto abbiamo.

12. E perciò concepiamo, ch'ad ogni paſſo, che fa il mentovato ſtrumento ci faccia col ſuo abbaſſamento, o inalzamento contare una ſola *Oncia* più della ſolita miſura della *Pertica* a livello,

13. Sicchè miſurando nella preſente *Fig. XVII. Fol.* 2. tanto la *AB*, quanto la *BC*

14. (Delle quali ciaſcuna ſupponiamo di *Pertiche* 300.)

15. Ci faccia contar tanto ſull'una, quanto ſull'altra 300. *Oncie* di più delle 300. *Pertiche*.

16. Queſto sbaglio di 300. *Oncie* importerà *Pertiche* 4, e *Pied'* 1. *giuſta il num. IX.*

17. E per conſeguenza tanto la *AB* quanto la *BC* ſi farà fatta di *Pertiche* 4, e *Pied* 1 più delle mentovate 300. *Pertiche*.

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio rinchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

18. Onde calcolata tutta l'Area [*b*] ABCD con queſta erronea miſura ſi farà di *Pertiche Quadrate* (*c*) 2517. -- *Piedi* 2, ed *Oncie* 2 di più di quello ella è in realtà,

19. Come ſi moſtrerà nel *Problema I. Capo I. Lib. I.*, e nel *Problema II. Cap. II. Lib. I.*

(c) *Pertica quadrata è un quadrato, i cui lati, o linee ſono lunghe una Pertica, come* □, *il qual quadrato ha ſempre i quattro lati uguali, ed i quattro angoli a ſquadra.*

*

20. Queſto conſiderabile sbaglio farebbeſi ancor maggiore, quando la miſurazione ſul terreno non ſi foſſe fatta ſecondo la rettitudine del filo tirato, come al n. XV. moſtrammo.

21. Poichè in tal caſo in vece di camminar col Compaſſo direttamente ſulla Retta (*a*) *FG della Fig. XVIII. Fol.* 3.

22. Si potrebbe quello portar obliquamente ſulle *Fg*, *g m*, *mn*, *no*, *op*, *pq*, *qr*, *rG*.

23. E ſi farebbero più *Pertiche*, ove non ſono.

*

24. E ſuppoſto anche, che le gambe del Compaſſo in ciaſchedun paſſo, ch'egli fa, ſi profondaſſero ſotto, o s'inalzaſſero ſopra il terreno tanto poco, che ſi faceſſe-

ro

ro contare ſolo 6 *Punti* più della miſura della *Pertica in Linea Retta* (*a*) a livello.

25. Benchè queſto paja forſe a' Principianti uno sbaglio quaſi inſenſibile,

26. Ciò non oſtante, ne' 300. paſſi, che ſi farebbero ſu ciaſcuna delle due Linee *AB*, *AC* della *Fig. XVII. Fol.* 2.

27. Si conterebbero 1800. *Punti* di più del vero.

28. E tutta la detta *Area* (*b*) *A B C D* avrebbe 1258. *Pertiche*, *Piedi* 4, ed *Oncie* 1 di più di ciò, che in realtà le conviene, come nel mentovato *Problema I. Cap. I. Lib. I.* ec. ſi farà manifeſto.

*

29. Finalmente ſupponiamo, che le dette gambe del Compaſſo tanto poco s'inalzino, o ſi profondino nel terreno, che lo sbaglio ſia preſſo de' Principianti affatto inſenſibile,

30. Vogliamo dire, che ciaſcun paſſo dello ſtrumento ci faccia contare un ſolo *Punto* più della miſura della *Pertica a livello* ec.

31. Cioè in 300. paſſi, ch'egli fa, *Punti* 300.

32. Ciò non oſtante, computata tutta la detta Area (*b*) con queſto sbaglio forſe creduto inſenſibile, ſe la farebbe di *Pertiche* 208, *Piedi* 2, *Oncie* 8, *Punti* 8, *Atomi* 2 di più di ciò, che le conviene; come ſi moſtrerà nel più volte nominato *Problema I. Lib. I. Capo I.* ec.

*

33. Da ciò potrà il Principiante comprendere quanto importi l'eſattezza dello ſtrumento per miſurar le *Linee* ſu i terreni.

34. E che la detta eſattezza ſarà ſempre maggiore, quando ſul mentovato ſtrumento ritroveraſſi non ſolo la diviſione de' *Piedi*, ed *Oncie*, ma eziandio de' *Punti*, come meglio intenderà dal tante volte accennato *Probl. I. Lib. I. Cap. I.* ec.

35. Perocchè gli sbagli, che dal volgo vengono commeſſi tanto per lo ſtrumento non eſatto, quanto per la poca accuratezza nel miſurare, aſcendono non ſolo a decine, o centinaje, ma eziandio ad alcune migliaja di *Pertiche*,

36. I quali sbagli debbonſi con ſomma diligenza fuggi-

re

re ne' terreni, in cui ricercasi la minuta misurazione di *Pertiche*, *Piedi*, *Oncie* ec. come avviene ne' Campi, ne' Prati, negli Orti, e simili.

37. Il che non osservasi nel delinear un Territorio, o Paese intero, ove sovente non s'abbada all' errore di 30, 40, o anche più *Pertiche*, come chiariremo nella Parte terza.

38. Avendo noi sinora esaminato, quale strumento esatto sia per misurar *in piano*, e mostrato altresì il modo di misurar le *Linee*, o le distanze in piano, resta da vedere

XXII.

Il modo di misurare le distanze, o sieno Linee in pendenza.

1. Sia nella *Fig. XI. Fol.* 4. un terreno pendente SF,
2. La cui lunghezza debbasi misurare.
3. Applicasi per la prima cosa il solito filo sulla proposta distanza SF, giusta il *num. XV.*
4. In modo però, che passando sopra il punto F, sia da questo in qualche arbitrario intervallo discosto, come in R; *secondo il num. XVII.*
5. Ed a drittura del detto filo piantasi una punta del Compasso riformato in S,
6. Lasciando l'altra punta in aria, ed osservando, se il Perpendicolo *om* batti sopra la sotto segnata Linea del livello, *giusta il num. XVII. n.* 4.
7. Ed in caso, che vi batti, applicasi un altro Perpendicolo libero PQ all' estremità della gamba alzata dello strumento,
8. In modo che tocchi l'ultimo punto della divisione del detto, ove finisce la misura della Pertica,
9. E che cada sul tirato filo SR;
10. Per mezzo del qual Perpendicolo così applicato, osservisi, qual punto della terra tocchi il piombo Q,
11. Il qual notato in Q, fin' a questo segno si sarà misurata una *Pertica* di terreno,
12. E nel detto segno Q impiantata di nuovo una punta del Compasso, si proseguisce in tal guisa il cammino sempre dietro il filo SQ fin' al termine F proposto, contando tutte le *Pertiche*, che si fanno.

13. Ma

*

13. Ma caſo che la propoſta diſtanza non terminaſſe preciſamente in *Pertiche*, ma ſolo in una parte di quelle, come vedeſi nella preſente *Figura XI. Fol.* 4.
14. Ove dopo contate dal *S* ſin' all' *O Pertiche* 3, reſta ancora da miſurarſi la picciola diſtanza *O F*,
15. Ch'è minore d'una *Pertica*;
16. Dovraſſi all'ora (piantato che ſia il Compaſſo in *O*, e che la *o m* faccia il ſolito livello) applicar il Perpendicolo libero *P F* alla gamba alzata del detto,
17. Laſciarlo cadere preſſo il tirato filo *S R* ſul propoſto termine *F*,
18. E guardare ſulla detta gamba alzata del Compaſſo, qual diviſione eſſo tocchi, che troveraſſi in *p* di *Piedi* 4,
19. Sicchè tutta la miſurata diſtanza *S F* del terreno pendente, ſarà di *Pertiche* 3, e *Piedi* 4.

*

Dalla precedente Pratica ricavaſi, che

XXIII.

I terreni pendenti non ſi miſurano dietro alla Linea della loro pendenza, ma dietro alla Linea del loro piano Orizzontale. (*a*)

(a) *Piano Orizzontale diceſi volgarmente quello, ch'è a livello.*

Eccone

§. IV.

La ſua Ragione.

1. *Un terreno pendente non porta nè più caſe, nè più arbori, nè più ſpighe, nè verun' altra coſa di più di ciò, che può portare la ſua ſuperficie piana Orizzontale* (*b*),
2. Dunque dee conſiderarſi, come la ſua ſuperficie piana Orizzontale [*b*], e per tale miſurarſi,
3. Secondo l' eſperienza ciaſcuna coſa, che ſi fabbrica, pianta, o creſce ſopra la terra,

(b) *Superficie piana Orizzontale diceſi volgarmente un piano a livello.*

4. Dee

4. Dee fabbricarsi, piantarsi, o crescere perpendicolarmente (*a*) sopra d'una Linea Retta Orizzontale (*b*), come vedesi sulla Retta (*c*) *F G* della *Figura XII. Fol.* 2.

6. E se così è: converrà ne' terreni pendenti avere delle Linee Rette Orizzontali (*b*), sù cui si fabbrichi, pianti, o cresca alcuna cosa

7. Come sono nell'accennata *Fig. XII.* le *a b*, *c d*, *e f*, *g h*, *l m*, *n o*, *z G*,

8. Ma tutte le dette Rette Orizontali (*b*) *a b*, *c d*, ec. della pendenza *M G*

9. Sono evidentemente uguali alla *F G* linea del piano Orizzontale (*d*)

10. (Sul riflesso, che le perpendicolari (*e*) *b k*, *d g*, *f r*, *h s*, *m t*, *o z*,

11. Fanno le *F k*, *k g*, *g r*, *r s*, *s t*, *t z*, *z G* uguali alle dette *a b*, *c d* ec.)

12. *Dunque un terreno pendente non porta nè più case, nè più arbori, nè più spighe, ne veruna altra cosa di più di ciò, che può portare la sua Superficie piana Orizzontale* (*f*),

13. E per conseguenza non dee essere misurato dietro la Linea della sua pendenza, ma dietro la Linea del suo piano Orizzontale (*d*).

Per esperienza dell'accennata ragione ci vuole un

*

Avvertimento I.

1. Egli è bensì certo, ch'il modo di misurar giustamente i terreni pendenti da noi quì addietro addotto è antichissimo, essendo stato praticato fin'al tempo di Augusto Cesare, come ne fa fede *Igeno*,

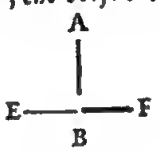
2. Ma conviene comprenderlo, come lo danno ad intendere *Polibio nel lib. 9. delle sue Storie*, *Giulio Frontino* Soggetto noto nella Repubblica Letteraria, nel suo Trattato *de Re Agraria*, e *Villalpando nel Tomo 3. sopra Ezechiello part. 2. dei Pesi, e Misure al lib. 1. cap. 6.*, e *massime nella Proposizione* 21.

3. I quali spiegano, ch' una Superficie piana d'un terreno pendente (*g*) come la *S M Q T* della *Fig. XIII. Fol.* 2.

4. Contiene bensì nella sua naturale estensione più *Per-*

tiche

(a) *Perpendicolarmente dicesi, quando alcuna cosa è fatta per mezzo di Linee Perpendicolari, le quali sono quelle Rette, che stando sopra d' un' altra Retta non inclinano più dall' una, che dall' altra parte. Come nella qui soggiunta Figura la* A B *è perpendicolare, perchè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*



(b) *Linea retta Orizzontale è quella, che immaginasi tirata sopra d' un Piano a livello.*

(c) *Retta, o sia Linea retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(d) *Piano Orizzontale dicesi volgarmente quello, ch'è a livello.*

tiche di quelle, che contiene il ſuo piano Orizzontale [*d*] *SP*

5. Ma in ordine al provento, o ſia entrata, che ricavaſi tanto dal detto piano d'un terreno pendente, quanto dal ſuo piano Orizzontale (*d*), il tutto conſideraſi uguale, giuſta la mentovata ragione,
6. Ed abbadandoſi nelle compre, vendite, permute ec. della ſocietà umana all'utilità, ch'un terreno può apportare, e non alla ſemplice di lui eſtenſione,
7. Miſuraſi in ordine alla mentovata utilità.

Diciamo per

*

Avvertimento II.

1. Ch'ora facilmente ſi comprenderà, per qual cagione debbano i Geometri immaginarſi le diſtanze, che miſurano sù qualunque terreno tirate a livello, come ſpechi liſci, come dicemmo al *num. XVIII.*
2. Perocchè ſia erba, grano, o arbori, che dalla terra creſcono, o ſieno caſe, che sù quella ſi fabbricano; il tutto naſce, o ſi fabbrica perpendicolarmente (*a*) ſopra i piani Orizzontali (*d*), o vogliamo dire: il tutto naſce, o ſi fabbrica a livello ſopra la terra.

Soggiungiamo ancora per

*

Avvertimento III.

1. Che ſi comprenderà altresì per qual cagione tutti i VII. ſtrumenti mentovati al num. XII. non ſieno eſatti per miſurar i terreni,
2. Poichè nè veruna *Catena*, o *Catenella di ferro*, nè *le Righe di legno*, o *di ferro* diſteſe sù i terreni chiamati volgarmente piani rappreſentano le diſtanze, come *Linee Rette* (*a*) *tirate a livello*,
3. Accagione delle curvità, e gobbe, che ſulla terra s'incontrano come *al* §. 1. *num.* 6. accennato abbiamo.
4. Nemmeno le *Correggie di Pergamena*, o *i Cordoni*, *quantunque ſoſtentati da due baſtoni*, *e tirati dai Perpendicoli* come vedemmo nella *Fig. I. al n. VII.* ſono atti alla detta miſurazione de' terreni,

(e) *Perpendicolare è una linea retta, la quale ſtande ſopra d'un'altra retta, non inclina più d'una parte, che dall'altra, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è perpendicolare, perchè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.

(f) *Superficie piana Orizzontale diceſi volgarmente un piano a livello.*

(g) *Benchè ſott'il nome di Superficie piana intendaſi comunemente preſſo i Geometri pratici una pianura di terreno, contuttociò ſi può anche intendere un piano in pendenza, che non ha curvità. Come*

il piano a b c d.

(h) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

5. Poichè (giusta l'esperienza) nè *le Correggie di Pergamena*, *nè i Cordoni* possono esser tanto tirati, ch'in mezzo non abbiano qualche curvità, ed oltre a ciò, poichè l'umidità mai non li permette una lunghezza uniforme.

6. Vedasi ciò, ch' intorno a questa materia ragiona il *P. Scotto* nel suo Pantometro nel *lib.* 1. *Parte* 2. *Cap.* 1.

7. Non lasciamo d'aggiungervi, che oltre che le prenominate *Catene*, o *Catenelle* per sottili che sieno, e tirate, fanno sempre qualche curvità in mezzo, se si volessero tener in mano.

(a) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

8. Gli Autori non ci additano il modo, con cui tenute in mano rappresentino le richieste *Linee Rette* (*a*) *a livello*, come fa il Compasso riformato.

9. Lo stesso dicasi delle *Verghe di ferro*, *o Righe di legno* vedute nella *Fig. I. ai num. III*, *IV*, e *V.*

10. Laonde potrà l'avveduto Leggitore da ciò, che si è detto, facilmente scorgere, in quali casi si debbano imprimer nel terreno amendue le punte del Compasso riformato, come si è fatto al *num. XVII.*

11. Ed in quali casi quello si debba adoprare con una gamba alzata, e con il perpendicolo in mano, come si è veduto al *num. XXII.*

12. Imperciocchè ogni qualvolta, che le gobbe o pendenze del terreno non sieno notabili, si potrà usare il mentovato Compasso nella prima maniera,

13. Ed ogni qualvolta ch'il terreno fosse notabilmente pendente, o anche notabilmente paludoso, in modo, ch'amendue le punte non vi si potessero imprimere, allora si potrà usare il Compasso nominato nella seconda maniera, e come meglio la stessa sperienza lo darà a divedere.

14. Dopo esserci sinora alquanto fermati nell' Anticorte della bella Geometria, egli è tempo di metter il piede nella stessa sua Reggia; Onde segue

DEL-

DELLA

GEOMETRIA PRATICA

PARTE PRIMA.

In cui trattasi della Planimetria, cioè del modo di misurare le Superficie piane. (b)

(b) *Superficie piana è volgarmente presso i Geometri pratici una pianura.*

LIBRO PRIMO.

Delle Superficie piane (b) terminate da Linee Rette. (a)

CAPO PRIMO.

Del Fondamento, che serve per misurar le Aree (c) di qualunque Superficie piana (b) terminata da Linee Rette. (a)

(c) *Area è presso i Geometri uno spazio rinchiuso fra tre o più linee, come* △ ◻ *ec.*

PROBLEMA PRIMO.

Come si debba misurar l'Area (c) d'un Quadrato. (d)

(d) *Quadrato è una figura quadra, i cui 4. lati sono uguali, ed i 4. angoli a squadra, come* ◻

Sia in

I. Ipotesi. (e)

(e) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

1. La Superficie piana (b) del Quadrato (d) *A B C D* rappresentataci dalla *Figura XXIII. foglio primo.*
2. Di cui ricercasi di quante *Pertiche* sia la sua Area, (c)
3. Dico per

(a) *Multiplicare intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto. Come due volte 3. fa 6.*

II. Regola,

Che multiplicando (*a*) un lato con l' altro d' un Quadrato (*b*), se ne produce l'Area (*c*) di misure parimente quadrate. (*d*)

(b) *Quadrato è una figura quadra, i cui quattro lati sono uguali, ed i quattro angoli a squadra, come* □

Eccone la

III. Pratica.

1. Col Compasso riformato alla mano misurali di quante *Pertiche* sia qualunque lato del quadrato (*b*), *Giusta il numero XV. dell' Introduzione.*
2. Come sarebbe il lato AB,
3. Il quale ritrovasi di *Pertiche* cinque semplici. (*e*)
4. Istessamente di cinque *Pertiche* semplici (*e*) sarà anche il lato *AC*.
5. Giacchè in ciascun Quadrato (*b*) tutt' i lati sono uguali.
6. Ora multiplicando (*a*) l'uno con l'altro lato, cioè dicendo 5. volte 5. fa 25.
7. Si produce la ricercata Area (*c*) del proposto quadrato [*b*] *ABCD* di *Pertiche* appunto 25. quadrate. (*f*)

(c) *Area è presso i Geometri uno spazio rinchiuso fra 3. o più linee, come* △ ⏢ *ec.*

(d) *Misura quadrata è un quadrato, cioè una figura quadra di 4. angoli a squadra, e di 4. lati, ciascun de' quali ha una misura propria, come* □

(e) *Pertica semplice è una Pertica in linea, come* ——

(f) *Pertica quadrata è un quadrato, cioè una figura quadra di 4. angoli a squadra, e di 4. lati, ciascun de' quali è lungo una Pertica, come* □

Eccone

§. V.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Nell' accennato Quadrato (*b*) vedonsi tirate 5. Linee Perpendicolari (*g*) dal lato *AB* fin' al lato *CD* su i segni delle 5. *Pertiche* semplici. (*e*)
2. Cioè la *RE*, *FG*, *HI*, *LM*, *BD*.
3. Parimente altre 5. Perpendicolari (*g*) tirate dal lato *AC* fin' al lato *BD* pure su i segni delle 5. *Pertiche* semplici. (*e*)
4. Cioè le *NO*, *PQ*, *ST* ec.
5. Le quali incrocicchiandosi colle precedenti fanno evidentemente molte *Pertiche* quadrate. (*f*)
6. Talmente che per mezzo della *NO*, o sia lato *AB*, e per mezzo della *AN*, o sia parte del lato *AC*, si contano una volta 5. *Pertiche* quadrate. (*f*)
7. Per mezzo della *PQ*, o sia lato *AB*, e per mezzo della *NP*, o sia parte del lato *AC*, si contano due volte 5. *Pertiche* quadrate. (*f*)
8. Per mezzo della *ST*, o sia lato *AB*, e per mezzo della,

della PS, o ſia parte del lato AC, ſi contano tre volte 5. *Pertiche* quadrate. (*f*)

9. Per mezzo della VX, o ſia lato AB, e per mezzo della SV, o ſia parte del lato AC, ſi contano quattro volte 5. *Pertiche* quadrate. (*f*)

10. E per mezzo della CD, ò ſia lato AB, e per mezzo della VC, o ſia parte del lato AC, ſi contano 5. volte 5. *Pertiche* quadrate. (*f*)

11. Ma il dire cinque volte cinque Pertiche quadrate (*f*) per mezzo del lato AB, e per mezzo di tutte le parti del lato AC, altro non è, che multiplicare [*a*] un lato coll' altro d' un quadrato. [*b*]

Dunque

Multiplicando (*a*) un lato coll' altro d' un Quadrato (*b*), ſe ne produce l'Area (*c*) di miſure parimente Quadrate (*d*).

Il che era ec.

*

Colla qual ragione dimoſtrativa ſpererei, ch' i Principianti poteſſero intender *la prima Definizione del lib. 2. d' Euclide, mentre egli dice: che ogni Paralellogramo Rettangolo* [*b*] *ſia contenuto da due Rette Linee, che coſtituiſcono l' Angolo Retto.* [*i*]

Ora debbonſi arricordare.

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale multiplicando [*a*] due lati di qualunque Quadrato (*b*) di terreno, come nella *Fig. precedente* i due lati AB, AC, produce la tale, o tale Area [*c*]

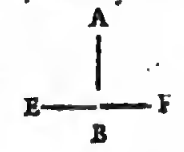
2. E multiplicando [*a*] due altri lati dello ſteſſo Quadrato (*b*) come li CD, DB, produce l'Area (*c*) differente dalla prima, cioè di Pertiche più, o meno.

3. Ed eſſendo tutti i lati d' un Quadrato (*b*) uguali, non ſa comprendere d'onde proceda queſto sbaglio.

4. Ma lo comprenderà, quando voglia riflettere, che due lati del mentovato Quadrato (*b*) ſaranno in terreno piano ſenza gobbe, o pendenze, e gli altri due, in terreno forſe molle, pendente, o montuoſo.

5. E che la *Pertica*, *Compaſſo* di legno *Ordinario*, o altri ſimili ſtrumenti, di cui egli ſi ſerve nel miſurare, non

(g) *La Linea Perpendicolare è una linea retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta, non inclina più da una parte, che dall' altra. Come nella quì ſoggiunta Figura la linea* A B *è perpendicolare, perchè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*



(h) *Il Paralellogramo Rettangolo è una Figura di 4. angoli a ſquadra, e di 4. lati, de' quali due oppoſti ſono fra loro uguali.*
Come □ ▭

(i) *L' Angolo Retto è quello a ſquadra, come* ∟

non essendo esatti ne' terreni molli, pendenti, ec. non mostreranno lo stesso numero di *Pertiche*, che mostrerebbero in un piano puro, e senza intoppi, come accennammo nell' *Introduzione ai numeri XIX. XX. XXI.*

6. Questo stesso sbaglio avviene presso il Volgo anche nelle altre distese de' terreni, che non sono Quadrati (*a*).

Segue nel

PROBLEMA II.

Come si debba misurar l' Area (b) d'un Rettangolo. (c)

1. Sia in

I. Ipotesi (*d*)

2. La Superficie piana (*e*) del Rettangolo (*c*) *AFCG* contenuto nella *Fig. XXIV. Fol.* 1.
3. Di cui ricercasi di quante *Pertiche* sia la sua Area. (*b*)
4. Dico per

II. Regola.

Che multiplicando (*f*) l'uno coll' altro lato d'un Rettangolo (*c*) i quali formano un Angolo Retto (*g*) se ne produce l'Area (*b*) di Misure Quadrate (*b*).

Eccone la

III. Pratica.

1. Col solito Compasso riformato misurasi (*giusta il num. XVII. dell' Introduzione*) i due lati, che formano l'Angolo Retto [*g*] nel proposto Rettangolo [*c*].
2. Verb. gr. Il lato *AF*, ch'è di due *Pertiche* semplici, [*i*]

3. Ed

(a) *Quadrato è una figura quadra, i cui quattro lati sono uguali, ed i 4. angoli a squadra, come* □

(b) *Area è presso i Geometri uno spazio rinchiuso da tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(c) *Rettangolo è una Figura di 4. angoli a squadra, e de' 4. lati solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(d) *Ipotesi significa volgarmente caso supposto.*

(e) *Superficie piana è volgarmente presso i Geometri pratici una Pianura.*

(f) *Multiplicare intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(g) *L'Angolo Retto è un angolo fatto a squadra, come* L

(h) *Misura quadra è un quadrato, cioè una Figura quadra di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, ciascuno de' quali ha una misura proposta, come* □

3. Ed il lato *AC*, ch'è di Pertiche cinque pure ſemplici, (*i*)
4. E multiplicando (*f*) l'uno con l'altro lato, cioè dicendo: 2 volte 5 ſi fa dieci,
5. Che val a dire ſi produce l'Area (*b*) del Rettangolo (*c*) di Pertiche appunto 10. Quadrate. (*k*)

Circa

(i) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(k) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati ugnali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

§. VI.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Queſta è in tutto, e per tutto uguale alla precedente, e tanto l'una, quanto l'altra fondata *ſulla prima definizione del libro ſecondo d' Euclide, come dicemmo*.
2. Avvertaſi però, che mentre noi diciamo nella Regola, che multiplicando (*f*) un lato con l'altro d'un Rettangolo (*c*) ec. ſe ne produce l' Area (*b*) di Miſure Quadrate, (*l*)
3. Intendeſi ſempre, che l'uno, e l'altro lato ſia con una ſteſſa miſura miſurato, cioè con Pertiche, con Piedi, con Oncie ec.
4. Poichè ſe un lato foſſe di Pertiche, e l'altro di Piedi, ſi produrrebbe l'Area (*b*) non di miſure Quadrate, (*l*) ma di miſure Rettangolari.
5. In eſempio nella *Fig. del Fol. 6.* vedeſi il Rettangolo (*c*) *HK*, il quale ha il lato *KF* di due Pertiche,
6. Ed il lato *HF* di tre Piedi.
7. I quali lati multiplicati (*f*) inſieme producono l'Area (*b*) di 6. Rettangoli (*c*) e non di 6. Quadrati, (*a*) come la Figura chiaramente lo rappreſenta.
8. Da ciò, che ſinora ſi è veduto cavaſi la quì ſoggiunta

(l) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4. angoli a ſquadra, e quattro lati ugnali, come* □

*

Conſeguenza.

1. Che tutte le *Pertiche* contenute in tutti i Quadrati (*a*), ed in tutti i Rettangoli (*c*) del Mondo, le quali ſi ritrovano per mezzo della multiplicazione (*f*) dei lati nel modo già accennato, non ſolo ſieno Quadrate (*k*), ma ancora uguali fra loro.

2. Poi-

(a) *L'Angolo Retto è un angolo fatto a ſquadra, come* ⌝

(b) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(c) *Superficie piana Quadrilatera è volgarmente un piano di 4. lati, come* ▭ ▭

(d) *Quadrato è una figura quadra, i cui quattro lati ſono uguali, ed i 4. angoli a ſquadra, come* □

(e) *Rettangolo è una figura quadra, i cui 4. angoli ſono a ſquadra, e de' 4. lati ſolo i due oppoſti ſono uguali fra loro, come* ▭

(f) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo i Geometri pratici una pianura.*

(g) *Pertica Quadra è un quadrato, cioè una figura quadra, i cui quattro angoli ſono a ſquadra, e ciaſcun de' 4. lati lungo una Pertica, come* □

(h) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio rinchinſo fra 3. o più linee, come* △ ○ *ec.*

2. Poichè i ſuoi angoli, o cantoni eſſendo Retti (*a*) (*giuſta l'Aſſiom. 10. del 1. d'Euclide*) debbono eſſer uguali per forza,
3. Così anche i lati, eſſendo ſempre d'una Pertica, ſaranno parimente ſempre uguali,
4. Il che non avverebbe nel multiplicarſi (*b*) i lati delle altre Superficie piane (*c*) Quadrilatere, quando non foſſero nè Quadrati, (*d*) nè Rettangoli, (*e*)
5. Come chiaramente apparisce nella Superficie piana [*f*] *ASbD* della *Fig. XXV. Fol. 1.*
6. Ove lo ſpazio *abcd* non ſolo non è *Pertica* Quadrata, (*g*) ma nemmeno è uguale all' altre ſuppoſte *Pertiche* della ſteſſa Superficie, (*f*)
7. Cioè agli Spazj *uSac*, *uonA*.
8. E perciò l'unico fondamento di miſurar le Aree (*h*) delle Superficie piane (*f*) conſiſte in ſaper miſurar un Rettangolo (*e*), o un Quadrato, [*d*]
9. Perocchè qualunque Superficie piana [*f*] benchè non ſia nè Quadrato, (*d*), nè Rettangolo (*e*), dee eſſer a queſti ridotta, come dalle ſeguenti Ragioni dimoſtrative di queſta prima Parte ſi farà chiaro.
10. Anzi, poichè ſinora ſi è favellato della Pertica Quadrata (*g*), per miglior intelligenza di ciò, che ſegue, e per compimento del ſopra accennato Fondamento ſoggiungiamo

*

La Diviſione della Pertica Quadrata (g) dal Piede ſin' al Momento.

I. 1. Eſſendoſi diſcorſo al *num. IX. dell' Introduzione* della Pertica in generale, ſi diſſe, che quella contenga *Piedi 6.*
2. E però lo ſteſſo dovremo ſupporre anche della Pertica Quadrata (*g*),
3. Onde volendo noi partire ne' detti Piedi 6. la Pertica Quadrata (*g*) *XKPQ* rappreſentataci dalla *Fig. del Fol. 5.*
4. Se la ſa in 6 parti uguali per mezzo delle Linee *DE*, *FG*, *HI*, *LM*, *Nq*, *PQ*.
5. Le quali ſono diſtanti una dall'altra un Piede.
6. Onde vedeſi, che *nella Pertica Quadrata* [*g*] *ciaſcun dei 6. Piedi è lungo una Pertica, e largo un Piede*

II. 1.

II. 1. Il detto Piede della *Pertica Quadrata* (g) ſarà diviſo *in Oncie* 12 (*giuſta il detto num. IX. dell' Introduzione*), ſe lo faremo in 12 parti uguali, come ſi vede nell'ultimo Piede $NPqQ$,

2. Talmente, che *ciaſcuna delle dette Oncie ſarà lunga una Pertica, e larga un' Oncia.*

3. Dal che ſi comprende, che l'accennato *Piede* $NPqQ$ ſarebbe diviſo in ſei Quadrati (*d*) uguali, quando ſi tiraſſero le Rette (*b*) TZ, BC, AS, YR, PV, Paralelle (*i*) ed uguali alla NP.

4 Ogn'uno de' quali comprenderebbe 12. Rettangoli (*e*) lunghi un ſeſto d'Oncia, e larghi un'Oncia,

5. Ch'è lo ſteſſo che dire *ciaſcun Quadrato* (*d*) *di* 2 *Oncie*.

III. 1. Ora volendo ulteriormente partir una delle nominate Oncie in *Punti* 12, *giuſta il nominato numero IX.*

2. Se la fa in 12 parti uguali,

3. Come l'ultima Oncia $PQoo$,

4. La quale benchè ſolo in 6 parti ſia diviſa, in oZ, in oC, in oS, in oR, in oV, in oQ,

5. Diremo, che ciaſcuna di quelle è una parte doppia, cioè un *Punto doppio*,

6. *Il quale è lungo un Piede, e largo un' Oncia.*

7. Sicchè la detta Oncia $PQvo$ contiene 6 *Punti doppj*, che val a dire 12 *Punti*.

IV. 1. Se ancora vorremo partir ogn'uno dei detti *Punti* in 12 *Atomi*, lo dovremo divider in 12 parti uguali;

2. E giacchè il Rettangolo (*e*) $oVoQ$ è di due *Punti* (come ſeſta parte d' un Oncia) lo dovremmo partir in 24 parti uguali,

3. Ma non eſſendoſi diviſo, ch'in ſole 12, parti come lo moſtra la *Fig.*, ciaſcuna di quelle ſarà una parte doppia, cioè *un Atomo doppio*,

4. *Il quale è lungo, e largo un' Oncia.*

V. 1. Paſſando poi alla diviſione dell' *Atomo* in *Minuti* 12.

2. Quello dovraſſi fare in 12 parti uguali,

3. E per tal effetto conſideriamo il Rettangolo (*e*) Nq,

4. Il quale ſupponeſi una duodecima parte d' un Oncia, come un *Punto*,

5. E ſiccome il *Punto* contiene 12. *Atomi*, come di-

(h) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(i) *Linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra, in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme. Come* ═══

cemmo, il Rettangolo (*a*) *P q* ſeſta parte del detto *Punto* conterrà due *Atomi*,

6. E ſe il detto Rettangolo (*a*) *P q* è di due *Atomi*, queſti conterranno 24 *Minuti*.
7. Ma non eſſendo il nominato Rettangolo (*a*) diviſo in parti 24, ma ſolo in 12, ciaſcuna di queſte ſarà un *Minuto doppio*,
8. *Il quale è lungo un' Oncia e largo un Punto*. Come la Figura lo moſtra.

VI. 1. Finalmente volendo divider un *Minuto* in *Momenti* 12.

2. Quello ſi farà in 12. parti uguali,
3. E giacchè il Rettangolo (*a*) *i i q* è un *Minuto doppio*, queſto conterrà 24 *Momenti*,
4. Ma ſupponendo diviſo il Rettangolo [*a*] ſolo in parti 12, una delle quali è il Quadrato (*b*) *m q*,
5. Ciaſcuna di quelle ſarà un *Momento doppio lungo*, *e largo un Punto*.
6. Dal che facilmente comprendeſi, che la diviſione della Pertica Quadrata (*c*) ne' ſuoi Rotti, (*d*) cioè in *Piedi*, *Oncie*, *Punti*, *Atomi* ec. conſiſte in parti, ch' hanno lunghezza, e larghezza.
7. A differenza della diviſione della Pertica ſemplice (*e*), la quale ſiccome eſſa conſiſte in ſola linea, così parimente i di lei Rotti (*d*) ſi concepiſcono in linea.

*

Ed in occaſione di queſta Pertica Quadrata (*c*) dobbiamo pure ſoggiungere, che

Le Miſure ſuperficiali (f) del Roveretano, e Trentino

Sono due, cioè

I. Il Piovo.
II. Il Quartiere.

Quello contiene 720 Pertiche Quadrate (*c*),
E queſto 180.

(a) *Rettangolo è una figura quadra, i cui 4. angoli ſono a ſquadra, e dei 4. lati ſolo i due oppoſti ſono uguali fra loro, come* ▭

(b) *Quadrato è una figura quadra, i cui quattro lati ſono uguali, ed i 4. angoli a ſquadra, come* □

(c) *Pertica Quadra è un quadrato, cioè una figura quadra, i cui quattro angoli ſono a ſquadra, e ciaſcun de' 4. lati lunghi una Pertica, come* □

(d) *Rotto, o ſia numero rotto, è un' unità diviſa in* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(f) *Miſura ſuperficiale noi chiamiamo volgarmente quella, che ha lunghezza, e larghezza.*

E

Le Miſure ſuperficiali (f) del Veroneſe

(g) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio rinchiuſo da 3. o più linee, come* △ ⬡ *ec.*

Sono parimente due, cioè

I. Il Campo,

II. La Vaneza,

Quello contiene 720 Pertiche Quadrate, (*c*)
E queſta 30.

(h) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo i Geometri pratici una pianura.*

*

1. Ora chiuderemo queſto Capo con riflettere a ciò, che dicemmo intorno al *Punto doppio o V o Q al numero IV.*
2. Il quale eſſendo la ſeſta parte d'un' *Oncia*, e contenendo eſſo 12 *Atomi doppj*,
3. Se tutta l'*Oncia P Q o o* foſſe diviſa in tali *Atomi doppj*, ne conterrebbe 6 volte 12, cioè 72.
4. E ſe tutt'il Piede *N P q Q*, ch'è d'*Oncie* 12, foſſe diviſo in coteſti *Atomi doppj*, ne conterrebbe 12. volte 72, cioè 864.
5. E ſe tutta la Pertica Quadrata (*c*) *X K P Q*, ch'è di *Piedi* 6, foſſe diviſa ne' detti *Atomi doppj*, ne conterrebbe 6. volte 864, cioè 5184.

(i) *Multiplicare chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

Onde replichiamo per memoria, che

La Pertica Quadrata [*c*] contiene Atomi doppj - - 5184.
Il di lei Piede. 864.
La di lei Oncia. 72.
Il di lei Punto. 6.

E ciò baſta per ora intorno alla diviſione della Pertica Quadrata (*c*), riſervandoci di favellare ulteriormente degli altri di lei Rotti *nel ſeguente Cap. II. Probl. V. §. XI.*

Con che finiamo il Fondamento, che ſerve per miſurar le Aree [*g*] delle Superficie piane [*h*] colle miſure del noſtro Paeſe, e nel Capo ſeguente ſi vedrà pure il Fondamento, che ſervirà per le miſure de' Paeſi foreſtieri.

E giacchè nel mentovato Fondamento ſi è toccato alquanto il multiplicare (*i*), egli è d' uopo trattarne più ampiamente, e perciò ſegue il

CAPO II.

In cui trattasi del modo di computar per Aritmetica qualunque Superficie piana (a) terminata da Linee Rette. (b)

(a) *Superficie piana è volgarmente presso i Geometri pratici una pianura.*

(b) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(c) *Area è presso i Geometri uno spazio rinchiuso fra tre o più linee, come* △ ○

(d) *Quadrato è una figura quadra, i cui 4. lati sono uguali, ed i 4. angoli a squadra, come* □

(e) *Rettangolo è una figura quadra, i cui 4. angoli sono a squadra, e de' 4. lati solo i due opposti sono uguali fra loro, come* ▭

(f) *Multiplicare chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto. Come due volte 3. fa 6.*

1. QUi addietro, mentre si computavano le Aree (c) del Quadrato, (d) e Rettangolo, (e) si è favellato del Multiplicare. [f]
2. Ma perchè qualche Lettore non essendo forse fondato nelle quattro specie dell'Aritmetica, cioè nel *Summare*, *Sottrare*, *Multiplicare*, e *Partire*, che noi supponiamo imparate, non intenderà il vocabolo di multiplicare. [f]
3. Abbiamo diviſato nello ſcioglimento di tutti i Problemi, ove ſarà neceſſario il Multiplicare, [f] Partire, o qualche altro conto di ſoddisfare alle brame del Lettore o Aritmetico, o non Aritmetico,
4. Perocchè per primo inſegneremo a quello il ſolito computo Aritmetico co' Rotti, il quale richiedeſi per indagar le Aree (c) delle Superficie piane, (a)
5. Poſcia nella *Parte III. Lib. IV.* preſenteremo avanti gli occhi del Leggitore letterato, o illetterato una nuova maniera,
6. Per mezzo della quale ſperiamo di manifeſtare (giuſta ciò, che dicemmo nell' Avvertimento) come ogni uomo benchè idiota ſenza nemmeno conoſcer numeri, poſſa con facilità, ed infallibilmente
   1. *Summare*
   2. *Sottrare*
   3. *Multiplicare*
   4. *Partire*
   5. *Eſercitar la Regola del Tre ſemplice, e compoſta, dritta, e roveſcia*;

   Ed in ſomma effettuare tutto ciò, che poſſono inſegnare i ſudori dell'Aritmetica.
7. Comincieremo dunque a ragionare per ora al Lettore, che poſſiede l'Aritmetica,
8. E rimettiamo quelli che non la poſſedono alla detta *Parte terza lib. IV.* affinchè ſenza Aritmetica poſſano fare tutto ciò, che noi inſegniamo ne' ſeguenti Problemi colle regole della detta.

1. Nel

*

1. Nel Problema II. del precedente Capo accennammo, *che per saper l' Area* (c) *d' un Rettangolo* (e) *conviene misurar i lati, che formano un Angolo Retto* (g), *e multiplicarli* (f) *insieme*,
2. Sicchè supponendo, che tanto l' uno quanto l' altro lato sia di *Pertiche*, che val a dire, di numeri interi, dopo fatta la multiplicazione (f) n' apparisce il Prodotto, come si è veduto nel detto *Probl. II. del Capo precedente*,
3. Ma se l' uno, o l' altro lato, ovvero amendue avranno presso gl' Interi (b) anche i primi Rotti (i),
4. Cioè (stando sulle misure del nostro paese) s' avranno anche dei *Piedi*, si soggiunge qui nel

(g) *L' angolo Retto è un angolo fatto a squadra, come*

(h) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(i) *Rotto, o sia Numero rotto è un unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(k) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

PROBLEMA I.

Come si debbano computare le Aree (c) *con gli Interi* (h), *e primi Rotti* (i).

1. Propongasi in

I. Ipotesi (k).

2. La Superficie piana (a) del Rettangolo (e) *AERH*, che vedesi entro la *Fig. del fol. 6.*
3. La quale sul lato *AE* ha *Pertiche* due, e *Piedi* due,
4. Cioè Pertiche - - - - - - 2 : 2
   E sul lato *AH* ha *Pertiche* due, e *Piedi* tre
5. Cioè *Pertiche* - - - - - - 2 : 3
6. Della quale Superficie (a) cercasi di quante *Pertiche* ec. sia l' Area (c),
   Dico per

II. Regola.

Che multiplicando (f),

I. Pertiche per Pertiche,
II. Pertiche per Piedi,
III. Piedi per Piedi,
Si producono
I. Pertiche Quadrate (*a*)
II. I di lei Piedi
III. Le di lei Oncie doppie

(a) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di 4. lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una Pertica.*

Eccone la

III. Pratica.

[b] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

I. 1. Espongonsi qui i predetti numeri dei lati dell'accennato Rettangolo (*b*) *A E R H*,
2. Cioè *Pertiche* - - - 2 : 2
E Pertiche - - - 2 : 3

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

3. *E si multiplicano* (*c*) *le due Pertiche di sopra per le due di sotto, producendo Pertiche quattro.*
4. Cioè Pertiche - - - 4

II. 1. *Si multiplicano* (*c*) *le due Pertiche di sopra per i tre Piedi di sotto, e si fa* 6
2. *Poi le due Pertiche di sotto per li due piedi di sopra, e si fa* 4

In tutto Piedi - - 10

(d) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

3. I quali essendo divisi (*d*) per sei; giacchè sei *Piedi* fanno una *Pertica*, ne proviene il Quoziente (*e*) di *Pertiche* una, e *Piedi* quattro, Cioè Pertiche - - - 1 : 4

III. 1. *Si multiplicano* (*c*) *i due Piedi di sopra per li tre Piedi di sotto, e si produce sei,*
2. Il qual numero 6. essendo giusta la data Regola d' *Oncie doppie*, fa Oncie dodici, che val a dire un *Piede*; cioè Piedi - - - 1 : 1

Somma Pertiche 5 : 5

3. Con

3. Con che è finita la multiplicazione (*c*), la cui ſomma rileva *Pertiche* cinque, e *Piedi* cinque.

(c) *Quoziente è quel numero, di quante volte mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

Eccone

§. VII.

La Sua Ragione dimostrativa.

(f) *Superficie piana è volgarmente presso i Geometri detta una Pianura.*

I. Che multiplicando (*c*) Pertiche per Pertiche ſi producono Pertiche Quadrate (*a*) moſtrammo ne' §§. 5. e 6.

*

(g) *L'Angolo Retto è un angolo fatto a squadra, come* ⌞

II. 1. Ora per dimoſtrare, che *multiplicando* (*c*) *Pertiche per Piedi ſi producono Piedi di Pertica Quadrata* (*a*),

2. Conſideriamo nella *preſente Figura* il Rettangolo (*b*) *H K* contenuto entro la propoſta Superficie piana (*f*) *A E R H*,

3. Il cui lato *K F*, o ſia *M A* di due *Pertiche*,

4. Ed il lato *H F* di tre *Piedi*, fanno l'Angolo Retto (*g*) *F*.

5. Ora multiplicando (*c*) il detto lato *K F* di due *Pertiche* per il lato *H F* di tre *Piedi*, ſi produce il contenuto del motivato Rettangolo (*b*) *H K*, *giuſta il* §. 6.

6. Cioè ſei Parti, ciaſcuna delle quali ha una *Pertica* di lunghezza, ed un *Piede* di larghezza, *giuſta la pag.* 32. *n.* 6.

7. Ma le parti che hanno una *Pertica* di lunghezza, ed un *Piede* di larghezza ſono *Piedi* di Pertica Quadrata (*a*) *giuſta la pag.* 32. *n.* 6.

Dunque

Multiplicando (*c*) Pertiche per Piedi ſi producono Piedi di Pertica Quadrata (*a*).

Il che era ec.

La ſteſſa ragione vale ancora per i quattro Piedi *G E K M*, che vedonſi entro il Rettangolo (*a*) *G E F A*.

*

III. 1. Circa poi il dimoſtrare, che *multiplicando* (*b*) *Piedi per Piedi ſi producano Oncie doppie*,

2. Ripoſto ſotto agli occhi il mentovato Rettangolo (*a*) *A E R H*,

3. In un angolo del detto vedeſi il Rettangolo (*a*) *R G L K*,

4. Così formato dai tre Piedi tirati dal lato *A H*,

5. E dai due tirati dal lato *A E*,

6. Sicchè il lato *L K* è di tre Piedi ſemplici (*c*),

7. Ed il lato *G K* di due;

8. Onde multiplicando (*b*) al ſolito il lato di due Piedi ſemplici [*c*] per il lato di tre Piedi ſemplici, (*c*) *giuſta li §§. 5. 6.*, ſi produce l' Area (*d*) di ſei Quadrati [*e*];

9. Ma ciaſcun dei detti ſei Quadrati (*e*) contiene un' *Oncia doppia*, *giuſta il num. II. della pag. 33.*

Dunque

Multiplicando (*b*) Piedi per Piedi ſi producono Oncie doppie,

Il che era ec.

*

Queſti è il modo di fare, e di dimoſtrare il computo d' un' Area Rettangolare (*f*) di *Pertiche*, e *Piedi*.

Segue nel

PROBLEMA II.

Come ſi debbano computar le Aree (d) cogli Interi, (g) primi, e ſecondi Rotti, (h) cioè con Pertiche, Piedi, ed Oncie.

Propongaſi in

I. Ipo-

[a] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

(b) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(c) *Piede ſemplice è un piede in linea, come* ——

(d) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(e) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati ugnali, come* □

(f) *Area Rettangolare o ſia Rettangolo è una figura di 4. angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

I. Ipoteſi (i).

1. Nella *ſteſſa Fig. del fol. 6.* la Superficie piana (k) di tutt' il Rettangolo. (a) *A B C D*,
2. La quale ſul lato *A B* ha *Pertiche* due, *Piedi* tre, ed *Oncie* ſei,
   Cioè - - - - - - - Pert. 2 : 3 : 6
3. E ſul lato *A C Pertiche* due, *Piedi due*, ed *Oncie* quattro,
   Cioè - - - - - - Pert. 2 : 2 : 4
4. Di cui debbaſi computar la ſua Area, (d)
   Dico per

(h) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti v. gr.* ——— *terzi ſono due parti d'un' unità diviſa in tre, tre* ——— *ſono tre parquarti ti d' un'unità diviſa in quattro ec.*

(i) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

II. Regola.

Che (oltre la multiplicazione (b) precedente:) multiplicando (b),
I. Piedi per Oncie,
II. Oncie per Oncie,
III. Oncie per Pertiche
Si producono
I. Punti doppj,
II. Atomi doppj,
III. Oncie ordinarie di Pertica Quadrata (l).
Eccone la

[k] *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo i Geometri pratici una pianura.*

(l) *Pertica Quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica.*

III. Pratica.

I. 1. Ripoſti ſott' agli occhi i numeri degli accennati due lati *A B*, *A C*
   Cioè - - - - Pert. 2 : 3 : 6
   E - - - - Pert. 2 : 2 : 4
   Pert. 5 : 5 : —
   Colla ſomma di *Pertiche* cinque, e *Piedi* cinque già veduta nel Problema precedente,
2. *Si multiplicano* (b) *i due Piedi di ſotto per le 6 Oncie di ſopra, e ſi fa* 12.

5. Sicchè ſia un intero Quadrato (*b*),
6. E ſiccome nella *Figura del fol.* 5. ciaſcun lato, ovvero una Pertica ſemplice (*k*) è diviſa in Oncie 72,
7. Così dobbiamo comprendere, che ogni lato del Quadrato (*f*) ideatoci ſia un intero Semplice (*l*) diviſo in parti 40, che val a dire negli ultimi Rotti [*d*],
8. E ſimilmente ſiccome multiplicando (*m*) 72 per 72, cioè multiplicando (*m*) una Pertica ſemplice (*k*) ridotta negli ultimi Rotti (*d*), per ſe ſteſſa, ſi producono 5184 Quadrati (*f*) contenuti in tutta la Pertica quadrata [*g*],
9. Così nel noſtro caſo ſi dovrebbero multiplicare (*m*) 40 per 40, cioè un Intero ſemplice (*k*) per ſe ſteſſo, ridotto negli ultimi Rotti (*d*), e ſi produranno 1600 Quadrati (*f*) contenuti in tutto un Intero quadrato (*b*).
10. Similmente ſiccome in una Superficie Rettangola (*n*) ridotta per la multiplicazione (*m*) accennata in tutti i Quadrati [*f*] tante vi ſono Pertiche Quadrate, (*g*) quante volte vi è compreſo il numero 5184.
11. Così anche nel noſtro caſo in una Superficie Rettangola (*n*), ridotta come accennammo, ec. tanti ſi comprenderanno Interi Quadrati (*b*), quante volte vi ſi trova il numero 1600.
12. Noi non ci ſtendiamo d'avvantaggio circa i primi e ſecondi Rotti [*d*], perocchè chi comprende ciò che ſi è dimoſtrato circa gl' Interi [*e*], facilmente penetrerà anche il fondamento del reſto per mezzo delle due *Figure del foglio* 5, e 6.

Sicchè paſſiamo al ſeguente

*

Avvertimento I.

1. Se dopo fatta la mentovata diviſione per mezzo degli accennati tre Partitori (*a*), cioè 1600, 400, e 40 avanzaſſe qualche reſiduo, o Rotto [*d*] de' Rotti, e ſi doveſſe per neceſſità d' eſattezza ridurre il detto reſiduo a ſpecie di Rotti (*d*) minori,
2. Si dovrà proceder nel modo ordinario degli Aritmetici con ridur il più volte nominato reſiduo nelle ſpecie propoſte de' Rotti (*d*) ulteriori, e partire [*b*] il Prodotto (*o*) per l' accennato terzo Partitore [*a*] di quaranta.

3. Ed

il a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica.

(h) *Intero Quadrato è quel numero, il quale non è diviſo in veruna parte, e ſi rappreſenta in figura quadrata, come:* ⊡ *ſignifica un numero Intero Quadrato di quattro.*

(i) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(k) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(l) *Intero ſemplice intendeſi un numero in niuna parte diviſo, rappreſentato in Linea, come* ——

(m) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(n) *Superficie Rettangolare, o ſia Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(o) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(a) *Partitore, o sia Divisore è quel numero, che contiensi in un'altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne sarà il Partitore.*

(b) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ ▢ □ *ec.*

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(d) *Rotto, o sia Numero rotto è un'unità divisa in due parti, v. gr.* —— *terzi sono due parti d'un'unità divisa in tre, e* —— *sono tre parquarti d'un'unità divisa in quattro ec.*

(e) *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

(f) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto, fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

3. Ed avanzando altro residuo, questo riducesi parimente nella proposta altra specie, e si divide ulteriormente per il detto terzo Partitore (*a*) di 40, e così in infinito.

4. Per esempio fiasi da computare l'Area (*b*) di due lati

$$\begin{cases} 2 : 2 : 9 \\ 1 : 3 : 7 \end{cases}$$

5. I quali numeri supposto che sieno Interi [*c*], primi, e secondi Rotti (*d*), che vagliano le misure ora accennate,

6. Dopo essersi fatta la solita *Riduzione*, come anche la *Divisione* coi nominati tre partitori (*a*) di 1600, -- 400, -- 40 si cavano i Quozienti [*e*] di 5 -- 9 ed il residuo di 33,

7. Il qual numero multiplicato (*f*) per 4 (supposto, che tale sia la spezie d'un terzo Rotto (*d*)) si riduce in 132,

8. Ora partito il 132 per 40 dà il Quoziente (*e*) di 3 (che sarebbe il terzo Rotto (*d*)) ed il residuo di 12,

9. Supposto, che questo residuo vaglia 10, si multiplica (*f*) 12 per 10, e si riduce a 120,

10. Il qual numero partito per 40 dà il Quoziente (*e*) di 3, ch'è il quarto Rotto [*d*],

11. E così procederebbesi in infinito, quando fosse proposto il valor di qualunque altro residuo, o ulteriore Rotto [*d*].

12. Sicchè nell'esempio precedente tutta la somma sarebbe di

Interi [*c*] 5,
Primi Rotti [*d*] 0,
Secondi Rotti [*d*] 9,
Terzi Rotti [*d*] 3,
Quarti Rotti [*d*] 3,

13. Ed in questo modo si può operare in qualunque altre misure proposte d'Interi [*c*] e Rotti (*d*),

14. La sua Ragione Dimostrativa è fondata sulla *Fig. del fol.* 5, ove essendovi rappresentata la divisione della Pertica Quadrata (*g*) in *Piedi*, in *Oncie*, in *Punti*, ciascun de' quali ha la lunghezza della Pertica,

15. Così si può ideare, ch'un residuo multiplicato (*f*) per qualunque numero divenga un Rettango-

lo

9. E queſt'è la riduzione dei numeri del primo lato negli ultimi Rotti (*c*),

(g) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

*

10. Per la riduzione de' numeri del ſecondo lato conſiſtente in 2 : 1 : 6 Operaſi nello ſteſſo modo, e ſi producono ultimi Rotti (*c*) - - - 96

11. I quali multiplicati (*d*) con quelli del primo lato, cioè con - - 115

480

Come quì ſi vede 96

96

Si produce il numero - - - 11040

I. 12. *Queſto deeſi dividere* (*i*) *per il primo Partitore* (*f*),

13. *Il quale ritrovaſi riducendo un Intero* (*g*) *negli ultimi Rotti* (*c*), *e poi multiplicandolo* (*d*) *per ſe ſteſſo.*

14. Onde multiplicando (*d*) un Intero (*g*) per 4, ſarà fatto ne' primi Rotti (*c*), e multiplicando (*d*) il 4 per 10, ſarà fatto negli ultimi Rotti (*c*), che ſono 40.

15. *Queſto numero multiplicato* (*d*) *per ſe ſteſſo, produce* 1600, ch'è il ricercato primo Partitore (*f*),

16. *Per il quale diviſo* (*i*) *il mentovato prodotto* (*c*) *qui eſpoſto* 11040

1600 1440

6

17. Vedeſi il Quoziente (*b*) eſſer d' Interi (*g*) 6,

18. Ed il reſiduo di 1440.

II. 19. *Queſto reſiduo dee dividerſi* (*i*) *per il ſecondo partitore* (*f*),

20. *Il quale ritrovaſi multiplicando* (*d*) *un Intero* (*g*) *fatto negli ultimi Rotti* (*c per un primo Rotto* (*c*) *fatto altresì negli ultimi Rotti* (*c*),

21. Cioè multiplicando [*d*] ultimi Rotti (*c*) - 40

22. Per altri ultimi Rotti [*c*] - - - - 10

23. Coi quali ſi produce - - - 400

(h) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il Diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il Diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(i) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

24. Dunque per 400, ch' è il ſecondo Partitore, [a] ſi divide (b) l'accennato reſiduo di 1440. Come qui ſi vede

$$\frac{400}{3} \quad 1440 \quad 240$$

25. Ove il Quoziente [c] è di primi Rotti (d) 3, col reſiduo di 240.

III. 26. *Queſto deeſi dividere (b) per il terzo Partitore (a),*

27. *Il quale è lo ſteſſo numero d' un Intero (e) fatto negli ultimi Rotti [d]*, cioè il numero 40.

28. Per 40. dunque dividendo [b] il ſopradetto reſiduo

$$\frac{40}{6} \quad 240$$

29. Come qui appariſce,

30. Il Quoziente (c) è di 6 ſecondi Rotti (d),

31. Con che finita è l'operazione, nella quale avendo nel primo Quoziente (c) Interi (e) - - - - : 6 : — : —

32. Nel ſecondo Quoziente (c) primi Rotti (d) - - - - : — : 3 : —

33. Nel terzo Quoziente (c) ſecondi Rotti (d) - - - - : — : — : 6

34. Riſulta la ſomma di - - 6 : 3 : 6

35. Eccone

§. XI.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Queſta è in ſoſtanza fondata ſulla precedente per mezzo della *Figura del fol. 5*, di cui favellammo al §. 10. *pag.* 52, e per mezzo ancora della *Figura del fol. 6.*

2. Poichè ſiccome in quella vedeſi un Quadrato, (f) di cui ciaſcun lato è lungo una Pertica, ovvero un Intero (e),

3. Talmente, che ſi poſſa dire una Pertica Quadrata (g), ovvero un intero Quadrato [b],

4. Così parimente nella noſtra Ipoteſi (i) è d'uopo idearſi un Quadrato (f), di cui ogni lato ſia lungo uno degli accennati Interi (e),

5. Sic-

(a) *Partitore, o ſia Diviſore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne farà il Partitore.*

(b) *Dividere, o Partire, nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(c) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro m' è il Quoziente.*

(d) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* — *terzi ſono due parti d'un' unità diviſa in tre, tre* — *ſono tre parquarti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(f) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(g) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 ango-*

4. Con che è terminato tutto il computo, la cui ſomma rileva - - - Pert. 6 : 1 : -- : 4

Cioè *Pertiche Quadrate* [*d*] *ſei*, *Piedi uno*, *Oncie niuna*, e *Punti quattro* d'una Pertica Quadrata (*d*).

Eccone

(e) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

§. VIII.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

I. 1. Nella più volte accennata *Fig. del fol. 6.* conſideraſi il Rettangolo (*e*) *S R T G*,

2. Così formato per mezzo dei tre *Piedi H O I F* tirati dal lato *A B*,

3. E delle 4. *Oncie E C* tirate dal lato *A C*.

4. Sicchè il lato *R G*, o ſia *H F* è di tre *Piedi*,

5. Ed il lato *T G*, o ſia *E C* è di 4 *Oncie*,

6. Onde multiplicando (*c*) il detto lato *R G* di tre *Piedi* per il lato *E C* di 4 *Oncie* ſi produce il contenuto del nominato Rettangolo (*e*) *S R T G*, *giuſta il Problema II. Cap. I.*

7. Il quale è evidentemente di 12 parti, ciaſcuna lunga un *Piede*, e larga un' *Oncia*,

8. Ma le parti lunghe un *Piede*, e larghe un' *Oncia* ſono *Punti doppj* di Pertica Quadrata (*d*) *giuſta la pag. 33. n. 6.*

Dunque

Multiplicando (*c*) Piedi per Oncie ſi producono Punti doppj di Pertica Quadrata (*d*).

Il che era ec.

La ſteſſa Ragione vale ancora per li 12. *Punti doppj N T R L.*

*

II. 1. Conſideriſi poſcia nella ſteſſa *Figura* il picciolo Rettangolo (*e*) *D S Y R*,

2. Così formato dalle 4 *Oncie E C* tirate dal lato *A C*,

3. E

3. E dalle ſei *Oncie B H* tirate dal lato *A B*,
4. In modo, che il lato *S R* è di 4 *Oncie ſemplici* [*a*] ed il lato *Y R* di 6.
5. Onde multiplicando (*b*) il detto lato *S R* di *Oncie* 4 per il lato *Y R* di *Oncie* 6 ſi produce l'Area (*c*) di 24 Quadrati (*d*), *giuſta li* §§. 5. *e* 6.
6. Ma ciaſcuno dei detti 24 Quadrati (*d*) è un *Atomo doppio*, *giuſta la pag.* 33.

Dunque

Multiplicando (*b*) Oncie per Oncie ſi producono Atomi doppj di Pertica Quadrata (*e*).

Il che era ec.

*

III. 1. Finalmente oſſervaſi nella detta *Figura* il Rettangolo (*f*) *G T C E*,
2. Così formato per mezzo delle due *Pertiche F X A* tirate dal lato *A B*,
3. E dalle 4. *Oncie E C*, tirate dal lato *A C*:
4. Sicchè il lato *G E*, o ſia *F A*, è di due Pertiche ſemplici (*g*),
5. Ed il lato *E C* di quattro *Oncie* pure ſemplici (*a*),
6. Onde multiplicando [*b*] il detto lato *G E* di due *Pertiche* per il lato *E C* di quattro *Oncie*, ſi produce l'Area (*c*) del Rettangolo (*e*) *G T C E*,
7. Cioè l'Area (*c*) di 8 parti ciaſcuna lunga una *Pertica*, e larga un'*Oncia*, *giuſta la pag.* 32.
8. Ma le parti lunghe una *Pertica*, e larghe un'*Oncia*, ſono *Oncie ordinarie di Pertica Quadrata* (*e*) *giuſta la pag.* 33. *num.* 2.

Dunque

Multiplicando (*b*) Oncie per Pertiche, ſi producono Oncie ordinarie di Pertica Quadrata (*e*).

Il che era ec.

9. La ſteſſa ragione vale per le 12. Oncie del Rettangolo (*f*) *B N L H*.

*

10. Ed in tal guiſa ſi è per mezzo dell'accennate Regole computata tutta l'Area [*c*] della Superficie

(a) *Oncia ſemplice dicesi un'oncia in linea, come* ——

(b) *Multiplicare, e far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre e più linee, come* △ ⬠ *ec.*

(d) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(e) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

(f) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

ficie piana (*b*) *A B C D* rappresentata dalla presente *Figura del fol. 6.*

11. La quale consiste in Interi (*i*), primi, e terzi Rotti [k], cioè in Pert. 6 : 1 : — : 4, come dimostrammo, e come anche per mezzo della sola vista dell' accennata *Figura* noi ne possiamo restar paghi.

*

12. Seguono due altri modi differenti di computar le Aree (*c*) de' terreni, di cui il primo serve unicamente per le misure del nostro paese, ed il secondo non solo sarà per le dette misure, ma potrà servire ancora di base a qualunque misura dell' universo.

13. Ma se il Leggitore si contentasse forse del solo modo già accennato, e s'annojasse in leggerne d'altri, potrà passare al Prob. IV. del presente Capo,

14. Anzi quelli, che sentono qualche tedio, o difficoltà nel legger le *Ragioni Dimostrative* (benchè siano l' anima di tutte le Proposizioni Matematiche, e perciò richiedano la prima attenzione del Lettore) possono lasciar di leggerle, e contentarsi della sola Pratica.

15. Frattanto soggiungiamo nel

(g) *Pertica semplice è una Pertica in linea, come* ——

[h] *Superficie piana intendesi volgarmente presso a' Geometri pratici una pianura.*

(i) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(k) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

PROBLEMA III.

Come si possa in altro modo computar le Aree (c) cogli Interi (i), primi, e secondi Rotti (k), giusta le già accennate misure del nostro paese.

(l) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

Propongasi in

I. Ipotesi [l],

1. La stessa Superficie piana (*b*) veduta nel Problema precedente, e rappresentataci *dalla Fig. del fol. 6.*
2. E debbansi multiplicare (*b*) *Pertiche* 2, *Piedi* 3, ed *Oncie* 6.
3. Per *Pertiche* 2, *Piedi* 2, ed *Oncie* 4 ad oggetto d' investigarne l'Area (*c*),

Dico

[a] *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

Dico per

II. Regola.

Che multiplicando (*a*) Oncie,
Piedi, e Pertiche per Oncie,
Piedi, e Pertiche,
E raddoppiando il prodotto (*b*)
I. Delle Oncie multiplicate (*a*) per Oncie,
II. Delle Oncie multiplicate (*a*) per Piedi,
III. E de' Piedi multiplicati (*a*) per Piedi,
si trova la ricercata Area (*c*).

(b) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 si fa 6, e questo sei chiamasi il Prodotto.*

Per chiarir questa Regola,
Eccone la

III. Pratica.

1. Esponganſi i proposti numeri in carta, come qui si vede

Pertiche - - - - -	2 :	3 :	6
Da multiplicarsi [*a*] per *Pertiche* -	2 :	2 :	4
	8 :	24 :	48

(c) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ ◁ □ *ec.*

2. Ed operasi nel modo volgare avanzando collo scrivere i prodotti [*b*] dalla destra alla sinistra.

I. 1. Onde cominciando dalle 4 *Oncie* di sotto a multiplicar (*a*) le 6. *Oncie* di sopra, si produce 24,

2. Ma *dovendosi*, giusta la Regola, *raddoppiar il prodotto* [*b*] *dell' Oncie multiplicate* (*a*) *per Oncie*, in vece di 24 si scrive 48.

II. 3. Multiplicando (*a*) per le dette 4 *Oncie* di sotto li tre *Piedi* di sopra, si produce 12, ma *dovendosi raddoppiar il prodotto* (*b*) *dell' Oncie multiplicate* [*a*] *per Piedi*, si scrive 24.

4 Multiplicando (*a*) per le dette 4. *Oncie* le due *Pertiche* di sopra, si produce 8, il qual numero non si altera, e però si scrive 8,

5. E questa è l'operazione fatta col primo numero del Multiplicatore (*d*),

Si

*

Si rapportano { Pertiche 2 : 3 : 6
Pertiche 2 : 2 : 4

8 : 24 : 48
4 : 12 : 24

6. Paſſiamo al ſecondo, ch' è di *Piedi* due, il quale multiplicato (*a*) colle ſei *Oncie* di ſopra, ſi produrrebbe 12,
7. Ma *dovendoſi raddoppiare il prodotto dell' Oncie multiplicate* (*a*) *per Piedi*, ſi ſcrive 24,
III.8. Multiplicando (*a*) per i detti due *Piedi* li 3 di ſopra, ſi produrrebbe 6,
9. Ma *dovendoſi raddoppiar il prodotto* (*b*) *de' Piedi multiplicati* (*a*) *per Piedi*, ſi ſcrive 12.
10. Multiplicando (*a*) i detti due *Piedi* colle due *Pertiche* di ſopra ſi produce 4,
11. Il qual numero reſtando nel ſuo naturale, ſi ſcrive 4.
13. E queſta è la ſeconda operazione fatta col ſecondo numero del Multiplicatore (*d*),

*

12. Paſſiamo al terzo numero, il quale è di *Pertiche* due, le quali multiplicate (*a*) per le 6. *Oncie* di ſopra, ſi produce, e ſi ſcrive 12.
14. Multiplicando (*a*) le dette due *Pertiche* coi 3. *Piedi* di ſopra, ſi produce, e ſi ſcrive 6.

Si rap-

(d) *Multiplicatore è un numero, per il quale un altro numero viene multiplicato, ovvero parlando volgarmente per il quale ſi dice tante volte tanto fa tanto, come ſe diremo due volte tre fa ſei, il due è il Multiplicatore.*

(a) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

Sirapportano { Pertiche 2 : 3 : 6
Pertiche 2 : 3 : 4

8 : 24 : 48
4 : 12 : 24
4 : 6 : 12

6 : 1 : — : 4 : —

Pertiche | Piedi | Oncie | Punti | Atomi

(b) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 si fa 6, e questo 6 chiamasi il Prodotto.*

15. Multiplicando (*a*) finalmente le dette due *Pertiche* per le due *Pertiche* di sopra, si produce, e si scrive 4.
16. Ora dovendosi per chiuder l' opera tutti i prodotti (*b*) in una somma raccorre al modo ordinario,
17. Avvertasi, che il prodotto (*b*) notato dirittamente sotto l' *Oncie*, è d' *Atomi*,
18. Quello notato sotto alli *Piedi* è di *Punti*,
19. Quello sotto alle *Pertiche* d' *Oncie*,
20. Quello notato più innanzi di *Piedi*,
21. E l' ultimo a mano sinistra di *Pertiche*,
22. Onde nella somma qui scritta non si vedono li 48. *Atomi*, poichè facendo eglino 4. *Punti*, *giusta il numero IX. pag.* 5, quelli si portano avanti al luogo de' *Punti*,
23. Ove aggiunti ad altri due volte 24 si fanno 52,

24. I quali *Punti* 52, poichè fanno 4 *Oncie*, e 4 *Punti*, *giuſta la detta pag.* 5. ſi nota il 4 al luogo de' *Punti*, e ſi portano avanti le 4 *Oncie* al luogo dell'*Oncie*,
25. E qui aggiunte ad altre 12, 12, ed 8 ſi fanno *Oncie* 36, che ſono *Piedi* 3, *giuſta la nominata pag.* 5.
26. E perciò non ſi nota verun' *Oncia*, ma ſi porta avanti il 3 al luogo de' *Piedi*,
27. Ove aggiunti a 6, e 4 altri Piedi ſi fanno 13, cioè 2 *Pertiche*, ed un *Piede*. *Giuſta la pag.* 5.
28. Onde ſcriveſi il Piede a ſuo luogo, e ſi portano avanti le 2 *Pertiche* al luogo delle *Pertiche*,
29. E qui aggiunte ad altre 4, fanno *Pertiche* 6, e 6 ſi ſcrivono.
30. Riſultando la ſomma totale di *Pertiche* 6, *Piedi* 1, *Oncie* niſſuna, *Punti* 4, ed *Atomi* niſſuno.
31. Ch'è la ſteſſa, che abbiamo veduto nel Problema precedente.

Circa

§. IX.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Eſſendo queſta la ſteſſa, ch'accennammo al §. 4, altro non ſi replica.
2. Avvertendo il Lettore ſolo a riflettere, che giuſta la precedente Dimoſtrazione li 3. Prodotti, [*b*]
3. Cioè

I. Di *Piedi* multiplicati (*a*) per *Piedi*,
II. Di *Piedi* multiplicati (*a*) per *Oncie*,
III. D'*Oncie* multiplicate [*a*] per *Oncie*,

Sono

I. *D' Oncie doppie*,
II. *Di Punti doppj*,
III. *D' Atomi doppj*,

4. E perciò debbonſi i numeri dei detti prodotti [*b*] raddoppiare, come ſi è operato nella Pratica precedente.

*

5. Queſto modo di multiplicare [*a*] è frequente preſſo i Geometri volgari, di cui ſi ſervono per il prodotto [*b*] delle miſure del noſtro paeſe,

6. Ma volendo noi poner il fondamento del computo per tutte le misure del Mondo, mostriamo qui nel

PROBLEMA IV.

Come si possa in terzo modo con fondamento universale a tutte le misure, computar le Aree (a) cogli Interi, (b) primi, e secondi Rotti (c) del paese Roveretano, e Veronese.

Propongasi in

I. Ipotesi (d).

1. La stessa Superficie piana (e) *ABCD* della *Fig. del Fol. 6.* veduta negli antecedenti due Problemi
2. Il cui lato *AB* (come vedemmo) ha *Pertiche* 2 *Piedi* 3, ed *Oncie* 6.
3. Ed il lato *AC Pertiche* 2, *Piedi* 2, *ed Oncie* 4.
4. Di cui debbasi investigar l'Area (*a*)

Dico per

II. Regola.

Che riducendo tanto il multiplicatore (*f*), quanto il numero da multiplicarsi, (*g*) nell' ultima loro specie, multiplicandoli (*g*) insieme, e portandone il prodotto, (*b*)

I. Per 5184,
II. Per 864,
III. Per 72,
IV. Per 6,

I Quozienti (*i*) saranno

I. Di Pertiche Quadrate, (*k*)
II. Dei di lei Piedi,
III. Delle di lei Oncie,
IV. Dei di lei Punti,

Ed il residuo d'Atomi doppj.

Per

(a) *Area è presso i Geometri uno spazio rinchiuso da tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna maniera.*

(c) *Rotto, o sia numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* ½ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* ⅔ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(d) *Ipotesi significa volgarmente caso supposto.*

(e) *Superficie piana è volgarmente presso i Geometri pratici una pianura.*

(f) *Multiplicatore è un numero, per il quale un altro numero viene multiplicato, ovvero parlando volgarmente per il quale si dice tante volte tanto fa tanto, come se diremo due volte 3 fa 6, il due è il multiplicatore.*

Per chiarire queſta Regola eccone la

III. Pratica.

1. Conſideraſi ne' numeri propoſti l' ultima loro ſpezie, la quale conſiſte in *Oncie*,
2. E perciò ſi debbono amendue i numeri in *Oncie* ridurre.
3. Ed eſſendo noto dal *num. IX. pag.* 5, che la Pertica contiene *Oncie* 72,
4. Ed il *Piede Oncie* 12, *giuſta la detta pag.* 5.
5. La riduzione dei due numeri

Di *Pertiche* - - - - { 2 : 3 : 6 / 2 : 2 : 4

Si farà come ſegue:

6. *Pertiche* due del numero diſſopra fanno *Oncie* - - - - - - - - 144
7. *Piedi* tre del detto numero fanno *Oncie* - 36
8. A cui s' aggiungono le ſei *Oncie* - - 6

In tutto - - - *Oncie* 186

9. Ed *Oncie* 186 è la riduzione del numero di *Pertiche* 2 : 3 : 6.
10. Il ſimile ſi opera con l' altro numero di *Pertiche* 2 : 2 : 4, come ſegue:
11. *Pertiche* due fanno *Oncie* - - - 144
12. *Piedi* due, *Oncie* - - - - 24
13. Ed *Oncie* quattro reſtano - - - 4

In tutto - - - - 172

14. Queſti due numeri così ridotti
L'uno in *Oncie* - - - - - 186
L' altro in *Oncie* - - - - 172

15. Debbonſi multiplicare (*g*) come qui ſi vede.

372
1302
186

31992

I. 16. Il cui prodotto (*h*) di 31992 diviſo per il primo partitore, (*l*) cioè per 5184 dà il Quoziente (*i*) di Pertiche Quadrate (*k*) 6,

5184 | 31992 | 888
6

17. Ed il reſiduo di 888.

(g) *Multiplicare, o far multiplicazione in tendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(h) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(i) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodeci, il quattro n'è il Quoziente.*

(k) *Pertica quadrata è un quadrato, cioè una figura quadra di 4. angoli a ſquadra, e di 4. lati, ciaſcun de' quali è lungo una Pertica, come* □

(l) *Partitore, o ſia diviſore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi; come ſe ſi divideſſe il numero dodici per tre, queſto tre ne ſarà il Partitore.*

(a) *Partitore, o sia divisore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi; come se si dividesse il numero 12 per 3, questo 3 ne sarà il Partitore.*

II. 18. Questo diviso per il secondo partitore, (*a*) cioè per 864. dà il Quoziente (*b*) di *Piedi* uno, { 864 / 1 } 888 24

19. Ed il residuo di 24.

III. 20. Questo residuo doverebbesi, secondo la regola, dividere [*c*] per il terzo partitore, (*a*) Cioè per 72,

21. Affine d'avere il Quoziente [*b*] delle *Oncie*,

22. Ma non entrando il numero 72 nel 24, egli è segno non esservi verun Quoziente (*b*) per le *Oncie*,

23. E perciò queste non si possono notare.

(b) *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

IV. 24. Onde dividesi (*c*) il detto numero 24 per il partitore (*a*) susseguente, che è il 6, ed il Quoziente (*b*) è di 4 *Punti*. { 6 / 4 } 24

(c) *Dividere, o sia Partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel 6. si contiene tre volte.*

25. Con che terminasi il computo.

26. Sicchè essendo stato il primo Quoziente (*b*) di sei

Pertiche - - - -	6 : — : — : —
Il secondo di Piedi uno	*Pert.* — : 1 : — : —
Il terzo d' Oncie nissuna	*Pert.* — : — : — : —
Il quarto di Punti quattro	*Pert.* — : — : — : 4
Rileva la summa - - -	*Pert.* 6 : 1 : — : 4

Uguale a quella del Problema precedente.

Eccone

§. X.

La sua Ragione Dimostrativa.

(d) *Area è presso i Geometri uno spazio rinchiuso fra tre o più linee, come* △ ▢ *ec.*

1. Pongasi novamente sott'agli occhi la *Fig. del Fol.* 6, la quale (come accennammo) ci rappresenta distintamente l'Area (*d*) della più volte mentovata Superficie piana, (*e*)

(e) *Superficie piana intendesi volgarmente presso i Geometri pratici una pianura.*

2. Che sul lato *AB* ha *Pertiche* 2, *Piedi* 3, ed *Oncie* 6.

3. E sul lato *AC Pertiche* 2, *Piedi* 2, ed *Oncie* 4.

4. Ora

*

4. Ora per vedere le dette *Pertiche*, *Piedi*, ed *Oncie* del lato *AB* ridotte in *Oncie*,
5. Immaginiamoci tutt'il nominato lato *AB* diviſo in *Oncie*, come ſi vede in *BH*,
6. Cioè li 3 *Piedi* dal *H* ſino al *F* in *Oncie* 36 *giuſta la pag.* 11.
7. E le due *Pertiche* dal *F* ſin'al *A* in due volte 72, cioè in *Oncie* 144 *giuſta la pag.* 11.
8. Che val a dire tutto il lato *AB*, compreſevi le *Oncie* 6, dal *B* ſin'al *H* in 186 *Oncie* ſemplici. [f]

(f) *Oncia ſemplice dicoſi un'oncia in linea, come* —

*

9. Immaginiamoci parimente così diviſo il lato *AC*,
10. Che vi ſaranno 2 volte 72 per le due *Pertiche* *AQ*, *QM*
11. E due volte 12 per i due *Piedi* *ME*,
12. Che val a dire colle 4 *Oncie* appreſſo dall' *E* ſin' al *C*, tutt'il lato *AC* di 172 *Oncie* ſemplici, (*f*)

*

13. Sicchè, ſe per cadauna delle 186 *Oncie* del lato *AB* ſi tiraſſero le linee da un lato all'altro oppoſto, come ſi è fatto dal *H* ſin'al *S* ec.
14. E ſe per cadauna delle 172 *Oncie* del lato *AC* ſi tiraſſero parimente le linee ſin'al lato oppoſto, come dall' *E* ſin'all' *Y* ec.
15. Si formerebbero in tutta l'Area (*d*) *ABCD* di quelli ſteſſi Quadretti, che ſi ſono fatti nel Rettangolo (*g*) *DSYR*,
16. Ciaſcun de' quali vale un *Atomo doppio*, *giuſta la pag.* 33. *n.* 4.
17. Onde multiplicando (*b*) tutt'il lato *AB* d' *Oncie* 172, ſi produrrebbero 31992. Quadretti, *giuſta il* §. 6. cioè tutt' *Atomi doppj*,
18. Ma di queſt' *Atomi doppj la Pertica Quadrata* (*i*) ne contiene 5184, *giuſta la pag.* 35.
19. Il di lei *Piede* 864, *giuſta la pag.* 35.
20. La di lei *Oncia* 72, *giuſta la detta pag.*
21. Il di lei Punto 6, *giuſta la detta pag.*

Dunque

(g) *Rettangolo è una Figura di 4. angoli a ſquadra, e de' 4. lati ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(h) *Multiplicare chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(i) *Pertica Quadra è un quadrato, cioè una figura quadra, i cui quattro angoli ſono a ſquadra, e ciaſcun de' 4. lati lungo una Pertica, come* □

Divi-

Dividendo un Area (*a*) ridotta in Atomi doppj,

I. Per 5184
II. Per 864
III. Per 72
IV. Per 6

I Quozienti (*b*) saranno
I. Pertiche Quadrate, (*c*)
II. I di lei Piedi,
III. Le di lei Oncie,
IV. I di lei Punti ec.

Il che era ec.

Da ciò che si è dimostrato tirasi la

*

Conseguenza.

1. Che, se dopo il Quoziente (*b*) de' *Punti* vi fosse qualche residuo, la ragione addita, che bisogna, che sia d' *Atomi doppj*,
2. E ch'il detto residuo mai possa esser maggiore di 5, poichè se fosse di 6, essendo di 6 anche l'ultimo partitore, (*d*) provenirebbe un *Punto*.
3. Oltre di ciò si raccoglie dalla divisione fatta della Pertica Quadrata (*c*) che la predetta Regola dei mentovati quattro partitori, (*d*) cioè di 5184, di 864, di 72, e di 6, abbiano luogo non solo, quando trattasi d' investigar un Area Quadrata (*e*), o Rettangolare (*f*), i cui lati abbiano *Pertiche*, *Piedi*, ed *Oncie*.
4. Ma ancora quando i lati da multiplicarsi (*g*) terminano in *Oncie*, benchè presso l'uno, o presso l'altro manchino, o le *Pertiche*, o i *Piedi*.
5. Anzi ancora quando i lati da multiplicarsi (*g*) non arrivano nè al secondo, nè al primo Rotto, (*b*) ma consistono in sole *Pertiche*, purchè la riduzione de' lati sia fatta in *Oncie*, come nel precedente Problema accennammo.
6. Il Principiante ne potrà da se stesso far un saggio, senza che n' adduciamo qui altri Esempj.

7. Ab-

(a) *Area* presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come △ ▱ ec.

(b) *Quoziente* è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero 12, il 4 n'è il *Quoziente*.

(c) *Pertica quadrata* è una figura quadrata di 4 angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una pertica, come □

(d) *Partitore*, o sia divisore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi; come se si dividesse il numero 12 per 3, questo 3 ne sarà il *Partitore*.

[e] *Area quadrata*, o sia *Quadrato* è una figura di quattro lati uguali, e di 4 angoli a squadra, come □

(f) *Area Rettangolare*, o sia *Rettangolo* è una Figura di quattro angoli a squadra, e di 4 lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come ▭

*

7. Abbiamo ſinora bensì favellato delle Regole, che ſolo s'adattano alle miſure del noſtro paeſe,
8. Ma avendo nell'ultimo Problema poſto il fondamento, con cui ſi potrà imparare una ſola Regola, la quale ſervirà per computar le Aree (*a*) delle Superficie piane (*i*) di tutte le miſure del Mondo, benchè fra di loro differenti ſieno, e conſiſtano in Interi, [*k*] e Rotti (*b*); ſul detto fondamento ſpiegheremo nel

PROBLEMA V.

Come con Regola univerſale ſi poſſano computar le Superficie piane (i) cogli Interi, [k] primi, e ſecondi Rotti [b] ſecondo qualunque miſura dell' Univerſo.

Poniamo in

I. Ipoteſi. (*l*)

1. Che ſiaſi da computar una piana Superficie (*i*) con miſure molte differenti dalle noſtre,
2. Cioè ſieno propoſti due lati, d'un Rettangolo (*n*),
3. L'uno de' quali ſia di miſure *Intere* due,
4. Dei *primi Rotti* (*b*) tre,
5. E de' *ſecondi Rotti* (*b*) cinque.
6. L'altro ſia di miſure *Intere* due,
7. De' *primi Rotti* (*b*) uno,
8. De *ſecondi Rotti* (*b*) ſei,
9. I quali s'eſpongono in carta, come qui ſi vede.

-	-	-	-	-	-	-	2 : 3 : 5
-	-	-	-	-	-	-	2 : 1 : 6

10. Ciaſcuno dei detti *Interi* (*k*) (alla differenza dei noſtri, cioè delle *Pertiche* del noſtro paeſe) contenga quattro dei primi Rotti, [*b*]
11. Ed ogni primo Rotto (*b*) dieci de' ſecondi Rotti, [*b*]
12. O ſiano il primo, e ſecondo Rotto (*b*) in qualunque altro modo:

13. Per

(g) *Multiplicare chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto. Come due volte 3. fa 6.*

(h) *Rotto, o ſia numero rotto, è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(i) *Superficie piana è volgarmente preſſo i Geometri pratici una Pianura.*

(k) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(l) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

[m] *Superficie è qualunque eſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza, come* □

(n) *Rettangolo è una figura di 4. angoli a ſquadra, e di 4. lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

13. Per inveſtigar l' Area (*a*) della Superficie [*b*] propoſta.

Dico per Univerſale

II. Regola.

Che ridotti i due numeri dei lati negli ultimi Rotti (*c*) multiplicati (*d*) inſieme : (come nel Problema IV.) e diviſione il prodotto, (*e*)

I. Col primo partitore , (*f*) che ritrovaſi riducendo un Intero (*g*) negli ultimi Rotti , (*c*) e multiplicandolo (*d*) per ſe ſteſſo,

II. Col ſecondo partitore , (*f*) che ritrovaſi multiplicando (*d*) un Intero (*g*) fatto negli ultimi Rotti (*c*) per il primo Rotto [*c*] fatto altresì negli ultimi Rotti, (*c*)

III. Col terzo partitore, (*f*) ch'è lo ſteſſo numero d'un Intero (*g*) fatto negli ultimi Rotti, (*c*) i Quozienti [*b*] daranno l' Area (*a*) in qualunque miſura propoſta .

Per chiarir queſta lunga Regola eccone la

III. Pratica.

1. *Riducanſi i numeri del primo dei propoſti due lati*, cioè 2 : 3 : 5 *nell' ultima loro ſpezie, come ſegue:*
2. Il numero Intero (*g*) (o ſia della prima ſpezie) cioè 2 ſi multiplica (*d*) per 4, giacchè [come ſi è ſuppoſto] un Intero [*g*] contiene 4 primi Rotti, (*c*) e ſi produce - 8
3. A cui aggiungonſi i tre primi Rotti, [*c*] cioè - - - - - - - 3
4. Che ſono in tutti - - - 11
5. Si multiplica (*d*) queſto numero di 11 per il valore d'un ultimo Rotto, (*c*) cioè per - - - - - - - 10
6. E produconſi ultimi Rotti (*c*) - 110
7. A cui s'aggiungono li - - 5
8. Che ſaranno in tutti - - - 115
9. E

(a) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio rinchiuſo da 3. o più linee, come* △ □ ⬡ *ec.*

[b] *Superficie è una eſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(c) *Rotto, o ſia numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* —due terzi *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* —tre quarti *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(d) *Multiplicare chiamaſi quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come 2. volte 3. fa 6.*

(e) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(f) *Partitore, o ſia diviſore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi; come ſe ſi divideſſe il numero 12 per 3, queſto 3 ne ſarà il partitore.*

9. E queſt' è la riduzione dei numeri del primo lato negli ultimi Rotti, [c]

(g) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

*

10. Per la riduzione de' numeri del ſecondo lato conſiſtente in 2 : 1 : 6 Operaſi nello ſteſſo modo, e ſi producono ultimi Rotti (c) - - - - 96

11. I quali multiplicati (d) con quelli del primo lato, cioè con - - 115

480

Come quì ſi vede 96

96

Si produce il numero - - - 11040

(b) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

I. 12. *Queſto deeſi dividere [i] per il primo Partitore, [f]*

13. *Il quale ritrovaſi riducendo un Intero (g) negli ultimi Rotti, (c) e poi multiplicandolo (d) per ſe ſteſſo.*

14. Onde multiplicando [d] un Intero (g) per 4, ſarà fatto ne' primi Rotti, (c) e multiplicando (d) il 4 per 10, ſarà fatto negli ultimi Rotti, (c) che ſono 40.

15. *Queſto numero multiplicato (d) per ſe ſteſſo, produce* 1600, ch' è il ricercato primo Partitore, (f)

(i) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro; come 2 nel 6 ſi contiene tre volte.*

16. *Per il quale diviſo (i) il mentovato prodotto (c) qui eſpoſto* 11040

1600 1440

6

17. Vedeſi il Quoziente (b) eſſer d' Interi (g) 6,

18. Ed il reſiduo di 1440.

II. 19. *Queſto reſiduo dee dividerſi (i) per il ſecondo partitore, (f)*

20. *Il quale ritrovaſi multiplicando (d) un Intero (g) fatto negli ultimi Rotti (c) per un primo Rotto (c) fatto altresì negli ultimi Rotti, (c)*

21. Cioè multiplicando (d) ultimi Rotti (c) - 40

22. Per altri ultimi Rotti (c) - - - 10

23. Coi quali ſi produce - - - - 400

prodotto [e] per l' accennato terzo Partitore (*a*) di quaranta.

24. Dunque per 400, ch'è il ſecondo Partitore, (*a*) ſi divide (*b*) l'accennato reſiduo di 1440.

Come qui ſi vede 400 1440

3 240

25. Ove il Quoziente (*c*) è di primi Rotti (*d*) 3, col reſiduo di 240.

III. 26. *Queſto deeſi dividere* (*b*) *per il terzo Partitore*, (*a*)

27. *Il quale è lo ſteſſo numero d' un Intero* (*e*) *fatto negli ultimi Rotti*, [*d*] cioè il numero 40.

28. Per 40. dunque dividendo (*b*)

il ſopradetto reſiduo 40 240

6

29. Come qui appariſce,

30. Il Quoziente (*c*) è di 6 ſecondi Rotti, (*d*)

31. Con che finita è l'operazione, nella quale avendo nel primo Quoziente (*c*)

Interi (*e*) - - - - - - 6 : — : —

32. Nel ſecondo Quoziente (*c*) primi Rotti (*d*) - - - - - — : 3 : —

33. Nel terzo Quoziente (*c*) ſecondi Rotti (*d*) - - - - - — : — : 6

34. Riſulta la ſomma di - - 6 : 3 : 6

35. Eccone

§. XI.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Queſta è in ſoſtanza fondata ſulla precedente per mezzo della *Figura del Fol.* 5, di cui favellammo al §. 10. *pag.* 52, e per mezzo ancora della *Figura del Fol.* 6.

2. Poichè ſiccome in quella vedeſi un Quadrato, (*f*) di cui ciaſcun lato è lungo una Pertica, ovvero un Intero,

3. Talmente, che ſi poſſa dire una Pertica Quadrata, (*g*) ovvero un intero Quadrato, (*b*)

4. Così parimente nella noſtra Ipoteſi (*i*) è d' uopo idearſi

(a) *Partitore, o ſia diviſore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi; come ſe ſi divideſſe il numero 12 per 3, queſto 3 ne ſarà il partitore.*

(b) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro; come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(c) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodeci, il quattro n' è il Quoziente.*

(d) *Rotto, o ſia numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in veruna parte.*

(f) *Quadrato è una figura quadra, i cui 4. lati ſono uguali, ed i 4. angoli a ſquadra, come* □

idearſi un Quadrato, (*f*) di cui ogni lato ſia lungo uno degli accennati Interi, (*e*)

5. Sicchè ſia un intero Quadrato, (*b*)

6. E ſiccome nella *Figura del Fol.* 5. ciaſcun lato, ovvero una Pertica ſemplice [*k*] è diviſa in Oncie 72,

7. Così dobbiamo comprendere, che ogni lato del Quadrato (*f*) ideatoci ſia un intero Semplice (*l*) diviſo in parti 40, che val a dire negli ultimi Rotti, (*d*)

8. E ſimilmente ſiccome multiplicando (*m*) 72 per 72, cioè multiplicando (*m*) una Pertica ſemplice (*k*) ridotta negli ultimi Rotti, [*d*] per ſe ſteſſa, ſi producono 5184 Quadrati [*f*] contenuti in tutta la Pertica quadrata, [*g*]

9. Così nel noſtro caſo ſi dovrebbero multiplicare (*m*) 40 per 40, cioè un Intero ſemplice (*k*) per ſe ſteſſo, ridotto negli ultimi Rotti, [*d*] e ſi produrranno 1600 Quadrati (*f*) contenuti in tutto un Intero quadrato. (*b*)

10. Similmente ſiccome in una Superficie Rettangola (*n*) ridotta per la multiplicazione (*m*) accennata in tutti i Quadrati [*f*] tante vi ſono Pertiche quadrate, (*g*) quante volte vi è compreſo il numero 5184.

11. Così anche nel noſtro caſo in una Superficie Rettangola, (*n*) ridotta come accennammo, ec. tanti ſi comprenderanno Interi Quadrati, [*b*] quante volte vi ſi trova il numero 1600.

12. Noi non ci ſtendiamo d' avvantaggio circa i primi e ſecondi Rotti, (*d*) perocchè chi comprende ciò che ſi è dimoſtrato circa gl' Interi, (*e*) facilmente penetrarà anche il fondamento del reſto per mezzo delle due *Figure del Foglio* 5, e 6.

Sicchè paſſiamo al ſeguente

*

Avvertimento I.

1. Se dopo fatta la mentovata diviſione per mezzo degli accennati tre Partitori, (*a*) cioè 1600, 400, e 40 avanzaſſe qualche reſiduo, o Rotto (*d*) de' Rotti, e ſi doveſſe per neceſſità d' eſattezza ridurre il detto reſiduo a ſpecie di Rotti (*d*) minori,

2. Si dovrà proceder nel modo ordinario degli Aritmetici con ridur il più volte nominato reſiduo nelle ſpecie propoſte de' Rotti (*d*) ulteriori, e partire (*b*) il pro-

(g) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica, come* □

(h) *Intero Quadrato è quel numero, il quale non è diviſo in veruna parte, e ſi rappreſenta in figura Quadrata, come:* ⊞ *ſignifica un numero Intero Quadrato di quattro.*

(i) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(k) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(l) *Intero ſemplice intendeſi un numero in neſſuna parte diviſo, rappreſentato in Linea, come* ——

(m) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(n) *Superficie Rettangolare, o ſia Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(o) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

3. Ed avanzando altro reſiduo, queſto riduceſi parimente nella propoſta altra ſpecie, e ſi divide ulteriormente per il detto terzo Partitore [*a*] di 40, e così in infinito.

4. Per eſempio ſiaſi da computare l' Area [*b*] di due lati

$$\begin{cases} 2 : 2 : 9 \\ 1 : 3 : 7 \end{cases}$$

5. I quali numeri ſuppoſto che ſieno Interi, [*c*] primi, e ſecondi Rotti, [*d*] che vagliono le miſure ora accennate,

6. Dopo eſſerſi fatta la ſolita *Riduzione*, come anche la *Diviſione* coi nominati tre partitori (*a*) di 1600, -- 400, -- e 40 ſi cavano i Quozienti [*e*] di 5 -- 9 ed il reſiduo di 33,

7. Il qual numero multiplicato (*f*) per 4 (ſuppoſto, che tale ſia la ſpezie d'un terzo Rotto (*d*)) ſi riduce in 132,

8. Ora partito il 132 per 40 dà il Quoziente (*e*) di 3 (che che ſarebbe il terzo Rotto (*d*)) ed il reſiduo di 12,

9. Suppoſto, che queſto reſiduo vaglia 10, ſi multiplica (*f*) 12 per 10, e ſi riduce a 120,

10. Il qual numero partito per 40 dà il Quoziente (*e*) di 3, ch'è il quarto Rotto, (*d*)

11. E così procederebbeſi in infinito, quando foſſe propoſto il valor di qualunque altro reſiduo, o ulterior Rotto. (*d*)

12. Sicchè nell'eſempio precedente tutta la ſomma ſarebbe di

Interi [*c*] 5,
Primi Rotti [*d*] 0,
Secondi Rotti (*d*) 9,
Terzi Rotti (*d*) 3,
Quarti Rotti (*d*) 3,

13. Ed in queſto modo ſi può operare in qualunque altre miſure propoſte d'Interi, (*c*) e Rotti, (*d*)

14. La ſua Ragione Dimoſtrativa è fondata ſulla *Fig. del Fol.* 5, ove eſſendovi rappreſentata la diviſione della Pertica Quadrata (*g*) in *Piedi*, in *Oncie*, in *Punti*, ciaſcun de' quali ha la lunghezza della Pertica,

15. Così ſi può idearſi, ch' un reſiduo multiplicato (*f*) per qualunque numero divenga un Rettango-

lo

(a) *Partitore, o ſia diviſore è quel numero, che comienſi in un altro numero da dividerſi; come ſe ſi divideſſe il numero dodici per ore, queſto tre ne ſarà il Partitore.*

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio rinchiuſo da tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna maniera.*

(d) *Rotto, o ſia numero rotto, è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore ore, quattro volte nel numero dodeci, il quattro n' è il Quoziente.*

(f) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

lo (*b*) il quale ha coſtantemente un lato diviſo in parti 40.

16. Ciò ſia detto in compendio, poichè ſi chiarirà meglio nell'Aritmetica ſenza Figure di numeri.

*

17. Abbiamo bensì altri modi, o Regole univerſali, che ſervono al computo delle Superficie piane (*i*) giuſta qualunque miſura dell'Univerſo, delle quali ne ſoggiungeremo qui una la quale ſi è,

18. Di laſciar tutti i numeri da multiplicarſi (*f*) nel luogo loro ſenza ſpezzarli, e dire per regola univerſale,

I. 19. *Qualunque Intero* (*c*) *multiplicato* (*f*) *per un Intero* (*c*) *della ſteſſa ſpecie produce Interi Quadrati* [*k*]

20. Come multiplicando [*f*] nelle miſure del noſtro paeſe *Pertiche* per *Pertiche* ſi producono Pertiche Quadrate [*g*]

II. 21. *Qualunque primo Rotto* [*d*] *multiplicato* [*f*] *per il ſuo Intero* [*c*] *produce primi Rotti* [*d*] *d' un Intero Quadrato* [*k*]

22. Come nelle dette noſtre miſure multiplicando [*f*] *Piedi* per *Pertiche*, ſi producono *Piedi* di *Pertica Quadrata* [*g*]

III. 23. *Qualunque primo Rotto* [*d*] *multiplicato* [*f*] *per un altro primo Rotto* [*d*] *produce quella ſteſſa parte di primi Rotti*, [*d*] *ch' egli n' è degli Interi Quadrati* [*k*]

24. Come nelle dette miſure multiplicando [*f*] *Piedi* per *Piedi* ſi producono ſeſte parti di *Piedi*, ſiccome il Piede è una ſeſta parte d'una *Pertica Quadrata* [*g*] *giuſta la pag.* 32.

IV. 25. *Qualunque primo Rotto* [*d*] *multiplicato* [*f*] *per un ſuo ſecondo Rotto* (*d*) *produce la ſteſſa parte de' ſecondi Rotti* (*d*), *che quello n' è degli Interi Quadrati*, [*k*]

26. Come nelle nominate miſure multiplicando [*f*] *Piedi* per *Oncia* ſi producono ſeſti d'*Oncia*, ſiccome un *Piede* è la ſeſta parte d'una *Pertica Quadrata* [*g*] *giuſta la pag.* 32.

V. 27. *Qualunque ſecondo Rotto* [*d*] *multiplicato* [*f*] *con un altro ſecondo Rotto* [*d*] *produce la ſteſſa parte de' ſecondi Rotti*, [*d*] *che queſti ne ſono degli Interi Quadrati* [*k*]

28. Come nelle mentovate miſure multiplicando [*f*] *Oncie*

(g) *Pertica quadrata è un quadrato, cioè una figura quadra di 4. angoli a ſquadra, e di 4. lati, ciaſcun de' quali è lungo una Pertica, come* □

(h) *Rettangolo è una Figura di 4. angoli a ſquadra, e de' 4 lati ſolo i due oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

(i) *Superficie piana è volgarmente preſſo i Geometri pratici una Pianura.*

(k) *Intero Quadrato è quel numero, il quale non è diviſo in veruna parte, e ſi rappreſenta in figura quadrata, come* ⊞ *ſignifica un numero Intero Quadrato di quattro.*

Oncie per *Oncie* ſi producono tante 72 parti d'Oncia, ſiccome, queſta è una ſettuageſima ſeconda parte d'una *Pertica Quadrata*, [a] *giuſta la pag.* 21 e 24.

VI. 29. *Qualunque ſecondo Rotto* [b] *multiplicato* [c] *per il ſuo Intero* [d] *produce ſecondi Rotti* [b] *d' un Intero Quadrato* [e]

30. Come nelle dette miſure multiplicando (c) *Oncie* per *Pertiche* ſi producono *Oncie* di *Pertica Quadrata* (a) *giuſta il* §. 8. *pag.* 18.

31. E così potrebbeſi proceder ulteriormente qualor foſſe d'uopo ec.

32. Ma noi non ci diffondiamo in dar qui d'avvantaggio altre regole univerſali per qualunque miſura, che proponer ſi poteſſe, perocchè ci ſembra eſſer per un principiante ſufficiente ciò, che nel precedente Problema ſi è eſpoſto.

33. Frattanto però non poſſiamo diſpenſarci di non aggiunger qui un altro,

*

Avvertimento II.

34. Negli antecedenti Problemi noi abbiamo bensì moſtrati i modi di computar le Aree (f) delle Superficie piane (g) cogli Interi, (d) primi, e ſecondi Rotti (b) del noſtro paeſe,

35. Sul rifleſſo, ch'il computo della multiplicazione (b) arrivi per ordinario ſin'all'Oncie,

36. Ma potendo avvenire, che ſecondo la differenza de' caſi, in cui ſi richiede tutta l'accuratezza, ſi debba multiplicare (c) anche colli terzi, quarti Rotti (b) ec.

37. Cioè co' *Punti*, cogli *Atomi*, co' minuti ec., non vogliamo defraudar i principianti, ma preſentargli per mezzo della *Fig. del Fol.* 7. una Tavola, in cui vedonſi i diverſi prodotti, (i) che provengono, quando occorreſſe multiplicar (c) i lati delle piane Superficie (g) per qualunque Rotto, (b) nel quale dividemmo la *Pertica Quadrata* (a) per mezzo della *Fig. del Fol.* 5.

38. Noi volentieri avremmo qui addotta la Ragione dimoſtrativa circa i mentovati prodotti, (i) ma richie-

(a) *Pertica quadrata è nn quadrato, cioè nna figura qnadrata diqnattro angoli a ſqnadra, e di 4 lati ngnali, e ciaſcuno de' quali è lungo una pertica, come* □

(b) *Rotto, o ſia nnmero rotto è nn' unità diviſa in* dne *parti, v. gr.* ——— terzi *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* tre ——— *ſono tre parquarti ti d' nn' unità diviſa in qnattro ec.*

(c) *Multiplicare chiamaſi, quando con dne numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto. Come due volte 3. fa 6.*

(d) *Intero è qnel nnmero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(e) *Intero Quadrato è qnel nnmero, il qnale non è diviſo in veruna parte, e ſi rappreſenta in figura qnadrata, come* ⊞ *ſignifica un numero intero quadrato di qnattro.*

(f) *Area ſi preſſo i Geometri uno ſpazio racchinſo fra 3 o più linee, come* △ ⏢ *ec.*

(g) *Snperficie piana è volgarmente*

chiedendo essa uno spazio molto vasto di carta per farla intendere con chiarezza, nè bastando a tale effetto un Foglio Intero, siamo stati costretti a tralasciarla.

39. Rifletta però il lettore, ch'il di lei fondamento si potrà comprendere dalla divisione della *Pertica Quadrata* (*a*) già veduta sul detto *Fol* 5.

40. Nè l'accennata Tavola dee punto spaventar i principianti per ritrovarvi delle sottili minuzie,

41. Perocchè eglino non sono obbligati di romperſi con quelle sovente la testa con veruna speculazione, essendosi esse sù la detta Tavola registrate qualor nel computo grand'acuratezza si desideraſſe,

42. Ed in tal caso si potranno vedere.

*

43. E qui terminiamo il discorso finora fatto circa la multiplicazione (*b*) da farsi per mezzo di due lati d'*Interi*, (*d*) e *Rotti* (*b*) d'una Superficie piana Rettangola (*k*), passando frattanto al

CAPO III.

In cui trattasi, come ogni sorta di Superficie piane Triangolari (l) terminate da Linee Rette, (m) si misurino ne' prati.

E perciò si premette

*

Il Fondamento di tutte le seguenti Regole.

1. Abbiamo avvertito nel *Cap. I. Probl. II.* di *questo Lib. I.*, che l'unico fondamento di misurar le Aree (*f*) di qualunque Superficie piana (*g*) terminata da Linee Rette (*m*) consista in saper misurar un Rettangolo (*k*), o un Quadrato (*n*)

2. Ed in questo Capo stando sul detto fondamento è d'uopo ridurre qualunque Triangolo [*n*] o in Rettangolo

presso i Geometri pratici una pianura.

(h) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(i) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 si fa sei, e questo sei chiamasi il Prodotto.*

(k) *Superficie piana Rettangola intendesi volgarmente una Pianura, la quale è contenuta da angoli a squadra, come* ▭

(l) *Superficie piana triangolare, o sia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(m) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(n) *Triangolo, o Triangoli d'uguale altezza sono quelle figure di tre lati, le quali dalla cima fino al lato inferiore hanno la linea Perpendicolare, o sia la linea a piombo uguale, come* △ △

golo, [*a*] o in Quadrato [*b*] per cavarne l'Area [*c*] nelle ſolite Miſure Quadrate, [*d*] e di loro parti.

3. Ciò avvertito moſtriamo nel

PROBLEMA I.

Il modo di miſurar l'Area (e) prativa d'un Triangolo Rettangolo. (f)

1. Propongaſi in

I. Ipoteſi. (g)

2. Un Prato Triangolare (*b*) *ABC*, che vedeſi nella *Fig. XXVI. Fol.* 1,
3. Di cui l'Angolo *B* è Retto, [*i*]
4. E debbaſine miſurar l'Area. [*c*]

Dico per

II. Regola.

I. Che miſurati i due lati d'un Triangolo, (*k*) che formano l'Angolo Retto. (*i*)

II. E multiplicato (*l*) l'uno per la metà dell'altro, ſi produce la ricercata Area (*c*) in Miſure Quadrate. (*d*)

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Prendeſi il ſolito Compaſſo Riformato alla mano,
2. *E miſuraſi di quante Pertiche del noſtro paeſe* (o di qualunque altro) *ſia il lato AB*,
3. Nel modo inſegnato nell'Introduzione alla *pag.* 13. *num. XVII.*
4. E ritroviſi di *Pertiche* 6,
5. Miſuraſi parimente l'altro lato *BC*, il quale colla *AB* forma l'Angolo Retto, [*i*]
6. E ritroviſi di *Pertiche* 8.

II. 7. *Ora multiplicando* (*l*) *Pertiche* 8 *per la metà di Pertiche* 6, *cioè per* 3, *ovvero Pertiche* 6 *per la metà di Pertiche* 8, *cioè per* 4,

8. Si

(a) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ ⏢ *ec.*

(d) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4. angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(e) *Triangolo Rettangolo è quello, che di tre angoli n' ha un Retto, cioè a ſquadra come il Triangolo a b c qui ſoggiunto, il quale ha l'angolo Retto.*

(f) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(g) *Triangolare, ciò che è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di 3. lati, come* △

8. Si producono 24 *Pertiche Quadrate* (*l*) le quali ſono l'Area (*c*) ritrovata del propoſto Triangolo Rettangolo (*e*)

Ne ſegue

§. XII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Nell' accennata *Fig.* tirinſi fuori del Triangolo (*i*) dai punti *A*, e *C* le due linee punteggiate *A D*, *C D*,
2. Quella uguale, e Paralella (*m*) alla *B C*,
3. E queſta uguale, e Paralella (*m*) alla *A B*,
4. Sicchè facciano l'Angolo Retto (*b*) in *D*,
5. E dalla metà della *A B* fin'alla metà della *D C* tirisi la *F E*,
6. Che il Rettangolo (*a*) *B E* ſarà la metà del Rettangolo (*a*) *B D*. *Per la prima del ſeſto d' Euclide*,
7. Ma anche il Triangolo (*i*) *A B C* è la metà del detto Rettangolo (*a*) *per la 34. del primo*,
8. Sicchè il Triangolo (*i*) *A B C*, ed il Rettangolo (*a*) *B E* ſono uguali fra loro, *per l' aſſio. 1. del 1.*
9. Onde multiplicando (*k*) la *B F* per la *B C* del Rettangolo (*a*) *B E*, ſe ne produce l'Area (*c*) in miſure Quadrate (*d*) *per i §§. 5, e 6*,
10. Ch'è lo ſteſſo che dire: multiplicando [*k*] la metà del lato *A B* per il lato *B C* del Triangolo (*i*) *A B C*, ſe ne produce l' Area (*c*) nelle dette miſure.

Dunque

I. Miſurati i due lati d'un Triangolo, (*i*) che formano l' Angolo Retto, (*b*)

II. E multiplicato (*k*) l' uno per la metà dell' altro, ſi produce la ricercata Area (*c*) in miſure Quadrate. (*d*)

Il che era ec.

Soggiungeſi un

*

Avvertimento.

1. Per applicar la Regola precedente ai Triangoli Rettango-

(h) *L'Angolo Retto è quello a ſquadra, come* ⌞

[i] *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(l) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica, come* □

(m) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra, in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme. Come* ═

tangoli, (*a*) Prativi, deesi prima indagar se il proposto Triangolo sia Rettangolo, (*a*)

2. Il che facilmente si può effettuare per mezzo d' una squadra,

3. La quale dovrà esser accomodata sul Traverso del Compasso Riformato, come vedesi nella *Fig. XXVII. Fol.* 1.

4. Ove la *AB* immaginasi esser il Traverso del Compasso Riformato, di cui si favellò *al num. XIII. nel num. III. dell' Introduzione*,

5. Sopra cui si è adattata la squadra *f o m*,

6. La quale dee avere sott'una delle due braccia due pezzi di legno, che le servono per piedi incastrati nell'Incavatura del Traverso,

7. Come vedesi in *t s*,

8. I detti piedi debbono esser in fondo più larghi, e nella cima più stretti, come apparisce nel piede *p q*,

9. (Che per considerarlo lo poniamo sott' agli occhi fuori del nominato Traverso,)

10. Affinchè esattamente entrino nella detta Incavatura, la quale è pure nella cima più stretta, e nel fondo più larga.

11. Dunque incastrata che sia così la squadra nel Traverso *AB*, potrà egli nell' incastratura esser libermente tirato, secondo il bisogno dall'*A* in *B*, o dal *B* in *A*.

*

12. Dovrà poi aver la nominata squadra tre traguardi *r*, *c*, *e*, fatte per mezzo di tre punte acute piantate esattamente sulle braccia di quello,

13. In modo ch' una sia nell'angolo Retto (*b*) in *c*,

14. E l'altre due nelle stremità *r*, *e*.

*

15. Accomodata dunque in tal guisa sul Traverso la squadra, si guarda per i traguardi dell' un, e dell' altro braccio dietro il lato *BA*, e *BC* del già veduto Triangolo nella *Fig. XXVI. Fol.* 1.

16. E se il raggio visuale cade per mezzo delle traguardi direttamente sui detti due lati *BA*, *BC*, egli è segno, che l' Angolo *B* sarà Retto, [*b*] e per conseguenza il proposto Triangolo sarà Rettangolo, (*a*)

17. La mentovata squadra potrà a beneplacito esser tirata fuori della veduta incavatura del Traverso *AB*,

18. Ed essendo fabbricata in modo, che le braccia snodate

(a) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in se un angolo retto, cioè un angolo a squadra, come*

(b) *L'Angolo Retto è un angolo fatto a squadra, come*

(c) *Area è presso i Geometri uno spazio rinchiuso da 3. o più linee, come* *ec.*

(d) *Superficie piana intendesi volgarmente presso a' Geometri pratici una pianura.*

(e) *Rettangolo è una figura quadra, i cui 4. angoli sono a squadra, e de' 4. lati solo i due opposti sono fra loro uguali, come*

(f) *Quadrato è una figura quadra, i cui quattro lati sono uguali, ed i 4. angoli a squadra, come*

(g) *Triangolo è una figura di tre lati, come*

date si possano unir insieme, come vedesi in *P Q*, potrassi agevolmente portar in saccoccia.

*

19. Il modo d' adoprar in questa guisa la squadra è d' uopo notarsi essenzialmente, poichè in caso contrario non si potrebbe calcolar Area [*c*] veruna delle piane Superficie, [*d*] dovendo queste per mezzo d' Angoli Retti [*b*] esser o Rettangole, [*e*] o Quadrate [*f*] ovvero a tali ridursi, come accennammo alla pag. 32.

20. Onde debbonsi evitare

*

Gli Errori del Volgo.

1. Poichè alcuni Agrimensori volgari avendo forse inteso, che per indagar l'Area [*c*] d' un Triangolo, [*g*] si debba multiplicar [*b*] la metà d'un lato per l' altro lato intero,
2. E non intendendo il fondamento di questa multiplicazione, [*i*] la quale procede quando i due lati formano un angolo Retto, (*b*)
3. Francamente s'accingono a multiplicar [*b*] un mezzo lato per un altro intero di qualunque Triangolo [*g*] propostoli,
4. Benchè i due lati [come si è detto] non formino l' Angolo Retto, [*b*]
5. Onde nascono nelle vendite de' fondi aborti, ed isconci a danno o del compratore, o del venditore, ec. come meglio si chiarirà nel progresso di questa Parte prima.

Segue nel

PROBLEMA II.

Il modo di misurar un' Area (c) prativa d' un Triangolo Acuziangolo (k) terminato da Linee Rette. (l)

1. Propongasi in

I. Ipotesi. (m)

2. Un Prato Triangolare [*n*] *D E F nella Fig. XXVIII. del Fol.* 3.

(h) *Multiplicare chiamasi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(i) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(k) *Triangolo Acuziangolo è una figura di tre lati, la quale ha tutti e tre gli angoli acuti, che val a dire ciascuno minore d' un angolo a squadra, come* △

(l) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(m) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(n) *Triangolare, ciò che è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

3. I cui tre angoli ſieno tutti acuti, (*a*)
4. E debbaſene miſurar l'Area (*b*)
Dico per

II. Regola.

I. Che tirata da qualunque angolo d' un Acuziangolo [*c*] una Perpendicolare [*d*] fin' al lato oppoſto, o ſia Baſe, (*e*)

II. E multiplicando (*f*) la metà di quella per tutta queſta; ovvero la metà di queſta per tutta quella, ſe ne produce l' Area (*b*) in miſure Quadrate. [*g*]
Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Nell' accennato Triangolo (*b*) prativo eleggaſi qualunque angolo;
2. Per eſempio l'angolo *E*,
3. Dal quale tiriſi nel Prato la Perpendicolare (*d*) *E G*, come ſegue:

*

4. Adattata che ſia la ſquadra ſul Traverſo del Compaſſo, come ſi è fatto nel precedente Avvertimento,
5. Sia il braccio, che ſta incaſtrato nel detto Traverſo, diretto ſopra la linea *D F*,
6. E movaſi verſo l'*F*, o verſo il *D*, fino che per i traguardi dell' altro braccio ſi veda l' angolo *E*,
7. Ch'il raggio viſuale farà la Perpendicolare (*d*) *E G*,
8. E per maggior chiarezza ſi tiri il filo, *giuſta il num. XV. pag.* 28, ove l'occhio vede, che la detta Perpendicolare [*d*] doverebbe cadere,
9. La quale nello ſteſſo tempo, che vi ſi cammina ſopra, può miſurarſi col Compaſſo riformato, *giuſta il numero XVII. della pag.* 13, e miſurata ſuppongaſi di *Pertiche* 15.
10. Miſurata altresì la Baſe *D F* sù cui ella cade, ſuppongaſi di *Pertiche* 20.

II. 11. Ora multiplicate [*f*] *Pertiche* 20 per la metà di

(a) *Angolo acuto è quello, ch'è minor d' un angolo Retto, cioè d' un angolo a ſquadra, come* ∧

(b) *Area appreſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ ▱ *ec.*

(c) *Triangolo Acuziangolo è una figura di tre lati, la quale ha tutti e tre gli angoli acuti, che val a dire ciaſcuno minore d' un angolo a ſquadra, come* △

(d) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella quì ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, perchè non inclina più verſo l'E, che verſo l'F.*

(e) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

di *Pertiche* 15, ovvero *Pertiche* 15 per la metà di *Pertiche* 20, si produrranno 150 Pertiche Quadrate, [*i*]

12. Che sono la ricercata Area (*b*) del proposto Triangolo Acuziangolo. (*c*)

Eccone

§. XIII.

La sua Ragione Dimostrativa.

1. Nell'accennata Fig. tirinsi intorno al Triangolo le tra linee punteggiate *DP*, *PO*, *OF*,
2. Delle quali la prima sia Paralella, [*k*] ed uguale alla *EG* (che supponiamo tirata)
3. La seconda Paralella, (*k*) ed uguale alla *DF*,
4. E la terza Paralella (*k* , ed uguale alla *EG*, sicchè facciano colla *DF* il Rettangolo (*l*) *DO*,
5. Tirisi dalla metà della *PD* sin'alla metà della *OF* la *RS*,
6. Ch'il Rettangolo (*l*) *DS* sarà la metà del Rettangolo (*l*) *DO per la prima del sesto*;
7. Ma anche il Triangolo [*b*] *DEF* è la metà del detto Rettangolo (*l*) *DO*;
8. Perocchè il Rettangolo (*l*) *DO* resta diviso in 4 Triangoli, (*b*)
9. Cioè in *EGF*, *EOF*, *DEG*, *DPE*,
10. De'quali i due fuori del Triangolo (*b*) *DEF* sono uguali agli altri due entro il detto Triangolo, (*b*) *per la* 34 *del Primo*.
11. Sicchè il Triangolo (*b*) *DEF* sarà la metà del Rettangolo [*l*] *DO*, come dicemmo,
12. E per conseguenza il Triangolo (*b*) *DEF* ed il Rettangolo (*l*) *DS* saranno uguali per esser ciascuno la metà del detto Rettangolo (*l*) *DO*;
13. Onde multiplicando (*f*) la *RD* per la *DF* del Rettangolo (*l*) *DS*, se ne produce l' Area [*b*] in misure Qadrate (*g*), *giusta li* §§. 5, *e* 6,
14. Ch'è lo stesso che dire : *multiplicando* [*f*] *la Base* (*e*) *DF del Triangolo DEF per la metà della Perpendicolare* (*d*) *EG cioè per la GN se ne produce l' Area* [*b*] *in misure Quadrate*. (*g*)

Dunque

(f) *Multiplicare chiamasi , quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto. Come due volte* 3. *fa* 6.

(g) *Misura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura , la quale ha* 4. *angoli a squadra e* 4. *lati uguali come* □

(h) *Triangolo è una figura di tre lati , come* △

(i) *Pertica quadrata è una figura quadrata di* 4 *angoli a squadra, e di* 4 *lati uguali , ciascuno de' quali è lungo una pertica , come* □

(k) *Paralelle linee sono quelle , che sono sempre ugualmente distanti l' una dall' altra , in modo , che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme , come* ═

(e) *Rettangolo è una figura quadra, i cui* 4. *angoli sono a squadra, e de'* 4. *lati solo i due opposti sono fra loro uguali , come* ▭

I. Tirata da qualunque Angolo d' un Triangolo Acuziangolo (*a*) una Perpendicolare (*b*) fin' al lato oppoſto, o ſia Baſe, (*c*)

II. E multiplicando (*d*) la metà di queſta per tutta quella, ovvero la metà di quella per tutta queſta ſe ne produce l'Area in miſure Quadrate. (*e*)

Il che era ec.

*

Da queſta ſteſſa ragione comprendeſi facilmente, come multiplicando (*d*) tutta la perpendicolare (*b*) *EG* per la metà della Baſe [*c*] *DF*, dell' accennato Triangolo (*f*) ſe ne produce l'Area. (*g*)

Segue nel

PROBLEMA III.

Il modo di miſurar l' Area (g) Prativa d' un Triangolo Ottuſiangolo (h) terminato da Linee Rette. (i)

1. Propongaſi in

I. Ipoteſi. (*k*)

2. Un Prato Triangolare *GHI nella Fig. XXIX. del Fol.* 3.
3. Di cui l'Angolo *H* è ottuſo, (*l*)
4. E gli altri due acuti, (*m*)
5. E debbaſene miſurar l'Area. (*g*)

Dico per

II. Regola,

I. Che tirata dall' Angolo Ottuſo (*l*) d' un Triangolo Ottuſiangolo (*h*) una Perpendicolare (*b*) fin' alla Baſe (*c*)

II. E multiplicata (*d*) la metà di queſta per tutta quella, ovvero la metà di quella per tutta

(a) *Triangolo Acuziangolo è una figura di tre lati, la quale ha tutti e tre gli angoli acuti, che val a dire ciaſcuno minore d' un angolo a ſquadra, come* △

(b) *Perpendicolare è una linea retta, la quale ſtando ſopra d'un'altra retta, non inclina più d' una parte, che dall' altra, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è perpendicolare, perchè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.

(c) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominandi due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(d) *Multiplicare chiamaſi quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come* 2. *volte* 3. *fa* 6.

(e) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali come* □

tutta queſta ſe ne produce l' Area (*g*) in miſure Quadrate. (*e*)

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Conſideriſi prima, s'il mentovato Triangolo Prativo *GHI* ſia veramente un Ottuſiangolo (*b*)

2. Il che ſi può indagare per mezzo della ſquadra nel modo inſegnato *alla pag. 66 n. 3, e ſegg.*

3. Poichè portata la detta ſu ciaſcuno dei tre angoli I, *H*, *G* vedraſſi per mezzo dei traguardi, ſe alcuno di quelli è maggiore d'un Retto (*n*)

4. E trovato tale, tiriſi dall' Angolo Ottuſo [*l*], cioè dall'*H* la Perpendicolare [*b*] *HR*,

5. Il che effettueraſſi per mezzo della ſquadra, come ſi è fatto nella pratica del precedente Problema.

6. E nello ſteſſo tempo miſuriſi la detta Perpendicolare [*b*] *giuſta il num. XVII. della pag.* 14.

7. La quale ſupponiamo di *Pertiche* 8.

8. Si miſuri altresì la Baſe [*c*] *GI*, la quale ſia di *Pertiche* 20,

II. 9. Ora multiplicando [*d*] *Pertiche* 20 per la metà di *Pertiche* 8.

10. Ovvero *Pertiche* 8 per la metà di *Pertiche* 20, ſi producono 80 *Pertiche Quadrate*, [*o*]

11. Che ſono la ricercata Area [*g*] del propoſto Triangolo Ottuſiangolo [*b*] *GHI*,

Ecco

§. XIV.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Nell' accennata *Fig.* tirinſi intorno al Triangolo *GHI* le tre linee punteggiate *GM*, *MN*, *NI*,

2. Delle quali la prima ſia Paralella (*p*), ed uguale alla *HR* [che ſupponiamo tirata]

3. La

[f] *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(g) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio tinchinſo fra tre o più linee, come* △ ○ *ec.*

(h) *Triangolo ottuſiangolo è una figura di tre lati, la quale ha un angolo ottuſo, che val a dire uno maggiore d' un angolo a ſquadra, come* △

(i) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(k) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(l) *Angolo ottuſo è quello, che è maggior d' un angolo Retto cioè d' un angolo a ſquadra, come* \

(m) *Angolo acuto è quello, ch' è minor d' un angolo Retto, cioè d' un angolo a ſquadra, come* /

(n) *L' Angolo Retto è un angolo fatto a ſquadra, come* ¬

(o) *Pertica quadrata è un figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica, come* □

(p) *Paralleli linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

3. La ſeconda Paralella [*a*] ed uguale alla *GI*,
4. E la terza Paralella [*a*] ed uguale alla *HR*: ſicchè faccia colla *GI* il Rettangolo [*b*] *GN*,
5. Tiriſi dalla metà della *MG* ſin' alla metà della *NI*, la *OP*,
6. Che il Rettangolo [*b*] *GP* ſarà la metà del Rettangolo [*b*] *GN per la* 1 *del ſeſto*,
7. Ma anche il Triangolo (*c*) *GHI* è la metà del Rettangolo (*b*) *GN per il* §. 9. *al n.* 8.
8. E per conſeguenza il Triangolo (*c*) *GHI*, ed il Rettangolo (*b*) *GP* ſono uguali, per eſſer ciaſcuno la metà del detto Rettangolo (*b*) *GN*.
9. Onde multiplicando (*d*) la *GO* per la *GI* del Rettangolo (*b*) *GP*, ſe ne produce l'Area (*e*) in miſure Quadrate (*f*) *per li* §§. 5, e 6
10. Ch'è lo ſteſſo che dire: multiplicando (*d*) la Baſe (*g*) *GI* del Triangolo *GHI* per la metà della Perpendicolare (*b*) *HR*, cioè per la *RV*, ſe ne produce l'Area (*e*) in miſure Quadrate. (*f*)

Dunque

I. Tirata dall' Angolo Ottuſo (*i*) d' un Ottuſiangolo (*k*) una Perpendicolare (*b*) ſin' alla Baſe, (*g*)

II. E multiplicata (*d*) la metà di queſta per tutta quella, ovvero la metà di quella per tutta queſta, ſe ne produce l'Area (*e*) in miſure Quadrate (*f*)

Il che era ec.

*

Da queſta ſteſſa ragione comprendeſi facilmente; come multiplicandoſi [*d*] tutta la Perpendicolare [*g*] *HR* per la metà della Baſe (*g*) *GI*, ſe ne produce parimente l'Area, (*e*) ec.

Debbonſi poi evitare

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale ſenz'aver l'avvertenza di tirar l'accennata Perpendicolare (*b*) dall' Angolo Ottuſo (*i*) ſin' alla Baſe, (*g*) come ſi è fatto nella pratica,

2. Mul-

(a) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra, in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(b) *Rettangolo è una figura quadra, i cui 4. angoli ſono a ſquadra, e dei 4. lati ſolo i due oppoſti ſono uguali fra loro, come* ▭

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come.* △

(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(e) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(f) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4. angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(g) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

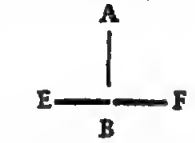
2. Multiplica (*d*) la metà d'un lato con qualunque altro intiero,
3. Ed il prodotto (*l*) dice, eſſerne l'Area, (*e*)
4. Per eſempio nella *Fig.* accennata multiplica (*d*) la metà del lato *G H*, cioè *Pertiche* 6 per tutt' il lato *G I*, cioè per *Pertiche* 20.
5. E produce *Pertiche* 120, le quali crede eſſer la vera Area (*e*) del Triangolo (*c*) *G H I*,
6. Mentre quella è ſolo *di Pertiche* 80.

*

7. Sinora s'è favellato dei modi, con cui ſi miſurano le Aree (*e*) delle Figure di tre lati, cioè de' Triangoli, [*c*] e ſe dalle precedenti ragioni dimoſtrative ne vogliamo raccorre il fondamento, queſto conſiſte (come già dicemmo) nel ridur qualunque Triangolo (*c*) in un Rettangolo, (*b*) ed indagarne l'Area (*e*) colla ſolita multiplicazione. (*m*)
8. Ora per proſeguir con ordine il noſtro cammino, è d'uopo diſcorrere delle Figure Quadrilatere, (*n*) delle quali le principali ſarebbero il Quadrato, (*o*) ed il Rettangolo, (*b*)
9. Ma di queſti n'è preceduta la dichiarazione, e regola di miſurare l'Area (*e*) nel *Cap. I. Probl. I. di queſto Libro.*
10. Onde avanzeremo alla cognizione di miſurare le altre Figure Quadrilatere. (*n*)

Per lo che ſegue il

(h) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte; come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare; poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F*



(i) *Angolo ottuſo è quello, che è maggior d'un angolo Retto, cioè d'un angolo a ſquadra, come* ⟍

(k) *Ottuſiangolo triangolo è una figura di tre angoli, uno dei quali è maggiore d'un retto, cioè di quello, ch'è a ſquadra, come* ◺

(l) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(m) *Multiplicazione chiamaſi, quando con 2 numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(n) *Figura Quadrilatera è una figura di quattro lati, come* □

(o) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(a) *Superficie piana Quadrilatera è volgarmente parlando una pianura contenuta da quattro lati.*

(b) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(c) *Figura Quadrilatera è una figura di quattro lati, come* □

(d) *Rettangolo è una Figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(e) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(f) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ ▱ *ec.*

(g) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto come due volte 3 fa 6.*

(h) *Paralellogrammo è una figura di quattro latì, dei quali gli opposti sono fra di loro ugualmente distanti, come* ▭ □ ▱

CAPO IV.

In cui trattasi, come ogni sorta di Superficie piane Quadrilatere (a) terminate da Linee Rette, (b) si debbano misurare ne' prati.

E perciò premettesi

*

Il Fondamento di tutte le seguenti Regole.

1. Questo non è differente da quello, ch'abbiamo esposto sul principio del Capo precedente, perocchè la sostanza consiste nel ridurre ciascuna Figura Quadrilatera [*c*] in un Rettangolo, (*d*) ovvero in un Quadrato, (*e*) e poi nell' indagarne l'Area (*f*) colla solita multiplicazione. (*g*) Il tutto si specificherà nelle seguenti Ragioni Dimostrative.

*

2. Nelle Figure Quadrilatere (*c*) hanno il primo luogo i Paralellogrammi, [*b*] fra i quali non solo s'annoverano le due prenominate Quadrato, (*e*) e Rettangolo, [*d*] ma anco le due seguenti: onde mostriamo nel

PROBLEMA I.

Il modo di misurar l'Area (f) prativa d'un Paralellogrammo (h) detto Rombo. (i)

Propongasi in

I. Ipotesi (*k*).

1. Un Prato fatto in figura del Rombo (*i*) *ABCD*, rappresentatoci dalla *Figura XXX. del Fol. 3.*

2. E

2. E debbaſene miſurar la ſua Area [*f*], Dico per

II. Regola.

I. Che tirando in croce da due angoli d' un Rombo (*i*) due Linee Rette (*b*) fin' agli altri due angoli oppoſti,

II. E multiplicando (*l*) la metà dell' una per tutta l' altra, ſe ne produce l' Area (*f*) in Miſure Quadrate. (*m*)

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Nell' accennata Figura, o ſia Rombo (*i*) prativo, *tiriſi* (*giuſta la pag.* 14. *num. XVII.*) *la linea dall' angolo* A *fin' all' angolo* C,

2. E nello ſteſſo tempo miſurandola, ritroviſi di di *Pert.* 11, *Piedi* 3.

3. *Parimente tiriſi nel modo predetto un' altra linea dall' angolo* D *fin' all' angolo* B,

4. E miſurata ritroviſi di *Pert.* 8, e Piedi 2.

II. 5. *Ora multiplicando* (*l*) *tutta la* A C, *cioè Pertiche* 11 : 3 *per la metà della* B D, *cioè per Pert.* 4 : 1, *ſi produce l' Area di Pertiche Quadrate* (*n*) 47 : 5 : 6

6. Cioè di *Pertiche* quarantaſette Quadrate, (*n*) come dicemmo, *Piedi* cinque, ed *Oncie* ſei di *Pertica* pure Quadrata. [*u*]

Segue

§. XV.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Tirinſi intorno alla Figura del detto Rombo (*i*) le quattro linee punteggiate *P R*, *Q S*, *P Q*, *R S*,

2. Le prime due uguali, e Paralelle (*o*) alla *B D*,

3. E le due ultime uguali, e Paralelle [*o*] alla *A C*,

4. Che ſi farà fatto il Rettangolo (*d*) *R Q*,

5. Del qual Rettangolo [*d*] il Rombo (*i*) *A B C D* è la metà;

(i) *Rombo è una figura di quattro lati uguali, e di quattro angoli, dei quali ſolo i due oppoſti ſono uguali fra loro, come* ☐

(k) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(l) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(m) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* ☐

(n) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica, come* ☐

(o) *Linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Rombo è una figura di quattro lati uguali, e di quattro angoli, dei quali solo i due opposti sono uguali fra loro, come* ◇

(c) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(e) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(f) *Misura Quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a squadra, e quattro lati uguali come* □

(g) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

6. Perocchè egli è partito in otto Triangoli [*a*] uguali, *per la 34 del primo.*
7. Quattro de' quali sono entro, e quattro fuori del Rombo. (*b*)
8. Ma anche il Rettangolo [*c*] *RC* è la metà del mentovato Rettangolo (*c*) *RQ*, *per la prima del sesto.*
9. Dunque il Rettangolo [*c*] *RC*, ed il Rombo [*b*] *ABCD* sono uguali fra loro, *per l'assioma* 1. *del primo.*
10. Ora multiplicando (*d*) la *AC* per la *RA*, si produce l'Area [*e*] del detto Rettangolo *RC* in misure Quadrate, (*f*) *giusta li* §§. 5, e 6,
11. Ch'è lo stesso che dire: multiplicando [*d*] l'intera *AC* per la metà della *BD* del detto Rombo, (*b*) cioè per la *GD*, se ne produce l'Area [*e*] in misure Quadrate. (*f*)

Dunque

I. Tirando in croce da due angoli d'un Rombo, (*b*) due linee Rette (*g*) fin agli altri due angoli opposti,

II. E multiplicando (*d*) la metà dell' una per tutta l'altra, se ne produce l'Area (*e*) in misure Quadrate. (*f*)

Il che era ec.

Quivi pure debbonsi fuggire

*

Gli Errori del Volgo.

1. I quali sono così grandi, che in pregiudizio, e danno dell' umano commerzio possono sovvertire le ragioni o de' venditori, o de' compratori, come ancora degli affittuali, e permutatori de' terreni,
2. Poichè alcuni Agrimensori volgari avendo forse inteso, che per computar l'Area [*e*] di qualche Quadrilatera (*b*) Figura conviene multiplicar (*d*) un' intera per una mezza delle due linee tirate in croce dall'un all' altro angolo opposto, osano metter francamente la detta regola in opera in qualunque Superficie Quadrilatera, [*i*] benchè non sia Rombo. [*b*]
3. Dal che nasce lo sbaglio, che mostrasi coll' evidenza susseguente:

4. Pro-

*

4. Proponiamo nella *Figura XXXI. del Fol.* 3. una Superficie Quadrilatera [*i*], che non ſia Rombo, [*b*]
5. Di cui la linea *AC* ſia di *Pertiche* 22,
6. E la *BD* di *Pertiche* 20.
7. Per cavarne l'Area (*e*) la divideremo per ora in due Triangoli (*a*) *ABC*, *ADC*,
8. Ed opereremo nel modo inſegnato nel Probl. 2. del Cap. 3. precedente, con ritrovar l'Aree (*e*) d'amendue i Triangoli (*a*) in due multiplicazioni, (*k*)
9. Riſervando a ſuo luogo il modo di farlo con una ſola multiplicazione; (*k*)
10. Dunque per ritrovar l' Area (*e*) del Triangolo (*a*) *ABC*,
11. Tirata la Perpendicolare [*l*] *BO* di Pertiche 3, e multiplicata [*d*] colla metà della *AC*, cioè con *Pertiche* 11, ſi producono per l'Area (*e*) del detto Triangolo [*a*] *ABC Pert.* 33. Quadrate, (*m*)
12. E per ritrovar l' Area (*e*) dell' altro Triangolo [*a*] *ADC*,
13. Tirata la Perpendicolare (*l*) *DE* parimente di Pertiche tre, e multiplicata [*d*] iſteſſamente colla metà della *AC* di Pertiche 11, ſi producono pure per l'Area (*e*) del ſecondo Triangolo [*a*] *ADC Pertiche* 33 Quadrate, [*m*]
14. Le quali aggiunte alle 33 del primo Triangolo (*a*) fanno *Pert. 66*;
15. Sicchè tutta l'Area (*e*) della propoſta Superficie Quadrilatera (*i*) è di Pertiche *66* Quadrate. (*m*)

*

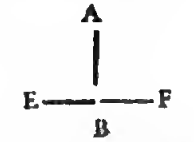
16. Ora volendo calcolare la detta Superficie (*n*) ſecondo gli errori del Volgo,
17. Prenderemo tutta la *AC*, cioè *Pertiche* 22, e la multiplicheremo (*d*) per *Pertiche* 10, cioè per la metà della *BD* tirata in croce alla precedente, che il Prodotto (*o*) per tutta l'Area (*e*) propoſta ſarà di *Pertiche* 220 Quadrate. (*m*)
18. Sbaglio orribile, e danno conſiderabile all' una, o all' altra parte, ch' entrano in contratto di qualche Fondo.
19. Perocchè ſi fa creſcere la detta Superficie [*n*] più di due terzi di Pertiche di quelle che ſono in realtà.
20. Sic-

(h) *Quadrilatera figura è una figura di quattro lati, come* ☐

(i) *Superficie Quadrilatera è una figura di quattro lati, come* ☐

(k) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(l) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare; poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F*



(m) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno dei quali è lungo una pertica.*

(n) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(o) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

20. Sicchè per misurar l'Area [a] d'un Rombo [b] non si può recedere dalla Regola esposta quì addietro.

Ecco nel

[a] *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ ▱ *ec.*

PROBLEMA II.

Il modo di misurar l'Area (a) prativa d'un Paralellogrammo (c) chiamato Romboide. (d)

Propongasi in

(b) *Rombo è una figura di quattro lati uguali, e di quattro angoli, dei quali solo i due opposti sono uguali, fra loro, come* ◇

(c) *Paralellogrammo è una figura di quatro lati, dei quali gli opposti sono fra di loro ugualmente distanti, come* ▭ □ ▱

I. Ipotesi. (e)

1. Un Prato fatto in forma del Romboide (d) *M E R N*,
2. Rappresentatoci dalla *Figura XXXII. Fol.* 3.
3. Di cui si debba misurar l'Area. [a]

Dico per

(d) *Romboide è una figura di quattro angoli, e di quattro lati, de' quali angoli, e lati solo i due opposti sono uguali fra loro, come* ▱

(e) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

II. Regola.

I. Che tirando in un Romboide (d) dall' uno fin' all' altro angolo opposto una retta Linea, (f) e su questa una Perpendicolare (g) da qualunque degli altri due angoli.

II. Poi multiplicando (b) l'una per l'altra, se ne produce l' Area (a) in misure Quadrate. (i)

Eccone la

(f) *Linea Retta è quella, che volgarmente immagisi tirata come un filo teso, come* ——

(g) *Perpendicolare linea è una retta, la quale stando sopra d'un'altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte,*

III. Pratica.

I. 1. Nell'accennata Figura, o sia Romboide (d) prativo *tirasi sul terreno (giusta la pag. 13. num. XVII.) la linea M N dall' uno all' altro angolo opposto.*

2. E misurata al solito sia di Pert. 20.

3. *Poscia dall' angolo R, ovvero dall' angolo E tirisi la Perpendicolare (g) R G, ovvero E F, giusta la pagina 25. n. 4. ec.*

4. E misurata sia di Pertiche 6.

II. 5. *Ora multiplicando (b) la M N, cioè Pertiche 20 per*

la

la Perpendicolare (g) *RG, ovvero EF, cioè per Pertiche 6, ſi producono Pert. 120 Quadrate,* (k)

6. Che ſono la ricercata Area [a] del propoſto Romboide [d] *MERN*.

Del che ſegue

§. XVI.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Nell' accennata Figura deſcrivaſi intorno al detto Romboide [d] *MERN* con linee punteggiate il Rettangolo [l] *CB*, *giuſta il* §. 15. *num.* 1. 2. ec.
2. Che il Romboide [d] ſarà la metà del nominato Rettangolo, [l]
3. Perocchè queſto vedeſi diviſo in 8 Triangoli, [m]
4. Cioè quattro grandi uguali fra loro, e quattro piccioli parimente uguali fra loro. *Per la 34 del primo.*
5. De' quali 8 Triangoli [m] due grandi, e due piccioli ſono entro, ed altresì due grandi, e due piccioli ſono fuori del Romboide. (d)
6. Ma anche il Rettangolo [l] *MB* è la metà del predetto Rettangolo [l] *CB*, *per la prima del ſeſto.*
7. Dunque il Rettangolo (l) *MB*, ed il Romboide (d) *MERN* ſono uguali fra loro, *per l' aſſioma* 1. *del primo.*
8. Sicchè multiplicando la [b] *MN* per la *MA*, ſi produce l'Area (a) del detto Rettangolo (l) *MB* in miſure Quadrate, [i] *per li* §§. 5. *e* 6.
9. Ch'è lo ſteſſo che dire: Multiplicando [b] la *MN* tirata dall' un all' altro angolo oppoſto del Romboide (d) per la Perpendicolare (g) *EF*, ſe ne produce l'Area (a) in miſure Quadrate. (i)

Dunque

I. Tirando in un Romboide (d) dall' uno fin' all' all'altro angolo oppoſto una Retta Linea, (f) e ſu queſta una Perpendicolare (g) da qualunque degli altri due angoli.

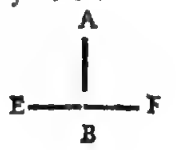
II. Poi multiplicando (b) l'una per l'altra, ſe ne produce l'Area (a) in miſure Quadrate. (i)

Il che era ec.

Conſiderabili ſono anche in queſto luogo

Gli

come nella qui ſoggiunta figura la AB è perpendicolare, perchè non inclina più verſo la E, che verſo l'F.



(h) *Multiplicare o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come 2. volte 3. fa 6.*

(i) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati ugnali come* □

(k) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica, come* □

(l) *Rettangolo è una Figura di 4. angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

(m) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

[a] *Romboide è una figura di quattro angoli, e di quattro lati, de' quali angoli, e lati solo i due opposti sono uguali fra loro, come* ◻

(b) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(c) *Paralellogrammo è una figura di quattro lati, dei quali gli opposti sono fra di loro ugualmente distanti, come* ▭ ◻ ◻

(d) *Figura quadrilatera è una figura di quattro lati, come* ◻

(e) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ◻

(f) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ ⬠ *ec.*

(g) *Trapezio Isoscele è una figura di quattro lati, de' quali due opposti sono ugualmente distanti fra loro, e gli altri due bensì uguali fra loro, ma non ugualmente distanti, come* ◺

*

Gli Errori del Volgo.

1. I quali consistono in summar gli uni, e gli altri lati opposti d'un Romboide, [*a*]
2. Poi prenderne le due metà, e finalmente multipli. car [*b*] le dette metà insieme.
3. Ma perchè questo sbaglio dee ricorrere ne' Problemi susseguenti, ne differiamo fin'a colà la piena dichiarazione.

*

4. Dai Paralellogrammi (*c*) passiamo all' altre Figure Quadrilatere, [*d*] chiamate Trapezj, (*e*) di cui ve n' ha tre spezie, e volendo trattar della prima, segue nel

PROBLEMA III.

Il modo di misurar l'Area (f) prativa d'un Trapezio chiamato Isoscele. (g)

Sia in

I. Ipotesi. (*h*)

1. Un Prato disteso in forma di Trapezio Isoscele (*g*) *A B C D*, rappresentatoci dalla *Figura XXXIII. Foglio 3.*
2. E debbasene misurar l'Area. (*f*)

Dico per

II. Regola,

I. Che raccolte in un Trapezio Isoscele (*g*) le due Linee Paralelle (*i*) insieme.

II. Presane la metà, e multiplicata (*b*) per la Perpendicolare (*k*) tirata fra le dette Paralelle, [*i*] se ne produce l'Area (*f*) in misure Quadrate. (*l*)

Ecco-

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Nell'accennata Figura, o ſia nel Prato diſteſo in forma di Trapezio Iſoſcele (*g*) miſurinſi col ſolito Compaſſo le due Paralelle (*i*) *BC*, *AD*, *giuſta la pag. 13. num. XVII.*

2. E ritrovate quella di Pertiche 8, queſte di 20,

II. 3. *Raccolte inſieme fanno 28 Pertiche, la cui metà è di Pertiche 14.*

4. *Tirata poſcia col Compaſſo, giuſta la pag. 68. num. 4. la Perpendicolare* [*k*] BE, *o* CF,

5. *E miſurata ſia di Pertiche 10.*

6. *Ora multiplicando* [*b*] *la detta metà delle raccolte due Paralelle,* [*i*] *cioè di Pertiche 14 per la Perpendicolare* [*k*] *BE*, cioè per Pertiche 10,

7. *Si producono 140 Pertiche Quadrate,* [*l*]

8. *Che ſono la ricercata Area* [*f*] *del Trapezio Iſoſcele,* (*g*)

Ne ſegue

§. XVII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Nell' accennata Figura il predetto Trapezio (*e*) *ABCD* è uguale al Rettangolo [*m*] *AC*,

2. Poichè il Rettangolo (*m*) *EC* è comune ad amendue,

3. Ed il Triangolo [*n*] *FCD* è uguale al Triangolo (*n*) *AGB*, per aver i lati uguali [come la Figura lo moſtra] *giuſta l'aſſiom. 8. del primo, e Prop. 4. del medeſimo.*

4. Ora multiplicando (*b*) la *AF* per la *AG*, ſi produce l'Area (*f*) del Rettangolo [*m*] *AC* in miſure Quadrate; [*o*] *giuſta i §§. 5, e 6.*

5. Ch'è lo ſteſſo che dire: *Multiplicando* [*b*] *la* AF [*ch'è, giuſta la Figura, di Pertiche 14, e perciò la metà delle due Paralelle* (*i*) AD, BC *raccolte inſieme*) *per la Perpendicolare* [*k*] BE, *tirata fra le dette Paralelle,* (*i*)

6. Si produce l'Area del propoſto Trapezio Iſoſcele [*g*] nelle nominate miſure Quadrate. (*o*)

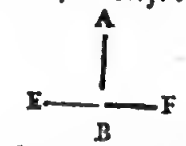
Dunque

L I. Rac-

(h) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(i) *Linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(k) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F.*



(l) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica,*

(m) *Rettangolo è una figura di 4. angoli a ſquadra, e di 4 lati, de' quali ſolo i 2 oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(n) *Triangolo è una figura di tre lati, come.* △

(o) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4. angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

I. Raccolte in un Trapezio Iſoſcele (*a*) due Paralelle (*b*) inſieme,

II. Preſane la metà, e multiplicata (*c*) per la Perpendicolare (*d*) tirata fra le dette Paralelle (*b*), ſe ne produce l' Area (*e*) in Miſure Quadrate. (*f*)

Il che era ec.

Frequentiſſimi ſono in queſto caſo, e perciò ſommamente da fuggirſi

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale avendo forſe inteſo, che per miſurar l'Area (*e*) d'una Figura Quadrilatera, (*g*) ſi debbano raccorre due lati oppoſti inſieme, e poi multiplicarne (*c*) la metà per qualche altra linea,
2. E non avendo fondamento per riflettere, che ciò ſolamente procede in quei Trapezj, (*b*) ch' hanno i lati Paralelli, (*i*)
3. S'accinge ſenza ſcrupolo a raccorre tanto gli uni, quanto gli altri due lati oppoſti di qualunque Quadrilatero, (*k*)
4. E multiplicando (*c*) le due metà dell'aggregate ſomme pretendono di produrne l'Area (*e*) legittima.

*

In eſempio:

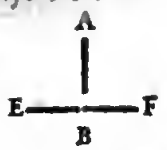
5. Per miſurar l'Area (*e*) del Quadrilatero (*k*) *A B C D* della *Fig. XXXIV. Fol.* 3.
2. Raccolgono alcuni i due oppoſti lati *A B*, *C D*, quello di *Pert.* 11, queſto di *Pert.* 21.
3. E fanno in tutto *Pert.* 32.
4. La cui metà è di *Pert.* 16.
5. Parimente raccolgono inſieme gli altri due lati oppoſti *A C*, *B D*, quello di *Pertiche* 8, queſto di *Pertiche* 24.
7. E fanno in tutto *Pertiche* 32.
8. La cui metà è di Pertiche 16.
9. Finalmente multiplicano (*c*) le mentovate due metà inſieme;
10. Cioè Pertiche 16 per *Pert.* 16, ed il prodotto di Pert.

(a) *Trapezio Iſoſcele è una figura di quattro lati, dei quali due oppoſti ſono ugualmente diſtanti fra loro, e gli altri due bensì uguali fra loro, ma non ugualmente diſtanti, come* ⏢

(b) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra, in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme. Come* ═

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione Intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(d) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d'un'altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



(e) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ ⬡ *ec.*

(f) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una*

Pert. 259 Quadrate (*l*) dicono, eſſere l'Area legittima del detto Quadrilatero. (*k*)

11. Ma quanto grande ſia queſto sbaglio in danno del pubblico, apparirà chiaramente nel *Problema V*, e §. 18.

Paſſiamo alla ſeconda ſpezie de' Trapezj, [*b*] ed eſponiamo nel

PROBLEMA IV.

Il modo di miſurar l'Area (e) d' un Trapezio chiamato Scaleno, (m) volgarmente Capo tagliato.

1. Avendo il Trapezio Scaleno (*m*) come appariſce nella *Figura XXXV. Fol. 3.*) le due Paralelle (*b*) *A B*, *C D*, come il Trapezio Iſoſcele, (*a*) ed eſſendo ſolo differente negli altri due lati, i quali non ſono uguali fra loro, qui altro non occorre replicare intorno alla REGOLA, ed intorno alla PRATICA; perocchè oſſervaſi la ſteſſa REGOLA, e la ſteſſa PRATICA del Problema precedente, e parimente la ſteſſa è anche la ſua RAGIONE DIMOSTRATIVA.

*

Perciò avanziamo alla terza ſpezie de' Trapezj, (*b*) e vediamo nel

PROBLEMA V.

Il modo di miſurar l'Area (e) prativa d'un Trapezio Irregolare. (n)

Sia in

I. Ipoteſi. (o)

1. Un Prato diſteſo in forma del Trapezio Irregolare (*n*) *A B C D*,
2. Come ce lo rappreſenta la *Figura XXXIV. Fol. 3.*

figura, la quale ha 4. angoli a ſquadra e 4. lati uguali come □

(g) *Figura Quadrilatera è una figura di quattro lati, come* ⌓

(h) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⌓

(i) *Lati Paralelli, o ſiano linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra, in modo che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═

(k) *Quadrilatero è una figura di 4 lati, come* □

(l) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica.*

(m) *Trapezio Scaleno è una figura di quattro lati tutti diſuguali, come* ⌓

(n) *Trapezio Irregolare è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, dei quali neſſuno è all' altro equidiſtante.*

(o) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

3. E debbasene misurar l' Area [*a*],
Dico per

II. Regola.

I. Che tirando in un Trapezio irregorale (*b*) da qualunque angolo sin al suo opposto una Linea Retta. (*c*)

II. E dagli altri due angoli due Perpendicolari (*d*) cadenti sulla detta Linea retta. (*c*)

III. Poi multiplicando (*e*) la metà di questa per ambe quelle raccolte insieme, se ne produce l'Area (*a*) in Misure Quadrate. (*f*)

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Nell'accennata *Figura XXXIV.*, o sia nel Prato distesо in forma di Trapezio irregolare (*b*) *tirasi* nel modo solito per mezzo del Compasso [*giusta la pag.* 14. *num. XVII.*) *la* C B, *dall' angolo* C *sin all' angolo* B *opposto*.

2. La quale misurata (*giusta la detta pag.* 14. *ec.*) sia di Pertiche 18.

II. 3. *Poi dai due altri angoli* A, D *tirinsi le due Perpendicolari* (*d*) A M, D O,

4. *Cadenti sulla detta linea* C B,

5. Le quali misurate al solito, sia l'*A M* di *Pertiche* 6, e la *D O* di *Pertiche* 20;

6. Cioè ambe raccolte insieme di Pert. 26.

III. 7. Ora multiplicando (*e*) la metà della detta *C B*, cioè *Pert.* 9. per ambe le Perpendicolari (*d*) raccolte insieme, cioè per Pertiche 26.

8. Si producono *Pert.* Quadrate [*g*] 234, che sono la ricercata Area del Trapezio irregolare. (*b*)

*

9. E che questa sia la legittima Area [*a*] contro gli accennati errori del Volgo esposti alla *pag.* 83. *num.* 11.

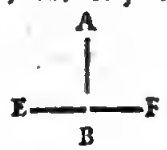
Ecco-

[a] *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ ⏢ *ec.*

b) *Trapezio Irregolare è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, dei quali nessuno è all' altro equidistante.*

(c) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(d) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte; come nella qui soggiunta figura la* A B *è Perpendicolare; poichè non inclina più verso la* E, *che verso l'* F



(e) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

Eccone

§. XVIII.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Intorno al detto Trapezio irregolare (*b*) deſcrivaſi il Rettangolo (*b*) *V T*, (*giuſta il* §. 15. *n.* 1. 2. ec.)
2. Che il Trapezio irregolare (*b*) ſarà la metà del detto Rettangolo; [*b*]
3. Perocchè queſto vedeſi diviſo in 8 Triangoli (*i*) (non contando la linea *S R* tiratavi per mezzo),
4. Cioè quattro fuori, e quattro entro il nominato Trapezio, (*k*) gli uni uguali agli altri, *per la* 34. *del primo*.
5. Ma anche il Rettangolo [*b*] Z *S* è la metà del mentovato Rettangolo (*b*) *V T*, *per la prima del ſeſto*.
6. Dunque il Trapezio, [*k*] ed il Rettangolo (*b*) *Z S* ſono uguali fra loro. *Per il primo aſſio. del primo*.
7. Sicchè multiplicando (*e*) la *V S* per la *V Z* ſi produce l'Area (*a*) del Rettangolo (*b*) *Z S* in miſure Quadrate, (*f*) *giuſta li* §§. 5, *e* 6.
8. Ch' è lo ſteſſo che dire: *multiplicando* (*e*) *la metà della* C B *per ambe le Perpendicolari* [*d*] A M, D O *raccolte inſieme*, ſi produce l'Area [*a*] del Trapezio irregolare (*b*) in miſure Quadrate. (*f*)

Dunque

I. Tirando in un Trapezio irregolare (*b*) da qualunque angolo fin al ſuo oppoſto una Linea Retta, (*c*)

II. E dagli altri due angoli due Perpendicolari (*d*) cadenti ſulla detta Linea Retta, (*c*)

III. Poi multiplicando (*e*) la metà di queſta per ambe quelle raccolte inſieme, ſe ne produce l'Area (*a*) in miſure Quadrate. (*f*)

Il che era ec.

Anche in queſta Ipoteſi debbonſi ſommamente rigettare

(f) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(g) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica, come* □

(h) *Rettangolo è una Figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(i) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(k) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

Gli

(a) *Trapezio Irregolare è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, dei quali neſſuno è all' altro equidiſtante.*

(b) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come*

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* *ec.*

(d) *Partire, o ſia dividere nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro; come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(e) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

*

Gli Errori del Volgo.

1. I quali ſono al pubblico molto pernicioſi,
2. Perocchè quello nell' indagar l' Area d' un Trapezio irregolare (*a*) opera come ſegue:
3. Nel Trapezio irregolare (*a*) *A B C D* della *Figura XXXVI. Fol.* 3, dopo aver miſurati i due lati oppoſti *A C*, *B D*,
4. Queſto di *Pertiche* 55, quello di *Pert.* 135,
5. Ch'egli chiama *Teſte*,
6. Tira per mezzo il Trapezio (*b*) un'altra linea, cioè la *E F*,
7. La quale principia dal mezzo della *A B*,
8. Finiſce in mezzo alla *C D*,
9. E viene chiamata *Linea di mezzo*.
10. Queſta nella noſtra Figura è di *Pertiche* 100.
11. Finalmente tira dalla mezza *A C* fin' alla mezza *B D* la *G H*, chiamata dal detto Volgo, *Linea di lunghezza*.

*

12. Ora per computar la ricercata Area, (*c*)
13. Egli raddoppia la *linea di mezzo*, cioè la linea *E F*,
14. La fa di Pertiche - - - - 200
15. L'aggiunge le *due Teſte A C*, *B D*,
16. Quella di *Pertiche* - - - - 55
17. Queſta di *Pertiche* - - - - 135

18. E ſomma - - - - Pert. 390
19. Queſta ſomma di 390 partiſce (*d*) per 4,
20. Ed il Quoziente (*e*) di 97 e mezzo, che ne proviene, multiplica (*f*) per la *linea di lunghezza*, cioè per Pertiche 135,
21. Ed il Prodotto, (*g*) cioè *Pertiche* 13162 : 3 dice eſſere l'Area [*c*] ricercata.
22. Ma il detto Volgo, in vece d' indagar con ſtrada breve, e piana la verità, ſi ſtanca il cervello con lungo computo, per vieppiù inciampar negli errori pregiudiziali al pubblico.
23. Perocchè, ſe l'Area (*c*) del propoſto Trapezio irrego-

regolare (*a*) ſi computerà giuſta la Regola del *Problema* 5. dimoſtrata al §. 18, vedraſſi eſſere di ſole Pertiche 12800,

24. Le quali detratte dalle 13162 : 3, appariſce lo sbaglio patente di *Pert.* 362 : 3

Circa i Trapezj irregolari (*a*) ſa di meſtiere il ſeſeguente

(f) *Multiplicare o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come* 2. *volte* 3. *fa* 6.

*

Avvertimento.

1. Oſſerviſi, che la Regola precedente ha luogo, quando le linee Perpendicolari (*b*) cadono entro il Trapezio irregolare, (*a*) come l'abbiamo dimoſtrato nella *Figura XXXIV. Fol.* 3.

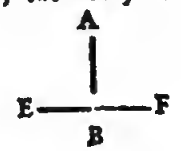
2. Ma dandoſi delle Figure Trapezie, in cui le dette Perpendicolari (*b*) non poſſono cadere entro d' eſſe, s' eſpone nel ſeguente

(g) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

PROBLEMA VI.

Il modo di miſurar in un prato un Trapezio irregolare [*a*], *quando le Perpendicolari*, (*b*) *giuſta il precedente Problema, non cadono entro la Figura.*

(h) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare; poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l'* F



Sia in

I. Ipoteſi. (*i*)

1. Un Prato diſteſo in forma di Trapezio irregolare, (*a*) rappreſentatoci dalla *Figura XXXVII. Foglio* 3.

2. E debbaſene miſurar l'Area. (*c*)

(i) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Dico per

II. Regola,

1. Che non potendoſi in un Trapezio irregolare (*a*) tirar ambe le Perpendicolari (*b*) entro la Figura, *giuſta il Probl. V.*, ſi tira una Retta (*k*) da qualunque angolo fin' al ſuo oppoſto,

(k) *Retta è quella linea, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

II. E

II. E questa prolungata fuori d' un Angolo Ottuso, (*a*) tiransi sulla detta dagli altri due angoli le Perpendicolari, (*b*) l' una entro, l' altra fuori della Figura.

III. E multiplicando, (*c*) *giusta il detto Probl. V.*, se ne produce l'Area (*d*), come ivi.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Nell' accennata Figura, o sia nel Prato *A B C D* disteso in forma di Trapezio irregolare (*e*) tirasi nel modo solito, *giusta la pag. 12. ec.* dall' angolo *A* all' angolo *D* suo opposto la linea *A D*.

2. E perchè dall' angolo *B* non si può tirar una Perpendicolare (*b*) cadente sulla detta *A D*,

3. Cioè cadente entro la Figura,

II. 4. *Si prolunga la mentovata* A D *fuori dell' Angolo Ottuso* (*a*) *D* verso l' *E*,

5. E ciò per mezzo del solito Compasso, *giusta* la *pag. 12. ec.*

6. E misurata la *A D* di 20 *Pertiche*,

7. *Poscia tirate sulla detta prolungata in* E *dagli angoli* C B *le due Perpendicolari* (*b*) C M, B E,

8. Quella di quattro, questa di otto *Pertiche*,

III. 9. *Si multiplica* [*c*] *la metà dell'* A D, cioè *Pertiche* 10.

10. *Per le due Perpendicolari* [*b*] C M, B E raccolte *insieme*, cioè per Pertiche 12,

11. *E produconsi Pertiche* 120,

12. *Che sono l'Area* [*d*] *ricercata del detto Trapezio irregolare*. [*e*]

Eccone

§. XIX.

La sua Ragione Dimostrativa.

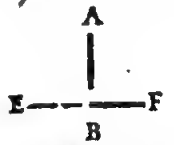
1. Nell' accennata *Figura XXXVII.* il proposto Trapezio (*f*) *A B C D* è uguale al Trapezio (*f*) *A F C D*,

2. Poichè il Triangolo (*g*) *A B D* è uguale al Triangolo (*g*) *A F D*. *Per la 37. del primo.*

3. Ed

(a) *Angolo ottuso è quello, che è maggior d'un angolo Retto, cioè d'un angolo a squadra, come* ⌒

(b) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte; come nella qui soggiunta figura la* A B *è Perpendicolare; poichè non inclina più verso la* E, *che verso l'* F



(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(d) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(e) *Trapezio Irregolare è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, dei quali nessuno è all' altro equidistante.*

(f) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* □

3. Ed il Triangolo (g) *A C D* è comune ad amendue i detti Triangoli. (*g*)

4. Sicchè multiplicando (*c*) la metà dell' *A D* per le due Perpendicolari (*b*) *C M*, *F D*, raccolte insieme si produce l'Area (*d*) del Trapezio (*f*) *A F C D* in misure Quadrate, (*b*) *giusta il* §. 18.

5. Ch'è lo stesso che dire: multiplicando (*c*) la metà della *A D* per le due Perpendicolari [*b*] *C M*, *B E* raccolte insieme, si produce l'Area (*d*) del Trapezio [*f*] *A B C D* nelle dette misure Quadrate. (*b*)

Dunque

I. Non potendosi in un Trapezio irregolare (*e*) tirare ambe le Perpendicolari (*b*) entro la Figura, *giusta il Problema V.*, si tira una Retta (*i*) da qualunque angolo fin' al suo opposto,

II. E questa prolungata fuori d' un angolo Ottuso, (*a*) tiransi sulla detta dagli altri due angoli le Perpendicolari (*b*) l' una entro, l'altra fuori della Figura,

III. E multiplicando, (*c*) *giusta il detto Probl. V.* se ne produce l' Area (*d*), come ivi.

Il che era ec.

Circa l'altre Figure Quadrilatere (*k*) soggiungesi un

*

Avvertimento.

1. Il quale si è: che noi ci siamo proposti di computar ciascun' Area (*d*) di qualunque Figura Rettilinea [*l*] per mezzo d'una sola multiplicazione, (*m*) tanto per far più spedita l'operazione, quanto per non metter il Geometra in pericolo di commettere degli sbagli, che facilmente possono avvenire, quando, fatta una Figura Rettilinea (*l*) in molti pezzi, quella si risolve per più multiplicazioni; [*m*] massimamente quando in queste entrano molti Rotti. (*n*) Del che si favellerà d' avvantaggio *nel Cap. 6. Probl. 7. a' numm. 23, 24 ec.*

(g) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(h) *Misura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a squadra, e quattro lati uguali come* □

(i) *Retta è quella linea, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(k) *Figura Quadrilatera è una figura di quattro lati, come* □

(l) *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle, che immaginansi tirate come un filo teso, come* □ △ *ec.*

(m) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(n) *Rotto, o fia numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* —— *terzi sono due parti d'un' unità divisa in tre, ere* —— *sono tre parquarti ei d'un' unità divisa in quattro ec.*

2. E perciò la misurazione dell' altre Figure Quadrilatere (*a*) da computarsi, come si è detto, per mezzo d'una sola multiplicazione [*b*] riservasi al Capo settimo,

3. Ove universalmente si mostrerà, come qualunque Figura Multilatera [*c*] si possa con brevità misurare nel modo predetto. Il che seguirà per mezzo d'uno Strumento.

4. Frattanto però dandosi molti casi, ne' quali si possano computar con una sola multiplicazione (*b*) l' Aree [*d*] di molte Figure Pentagone, (*e*) Essagone, (*f*) ec. senza il nominato Strumento, noi per non defraudar i pratici Geometrici, anzi per ispianar qui il cammino all' esercizio de' Principianti, per mezzo del quale possano pian piano apprender il modo di misurar le Aree [*d*] di diverse Figure Pentagone [*e*] con una sola multiplicazione, (*b*) mostriamo nel

CAPO V.

Il modo, con cui per puro esercizio de' Principianti trattasi in alcuni Problemi, come molte sorte di Pentagone Superficie (g) terminate da Linee Rette (h) si misurino ne' Prati con una sola multiplicazione, [b] senza il mentovato Strumento.

E perciò premettesi

*

Il fondamento di tutte le Regole seguenti.

1. Circa questo replicasi ciò, che fu esposto nel Capo precedente; cioè, che per indagar l'Area [*d*] di qualunque Pentagona Figura (*e*), debba questa essere pri-

(a) *Figura Quadrilatera è una figura di quattro lati, come* □

(b) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

[c] *Figura multilatera è quella contenuta da molti lati.*

(d) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(e) *Figura Pentagona, o sia Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

(f) *Figura Essagona, è una figura di sei angoli, o di sei lati, come*

(g) *Pentagona Superficie, o sia figura pentagona è quella, che ha cinque angoli, o cinque lati, come* ⬠

(h) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(i) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

prima ridotta in un Rettangolo [*i*], ovvero Quadrato, (*k*) poſcia eſſer multiplicati (*l*) i due lati della detta, *giuſta il Fondamento del Capo primo.*

2. Il che ſi farà chiaro colle Ragioni dimoſtrative, che ſeguiranno.

*

Ora benchè di rado avvenga in pratica il dover miſurar l'Area [*d*] d'un Pentagono regolare (*m*) ne' Prati, con tutto ciò per lume dell' altre notizie Geometriche, e potendoſi anche dar il caſo di tale miſurazione, s'inſegna nel

PROBLEMA I.

Il modo di miſurar l'Area (d) prativa d'un Pentagono regolare. (m)

Sia in

I. Ipoteſi (*n*).

1. Un Prato diſteſo in forma del Pentagono regolare (*m*) *A B C D E*
2. Rappreſentatoci dalla *Figura XXXVIII. Fol.* 3.
3. E debbaſene miſurar l'Area [*d*] in una ſola multiplicazione, (*b*)

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata dal centro (*o*) d' un Pentagono Regolare [*m*] una Perpendicolare [*p*] ſu qualunque lato,

II. E multiplicata (*l*) per la metà di tutti i cinque lati, ſe ne produce l' Area (*d*) in miſure Quadrate. (*q*)

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Suppoſto che il Prato propoſto ſia veramente diſte-

(k) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

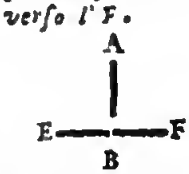
(l) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(m) *Pentagono regolare è una figura di cinque lati, o di cinque angoli uguali, come* ⬠

(n) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(o) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(p) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d'un'altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*

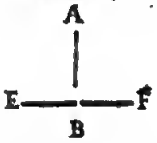


(q) *Miſura Quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali come* □

(a) *Pentagono regolare è una figura di cinque lati, o di cinque angoli uguali, come* ⬠

(b) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(c) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte; come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*



(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(e) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ ⬡ *ec.*

(f) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascheduno dei quali è lungo una pertica.*

disteso in forma di Pentagono regolare, (*a*) come dicemmo,

2. Deesi per la prima cosa cercar il centro (*b*) della Figura nel modo seguente:
3. Tirasi da qualunque angolo al suo lato opposto, come dall' angolo *C* al lato *E A* la Perpendicolare (*c*) *C e*
4. Nel modo insegnato alla *pag.* 68. *numm.* 4, 5 ec.
5. Parimente da qualunque altro angolo al lato opposto, come dall' angolo *D* al lato *A B* tirasi un' altra Perpendicolare (*c*) *D f*,
6. Ove le dette due Perpendicolari (*c*) si legano, cioè nel punto *a*, ivi si è ritrovato il centro [*b*].

II. 7. *Ora misurata la a f*, ovvero *la a b*, *cioè la Perpendicolare* [*c*] *dal centro* [*b*] *fin' ad un lato*, ch'è di *Pertiche* 10.

8. Misurata altresì la metà dei cinque lati, cioè dal *D* fin' al *f*, ch' è di Pert. 30,
9. *E multiplicate* [*d*] *le Pert.* 10 *per le Pert.* 30. *si produce l'Area* (*e*) *di* 300 *Pertiche Quadrate*. (*f*)

Eccone

§. XX.

La sua Ragione Dimostrativa.

1. Disponganſi i cinque Triangoli (*g*) uguali, che sono entro il Pentagono, [*h*] cioè li *D a C*, *C a B*, *B a A* ec. in forma di Rettangolo [*i*], come vedesi nella *Figura XXXIX. Fol.* 3.
2. In modo che 4 degli accennati Triangoli (*g*) sieno in mezzo al detto Rettangolo, (*i*)
3. Ed il quinto diviso per metà sia principio, e fine della stessa Figura Rettangolare. [*k*]
4. Così la Perpendicolare (*c*) *R S*, o *M G* del Rettangolo [*i*] sarà uguale alla Perpendicolare (*c*) *a f*, o *a b* del Pentagono, [*b*]
5. E la *R M*, o *S G* del Rettangolo (*i*) sarà parimente uguale alle *D C*, *C B*, *B f*, [cioè alla metà de' lati] del Pentagono. [*b*]
6. Ora multiplicando [*d*] la *R S* per la *S G* del Rettangolo [*i*], se ne produce l' Area (*e*) in misure Quadrate. (*l*) *Giusta li* §§. 5 *e* 6.
7. Ch'è lo stesso che dire: multiplicando [*d*] la Perpen-

pendicolare [c] *a b* del Pentagono (*b*) per la metà dei cinque lati dello ſteſſo, ſe ne produce l'Area [e] nelle dette miſure Quadrate. (*l*)

Dunque

I. Tirata dal Centro [*b*] d'un Pentagono Regolare [*a*] una Perpendicolare (*c*) ſu qualunque lato,

II. E Multiplicata (*d*) per la metà di tutti i cinque lati, ſe ne produce l'Area (*e*) in miſure Quadrate. (*l*)

Il che era ec.

Qui è d' uopo ſoggiugnere il ſeguente

*

Avvertimento.

1. Gli Autori inſegnano bensì ſolo due ſpezie di Pentagoni, cioè Regolari, ed Irregolari, quelli ſi ſono ſpiegati al Richiamo [*b*], queſti ſono tutte l'altre Figure piane di cinque lati diſuguali. Noi però preſentiamo al Leggitore una terza ſpezie di Pentagoni, [*b*] i quali non eſſendo Regolari, nè anche interamente Irregolari, abbiamo ſtimato bene, per lume de' pratici Geometri, di chiamarli *Pentagoni alquanto Regolari*, accagione, che *dei cinque lati o n' hanno due Paralelli*, [*m*] *o un lato Paralello* [*m*] *ad una linea entro la Figura tirata, o anche tutte le linee tirate da uno ſteſſo angolo entro la Figura, uguali fra loro*.

2. Ed avvenendo in pratica, che debbanſi non di rado miſurar i così nominati *Pentagoni* [*b*] *alquanto Regolari*, noi n' inſegniamo il modo con una ſola multiplicazione, [*n*] e ſenza quello ſtrumento, di cui favellammo nel precedente Avvertimento, e d' avvantaggio favelleremo al Capo VII.

Onde ſegue nel

(g) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(h) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

(i) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono uguali fra loro, come* ▭

(k) *Figura Rettangola è quella, che ha tutti gli angoli a ſquadra, come* ▭

(l) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4 angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(m) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═

(n) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

PRO-

(a) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(b) *Pentagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di cinque angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli, o nelle linee ugualmente distanti.*

(c) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall'altra, in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(d) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(e) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Triangolo Isoscele è una figura di tre lati, dei quali due sono uguali, come* △

(g) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

(h) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri*

PROBLEMA II.

Il modo di misurar l'Area (a) prativa d'un Pentagono alquanto Regolare, (b) ch'ha due lati Paralelli. (c)

Sia in

I. Ipotesi. (d)

1. Un Prato distesо in forma del Pentagono alquanto Regolare (*b*) *A C B D E*,
2. Rappresentatoci dalla *Figura XL. Fol. 3.*
3. I cui lati *A E*, *B D* sono Paralelli, [*c*]
4. E la di lui Area [*a*] comincia con un Rettangolo, [*e*] e finisce con un Triangolo Isoscele. [*f*]
5. Del qual Pentagono (*g*) debbasi misurar la detta Area [*a*] con una sola multiplicazione. [*h*]

Dico per

II. Regola,

I. Che tirata nel detto Pentagono (*g*) una Linea Retta, (*i*) che divida l'Area del Triangolo (*k*) da quella del Rettangolo. (*e*)

II. Tirata una Perpendicolare (*l*) dalla cima del detto Triangolo (*k*) fin'alla Base. (*m*)

III. Aggiunta la metà della detta Perpendicolare (*l*) ad un lato più lungo del Rettangolo. (*e*)

IV. E multiplicata (*n*) coll'altro lato, si produce l'Area (*a*) del proposto Pentagono (*g*) in Misure ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Nell'accennata *Figura XL.* tirisi per mezzo del solito Compasso *la A B, giusta il numero XVII. della pag.* 12.

2. *Che l'Area* [*a*] *del Triangolo Isoscele* (*f*) *A C B sarà divisa dall'Area* [*a*] *del Rettangolo* [*e*] *E B.*

II. 3.

II. 3. *Tirisi dalla cima C fin' alla Base A B la Perpendicolare* (l) *C e, giusta la pag. 68. num. 4. ec.* la quale misurata sia di Pertiche 8.

4. La cui metà è di *Pertiche* 4.

III. 5. *Questa metà di Pertiche* 4 *aggiungasi al lato B D*, cioè *al lato più lungo del Rettangolo* [e], che misurato è di *Pertiche* 12,

6. E farannosi in tutto Pertiche 16.

IV. 7. Poscia misurato l'altro lato *D E*, ch' è di Pertiche 8.

8. *Multiplicansi* (n) *le Pertiche* 8 *per le Pertiche* 16, *e si producono* 128 *Pertiche Quadrate*, [o]

9. Che sono la ricercata Area [a] del proposto Pentagono alquanto Regolare. (b)

Eccone

§. XXI.

La sua Ragione Dimostrativa.

1. Se l' accennata *Figura XL.* consistesse in un Rettangolo (e) finito, com' è il Rettangolo [e] *E M*,

2. Si multiplicherebbe [n] tutta la *M D*, cioè la *C O* per la *E D*, e se ne produrrebbe l' Area (a), *giusta li* §§. 5 e 6. in misure Quadrate. (p)

3. Ma perchè il Triangolo (k) *A C B* altro non vale, che per il Rettangolo [e] *A N*, *giusta il* §. 14,

4. Segue, che tutta la detta Figura è uguale al Rettangolo (e) *E N*.

5. Dunque con ragione multiplicando (n) la *D N*, cioè la *O P* per la *D E*, si produce l' Area (a) nelle mentovate misure,

6. Ch' è lo stesso che dire: multiplicando [n] la *B D* aggiunta alla metà della *C e*,

7. Per la *D E* si produce l' Area [a] del Pentagono [g] proposto in misure ec.

Dunque

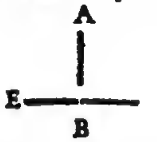
I. Ti-

si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.

(l) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

[k] *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(l) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare; poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*



(m) *Base è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(n) *Multiplicare o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto. Come due volte 3 fa 6.*

(o) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli à squadra, e di 4 lati ugnali, ciascuno de' quali è lungo una pertica, come* □

(p) *Misura quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a squadra, e quattro lati ugnali, come* □

I. Tirata nel detto Pentagono (*a*) una Linea Retta, (*b*) che divida l'Area (*c*) del Triangolo (*d*) da quella del Rettangolo. (*e*)

II. Tirata una Perpendicolare (*f*) dalla cima del detto Triangolo (*d*) fin' alla Baſe. (*g*)

III. Aggiunta la metà della detta Perpendicolare (*f*) ad un lato più lungo del Rettangolo. (*e*)

IV. E multiplicata (*b*) coll' altro lato, ſi produce l'Area (*c*) del propoſto Pentagono (*a*) in Miſure ec.

Il che era ec.

Segue nel

PROBLEMA III.

Il modo di miſurar un' Area (c) prativa d' una ſeconda ſpezie di Pentagoni alquanto Regolari, (i) ch' hanno due lati Paralelli. (k)

Sia in

I. Ipoteſi. (l)

1. Un Prato diſteſo in forma del Pentagono alquanto Regolare (*i*) *A B C D E*
2. Rappreſentatoci dalla *Figura XLI. Fol. 3.*
3. I cui lati *B C*, *E D* ſono Paralelli, (*k*)
4. E la di lui Area (*c*) comincia con un Iſoſcele, [*m*] e finiſce con un Triangolo Scaleno, [*n*]
5. Del qual Pentagono (*a*) debbaſi miſurar la detta Area (*c*) in una ſola multiplicazione. (*o*)

*

6. Per la riſoluzione del preſente Problema non fa d' uopo di nuove Regole; perocchè oſſervaſi la ſteſſa REGOLA, la ſteſſa PRATICA, e la ſteſſa RAGIONE DIMOSTRATIVA del Problema precedente.
7. Onde paſſiamo avanti, e vediamo nel

PRO-

(a) *Pentagono è una figura, di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

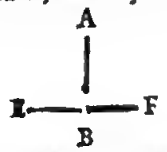
(b) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(d) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(e) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſuggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F.*



(g) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

PROBLEMA IV.

Il modo di misurar un' Area (c) prativa d' una terza spezie di Pentagoni alquanto Regolari, (i) ch' hanno due lati Paralelli. (g)

Sia in

I. Ipotesi. (o)

1. Un Prato distesо in forma del Pentagono alquanto Regolare (i) *A B C D E*,
2. Rappresentatoci dalla *Figura XLII. Fol. 3.*
3. La cui Area [c] comincia con qualunque Triangolo (d) *A B E*,
4. Segue con un Rettangolo [e] *E C*,
5. E finisce con qualunque altro Triangolo (d) *C F D*.
6. Di questo Pentagono (a) debbasene misurar la detta Area (c) in una sola multiplicazione. (o)

Dico per

II. Regola.

I. Che tirate nel detto Pentagono (a) due Linee Rette, (b) che dividano le Aree (c) de' due Triangoli [d] da quella del Rettangolo. (e)

II. Tirate due Perpendicolari [f] dalla cima de' detti Triangoli (d) fin' alla Base. [g]

III. Aggiunte le metà delle Perpendicolari [f] al lato più lungo del Rettangolo, (e)

IV. E multiplicate (b) coll' altro lato, se ne produce l' Area (c) in misure ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. *Nell' accennato Pentagono (a) tirinsi le due Rette (b) B E, C F, giusta il numero XVII. pag. 13.*

2. *Le*

(b) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(i) *Pentagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di cinque angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli, o nelle linee ugualmente distanti.*

(k) *Lati Paralelli, o siano Paralelle sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l' una dall' altra, in modo che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(l) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(m) *Isoscele, o Triangolo Isoscele è una figura di tre lati, nei quali due sono uguali, come* △

(n) *Triangolo Scaleno è una figura di tre lati, i quali sono tutti disuguali fra loro, come* ◺

(o) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

2. *Le quali dividono l'Area* (a) *del Rettangolo* (b) E, C *dalle due Aree* (a) *dei Triangoli* [c] *A B E C f D.*

II. 3. *Tirinſi poſcia le Perpendicolari* (d) *A M, D F* (*giuſta la pag.* 68. *n.* 4. *ec.*) *ſulle due Baſi* [e] *B E, C f,*

4. E miſurate, queſta di *Pertiche* 10, quella di *Pertiche* 8,

5. Prendonſi le due metà delle dette Perpendicolari, [d] che fanno inſieme *Pertiche* 9.

III. 6. *Ed aggiungonſi alla E f, o B C, ch'è il lato più lungo del Rettangolo,* b)

7. Il qual lato ſupponendo noi di *Pertiche* 40, farà coll' aggiunte Pert. 9. Pertiche 49.

IV. 8. *Ora multiplicando* (f) *queſte Pertiche* 49 *per la C f,* cioè *per Pertiche* 8, *ch' è l' altro lato del Rettangolo* (b) *E C,*

9. *Si produce l'Area del Pentagono* (g) *propoſto in Pertiche Quadrate.* [b]

Eccone

§. XXII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Nell' accennata Figura conſideriſi il Triangolo (c) *A E B* uguale al Rettangolo (b) *R B*, *giuſta il* § 14,

2. Ed il Triangolo [c] *C f D* uguale al Rettangolo [b] *f O*, *per il* §. 13,

3. Che ſi vedrà tutt' il Pentagono [g] *A B C D E* uguale a tutt' il Rettangolo (b) *R v*;

4. Sicchè multiplicando (f) la *R I* per la *I o*, ſi produce l'Area del Rettangolo [b] *R v* in miſure Quadrate, [i] *giuſta li* §§. 5 *e* 6,

5. Ch'è lo ſteſſo che dire: multiplicando (f) *le F S, M V*, cioè le metà delle due Perpendicolari (d) *A M, D F* aggiunte al *B C* lato più lungo del Rettangolo (b) *E C* per l' altro lato *B E*, ſi produce l'Area [a] del Pentagono (g) propoſto nelle dette miſure Quadrate. (i)

Dunque

I. Tirate nel detto Pentagono (g) due Linee Ret-

(a) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(b) *Rettangolo è una figura di 4. angoli a ſquadra, e di 4 lati, de' quali ſolo i 2 oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come.* △

(d) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare; poichè non inclina più verſo in E, che verſo l' F*

(e) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo* (*cioè d'una figura di tre lati*) *ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(f) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(g) *Pentagono è una figura di cinque angoli e di cinque lati come* ⬠

Rette, (*k*) che dividano l' Aree de' due Triangoli (*c*) da quella del Rettangolo. (*b*)

II. Tirate due Perpendicolari (*d*) dagli angoli dei detti Triangoli (*c*) fin' alla Baſe. (*e*)

III. Aggiunte le metà delle Perpendicolari (*d*) al lato più lungo del Rettangolo, (*b*)

IV. E multiplicate (*f*) con l' altro lato, ſe ne produce l' Area (*a*) in Miſure ec.

Il che era ec.

Segue nel

PROBLEMA V.

Il modo di miſurar l' Area (*a*) *prativa d' una terza ſpezie di Pentagoni alquanto Regolari*, (*l*) *ch' hanno i lati Paralelli.* (*m*)

Sia in

I. Ipoteſi. (*n*)

1. Un Prato diſteſo in forma del Pentagono (*g*) *A B C D E*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura XLIII. Fol. 3.*
3. I cui lati *A E*, *C D* ſieno Paralelli, [*m*]
4. E la di lui Area (*a*) conſiſta in un Rettangolo, (*b*) e due Triangoli d' ugual altezza, [*o*]
5. Del qual Pentagono (*g*) debbaſi miſurar la detta Area [*a*] in una ſola multiplicazione. (*p*)

(h) *Perſica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di quattro lati ugnali, ciaſcunode' quali è lungo una perſica.*

(i) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4. angoli a ſquadra, e quattro lati ugnali, come* □

(k) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(l) *Pentagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di cinque angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli, o nelle linee ugualmente diſtanti.*

(m) *Lati Paralelli, o ſiano linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra, in modo che ſe nello ſteſſo piano ſoſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═

(n) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

N 2 Dico

(o) *Triangolo, o Triangoli d'ugual altezza ſono quelle figure di tre lati, le quali dalla cima fino al lato inferiore hanno la linea Perpendicolare, o ſia la linea a piombo ugnale, come* △ ◺

(p) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata nel detto Pentagono (a) una linea retta, (b) che divida l' Area (c) del Rettangolo (d) da quella dei due Triangoli (e)

II. Aggiunta la metà d'uno dei due lati Paralelli (f) dei detti Triangoli (e) al lato più curto del Rettangolo (d)

III. E multiplicatala (g) per il lato più lungo, se ne produce l'Area (c) in misure ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. *Tirisi nel mentovato Pentagono* [a] *la Retta* (b) *F G, giusta la pag.* 13. *num. XVII.*

2. La quale tocchi il punto *B*,

3. E facciasi Paralella [f] al lato *E D* nel modo seguente:

4. Applichisi un braccio *M N* della squadra (già nominata alla pag. 68. numero 4.) alla linea *E D*,

5. In modo, che l'altro braccio tocchi il punto *B*,

6. E misurisi la distanza *N B*,

7. Poscia applichisi di nuovo un braccio della detta squadra in un'altra parte della mentovata *E D*, come in *P*,

8. E prendasi dietro all'altro braccio *P S* una distanza uguale alla *N B*, e segnisine il termine come in *S*,

9. Poi tirata per i punti *B*, *S* dal lato *E A* al lato *D C* la *F G*,

10. Questa sarà la ricercata Paralella, [f]

11. E così *l' Area* (c) *del Rettangolo* [d] *E G sarà divisa dalle Aree* (c) *dei due Triangoli* [e] *F A B, B C G.*

II. 12. Ora misurato il lato *C G*, ovvero *A F*, *giusta il num. XVII. pag.* 13.

13. Cioè

(a) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⌂

(b) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

[c] *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(d) *Rettangolo è una Figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(e *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(f) *Lati Paralelli, o Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l' una dall' altra, in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme. Come* ═══

13. Cioè il lato d' un Triangolo, (*e*) Paralello (*f*) al lato dell' altro Triangolo, [*e*]
14. E ritrovato di Pertiche 8.
15. Presa la metà delle dette Pertiche 8, cioè Pertiche 4.
16. Aggiunta al lato *G D*, ch' è il più curto del Rettangolo (*d*) *E G*, ed è di Pertiche 7, si fa Pertiche 11.

III. 17. Le quali Pertiche 11 multiplicate [*g*] per il lato *E D* di Pertiche 18, cioè per il lato più lungo del detto Rettangolo, (*d*)
18. Si produce l' Area (*c*) del Pentagono (*a*) proposto in Pertiche Quadrate (*b*) 198.

Eccone

§. XXIII.

La sua Ragione Dimostrativa.

1. Nella mentovata *Figura XLIII. Fol.* 3. i due Triangoli (*e*) *F A B*, *B C G* sono uguali al Rettangolo [*d*] *F O*, *giusta il* §. 12.
2. Sicchè tutto il Pentagono [*a*] *A B C D E* è uguale a tutto il Rettangolo [*d*] *E O*.
3. Ora multiplicando [*g*] la *O D* per la *E D*, si produce l' Area (*c*) del Rettangolo [*d*] *E O* uguale al detto Pentagono (*a*) in misure Quadrate [*i*], *giusta li* §§. 5 *e* 6.
4. Ch' è lo stesso che dire: multiplicando [*g*] la metà del lato *C G* aggiunte alla *G D* per il lato *E D*, si produce l' Area (*c*) del proposto Pentagono (*a*) nelle dette misure.

Dunque

I. Tirata nel detto Pentagono (*a*) una linea retta (*b*) che divida l' Area (*c*) del Rettangolo (*d*) da quella dei due Triangoli (*e*)
II. Aggiunta la metà d' uno dei due lati Paralelli [*f*] dei detti Triangoli [*e*] al lato più curto del Rettangolo (*d*)
III. E multiplicatala [*g*] per il lato più lungo, se ne produce l' Area (*c*) in misure ec.

Il che era ec.

Sog-

(*g*) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(h) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una pertica.*

(i) *Misura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a squadra, e quattro lati uguali, come* □

Soggiungeſi un

*

Avvertimento.

Dalla precedente Ragione dimoſtrativa comprendeſi, come altri ſimili Pentagoni alquanto Regolari [*a*] [la cui Area (*b*) conſiſta in un Rettangolo [*c*], e due Triangoli interamente uguali (*d*)] come vedeſi nella *Figura XLIV. del Fol. 3.*, ſi poſſono miſurar per mezzo della Regola ſopraccennata, purchè ſieno della medeſima altezza. (*d*)

Vediamo nel

PROBLEMA VI.

Il modo di miſurar l'Area [*b*] *pratica d'una quarta ſpezie di Pentagoni alquanto Regolari,* (*a*) *che hanno due lati Paralelli.* (*e*)

Sia in

I. Ipoteſi. (*f*)

1. Un Prato diſteſo in forma di Pentagono (*g*) *E R S N O*,
2. Come la *Figura XLV. Fol. 3.* ce lo rappreſenta,
3. La cui Area [*b*] conſiſta in un Romboide [*b*], e qualunque Triangolo, [*i*]
4. La qual Area (*b*) debbaſi miſurar in una ſola multiplicazione. (*k*)

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata entro il detto Pentagono (*g*) una linea Retta, (*l*) che divida l'Area (*b*) del Romboide (*b*) da quella del Triangolo. (*i*)

II. Tirata una Perpendicolare (*m*) d'un angolo del

(a) *Pentagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di cinque angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli, o nelle linee ugualmente diſtanti.*

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ ○ *ec.*

(c) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

(d) *Triangolo, o Triangoli d'ugnale altezza ſono quelle figure di tre lati, le quali dalla cima fin al lato inferiore hanno la linea Perpendicolare, o ſia la linea a piombo ugnale, come* ⚠ ⚠

(e) *Lati Paralelli, o linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall'altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(f) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(g) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⌂

del Triangolo (*i*) ſulla detta linea Retta. (*l*)

III. Aggiunta la metà di quella ad un' altra Perpendicolare (*m*) tirata da un angolo ſul lato più lungo del Romboide. (*b*)

IV. E multiplicata (*n*) col detto lato, ſe ne produce l'Area (*b*) in miſure ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. *Tiraſi nell' accennato Pentagono* (*g*) *la Retta* R N, *giuſta la pag.* 13. *num. XVII.*

2. *Che divida l' Area* (*b*) *del Romboide* [*b*] E N *da quella del Triangolo* (*i*) R S N.

II. 3. *Tiriſi poſcia dall' angolo* S *del Triangolo* (*i*) *la Perpendicolare* (*m*) S V, *giuſta la pag.* 68. *numero* 4. *ec. ſulla detta* R N.

4. E ſupponiamola di *Pert.* 4.

III. 5. *La cui metà, cioè Pertiche due, s' aggiunge alla Perpendicolare* (*m*) R T *tirata dall' angolo* R *ſu la* E O, *lato più lungo del Romboide*, [*b*]

6. La quale *R T* ſupponendoſi di Pertiche 6, ſi fa colle predette Pertiche due, *Pert.* 8.

IV. 7. *Ora multiplicando* (*n*) *Pertiche* 8 *per il detto lato più lungo* R N, *o* E O, ſuppoſto di *Pertiche* 12,

8. Si produce l'Area (*b*) del Pentagono (*a*) propoſto in Pertiche Quadrate [*o*] 96.

Eccone

§. XXIV.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Nella mentovata *Figura XLV.* il Triangolo [*i*] *R S N* è uguale al Rettangolo (*c*) *R M*, *giuſta il* §. 14.

2. Ed il Romboide (*b*) *E R O N* è uguale al Rettangolo [*c*] *T N*, come ſi cava dal §. 16.

3. Sicchè tutt' il Pentagono (*a*) *E R S N O* è uguale a tutt' il Rettangolo (*c*) *T M*.

4. Ora

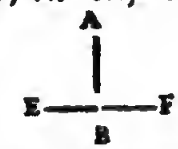
(b) *Romboide è una figura di 4 angoli, e di 4 lati, de' quali angoli, e lati ſolo i due oppoſti ſono uguali fra loro, come* ▱

(i) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △.

(k) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(l) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(l) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare; poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F*



(n) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tante fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(o) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica, come* □

4. Ora multiplicando [a] la *F T* per la *R N*, cioè per la *F M*, si produce l'Area (*b*) del Rettangolo (*c*) *T M*, *giusta li* §§. *5 e 6*, in milure Quadrate, (*d*)

5. Ch'è lo ſteſſo che dire: multiplicando (*a*) la metà della Perpendicolare [*e*] *S V* aggiunta alla *R T*, per la *R N*, o *F M*; ſi produce l'Area (*b*) del propoſto Pentagono (*f*) nelle dette milure.

Dunque

I. Tirata entro il detto Pentagono (*f*) una Retta, [*g*] che divida l'Area (*b*) del Romboide (*b*) da quella del Triangolo. (*i*)

II. Tirata una Perpendicolare (*e*) d'un angolo del Triangolo (*i*) ſulla detta Linea retta, (*g*)

III. Aggiunta la metà di quella ad un'altra Perpendicolare [*e*] tirata d'un angolo ſul lato più lungo del Romboide. (*b*)

IV. E multiplicata [*a*] col detto lato, ſe ne produce l'Area (*b*) in miſure ec.

Il che era ec.

Moſtriamo ulteriormente nel

PROBLEMA VII.

Il modo di miſurar l'Area (*b*) *prativa d'una quinta ſpezie di Pentagoni alquanto Regolari*, [k] *che hanno due lati Paralelli.* (*l*)

Sia in

I. Ipoteſi. (*m*)

1. Un Prato diſteſo in forma del Pentagono (*f*) *A B C D E*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura XLVI. Fol.* 3.
3. La cui Area (*b*) conſiſta in un Rettangolo, (*c*) ed un Triangolo, [*r*] che arriva colla cima fino alla metà del detto Rettangolo, [*s*]

4. La

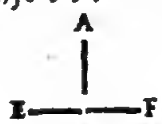
(a) *Multiplicare o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto. Come due volte 3. fa 6.*

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(c) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(d) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(e) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un'altra retta non inclina più dall'una, che dall'altra parte come nella qui ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F.*



(f) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

4. La qual Area [b] debbasi misurar in una sola multiplicazione. [n]

Dico per

II. Regola,

I. Che tirata entro il detto Pentagono (f) una Linea retta, [g] che divida l'Area (b) del Rettangolo (c) da quella del Triangolo. (i)

II. Aggiunti insieme il lato piu curto del Rettangolo (c), e la quarta parte del lato del Triangolo (i), che sono in una stessa linea,

III. E multiplicati (n) coll' altro lato del detto Rettangolo (c), se ne produce l'Area (b) in misure cc.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Prolunghisi nell' accennato Pentagono (f) la *A B* sin' alla *D C* nel punto *F*,

2. *Che dividerà l'Area* [b] *del Rettangolo* [c] *E F da quella del Triangolo* (i) *F B C*.

II. 3. Misurata poscia la *D F*, *lato più curto del Rettangolo*, (c) *giusta la detta pag.* 13.

4. Sia di *Pertiche* 8.

5. Misurata parimente la *F C*, *lato del Triangolo*, (i) *ch'è in una stessa linea col detto lato D F del Rettangolo* (c)

6. Sia di *Pertiche* 4,

7. *La quarta parte delle quali, cioè la O F aggiunta alle dette Pertiche* 8, *si fanno Pert.* 9.

III. 8. Ora multiplicando (n) *Pertiche* 9. per *Pert.* 24, cioè per la *E D*, ch'è l'altro lato del Rettangolo (c) da noi supposto di Pert. 24,

9. Si produce l'Area (b) del proposto Pentagono (f) in Pertiche Quadrate (o) 216.

(g) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(h) *Romboide è una figura di 4 angoli, e di 4 lati, de' quali angoli, e lati solo i due opposti sono ugnali fra loro, come* ▱

(i) *Teiangolo è una figura di tre lati, come* △

(k) *Pentagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di cinque angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli, o nelle linee ugualmente distanti.*

(l) *Lati Paralelli, o siano Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra, in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(m) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(n) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(o) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di 4 lati ugnali, ciascuno de' quali è lungo una pertica, come* □

Eccone

§. XXV.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Nell' accennata *Figura XLVI.* il Triangolo [*a*] *A C F* è il doppio del Triangolo (*a*) *C B F per la prima del ſeſto*,
2. Per eſſer nella coſtruzione della *Figura* la *B F* metà della *A F*,
3. Sicchè il Rettangolo (*b*) *A N*, il quale è uguale al detto Triangolo (*a*) *A C F per il* §. 12, ſarà parimente il doppio del Triangolo (*a*) *C B F*,
4. E per conſeguenza la metà del Rettangolo (*b*) *A N*, cioè del Rettangolo [*b*] *A O* ſarà uguale al mentovato Triangolo (*a*) *C B F*,
5. Onde tutt' il Rettangolo (*b*) *E O* ſarà uguale a tutt' il Pentagono (*c*) *A B C D E*.
6. Ora multiplicando (*d*) la *O D* per la *E D* ſi produce l'Area (*e*) del Rettangolo (*b*) *E O* in miſure Quadrate, (*f*) *giuſta li* §§. 5 *e* 6,
7. Ch'è lo ſteſſo che dire: multiplicando (*d*) il lato più curto del Rettangolo, [*b*] cioè la *D F* aggiunto alla quarta parte d'un lato del Triangolo (*a*) in una ſteſſa linea, cioè alla *F O*,
8. Per l'altro lato del Rettangolo, (*b*) cioè per la *E D*, ſi produce l'Area (*e*) del propoſto Pentagono (*c*) in miſure Quadrate. (*f*)

Dunque

I. Tirata entro il detto Pentagono (*c*) una Linea retta, (*g*) che divide l'Area (*e*) del Rettangolo (*b*) da quella del Triangolo, (*a*)

II. Aggiunti inſieme il lato più curto del Rettangolo, (*b*) e la quarta parte del lato del Triangolo, (*a*) che ſono nella ſteſſa linea,

III. E multiplicati (*d*) coll' altro lato del detto Rettangolo (*b*), ſe ne produce l'Area (*e*) in miſure ec.

Il che era ec.

Si ſoggiunge un

Av-

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(c) *Pentagono è una figura di cinque lati, come* ⬠

(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(e) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ ▭ *ec.*

*

Avvertimento.

1. Essendo nella mentovata *Figura XLVI.* la *B F* la metà della *A F*, avviene, come si è accennato, che aggiungendo la *F D* alla quarta parte della *E C*, cioè alla *F O*, e multiplicandola (*d*) per la *E D*, si produce l'Area (*e*) del Rettangolo (*b*) *E O* ec.
2. Il quale è uguale al Pentagono (*c*) *A B C D E*,
3. E perciò dalla sopraccennata Ragione Dimostrativa ricavasi, che se la *B F* non fosse la metà, ma un terzo della *A F*,
4. Allora converrebbe aggiugnere alla *F D* non la quarta, ma la sesta parte della *F C*, e poscia operare come si è mostrato,
5. E se la detta *B F* fosse un quarto della *A F*,
6. Sarebbe d' uopo aggiugnere alla *F D* l' ottava parte della *F C*, e poi proseguir l'operazione, come s'è detto.
7. In esempio: Sia nella *Figura XLVII. fol.* 3. la *C B* la quarta parte della *A B*,
8. Cioè essendo la *A B* di 24 *Pertiche*, sia la *C B* di *Pertiche* 6.
9. In questo caso supponendo la *B F* di *Pertiche* 8, la sua ottava parte sarà una *Pertica*.
10. La quale aggiunta (*giusta la Regola* ec.) al lato più curto *B E*, che noi supponiamo di Pertiche 10, si fanno *Pertiche* 11.
11. Queste multiplicate (*d*) colle Pertiche 24 del lato *D E*, si producono *Pertiche* Quadrate (*b*) 264 per l'Area (*e*) del Pentagono (*c*) *A C F E D*;

*

12. Sicchè resta per Regola, *che in simili Figure, se il lato del Triangolo* (*a*), *che continua dietro il lato più lungo del Rettangolo* [*b*], *è la metà del detto lato più lungo, prendesi la quarta parte dell' altro lato del Triangolo* (*a*), *che continua dietro al lato più curto del Rettangolo* [*b*], *d' aggiungersi al detto lato più curto.*
13. *Se sarà un terzo, prenderassi un sesto, se un quarto, prenderassi un ottavo, se un quinto prenderassi un decimo, e così sempre raddoppiando in infinito.*

(f) *Misura Quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a squadra, e quattro lati uguali come* □

(g) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(h) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascuno dei quali è lungo una pertica.*

14. *Ma ſe il lato del Triangolo* (a), *che continua dietro il lato più lungo del Rettangolo* (b), *non foſſe preciſamente nè la metà, nè un terzo, nè un quarto ec. del detto lato più lungo,*

15. In tal caſo evvi il ſuo rimedio per mezzo della Regola delle Proporzioni, della quale diſcorreraſſi a luogo più proprio.

16. *Tanto più, che eſſendo la noſtra idea d' indagar l' Area* (c) *delle Superficie piane* [d] *con una ſola multiplicazione* [e], *come modo più breve, e più facile, la detta Regola delle Proporzioni riesce alquanto difficile a' Principianti ;* e perciò paſſiamo a dimoſtrare nel

PROBLEMA VIII.

Il modo di miſurar l'Area (c) *prativa d'un' altra ſpezie di Pentagoni alquanto Regolari* (f), *ch' hanno un lato Paralello* [g] *ad una linea tirata entro la Figura.*

Sia in

I. Ipoteſi (h).

1. Un Prato diſteſo in forma del Pentagono [i] *A B C D E*,
2. Come ce lo rappreſenta la *Figura XLVIII. fol.* 3.
3. La cui Area (c) conſiſta in un Trapezio (k) di lati Paralelli (g), e qualunque Triangolo d' ugual altezza (l) del detto Trapezio. [k]
4. La qual Area (c) debbaſi miſurar in una ſola multiplicazione. [e]

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata entro il detto Pentagono (i) la linea Paralella (m), che divide l'Area (c) del

(a) *Triangolo è una figura di tre lati come* △

(b) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(c) *Area è preſſo i Geometri è uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ ▭ *ec.*

(d) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri praſici una pianura.*

(e) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto ſa tanta come due volte 3 fa 6.*

(f) *Pentagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di cinque angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli o nelle linee ugualmente diſtanti.*

(g) *Lati Paralelli, o ſiano linee paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra, in modo che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═

(h) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(i) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⌂

del Trapezio (*k*) da quella del Triangolo. (*a*)

II. Tirate ſulla detta Paralella (*m*) due Perpendicolari (*n*), l' una d' un angolo del Trapezio (*k*), l' altra d' un angolo del Triangolo (*a*),

III. E multiplicata (*o*) una di queſte per la detta Paralella (*m*) unita alla metà del lato pure Paralello (*g*), ſe ne produce l'Area (*c*) in miſure ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Tiriſi nell' accennato Pentagono (*i*) la *E C*, *giuſta il num. XVII. pag.* 13, Paralella al lato *A B*, *giuſta la Pratica della pag.* 100. *nnmero* 4. *ec.*

2. *Che dividerà l'Area* [*c*] *del Trapezio* [*k*] *da quella del Triangolo* [*a*],

3. E miſurata, *giuſta la detta pag.* 13, ſia la mentovata *E C* di *Pertiche* 16.

II. 4. *Tiriſi la Perpendicolare* (*n*) *A F dall'angolo A del Trapezio* [*k*] *cadente ſulla detta Paralella* [*m*] *E C*,

5. E miſurata ſia di *Pert.* 6.

6. *Così parimente tiriſi la Perpendicolare* [*n*] *D O dall' angolo D del Triangolo* [*a*] *cadente pure ſulla Paralella* [*m*] *E C*,

7. E ſuppongaſi uguale alla *A F*,

8. Miſurato ancora il lato Paralello (*g*) *A B*, ſia di *Pertiche* 8.

III. 9. Ora *multiplicando* [*o*] Pert. 6, *cioè nna delle Perpendicolari* [*n*]

10. Per *Pertiche* 20, *cioè per la Paralella* [*m*] *E C di Pertiche* 16 *unita al mezzo lato Paralello* (*g*) *I B di Pertiche* 4, ſi produce l' Area (*c*) del propoſto Pentagono (*i*) in Pertiche Quadrate (*p*) 120.

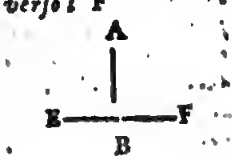
Ecco-

(k) *Trapezio è una figura di quatero lati, e di quatero angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro*, come □

(l) *Triangolo, o Triangoli d' uguale altezza ſono quelle figure di tre lati, le quali dalla cima fin al lato inferiore hanno la linea Perpendicolare, o ſia la linea a piombo uguale*, come △ △

(m) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra, in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme. Come* ═══

(n) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F*



(o) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(p) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica, come* □

Eccone

§. XXVI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. L'accennato Pentagono (*a*) della *Figura XLVIII. fol.* 3. è uguale all' Enneagono [*b*] della *Fig. XLIX. dello ſteſſo fol.* 3.
2. Poichè ſi è cavato fuori dalla *Figura XLVIII.* il Triangolo [*c*] *A M B*,
3. E ſi è traſportato ſulla linea *E C* prolungata in *N* della *Figura XLIX.* diviſo ne' due Triangoli [*c*] uguali *C B N*, *C D N*,
4. In modo, che la *I B* della *Figura XLVIII.* ſi è fatta uguale alla *C N* della *Fig. XLIX.*
5. Rimanendo il reſto coſtrutto nell' una come nell' altra Figura.
6. Ora egli è noto dal §. 18, che il Rettangolo (*d*) *F B* della *Figura XLIX.* è il doppio dell' Enneagono (*b*) predetto,
7. E che il Rettangolo (*d*) *E B*, metà del Rettangolo [*d*] *F B* è uguale al detto Enneagono: (*b*)
8. Onde multiplicando (*e*) la *A E* per la *E N* del nominato Rettangolo (*d*) *E B*, ſe ne produce l'Area (*f*) in miſure Quadrate (*g*), *giuſta li* §§. 5, *e* 6,
9. Ch' è lo ſteſſo che dire: multiplicando (*e*) una delle due Perpendicolari (*b*), cioè la *A F* della propoſta Figura,
10. Per la tirata Paralella [*i*] unita alla metà del lato pure Paralello (*k*), cioè per la *E C* unita alla *I B*, ſe ne produce l'Area (*f*) in miſure ec.

Dunque

I. Tirata entro il detto Pentagono (*a*) la linea Paralella (*i*), che divide l' Area (*f*) del Trapezio (*l*) da quello del Triangolo. (*c*)

II. Tirate ſulla detta Paralella (*i*) due Perpendicolari (*b*), l' una d' un angolo del Trapezio (*l*), l' altra d' un angolo del Triangolo (*c*),

III. E multiplicata (*e*) una di queſte per la detta

(a) *Pentagono è una figura di cinque angoli o di cinque lati come* ⬠

(b) *Enneagono è una figura di nove lati, come*

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(d) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(e) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(f) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* ◺ △ *ec.*

(g) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(h) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella quì ſeggiunta figura la* A B *è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l'*F.

Digitized by Google

ta Paralella (*i*), unita alla metà del lato pure Patalello (*k*), ſe ne produce l' Area (*f*) in miſure ec.

Il che era ec.

Vediamo nel

PROBLEMA IX.

Il modo di miſurar l'Area (f) prativa d'una ſeconda ſpezie di Pentagoni alquanto regolari (m), che hanno due linee tirate entro la Figura uguali.

Sia in

I. Ipoteſi. (n)

1. Un Prato diſteſo in forma del Pentagono (*a*) *A B C D E*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura L. fol.* 4,
3. In cui ſieno i cinque lati diſuguali a beneplacito, purchè le linee *D A*, *D B* tirate entro la Figura ſieno uguali,
4. E debbaſene miſurar l'Area (*f*) in una ſola multiplicazione. (*o*)

Dico per

II. Regola.

I. Che tirate entro il detto Pentagono (*a*) le due linee uguali da uno ſteſſo angolo.

II. Tirate da tre angoli tre Perpendicolari (*b*) l'una delle quali cada ſopra d'una, e l'altre due ſopra l'altra delle due linee uguali,

III. Raccolte le tre Perpendicolari (*b*) inſieme,

IV. E multiplicate (*e*) per la metà d'una delle dette linee uguali, ſe ne produce l'Area (*f*) in miſure ec.

Ecco-

(*i*) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(*k*) *Lati Paralelli, o linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(*l*) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tuoi queſti, nè tuoi quelli ſono uguali fra loro, come* □.

(*m*) *Pentagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di cinque angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli, o nelle linee ugualmente diſtanti.*

(*n*) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(*o*) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

Eccone là

III. Pratica.

I. 1. *Tirinſi entro l'accennata Figura le due linee uguali D A, D B dallo ſteſſo angolo D,*

2. E miſurate, *giuſta la pag.* 13 *num. XVII.* ſieno tanto l'una, quanto l'altra di *Pert.* 20.

II. 3. *Tirinſi poſcia le* 3 *Perpendicolari* [a] *C O, B F, E M, giuſta la pag.* 68. *num.* 4. *ec.*

4. *Delle quali la C O cada ſopra la D B,*

5. *E l' altre due B F, E M ſopra la D A.*

6. Miſurate al ſolito, *giuſta la pag.* 13. *n. XVII.* le dette tre Perpendicolari (a), ſia la *C O* di ſette, la *B F* di 14, e la *E M* di 15 *Pertiche*,

III. 7. *Che fanno raccolte inſieme Pertiche* 36.

IV. 8. *Queſte multiplicate* [b] *per Pertiche* 10, cioè *per la metà d' una delle due linee uguali D B, D A,*

9. *Si produce l'Area* [c] *del Pentagono* [d] *propoſto in Pertiche Quadrate* [e] 360.

Eccone

§. XXVII.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Il mentovato Pentagono [d] della Figura *L.* conſiſte in tre Triangoli [f] *B C D, A B D,* ed *A D E,*

2. I quali debbonſi trasformar in un Rettangolo (g) *giuſta la pag.* 63. *n.* 2. nel modo ſeguente:

3. Sia nella *Figura LI. fol.* 4. la *A B* metà della *B D*, che vedeſi nella *Figura L. dello ſteſſo fol.* 4.

4. Sia nella detta *Figura LI.* la *D A* Perpendicolare (a) uguale alla Perpendicolare (a) *C O* della *Figura L.*

5. Che il Rettangolo (g) *A F* della *Figura LI.* ſarà uguale al Triangolo [f] *B C D* della *Figura L. per il* §. 14.

6. Sia ulteriormente nella *Fig. LI.* la *C E* metà, come ſi è detto, della *A D*, che vedeſi nella *Figura L.*

7. Sia

(a) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte; come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F*

(b) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(c) *Area appreſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ ○ *ec.*

(d) *Pentagono è una figura, di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

(e) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno dei quali è lungo una pertica.*

7. Sia la *A C* della detta *Fig. LI.* uguale alla Perpendicolare [*a*] *B F* della *Fig. L.*
8. Che il Rettangolo [*g*] *C B* della *Figura LI.* ſarà uguale al Triangolo [*f*] *A B D* della *Figura L. giuſta il detto* §. 14.
9. E nello ſteſſo modo eſſendo la *M N* della *Fig. LI.* uguale alla mezza *A D* della *Fig. L.*
10. E la Perpendicolare [*a*] *M C* di quella uguale alla Perpendicolare [*a*] *E M* di queſta,
11. Segue che il Rettangolo [*g*] *M E* della *Fig. LI.* è uguale al Triangolo [*f*] *A D E* della *Fig. L. giuſta il detto* §. 14.
12. E per conſeguenza, che tutt' il Rettangolo [*g*] *M F* della *Figura LI.* è uguale a tutt' il Pentagono [*d*] *A B C D E* della *Figura L.*
13. Ora multiplicando (*b*) la *D M* per la *M N* del detto Rettangolo (*g*) *M F*, ſe ne produce l'Area (*c*) in miſure Quadrate [*b*], *giuſta li* §§. *5. e 6.*
14. Ch'è lo ſteſſo che dire: *multiplicando (b) le tre Perpendicolari [a] C O, B F, E M del Pentagono (d) raccolte inſieme per la metà della B D, o A D linee uguali entro la Figura tirate, ſe ne produce l'Area (c) nelle dette miſure Quadrate. (b)*

Dunque

I. Tirate entro il detto Pentagono (*d*) due linee uguali da uno ſteſſo angolo,
II. Tirate da tre angoli tre Perpendicolari (*a*), l'una delle quali cada ſopra d'una, e l'altre due ſopra l'altra delle due linee uguali,
III. E raccolte le tre Perpendicolari (*a*) inſieme,
IV. E multiplicate (*b*) per la metà d'una delle dette linee uguali, ſe ne produce l'Area (*c*) in miſure ec.

Il che era ec.

Qui debbonſi conoſcere, ed evitare

(f) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

(g) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono uguali fra loro, come* ▭

(h) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4 angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(a) *Pentagono è una figura di cinque angoli e di cinque lati* come ⌂

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale avendo forſe inteſo, che in un Pentagono (*a*) debbanſi raccorre delle linee, poi multiplicarle (*b*) con dell' altre,
2. E non ſapendo ſu qual fondamento ciò ſia regolato,
3. Francamente, in vece di raccorre inſieme le tre Perpendicolari (*c*) del Pentagono (*a*) precedente,
4. Raccoglie le due linee uguali tirate entro la Figura,
5. Ed in vece di prender la metà d'una delle dette linee uguali, prende la metà delle tre Perpendicolari (*c*) raccolte inſieme,
6. E multiplicando (*b*) queſta colle dette due raccolte, pretende di produrre l'Area (*d*) legittima del propoſto Pentagono (*a*),
7. In eſempio: Nella veduta *Figura L.* raccoglie inſieme le due uguali *D B*, *D A*, che ſono di *Pertiche* 40,
8. E multiplicandole [*b*] per la metà delle tre Perpendicolari (*c*) *C O*, *B F*, *E M*, cioè per Pertiche 18, produce 720 Pertiche Quadrate (*e*),
9. Che ſono la metà di più della vera ſomma, cioè di *Pertiche* 360.

Conchiudiamo il preſente Capo con il ſeguente

(b) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(c) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare; poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F*

(d) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(e) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcunode' quali è lungo una pertica.*

*

Avvertimento.

1. Ed oſſervaſi, che la Regola eſpoſta nell' antecedente Problema IX. ha ſolo luogo, quando tutte e tre le Perpendicolari [*c*] cadono entro la Figura; ma potendoſi dare delle Figure Pentagone (*f*), in cui le due Linee rette [*g*] per entro di quelle ſieno bensì uguali, come vedeſi nella *Figura LII. fol.* 4. (ove le *B E*, *B D* ſono uguali entro la Figura tirate) ma le tre Perpendicolari [*c*] non cadono tutte al di dentro, come pure chiaramente ſi vede nella medeſima *Figura LII.*, in cui la ſola Perpendicolare (*c*) *E O* cade entro la Figura.

2. In

2. In cotal caſo deeſi operare giuſta la Regola del *Problema VI. Cap. IV.* del preſente Libro,
3. Cioè tirate, *giuſta la Regola del procedente*, le due linee uguali entro la Figura,
4. Tirata altresì quella Perpendicolare (*c*), ch' entro la Figura tirar ſi può ſopra l' una delle due linee uguali,
5. Prolungate le due linee uguali fuori degli angoli ottuſi (*b*),
6. Tiranſi dagli altri due angoli del Pentagono (*a*) ſulle dette linee prolungate altre due Perpendicolari [*c*]
7. E per il reſto operaſi come ſi è detto.
8. In eſempio: nella mentovata *Figura LII.* tiranſi dall' angolo *B* le due uguali *B E*, *B D* entro la Figura mentovata,
9. Tiraſi poſcia per entro la medeſima quella Perpendicolare, [*c*] che tirar ſi può, cioè la *E O*
10. E non potendo tirar l'altre due Perpendicolari (*c*) al di dentro, prolunganſi le due uguali *B E*, *B D* fuori degli angoli ottuſi [*b*] *E*, *D* fin' in *S*, *F* a beneplacito.
11. Tiranſi dagli altri due angoli *A*, *C* l'altre due Perpendicolari (*c*) *S A*, *F C*,
12. Si raccolgono le tre Perpendicolari [*c*] inſieme, *giuſta la precedente Regola*,
13. E multiplicandole (*b*) per la metà d' una delle due linee uguali, ſi produce l'Area [*d*] propoſta in miſure ec.

*

14. Per addurne con brevità la ſua Ragione dimoſtrativa dico,
15. Che tutt' il Pentagono [*a*] *A B C D E* della preſente *Figura LII.* è uguale al Pentagono (*a*) *N B M D E* della ſteſſa,
16. In cui il Triangolo [*i*] *B A E* è uguale al Triangolo [*i*] *B N E*,
17. Ed il Triangolo [*i*] *B D C* è uguale al Triangolo (*i*) *B D M*, *per la* 38 *del primo*.
18. Mentre le *A N*, *S E*, come anche le *F D*, *C M* ſono Paralelle. (*k*)

(f) *Figura Pentagona, o ſia Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

(g) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(h) *Angolo ottuſo è quello, che è maggior d'un angolo Retto cioè d' un angolo a ſquadra, come* ⟍

(i) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(k) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

*

19. Potrebbonſi qui foggiugnere moltiſſimi altri Problemi ſpeziali intorno al miſurar altri Pentagoni alquanto Regolari (*a*) con una ſola multiplicazione (*b*), e ſenza ſtrumento, ma tutte le altre Figure de' detti riducendoſi per lo più alle tre ſpezie principali da noi mentovate alla pag. 93.

20. Che ſono

I. *Quando i detti Pentagoni* (*c*) *hanno dei cinque lati due Paralelli* (*d*),

II. *Quando hanno un lato Paralello* [*d*] *ad una linea entro la Figura tirata.*

III. *Quando hanno tutte le linee uguali tirate da uno ſteſſo angolo entro la Figura.*

21. E per non eſſere ulteriormente proliſſi, ci perſuadiamo, che in virtù dell'eſercizio fatto dal Principiante ne' 9 precedenti Problemi avrà acquiſtato forſe lume ſufficiente per miſurar qualunque altra Figura Pentagona alquanto Regolare [*a*], benchè accidentalmente differente dalle quì vedute, purchè ſempre ſi figuri nella mente il Fondamento moſtrato alla *pag.* 90, il quale conſiſte nella pratica di ridur ciaſcun Pentagono (*c*) in un Rettangolo (*e*), ovvero in un Quadrato. [*f*]

22. Circa poi tutte l'altre Figure Pentagone, che non ſono nè regolari, nè alquanto regolari, rimettiamo il Leggitore al Capo VII. del preſente Libro, ove apparirà per mezzo d'uno Strumento tanto la pratica, quanto la facilità di miſurar le dette in una ſola multiplicazione. (*b*)

23. E frattanto avanzeremo al

(a) *Pentagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di cinque angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli, o nelle linee ugualmente diſtanti.*

(b) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(c) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⌂

(d) *Lati Paralelli, o ſiano linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall'altra, in modo che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═

(e) *Rettangolo è una figura di 4. angoli a ſquadra, e di 4 lati, de' quali ſolo i 2 oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

CAPO

CAPO VI.

In cui trattasi del modo col quale per puro esercizio de' Principianti si misurano in alcuni Problemi molte sorte d' Essagone Superficie prative (g) terminate da linee Rette [h] con una sola multiplicazione (b)

E perciò premettiamo al solito

*

Il fondamento di tutte le Regole proposte ne' seguenti Problemi.

1. QUi di nuovo si replica ciò, che fu esposto ne' Capi precedenti, cioè, che per indagar l' Area (i) di qualunque Figura Essagona (k) debba questa prima esser ridotta in un Rettangolo, (e) ovvero in un Quadrato (f) poscia esser multiplicati (l) i due lati giusta il fondamento del Capo I.
2. Il che si farà chiaro colle Ragioni Dimostrative, che seguiranno.

*

3. Benchè nel Capo precedente siasi mostrata la Regola di misurar un Pentagono Regolare, (m) la quale si potrebbe applicar alla misurazione di ciascuna Figura Regolare,
4. Ciò non ostante per vieppiù facilitar la Pratica al principiante Geometra s'insegna nel

(f) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(g) *Essagona Superficie, o sia Essagono è una figura di sei angoli, come* ⬡

(h) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(i) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(k) *Figura Essagona, è una figura di sei angoli, o di sei lati, come* ⬡

(l) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(m) *Pentagono regolare è una figura di cinque lati, o di cinque angoli uguali, come* ⬠

PRO-

(a) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* △ ○ *ec.*

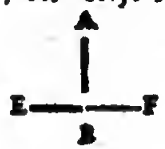
(b) *Essagono Regolare è una figura di sei angoli uguali, come*

(c) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(d) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(e) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(f) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare; poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*



PROBLEMA I.

Il modo di misurar l' Area (a) pratica d' un Essagono Regolare. (b)

Sia in

I. Ipotesi. (c)

1. Un Prato disteso in forma dell' Essagono Regolare (*b*) *A B C D E F*,
2. Rappresentatoci dalla *Figura LIII. Fol. 4.*
3. Di cui debbasene misurar l' Area [*a*] in una sola multiplicazione. (*d*)

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata dal centro (*e*) d' un Essagono regolare (*b*) una Perpendicolare (*f*) su qualunque lato.

II. E multiplicata (*g*) per la metà di tutti i sei lati, se ne produce l'Area (*a*) in misure Quadrate. (*b*)

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Per la prima cosa deesi cercar il centro [*e*] dell' Essagono [*i*] proposto nel modo seguente:

2. Tirasi da qualunque angolo al suo angolo opposto, come dall' angolo *A* fin' all' angolo *D* una Linea Retta, (*k*), cioè la *A D*,

3. E ciò intendesi nel modo esteso nell' Introduzione alla *pag.* 13. *num.* XVII.

4. Tirasi parimente da qualunque altro angolo ad un suo opposto un' altra Retta linea [*k*], cioè la *B E*.

5. Ove le dette due Linee rette (*k*) si segano, cioè nel punto *O*, ivi si è ritrovato il centro. [*e*]

6. *Dal*

6. *Dal detto centro* (e) *tiraſi poſcia la Perpendicolare* [f] *O M* ſin' al lato *E D*, *giuſta la pagina* 68. *num.* 4.
7. La quale miſurata, *giuſta il num. XVII. pag.* 13 ſia di *Pert.* 20.
8. Miſuriſi ancora la metà dei ſei lati, cioè gli *E D*, *D C*, *C B*,
9. E ſieno inſieme di Pert. 63.
10. Ora multiplicando [g] Pert. 63 per *Pert.* 20 ſi producono *Pertiche* Quadrate [l] 1260,
11. Che ſono l' Area [a] ricercata del propoſto Eſſagono regolare. (b)

Eccone

§. XXVIII.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Queſta è la medeſima in ſoſtanza, che noi abbiamo veduto al §. 20, e perciò altro non ſi replica, ma bensì s' avvertiſce d' evitare

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale ſenza curarſi di cercare in una Figura Eſſagona regolare [b] il centro, (c)
2. Miſura la metà de' 6 lati,
3. Come anche la linea tirata da qualunque angolo al ſuo oppoſto,
4. Poi multiplicando (g) queſta per la detta metà dei lati, ſi perſuade che il prodotto moſtri la ricercata Area [a] in miſure Quadrate. (b)
5. In eſempio: nell' accennata *Figura LIII. fol.* 4. miſura i tre lati *E D*, *D C*, *C B*,
6. Che ſono (come ſi è detto) di Pert. 63.
7. Miſura pure la *E B*, ovvero la *A D*, che ſupponiamo di Pert. 42.
8. E multiplicando [g] *Pert.* 42 per *Pert.* 63, produce 2646 Pertiche Quadrate (l), cioè Pert. 1386 più della ſomma legittima.
9. Ed in ordine a queſto conſiderabile sbaglio volendo il detto Volgo determinar il numero di Pertiche

[g] *Multiplicare o far multiplicazione incendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(h) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4. angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(i) *Eſſagono è una figura di ſei angoli uguali, come*

(k) *Retta è quella linea, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(l) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica, come* □

tiche, o di qualunque altra misura d'un pavimento di Mattoni Essagoni (*a*), che per avventura li sarà proposto,

10. Leva l'Area (*b*) erronea d'uno de' detti Mattoni, ed in ordine a quella sa il fallo computo di tutta la capacità del pavimento.

11. Ma oltre allo sbaglio accennato vi sono in questo caso dell' altre circostanze da narrarsi a suo luogo, le quali accrescono gli errori del detto Volgo.

12. Prima d' inoltrarci d' avvantaggio premettiamo un

*

Avvertimento.

1. Siccome delle Figure Pentagone (*c*) ce ne sono di Regolari, e d'altre da noi chiamate *alquanto Regolari*.

2. Lo stesso avviene ancora nelle Figure Essagone, (*d*)

3. Perocchè de' sei lati
   - I. *O ne hanno due Paralelli,* (*e*)
   - II. *O che la loro Area* [*b*] *consiste in Triangoli della medesima altezza,* [*f*]
   - III. *O anche tutte le linee tirate entro la Figura uguali.*

4. Le mentovate tre spezie sono da noi chiamate, come si è detto, *Essagoni alquanto Regolari* sul piede de' Pentagoni (*g*) accennati alla pag. 93. per nessun altro fine, che per dar maggior lume ai principianti Geometri,

E perciò mostrasi nel

PRO-

(a) *Mattone Essagono è quella figura, che ha sei angoli, come* ⬡

(b) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* □ △ *ec,*

(c) *Figura Pentagona, o sia Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

(d) *Figura Essagona, è una figura di sei angoli, o di sei lati, come* ⬡

(e) *Lati Paralelli, o siano linee Paralelle sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l' una dall'altra, in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(f) *Triangolo, o Triangoli d' ugnale altezza sono quelle figure di tre lati, le quali dalla cima fin al lato inferiore anno la linea Perpendicolare, o sia la linea a piombo ugnale, come* △ △

(g) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

(h) *Essagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di sei angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli, o nelle linee ugualmente distanti.*

PROBLEMA II.

Il modo di misurar l'Area [*b*] *pratica della prima spezie di Essagoni alquanto Regolari,* (*b*) *i quali hanno due lati Paralelli.* (*è*)

Sia in

I. Ipotesi. (*i*)

1. Un Prato distesо in forma dell' Essagono alquanto Regolare (*b*) *A B C D E F*
2. Rappresentatoci dalla *Figura LIV. Fol.* 4.
3. In cui l' Essagono [*k*] proposto, non solo *ha i due lati* opposti *A B, E D Paralelli*, (*e*) ma ancora uguali, ed ugualmente distanti dalla linea Trasversale (*l*) *F C*,
4. Ovvero in cui la Superficie [*m*] è composta di due Trapezj Isosceli (*n*) uguali.
5. Il qual Essagono [*k*] debbasi misurare in una sola multiplicazione. [*o*]

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata nel detto Essagono (*k*) una linea Trasversale (*l*) secondo la lunghezza della Figura.

II. Tirata sulla detta Trasversale (*l*) una Perpendicolare [*p*] da qualunque angolo al suo opposto.

III. E multiplicata (*q*) tutta la Perpendicolare (*p*) per quella parte più lunga della Trasversale (*l*), che comincia dalla detta Perpendicolare (*p*), e va fin' alla fine della Figura, se ne produce l' Area (*b*) in misure ec.

(i) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(k) *Essagono è una figura di sei angoli, e sei lati, come* ⌓

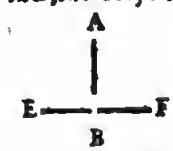
(l) *Trasversale linea è una linea di traverso.*

(m) *Superficie è una stensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(n) *Trapezio Isosceles è una figura di quattro lati, dei quali due opposti sono ugualmente distanti fra loro, e gli altri due bensì uguali fra loro, ma non ugualmente distanti, come* ⏢

(o) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come 2 volte 3 fa 6.*

(p) *Perpendicolare linea è una retta, la quale stando sopra d' un' altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F.*



(q) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. *Tiriſi entro la Figura la linea Traſverſale* (a) F C, *giuſta il num. XVII. pag.* 13.

II. 2. *Tiriſi ancora, giuſta la pag.* 68. *num.* 4. *ec. la Perpendicolare* (b) A E,

3. La quale miſurata, *giuſta il num. XVII. pag.* 13. ſia di Pertiche 4.

4. Miſurata altresì una parte più lunga della detta Traſverſale [a], cioè dall' O ſin' al C,

5. Che val a dire: *cominciando ove quella s' incroccia colla Perpendicolare* [b] *in* O, *e continuando ſin' alla fine della Figura, cb' è in* C; ſia la detta parte della Traſverſale [a] di *Pertiche* 8.

III. 6. Ora *multiplicando* (c) *Pertiche* 4. *della Perpendicolare* [b] *per Pertiche* 8. *parte più lunga della Traſverſale* [a], *ſi producono Pertiche* 32. *Quadrate* (d),

7. Che ſono l' Area (e) ricercata del propoſto Eſſagono (f).

Ne ſegue

§. XXIX.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. L' accennato Eſſagono (f) della preſente *Fig. LIV. fol.* 4. è uguale al Rettangolo (g) E R,

2. Poichè il Pentagono [b] A B C D E è comune tanto all' Eſſagono [f] A B C D E F, quanto al detto Rettangolo (g) E R,

3. E i due Triangoli (i) B R C, C M D, ſi coſtrutti uguali al Triangolo Iſoſcele (k) F A E, ſono *giuſta la* 34. *del primo.*

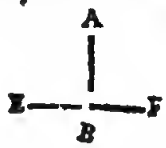
4. Ora multiplicando (c) la A E per la E M, ſi produce l' Area (e) del Rettangolo (g) E R, u guale all' Eſſagono (f), in miſure Quadrate [l], *per li* §§. 5 e 6.

5. Ch' è lo ſteſſo che dire: multiplicando [c] la Perpendicolare (b) per la O C, parte più lunga A E della Traſverſale (a), ſi produce l' Area [e] del propoſto Eſſagono [f] nelle dette miſure ec.

Dun-

(a) *Linea Traſverſale è una linea di traverſo.*

(b) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l' F*



(c) *Multiplicare o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto. Come due volte* 3. *fa* 6.

(d) *Pertica quadrata è una figura quadrata di* 4 *angoli a ſquadra, e di* 4 *lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica,*

(e) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

Dunque

I. Tirata nel detto Eſſagono (*f*) una linea Traſverſale (*a*) ſecondo la lunghezza della Figura.

II. Tirata ſulla detta Traſverſale (*a*) una Perpendicolare (*b*) da qualunque angolo al ſuo oppoſto.

III. E multiplicata (*c*) tutta la Perpendicolare (*b*) per quella parte più lunga della Traſverſale, (*a*) che comincia dalla detta Perpendicolare (*b*) e va fin' alla fine della Figura ſe ne produce l'Area (*e*) in miſure ec.

Il che era ec.

Frequenti ſono in queſt' Ipoteſi

(f) *Eſſagono è una figura di ſei angoli, e di ſei lati, come* ⬡

(g) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(h) *Pentagono è una figura di cinque angoli, e di cinque lati, come* ⬠

(i) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(k) *Triangolo Iſoſcele è una figura di tre lati, dei quali due ſono uguali, come* △

(l) *Miſura Quadrata è quella fatta in forma di quadrato, ciò è in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali come* □

(m) *Figura Eſſagona, è una figura di ſei angoli, e di ſei lati, come* ⬡

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale nella propoſta *Figura LIV. fol.* 4. raccoglie i due lati Paralelli colla linea Traſverſale (*a*),
2. Cioè le *A B*, *F G*, ed *E D*,
3. Che ſono inſieme di Pertiche 22.
4. E queſte multiplica (*c*) per la Perpendicolare (*b*) *A E*,
5. Cioè per Pertiche 4.
6. Con che produce l'Area (*e*) di Pertiche 88.
7. Ma sbaglia con eccesſo, poichè ſa la ricerçata Area (*e*) più di due volte della legittima.
8. Oſſerviſi ciò, che ſoggiungiamo nel ſeguente

*

Avvertimento.

1. Dalla precedente Pratica, e Ragione dimoſtrativa ricavaſi, che in altre Figure Eſſagone [*m*] quaſi ſimili alla precedente, come per eſempio nella *Fig. LV. fol.* 4. oſſervaſi la mentovata Regola nel computarne l'Area. (*e*)

2. Benchè i due lati Paralelli [a] *A B*, *E D* non ſieno ugualmente diſtanti dalla linea Traſverſale (b) *F C*,
3. Baſtando, che i due Triangoli (c) *B C D*, *E F A* ſieno uguali fra loro.

*

4. Ma ſe un Eſſagono [d] foſſe ſimile o all' uno, o all' altro de' due precedenti, alla riſerva però de' due Triangoli (c), de' quali l'uno foſſe maggiore dell' altro, come vedeſi nella *Fig. LVI. del fol.* 8.
5. In cui il Triangolo [c] *A F E* è minore del Triangolo [c] *B C D*,
6. In tal caſo multiplicando [e] la ſolita Perpendicolare (f) *A E* per la *O M* aggiunta alle due metà delle *M C*, *F O*, cioè alle *M S*, *N O*,
7. Se ne produce l'Area (g) in miſure ec.

*

8. Accagione che il Rettangolo [b] *Q P* è uguale all' Eſſagono (d) *A B C D E F*,
10. Come il Leggitore facilmente lo comprenderà ſul fondamento del §. 14.

Moſtriamo nel

PROBLEMA III.

Il modo di miſurar un' Area (g) prativa differente dalla mentovata della ſteſſa ſpezie di Eſſagoni alquanto Regolari, [i] che hanno due lati Paralelli. (a)

Sia in

I. Ipoteſi. (k)

1. Un Prato diſteſo in forma dell' Eſſagono alquanto regolare (i) *A B C D E F*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura LVII. fol.* 8.
3. In cui l'Eſſagono [d] propoſto non ſolo ha i due lati oppoſti Paralelli (a) *A B*, *E D*,

4. Ma

(a) *Lati Paralelli, o ſiano linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

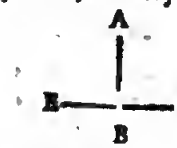
(b) *Linea Traſverſale è una linea di traverſo.*

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(d) *Eſſagono è una figura di ſei angoli, o di ſei lati, come*

(e) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(f) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F.*



(g) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ *ec.*

4. Ma ancora uguali, ed ugualmente distanti dalla linea Trasversale (*b*) *F C*,
5. Talmente, che vedesi composto da due Trapezj (*l*) uguali, l'uno direttamente sopra l'altro.
6. Il qual Essagono [*d*] debbasi misurar in una sola multiplicazione. (*m*)

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata nel detto Essagono (*d*) una Perpendicolare (*f*) fra mezzo ai due lati Paralelli (*a*), in modo, che tocchi il punto d' un angolo esteriore. (*n*)

II. E multiplicata (*e*) per la porzione maggiore dell' uno dei detti lati, segati dalla stessa Perpendicolare (*f*), se ne produce l' Area (*g*) in misure ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. *Tirisi entro la Figura del proposto Essagono* (*d*) *la Perpendicolare* (*f*) *L I*, che tocchi il punto dell' angolo esteriore (*n*) *F*,

2. E che sia fra mezzo i due lati Paralelli [*a*] *A B*, *E D*, segandoli in *L*, ed *I*.

3. La qual Perpendicolare [*f*] misurata sia di *Pertiche* 14.

4. Misurata altresì la *L B*, o *I D*, cioè la porzione maggiore dell' uno dei due lati Paralelli (*a*) segati dalla detta *L I*, ritrovisi di Pertiche 15.

II. 5. *Ora multiplicando* (*e*) *Pertiche* 15. *per Pertiche* 14., *cioè la porzione maggiore d' uno de' lati Paralelli* [*a*] *per la Perpendicolare* (*f*) *tirata fra i detti, si producono* 210. *Pertiche Quadrate* [*o*],

6. Che sono la ricercata Area (*g*) del proposto Essagono. [*d*]

Ecco-

(h) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(i) *Essagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di sei angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli, o nelle linee ugualmente distanti.*

(k) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(l) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ▱

(m) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(n) *Angolo esteriore è quello, che si considera fuori della Figura, e per abuso noi chiamiamo angolo, come nella qui soggiunta l' angolo a b c è angolo esteriore,*

a
b — c

(o) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascuno dei quali è lungo una pertica.*

Eccone

§. XXX.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Il Rettangolo *IB* della preſente *Figura LVII. Fol.* 8. è uguale a tutto l'Eſſagono [*a*] *ABCDEF*,
2. Poichè eſſendoſi i due Triangoli (*b*) *ALF*, *EFI* coſtrutti uguali ai due altri *BCR*, *DCR*,
3. Si conſidera il Triangolo (*b*) *ALF* levato dal ſuo ſito, e traſportato in quello del Triangolo (*b*) *CRD*,
4. E parimente il Triangolo (*b*) *EFI* levato dal ſuo, traſportato in quello del Triangolo [*b*] *BCR*,
5. Ora multiplicando [*c*] la *LI* per la *LB*, ſi produce l'Area (*d*) del Rettangolo (*e*) *IB* in miſure Quadrate (*f*) *giuſta li* §§. 5, e 6.
6. Ch'è lo ſteſſo che dire: *multiplicando* (*c*) *nel detto Eſſagono* (*a*) *la* LI *Perpendicolare* (*g*) *fra i due lati Paralelli* (*b*) AB, ED *per la* LB *maggior porzione del lato* AB, *ſegato dalla ſteſſa Perpendicolare*, [*g*] *ſi produce l'Area* (*d*) *del propoſto Eſſagono* [*a*] *nelle dette miſure*,

Dunque

I. Tirata nel detto Eſſagono (*a*) una Perpendicolare (*g*) fra mezzo ai due lati Paralelli (*b*) in modo, che tocchi il punto d'un Angolo eſteriore. (*i*)

II. E multiplicata (*c*) per la porzione maggiore dell'uno dei detti lati ſegati dalla ſteſſa Perpendicolare, (*g*) ſe ne produce l'Area (*d*) in miſure Quadrate, (*f*)

Il che era ec.

Anch'in queſt' Ipoteſi [*k*] conſiderabili ſono

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale avendo a caſo inteſo, ch'entro una Figura Eſſagona [*l*] debbaſi tirar una Perpendicolare, [*g*]

2. E

(a) *Eſſagono è una figura di ſei angoli, o di ſei lati, come* ⬡

(b) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

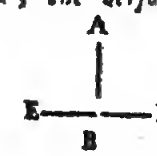
(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

[d] *Area è preſſo i Geometrì una ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ ⧋ *ec.*

(e) *Rettangolo è una Figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(g) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall'altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l'* F



2. E queſta multiplicar (*c*) per l'uno dei due lati oppoſti,
3. Senza ſaperne il fondamento, in vece di multiplicar (*c*) una porzione maggiore dell' uno dei detti lati ſegati dalla Perpendicolare, (*g*)
4. Francamente multiplica [*c*] un lato intero per la mentovata Perpendicolare, (*g*) e produce l'Area (*d*) maggiore della legittima.
5. In Eſempio: nell'accennata *Fig. LVII. fol.* 8. multiplica [*c*] tutta la *AB* di Pertiche 20 per la ſolita Perpendicolare [*g*] *LI* di *Pertiche* 14,
6. E produce Pertiche 280, cioè *Pertiche* 70 più della vera Area. (*d*)

Vedeſi nel

PROBLEMA IV.

Il modo di miſurar un' Area (d) *prativa differente dalla precedente, ma benſì della mentovata ſpezie d' Eſſagoni alquanto regolari,* (m) *ch' hanno due lati Paralelli.* (h)

Sia in

I. Ipoteſi. (k)

1. Un Prato diſteſo in forma dell' Eſſagono alquanto Regolare (*m*) *ADCEIF*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura LVIII. fol.* 8.
3. I cui due lati *A D*, *I E* ſono fra loro Paralelli, (*b*) uguali, ed ugualmente diſtanti dalla Traſverſale (*n*) *F C*,
4. Ma i due angoli eſteriori (*i*) *F*, *C* ſono diſuguali,
5. Il qual Eſſagono (*a*) debbaſi miſurar in una ſola multiplicazione. (*o*)

Dico per

II. Regola.

1. Che nel detto Eſſagono (*a*) aggiunto l'uno dei

(h) *Lati Paralelli, o ſiano Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra, in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(i) *Angolo eſteriore è quello, che ſi conſidera fuori della Figura, e per abuſo noi chiamiamo angolo come nella qui ſoggiunta l' angolo a b c è angolo eſteriore,*

(k) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(l) *Figura Eſſagona è una figura di ſei angoli, o di ſei lati, come*

(m) *Eſſagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di ſei angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli, o nelle linee ugualmente diſtanti.*

(n) *Traſverſale linea è una linea di traverſo.*

(o) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

dei due lati Paralelli (*a*) alla linea Trasversale. (*b*)

II. Prefane la metà,

III. E multiplicata (*c*) colla Perpendicolare (*d*) tirata fra i detti due lati Paralelli (*a*), se ne produce l'Area (*e*) in misure ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Nella detta *Figura LVIII. fol.* 8. misurato l'uno de' due lati Paralelli [*a*], cioè il lato *A D*, *giusta il numero XVII. pag.* 13. sia di *Pertiche* 20.

2. Misurata altresì la linea Trasversale (*b*) *F C*, sia di *Pertiche* 12.

3. *Aggiungasi quello a questa, che avremo Pertiche* 32.

II. 4. *La cui metà è di Pertiche* 16.

III. 5. *Queste Pertiche* 16. *multiplicate* [*c*] *per Pertiche* 13, *cioè per la Perpendicolare* (*d O G, tirata fra i detti lati Paralelli* (*a*), *che noi supponiamo Pertiche* 13.

6. Si produce l'Area (*e*) del proposto Essagono [*f*] in 208. Pertiche Quadrate. [*g*]

Eccone

§. XXXI.

La sua Ragione Dimostrativa.

1. L'Essagono (*f*) accennato nella detta *Fig. LVIII.* ec. è uguale al Rettangolo [*b*] *T R*,

2. Poichè il Rettangolo (*b*) *G B* è comune tanto al detto Rettangolo [*b*] *T R*, quanto al detto Essagono [*f*],

3. E le due Perpendicolari [*d*] *S T*, *R N*, che cadono sopra le Basi (*i*) de' 4. Triangoli [*k*] *A O F*, *I F G*, *B C D*, *M C E* fanno i detti 4. Triangoli [*k*] uguali ai due Rettangoli (*b*) *T O*, *M R per li* §§. 12, 13, *e* 14.

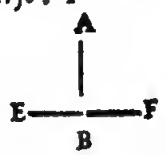
4. Ora multiplicando [*c*] per la *G O*, cioè la *S T* per la *S R*, si produce l' Area (*e*) del detto Rettangolo

(a) *Lati Paralelli, o siano Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(b) *Linea Trasversale è una linea di traverso.*

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(d) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*



(e) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* A ⌓ *ec.*

golo (*b*) *T R* in misure Quadrate, (*l*) *giusta li* §§. 5. *e* 6.

5. Ch'è lo stesso che dire: *multiplicando* [*c*] *la metà del lato A D Paralello* [*a*] *ec. e la metà della Trasversale* (*b*) *F C a quella aggiunta*, cioè multiplicando [*c*] *la S R*

6. *Per la Perpendicolare* [*d*] *O G, si produce l' Area* (*e*) *del nominato Essagono* (*f*) *nelle dette misure ec.*

Dunque

I. Aggiunto nel detto Essagono (*f*) l'uno de' due lati Paralelli (*a*) alla linea Trasversale, (*b*)

II. Presane la metà,

III. E multiplicata (*c*) per la Perpendicolare (*d*) tirata fra i detti due lati Paralelli (*a*), se ne produce l'Area (*e*) in misure ec.

Il che era ec.

Seguono

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale avendo forse inteso, che in qualche Figura Essagona (*m*) si raccolgono due lati Paralelli (*a*),
2. E non sapendo su qual fondamento ciò si faccia,
3. In vece di raccorre nell'accennata *Fig. LVIII. fol.* 8. il lato *A D*, e la linea Trasversale (*b*) *F C*,
4. Come si è fatto nella Pratica precedente,
5. Raccoglie i due lati Paralelli [*a*] *A D*, *I E* insieme,
6. Ne prende la metà, e la multiplica (*c*) per la detta Perpendicolare [*d*] *O G*.
7. Con che crede, che il prodotto sia l' Area (*e*) del mentovato Essagono, (*f*)
8. Ma sbaglia notabilmente, perocchè operando, come si è detto, cioè multiplicando [*c*] *Pertiche* 20. per *Pertiche* 13, si producono Pertiche Quadrate (*g*) 260,
9. Cioè *Pertiche* 52. più dell' Area [*e*] legittima.

Segue nel

(f) *Essagono è una figura di sei angoli, o di sei lati, come* ⬡

(g) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una pertica.*

(h) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(i) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(k) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(l) *Misura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a squadra, e quattro lati uguali, come* □

(m) *Figura Essagona, è una figura di sei angoli, o di sei lati, come* ⬡

(a) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ ⬡ *ec.*

(b) *Essagone alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di sei angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o negli angoli, o nelle linee ugualmente distanti.*

(c) *I lati Paralelli, o siano linee paralelle sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall'altra, in modo che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(d) *Ipotesi dicesi volgarmente esso supposto.*

(e) *Linea Trasversale è una linea di traverso.*

(f) *Essagono è una figura di sei angoli, e sia di sei lati, come* ⬡

(g) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto e come due volte 3 fa 6.*

(h) *Multiplicare, e far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

PROBLEMA V.

Il modo di misurar un' Area (a) pratica differente dall' antecedente, ma bensì dell' accennata spezie di Essagoni alquanto Regolari, (b) ch' hanno due lati Paralelli. (c)

Sia in

I. Ipotesi. (d)

1. Un Prato disteso in forma dell'Essagono alquanto regolare, (b)
2. Rappresentatoci dalla *Figura LIX. fol.* 8.
3. In cui i due lati Paralelli (c) *A B*, *E D* sono bensì ugualmente distanti dalla linea Trasversale (e) *F C*,
4. Ma non sono uguali fra loro.
5. Il qual Essagono (f) debbasi misurar in una sola multiplicazione. (g)

Dico per

II. Regola,

I. Che nel detto Essagono (f) raccolti i due lati Paralelli (c) insieme colla linea Trasversale (e) raddoppiata,

II. Presane la quarta parte

III. E multiplicata (h) per la Perpendicolare (i) tirata fra i detti lati Paralelli (c), se ne produce l' Area (a) in misure ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Misurato il lato *A B*, *giusta il num. XVII. pag.* 13. sia di *Pert.* 10.

2. Mi-

2. Misurato pure il lato *E D* Paralello (*c*) al predetto, sia di Pertiche 8.
3. E misurata ancora la linea Trasversale [*e*] *F G*, sia di *Pertiche* 3.
4. Ora raccolti insieme i detti due lati, l' uno di *Pertiche* - - - - - - - - - 10
   E l'altro di *Pertiche* - - - - - 8
6. Insieme colla Trasversale raddoppiata di *Pertiche* - - - - - - - - 6

   Fanno in tutto *Pert.* - 24

II. 7. *La quarta parte delle quali sono Pert.* 6.

III. 8. *Multiplicata* (*b*) *questa quarta parte per la Perpendicolare* (*i*) *O N*, che supponiamo misurata di Pert. 4. Piedi 3.

9. *Si producono Pertiche* 27. *Quadrate* (*k*) *per la ricercata Area* (*a*) *del proposto Essagono*. (*f*)

*

10. In questa pratica operazione incontrerà forse il principiante Geometra qualche difficoltà, accagione, che i raccolti numeri non si dividono (*l*) per metà, come in altri Problemi, ma si partiscono per 4.
11. Ma ne seguirà modo più facile nel seguente *Capo VII. Prob. VII.*

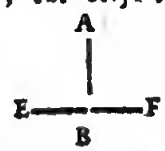
Eccone

§. XXXII.

La sua Ragione dimostrativa.

1. L'Essagono (*f*) della presente *Figura LIX. fol.* 8 è uguale al Pentagono (*m*) della *Figura LX. dello stesso foglio*.
2. Poichè il Rettangolo (*n*) *M N* della *Figura LIX.* è uguale al Rettangolo (*n*) *R R* della *Fig. LX.*
3. Per esser l'uno ugualmente costrutto come l'altro;
4. Ed i dodici Triangoli (*c*) descritti d'amendue i lati *S M*, *N O*, del Rettangolo (*n*) *M N* nella *Figura LIX.*
5. Sono uguali agli altri dodeci descritti dal lato *R S* del Rettangolo (*n*) *R P* nella *Figura LX. giusta la*

(i) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*



(k) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascuno dei quali è lungo una pertica.*

(l) *Dividere, o sia Partire nell' Arismetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel 6 si contiene tre volte.*

(m) *Pentagono è una figura di cinque angoli, e di cinque lati, come* ⬠

(n) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due oppositi sono fra loro uguali, come* ▭

[o] *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

prima del ſeſto, poichè hanno nella loro coſtruzione la ſteſſa altezza, e la ſteſſa baſe. (*a*)

6. Sicchè tutto l' Eſſagono (*b*) della *Figura LIX.* è uguale a tutt' il Pentagono [*c*] della *Figura LX.* come dicemmo.

7. Ed il Pentagono (*c*) è uguale al Rettangolo (*d*) *O P per li* §§. 12. *e* 13.

8. Ora multiplicando (*e*) nel nominato Rettangolo (*d*) *O P* la *E P* per la *P Q*, cioè *Pert.* 4. *Piedi* 3. per *Pert.* 6.

9. Se ne produce l'Area (*f*) in miſure Quadrate [*g*], *per li* §§. 5. *e* 6.

10. Ch'è lo ſteſſo che dire : *prendendo* nella detta *Figura LX. la quarta parte dei lati E V, P X*, e della *M N raddoppiata raccolti inſieme*,

11. Cioè della ſomma di *Pert.* 24. *Pert.* 6.

12. *E multiplicate* [*e*] *per* Pert. 4. 3., cioè *la Perpendicolare* (*b*) *E P tirata fra i due lati Paralelli* (*i*), *ſi produce l'Area* [*f*] *del mentovato Pentagono* (*c*) *uguale all' Eſſagono* [*b*] *propoſto nelle dette miſure.*

Dunque

I. Raccolti nel detto Eſſagono (*b*) i due lati Paralelli (*i*) inſieme colla linea Traſverſale (*k*) raddoppiata.

II. Preſane la quarta parte,

III. E multiplicata (*e*) per la Perpendicolare (*b*) tirata fra i detti lati Paralelli (*i*), ſe ne produce l'Area (*f*) in miſure ec.

Il che era ec.

Conſideriamo anche in queſto caſo

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale avendo inteſo peravventura, che in un Eſſagono [*b*] raccolti due lati colla Traſverſale [*k*] raddoppiata,

2. E partito il numero raccolto per 4, ſi debba multiplicar il Quoziente [*l*] per la Perpendicolare. (*b*)

3. Ardiſce applicar queſta Regola a qualunque Eſſagono,

(a) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(b) *Eſſagono è una figura di ſei angoli, e di ſei lati, come* ⬡

(c) *Pentagono è una figura di cinque angoli e di cinque lati come* ⬠

(d) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

[e] *Multiplicare o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(f) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ ○ *ec.*

(g) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4. angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(h) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra par-*

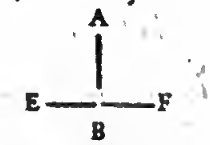
no (*b*) ſenza eſaminare, *ſe i due lati ſieno Paralelli*, (*i*) *ſe la Traſverſale* (*k*) *ſia Paralella* (*m*) *ai detti*, e *ſe queſti ſieno ugualmente diſtanti dalla mentovata Traſverſale*. (*k*)

4. Poichè ſe nella noſtra Ipoteſi [*n*] queſti requiſiti non concorrono, erronea farà l'operazione.
5. Come nella *Figura LXI. fol.* 8. l'Eſſagono (*b*) *A B C D E F* è di quelli, che ingannano il Volgo.
6. Poichè benchè appariſca alquanto ſimile all' Eſſagono [*b*] della *Figura LIX. dello ſteſſo foglio*,
7. Per aver i due lati *E D*, *A B*, e la linea Traſverſale (*k*) *F C*, Paralelli, (*i*)
8. Con tutto ciò la *A B*, e la *E D* non ſono ugualmente diſtanti dalla Traſverſale (*k*) *F C*,
9. Come richiederebbeſi per applicazione della mentovata Regola.
10. Laonde raccogliendo il detto Volgo ſenza altro rifleſſo le *E D*, *A B*, e la *F C* raddoppiata,
11. Che fanno inſieme (giuſta le miſure rappreſentate ſulla Figura) *Pertiche* 96.
12. Prendendone la quarta parte, cioè *Pertiche* 24.
13. E multiplicandole (*e*) per la Perpendicolare (*b*) *M N*, cioè per *Pertiche* 24, produce per la ricercata Area (*f*) 576 Pertiche Quadrate, (*o*)
14. Ma queſto è uno sbaglio conſiderabile,
15. Perocchè (riſervando a ſuo luogo il modo facile di computar l' Area (*f*) del preſente Eſſagono (*b*) con una ſola multiplicazione (*p*)) ſe vorremo ora partir il detto Eſſagono (*b*) in due Trapezj (*q*)
16. Che ſono l'*A B F C*, e l'*F C E D*
17. E computarli partitamente l'uno dopo l' altro giuſta il *Probl. III.* o *IV.* del capo precedente,
18. Ritroveraſſi l'Area (*f*) di tutto l' Eſſagono (*b*) di Pertiche 736. Quadrate (*o*)
19. Con che apparilce l'errore, che cometre il Volgo di Pertiche Quadrate 160.

Si moſtra nel

PRO-

ce, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare; poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F



(i) *Lati Paralelli ſiano Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(k) *Linea Traſverſale è una linea di traverſo.*

(l) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(m) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra, in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme. Come* ═══

(n) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(o) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, claſcuno de' quali è lungo una pertica.*

(p) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte canto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(q) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ◻

(a) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* □ ▽ *ec.*

PROBLEMA VI.

Il modo di misurar l'Area (a) pratica della seconda spezie d'Essagoni alquanto regolari (b) la cui Area (a) consiste in tre Triangoli, due de' quali sono della stessa altezza (c)

(b) *Essagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di sei angeli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o negli angoli, o nelle linee ugualmente distanti.*

Sia in

I. Ipotesi. (d)

1. Un Prato distesо in forma d'Essagono alquanto regolare (b) *A B C D E F*,
2. Rappresentatoci dalla *Figura LXII. Fol.* 8.
3. In cui l'Area (a) consiste in 3 Triangoli,
4. De' quali i due *A B C*, *C D E* hanno la medesima altezza (c) *B M*, *D N*,
5. E la mentovata Area [a] debbasi misurar in una sola multiplicazione, [e]

(c) *Triangolo, o Triangoli d'ugual altezza sono quelle figure di tre lati, le quali dalla cima fin al lato inferiore, o ne la linea Perpendicolare, o sia la linea a piombo uguale, come* △ △

Dico per

(d) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

II. Regola.

I. Che tirata nel detto Essagono (f) una linea Retta, (g) che divida l'Aree (a) dei due Triangoli d'ugual altezza (c) da quella del terzo,

II. Tirate sulla detta linea retta (g) tre Perpendicolari (b) da ciascuna cima dei tre Triangoli (i)

III. E finalmente multiplicata (k) la mentovata Retta (g) per la metà della Perpendicolare (b) più lunga unita alla metà d'una dell'altre due se ne produce l'Area (a) in misure ec.

(e) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(f) *Essagono è una figura, di sei angoli, e di sei lati, come* ⬡

(g) *Linea Retta quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

Ecco-

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Tirisi nell'accennato Essagono (*f*) *una Retta* (*g*) *A E giusta il num. XVII. pag.* 13. e *misurata, giusta il detto num.* 8 sia di Pertiche 10.

2. Che così *l'Area* [*a*] *dei due Triangoli* (*i*) *A B C, C D E sarà divisa dall'Area* (*a*) *del terzo Triangolo* [*i*] *A F E,*

II. 3. *Tirate poscia, giusta la pag.* 68. *num.* 4. *ec. dalle cime dei* 3. *Triangoli* (*i*) *le tre Perpendicolari* (*b*) *B M, D N, F O sulla detta A E,*

4. E misurate, *giusta la pag.* 13. *num. XVII.* siano le *B M*, e *D N* ciascuna di Pertiche 4,

5. E la *F O* di Pertiche 6.

6. Ora *presa la metà della F O, come Perpendicolare* (*b*) *più lunga*, cioè Pertiche 3.

7. *Unita alla metà della B M*, o *D N*, ch'è di Pertiche due, *si fanno Pertiche* 5,

III. 8. *Le quali multiplicate* [*k*] *per la A E*, cioè per Pertiche 10, *si producono Pertiche* 50. *Quadrate* (*l*) *per l'Area* (*a*) *del proposto Essagono.* (*f*)

Eccone

§. XXXIII.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Nell'accennata *Figura XXII.* il Rettangolo (*m*) *V X* è uguale al proposto Essagono, (*f*)

2. Poichè i due Triangoli [*i*] piccioli *A B C, C D E* sono uguali al Rettangolo (*m*) *A X, giusta li* §§. 12. *e* 13.

3. Ed il Triangolo (*i*) grande *A F E* è uguale al Rettangolo [*m*] *V E, giusta li detti* §§.

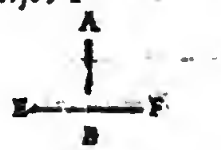
4. Sicchè necessariamente tutt' il Rettangolo (*m*) *V X* è uguale a tutto l'Essagono (*f*) *A B C D E F.*

5. Ora multiplicando [*k*] la *S X* per la *S V*, si produce l'Area (*a*) del Rettangolo (*m*) in misure Quadrate, (*n*) *giusta li* §§. 5. *e* 6.

6. Ch' è lo stesso che dire: *multiplicando* (*k*) *la metà della F O Perpendicolare* (*b*) *più lunga*, cioè la *R O unita alla metà della B M*, cioè *alla T M,*

7. *Per*

(h) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte; come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*



(i) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(l) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di 4 lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una pertica.*

(m) *Rettangolo è una figura di 4. angoli a squadra, e di 4 lati, de' quali solo i 2 opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(n) *Misura quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4 angoli a squadra, e quattro lati uguali, come* □

7. *Per la Retta A E, ſu cui ſono tirate le tre Perpendicolari* [a], *ſi produce l'Area* (b) *del propoſto Eſſagono* (c) *nelle dette miſure ec.*

Dunque

I. Tirata nel detto Eſſagono (c) una linea Retta, (d) che divida l'Aree (b) dei due Triangoli d' ugual altezza (e) da quella del terzo.

II. Tirate ſulla detta linea Retta (d) da ciaſcuna cima dei tre Triangoli (f) tre Perpendicolari, (a)

III. E finalmente multiplicata (g) la detta Retta (d) per la metà della Perpendicolare (a) più lunga unita alla metà d'una dell' altre due, ſe ne produce l'Area (b) in miſure ec.

Il che era ec.

Quivi pure debbonſi conoſcere

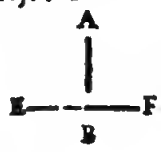
*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale in un Eſſagono (c) ſimile al propoſto raccoglie le tre Perpendicolari (a) inſieme,
2. Le multiplica (g) per la mezza linea Traſverſale, (b)
3. Ed il prodotto giudica, eſſer l'Area [b] legittima.
4. Come nell'accennata *Figura* raccolte inſieme la *B M*, *D N*, *F O*, che fanno Pertiche 14.
5. E multiplicate (g) per la metà della *A E*, cioè per *Pertiche* 5, produce Pertiche 70, cioè Pertiche 20 più dell'Area (b) giuſta.

Vediamo nel

(a) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F*

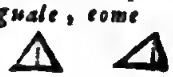


(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(c) *Eſſagono è una figura di ſei angoli, o ſia di ſei lati, come* ⬡

(d) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(e) *Triangolo, o Triangoli d' uguale altezza ſono quelle figure di tre lati, le quali dalla cima fin al lato inferiore hanno la linea Perpendicolare, o ſia la linea a piombo uguale, come*



(f) *Triangolo è una figura di tre lati come* △

PROBLEMA VII.

Il modo di misurar l'Area (b) prativa della terza spezie di Essagoni alquanto Regolari (i), i quali hanno le linee tirate entro di loro uguali.

Sia in

I. Ipotesi (k).

1. Un Prato disteso in forma di Essagono alquanto regolare (i) *A B C D E F*,
2. Rappresentatoci dalla *Figura LXIII. fol.* 8.
3. In cui vedonsi le tre linee tirate entro la Figura, uguali.
4. E debbasene misurar l'Area (*b*) in una sola multiplicazione. [*l*]

Dico per

II. Regola.

I. Che tirate entro il detto Essagono (*c*) da uno stesso angolo ad altri tre angoli le 3 linee uguali,
II. Tirate da 4 angoli 4 Perpendicolari (*a*) cadenti sopra le dette tre linee uguali.
III. Raccolte le 4. Perpendicolari (*a*) insieme,
IV. E multiplicate (*g*) per la metà d' una delle tre linee uguali, se ne produce l'Area (*b*) in misure ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Entro l' accennata Figura tirinsi, *giusta la pag.* 13. *num. XVII.* le tre linee uguali *B F*, *B E*, *B D* dallo stesso angolo 3,

(g) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(h) *Linea Trasversale è una linea di traverso.*

(i) *Essagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di sei angoli, che ha qualche regolarietà, o nei lati, o negli angoli, o nelle linee ugualmente distanti.*

[k] *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(l) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

2. E misurate, *giusta il num. XVII. pag.* 13. sia ciascuna di Pertiche 20.

II. 3. *Tirinsi poscia da' 4. angoli le 4. Perpendicolari* [a] *A H, F M, E N, C O, giusta la pag. 68. numero 4. ec.*

4. Delle quali l' *A H* cada sopra la *B F*,

5. La *F M* sopra la *B E*,

6. E le due *E N*, *C O* sopra la *B D*.

7. Queste misurate, come si è detto, sia l'*A H* di 22, la *F M* di 21, la *E N* di 10, e la *C O* di 20 *Pertiche*,

III. 8. Che fanno raccolte insieme Pertiche 73.

IV. 9. E multiplicando (b) 73 per 10, cioè per la metà d' una delle tre linee uguali *B F*, *B E*, o *B D*,

10. Si producono 730 Pertiche Quadrate, (c) che sono l'Area [d] dell' Essagono [e] proposto.

Eccone

§. XXXIV.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Questa è veramente in tutto, e per tutto sul piede del §. 27, a cui basterebbe il rimetterci.

2. Ma per inculcarla meglio a' Principianti, non si lascia d'esporla, come segue:

3. Il mentovato Essagono [e] della *Figura LXIII. fol.* 8. consiste in 4 Triangoli (f) *B A F*, *B F E*, *B E D*, e *B D C*.

4. Questi si riducono in un Rettangolo (g) nel modo seguente:

5. Nella *Figura LXIV. fol.* 8. tirisi la *C D* uguale alla metà della *B F* della *Figura LXIII.*

6. Tirisi nella *detta Figura LXIV.* la *A C* uguale alla Perpendicolare (a) *A H* della *Fig. LXIII.*

7. Ch' il Rettangolo [g] *C B* della *Figura LXIV.* sarà uguale al Triangolo [f] *B A F* della detta *Figura LXIII. giusta il* §. 13.

8. Tirisi ulteriormente nella *Figura LXIV.* la *E F* uguale alla metà della *B E* della *Figura LXIII.*

9. Parimente la *C E* della *Figura LXIV.* Perpendicolare (x) uguale alla Perpendicolare (x) *F M* della *Figura LXIII.*

10. Che

(a) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte; come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*

(b) *Multiplicare o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto. Come due volte 3. fa 6.*

(c) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una pertica,*

(d) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come △ □ ec.*

10. Che il Rettangolo [*g*] *E D* della *Figura LXIV.* ſarà uguale al Triangolo (*f*) *B F E* della *Figura LXIII. giuſta il detto* §. 13. *e* §. 14.
11. Nello ſteſſo modo deſcrivanſi nella *Figura LXIV.* i due Rettangoli [*g*] *G F*, *L H*, uguali ai due Triangoli (*f*) *B E D*, *B D C* della *Figura LXIII.*
12. Che tutt'il Rettangolo (*g*) *H B* della *Figura LXIV.* ſarà uguale a tutto l'Eſſagono (*e*) della *Figura LXIII.*
13. Ora del Rettangolo (*g*) *H B* multiplicando [*b*] la *A B* per la *B M*, ſe ne produce l'Area (*d*) in miſure Quadrate [*b*] *per li* §§. 5. *e* 6.
14. Ch'è lo ſteſſo che dire: multiplicando (*b*) dell'Eſſagono (*e*) le 4 Perpendicolari (*d*) *A H*, *F M*, *E N*, *C O* raccolte inſieme
15. Per la metà della *B F*, o *B E*, o *B D* linee uguali, ſe ne produce l'Area [*d*] nelle dette miſure ec.

Dunque

I. Tirate entro il detto Eſſagono (*e*) da uno ſteſſo angolo ad altri tre angoli tre linee uguali,
II. Tirate da 4 angoli 4 Perpendicolari (*a*) cadenti ſopra le dette tre linee uguali,
III. Raccolte le quattro Perpendicolari (*a*) inſieme,
IV. E multiplicate (*b*) per la metà d'una delle tre linee uguali, ſe ne produce l'Area (*d*) in miſure ec.

Il che era ec.

Si propongono da conſiderarſi

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale avendo forſe udito, che in un Eſſagono (*e*) debbanſi raccorre delle linee, e multiplicarle (*b*) per dell'altre,
2. E non ſapendone il fondamento
3. Francamente, in vece di raccorre inſieme le 4 Perpendicolari [*a*] dell'Eſſagono (*e*) precedente,

(e) *Eſſagono è una figura di ſei angoli, e di ſei lati, come* ⬡

(f) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(g) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(h) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

4. Raccoglie le tre linee uguali tirate entro la Figura, e commette uno sbaglio simile a quello, che accennammo alla fine del Problema IX. dell' antecedente Capo.

Col seguente

*

Avvertimento I.

1. Non si manca d'avvisare, che se entro la Figura Essagona [*a*] non si potessero tirare le 4 Perpendicolari [*b*] cadenti sulle 3 linee uguali, come si vede nell'Essagono [*c*] *A B C D E F* della *Fig. LXV. fol.* 8. in cui le 3 linee uguali *F B*, *F C*, *F D* appariscono tirate entro il detto Essagono, (*c*)
2. E sopra di queste non si possono entro la detta Figura tirare tutte le Perpendicolari [*b*] dagli angoli, come si è fatto nella Figura precedente, ma solo le due *B N*, *D O*,
3. In questo caso si dee operare nel modo prescritto nel *Problema VI. del Capo IV. e nell' Avvertimento del Probl. IX. Capo V.*

Soggiungiamo un

*

Avvertimento II.

4. E replichiamo al discreto lettore ciò che altre volte ne' Capi precedenti dicemmo; cioè che tutte le Pratiche esposte ne' Capi precedenti, ed in ispezie, quelle delle Superficie Pentagone, ed Essagone alquanto regolari (*d*) non si sono scritte, che per puro esercizio de' principianti Geometri, affinchè per mezzo di quello essi possano inculcare nelle menti loro e le *Regole*, e le *Pratiche*, le quali consistono nell' unico fondamento di ridur qualunque Figura Quadrilatera (*e*), Pentagona [*f*], Essagona [*a*] in un Rettangolo (*g*), o Quadrato (*h*), e colla multiplicazione (*i*) dei soliti due lati di ritrovarne l'Area. (*k*)

*

5. Certo è, che se noi avessimo voluto ricalcare le so-

le

(a) *Figura Essagona, è una figura di sei angoli, o di sei lati, come*

(b) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*

(c) *Essagono è una figura di sei angoli, e di sei lati, come*

(d) *Superficie pentagona, o Pentagono alquanto regolare chiamiamo noi quella figura di cinque angoli, che ha qualche regolarità, o nei lati, o nei angoli o nelle linee ugualmente distanti.*

(e) *Figura Quadrilatera è una figura di quattro lati, come* □

(f) *Figura Pentagona, o sia Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

(g) *Rettangolo è una Figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, de' quali so-*

le pedate di moltiſſimi Geometri, ci ſarebbero baſtate una, o due ſole regole per miſurar l'Area (*k*) di qualunque Figura Rettilinea (*l*), *Triangolare*, (*m*) *Quadrilatera* (*e*), *Pentagona* [*f*], *Eſſagona* (*a*), *Ettagona* (*n*), e di qualſiſia altra ſorta.

6. Perocchè la maggior parte degli Autori, dopo aver inſegnato il modo di miſurar l'Area (*k*) d'un Triangolo [*o*], colla ſteſſa ſola Regola inſegnano anche il modo di miſurar l'Area (*k*) di qualunque Figura Rettilinea [*l*], ſe foſſe anche di cento, e più lati.

7. Per chiarir la coſa in eſempio, io adduco ciò, che inſegna il *Guarini* nel ſuo *Euclide Accreſciuto*, *Tratt.* 29. *Propoſ.* 21.

8. *Per ritrovare*, dic' egli, *l'Area* [*k*] *d'una Figura Rettilinea irregolare* (*p*) *non Triangolare* [*m*]

9. *Riſolverai tutta la Figura in tanti Triangoli* (*o*), *e queſti trasformati in Rettangoli* [*g*], *cercherai l'Area* [*k*] *di ciaſcuno; e raccolte finalmente tutte l' Aree* (*k*) *dei detti Rettangoli* [*g*] *in una ſomma, queſta ſarà l' Area* [*k*] *della propoſta Figura irregolare*. [*q*]

*

10. V. g. Sia propoſta la Superficie irregolare (*r*) *A B C F D E I*.

11. Come ci rappreſenta la *Figura LXVI. del foglio* 8.

12. *Tirate le linee B I, I F, I D, B F, la Figura ſarà ridotta in tanti Triangoli*, [*o*]

13. *Dei lati de' quali io ſuppongo, che tu n' abbi la notizia in qualche miſura.*

14. *In tutti i Triangoli* [*o*] (*i quali nella propoſta Figura ſono cinque*) *ſi tirino le ſue Perpendicolari* (*b*) *cioè le A H, I S, C O, D M, E N.*

15. *Ora di tutti i Triangoli* [*o*] (*i quali dopo tirate le Perpendicolari* [*b*] *ſi ſono fatti dieci*) *ſi ricerchi la ſua Area* (*k*),

16. *Cioè s'incominci a ritrovar l' Area del Triangolo* [*o*] *H B A, giuſta il Problema I. del Cap. III. di queſto Libro*,

17. *Po-*

lo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come ▭

(h) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(i) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

[k] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

[l] *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle che imaginanſi tirate come un filo teſo, come* △ □ *ec.*

(m) *Figura Triangolare, o ſia Triangolo è quella di tre lati, come* △

(n) *Figura Ettagona, o Ettagono è una figura di ſette angoli, e ſia di ſette lati, come*

(o) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(p) *Figura irregolare Rettilinea è una figura di linee Rette, la quale non ha nè tutti gli angoli, nè tutti i lati uguali, come*

(q) *Figura Irregolare è quella, che non ha nè tutti gli angoli, nè tutti i lati uguali, come*

(r) *Superficie Irregolare, e Figura Irregolare è quella, che non ha nè tutti gli angoli, nè tutti i lati uguali, come*

17. *Poscia l' Area del Triangolo* (*a*) *H A I, quella del Triangolo* [*a*] *I B S, quella del Triangolo* (*a*) *I S F, e così di Triangolo* [*a*] *in Triangolo* (*a*) *fin a tanto, che partitamente si sono misurate tutte le dieci Aree* (*b*),

18. *La somma delle quali dimostrerà la ricercata sola Area* (*b*) *della mentovata Figura Rettilinea* [*c*] *A B C F D E I.*

19. Queste sono quasi le precise parole del *Guarini* al luogo citato, tradotte dal Latino nell' Italiano.

*

20. Ed in ordine a questa Pratica, certo è che per ritrovar l'Area [*b*] di qualunque Figura Rettilinea (*c*), basta la sola Regola *di risolver la detta Figura in tanti Triangoli* [*a*], *di cercar partitamente l' Area* (*b*) *di ciascuno, e di raccorre poi tutte l'Aree* [*b*] *in una somma*.

21. Ma due considerabili intoppi rendono difficile, e nojosa questa generale Regola.

22. Il primo si è, che quando trattasi di misurar una Superficie (*d*), che non sia prativa, la densità degli arbori, e sementi non permette, se non con gran difficoltà di tirar le Linee Rette (*e*) sopra i terreni, e di risolver qualunque Superficie Rettilinea [*f*] in tanti Triangoli (*a*), come l'esperienza pur troppo l'insegna.

23. Il secondo si è, che la lunga fatica è molto fastidiosa, e pericolosa,

24. Perocchè dovendosi molte fiate ridur una proposta Superficie [*d*] in 20, 25, e più Triangoli [*a*], e per conseguenza far altrettante multiplicazioni (*g*) per rilevar l'Area (*b*) di ciascuno, e finalmente raccorre tutte l'Aree [*b*] in una somma, il lungo tempo, ch'a tante operazioni richiedesi, genera noja.

25. Ed oltre a ciò le tante multiplicazioni [*g*], che per l'Area [*b*] di ciascun Triangolo (*a*) si debbono fare, non consisteranno in misure di soli Interi, ma c'entreranno, come di solito avviene, anche de' Rotti, (*b*) cioè oltre le *Pertiche*, de' *Piedi*, *Oncie* ec.

26. Ed in tale caso nel computo di tante multiplicazioni (*g*) de' Rotti (*b*) richiedesi una grandissima attenzione per non inciampar in qualche errore, e per-

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ □ ec.

(c) *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle, che immaginansi tirate come un filo teso, come* △ □ ec.

(d) *Superficie è una estensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(e) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(f) *Superficie Rettilinea è volgarmente una Pianura contenuta da linee rette, come*

(g) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(h) *Rotto, o sia numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* —— *terzi sono due parti d'un' unità divisa in tre, tre* —— *fono tre parquarti si d'un' unità divisa in quattro ec.*

(i) *Area regolare è uno spazio racchiuso da una figura regolare, la qua-*

perciò questa lunga fatica si rende anche pericolosa, come dicemmo.

*

27. Onde noi ci affatichiamo di mostrar al Leggitore una Regola, per mezzo della quale non solo l' Aree [*b*] delle precedenti Figure, ma eziandio di qualunque altra Rettilinea (*c*), se fosse aache di 100 lati, si possano ritrovare in una sola multiplicazione [*g*]. Il che seguirà in virtù d' uno Strumento, di cui già per l'addietro favellammo, ed al *Capo VII.* seguente più diffusamente si favellerà.

Non possiamo terminar il presente Capo senza un

*

Avvertimento III.

1. Il quale si è, che se il Principiante fosse vago di veder in ulteriori altri Problemi l' esercizio di misurar l' Aree tanto regolari [*i*], quanto alquanto regolari (*k*), delle Superficie terrene Ettagone [*l*), Ottagone (*m*), Enneagone (*n*), Decagone [*o*] ec.
2. E ciò in una sola multiplicazione (*g*) ec. come finora si è dimostrato ne' precedenti Problemi,
3. Potremmo sul piede di questi porne sott' agli occhi del mentovato Principiante la Pratica,
4. Ma persuadendoci, che con metter in opra ciò, di cui finora si è favellato ne' Capi V. e VI. del presente Libro, possa egli misurar l' Area (*b*) di qualunque altra Superficie regolare [*p*], ed alquanto regolare, purchè non si scordi di ridurre le dette Figure in un Rettangolo [*q*], come alle *pagg.* 32. e 116. dicemmo, altri precetti non fanno di mestiere.
5. Avendo noi finora alquanto trattato delle Superficie (*d*) prative, egli è tempo d'avanzar al

CAPO

te è quella, che ha tutti gli angoli, e tutti i lati uguali, come △ □ ⬠ ec.

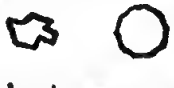
(k) *Area alquanto regolare è uno spazio d' una figura da noi chiamata alquanto regolare, accagione, che ha o qualche lato, o qualche angolo uguale, o delle linee ugualmente distanti l'una dall' altra, come*

(l) *Superficie terrena Ettagona, o sia Ettagono è volgarmente una Pianura contenuta da sette linee, come*

(m) *Superficie ottagona è una stensione in lunghezza, e larghezza contenuta da otto linee, come*

(n) *Superficie Enneagona, o sia Enneagono è una stensione di lunghezza, e larghezza compresa da nove lati, come*

(o) *Superficie Decagona, o sia Decagono è una stensione di lunghezza, e larghezza compresa da dieci lati, come*



(p) *Superficie Regolare è volgarmente una Pianura contenuta da linee, ed angoli uguali, come* △ □

(q) *Rettangolo è una figura di 4 angoli asquadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono uguali, fra loro come* ▭

CAPO VII.

In cui trattasi, come ogni sorta di Superficie piane [a] terminate da linee Rette (b) si debbano misurare ne' Campi.

1. POtendo sovente avvenire, che alcuno ritrovandosi col solo Compasso di legno alla mano, senza verun altro Strumento, debba calcolar le Superficie prative Rettilinee [c], la maniera più espediente per operare sarà quella, che ne' precedenti Problemi abbiamo accennato,
2. Ma quando sarassi proposto di calcolar le Aree [d] delle Superficie (e) campestri, abbondanti di grani, viti, e d' altre piante, queste impediscono l' esatta operazione, come altrove si è detto,
3. Poichè le spighe de' grani, foglie delle viti, ed altre piante non permettono il guardare da un termine, ovvero da qualunque punto all' altro, per tirar le Linee Perpendicolari [f], Trasversali (g) ec. senza gran difficoltà,
4. E perciò si è ritrovato uno Strumento, per mezzo del quale non solo speriamo di misurar con esattezza le Superficie (e), delle quali non si possono veder ad un tratto di vista tutti i suoi angoli, ma di delinear ancora in picciolo, come sopra d' una tavoletta, qualunque Superficie [e] terrena distesa in grande,
5. E perciò non sarà d'uopo entrar ne' campi per danneggiar i medesimi tanto col calpestio de' piedi, quanto col movimento del corpo.
6. Gli Antichi avevano bensì inventati diversi Strumenti tanto per l' uso Geometrico, quanto anche per l'Astronomico. Come

I. La Scala Altimetra,
Delineata sul dorso dell' Astrolabio. [b]
II. Il Quadrato Geometrico. (i)
III. Il Bastone di San Giacopo. (k)
IV. Il Proteo Militare.

V. L'A-

(a) *Superficie piana intendesi volgarmente presso a' Geometri pratici una pianura.*

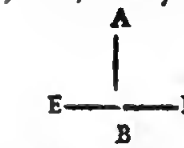
(b) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(c) *Superficie Rettilinea è volgarmente una Pianura contenuta da linee rette, come*

(d) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ *ec.*

(e) *Superficie è una estensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(f) *Linea Perpendicolare è una retta, la quale stando sopra d' un'altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l'F.*



(g) *Linea Trasversale è una linea di traverso.*

(h) *Astrolabio è uno strumento, il quale serve tanto per la Geometria, quanto per l' Astronomia, e per mezzo d' esso si possono non solo misurare gli*

V. L'Anello Aſtronomico. (*l*)
VI. L'Aſſe Zubleriano.
VII. La Tavoletta Pretoriana. (*m*)
Così chiamata da Pretorio Profeſſore d'Altdorff nell' Alemagna, per eſſere ſtata dallo ſteſſo inventata.
VIII. Il Triquetro. (*n*)
IX. Il Raggio Latino.
X. Il Quadrante. (*o*)
XI. Il Pantometro Chircheriano. (*p*)
Inventato dal P. Chirchero celebre Matematico.

E molti altri ſimili ec.

7. Noi però non ci ſerviremo di veruno dei predetti Strumenti; ma n' abbiamo coſtrutto uno, ch' ha coi predetti qualche ſimiglianza. Queſto è uno

angoli ſecondo la loro grandezza, ma vi ſi vedono ancora i Cerchj principali della ſfera celeſte.

(i) *Quadrato Geometrico è uno ſtrumento di legno, o di qualunque altra materia ſoda, il quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, diviſi minutamente in parti, ed oltre a ciò anche una riga coi ſuoi traguardi, come qui vedeſi,*

*

Strumento Univerſale, il quale ſerve a tutto ciò, che appartiene alla Planimetria, (*q*) *Longimetria,* (*r*) *e Stereometria.* [*s*]

(k) *Baſtone di S. Giacopo, o ſia Croce Geometrica è uno ſtrumento di legno fatto veramente in forma di Croce, come vedeſi nella qui ſoggiunta figura, il cui traverſo C D moveſi dietro la lunghezza dell' altro legno A B diviſo in certe parti,*

1. Per conoſcerlo in ſoſtanza diremo ſolo, ch'egli conſiſte in *una Tavoletta* ſoſtenuta dal ſuo Piede, con una Riga poſtavi ſopra, come la *Figura LXVII. fol.* 9. lo dà a divedere.

T 2. Ma

(l) *Anello Aſtronomico è un anello d' ottone, o di qualche altra materia ſoda diviſo comunemente in 360 parti, di cui ſi ſervono gli Aſtronomi.*

(m) *Tavoletta Pretoriana è una Tavoletta di quattro lati, per mezzo della quale non ſolo ſi miſurano le diſtanze, e le altezze, ma ſi diſegnano ancora facilmente i Campi, e Prati.*

(n) *Triquetro è uno ſtrumento fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, i quali ſono comunemente in più parti diviſi.*

(o) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un cerchio, come*

(p) *Pantometro Chircheriano è uno ſtrumento di legno fatto in parte in modo di tavoletta, per mezzo del quale ſi può miſurare tutto ciò, di cui tratta la Geometria pratica.*

(q) *Planimetria è quella ſcienza, ch' inſegna a miſurare le Superficie piane dette volgarmente pianure.*

(r) *Longimetria è la ſcienza, che inſegna a miſurar le linee.*

(s) *Stereometria, o ſia Solidometria, è quella ſcienza, che inſegna a miſurare i ſolidi, che val a dire ciò, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

2. Ma per ſapere il modo di fabbricarlo, conviene badare minutamente ad ogni pezzo del medeſimo. Onde ſegue

*

La Struttura del detto.

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli e ſquadrata, o di quattro lati uguali, come* □

I. 1. Si faccia un Quadrato (*a*) *F E G H* di legno duro, ben ſecco, e groſſo un' oncia, o un' oncia, e mezzo,

2. I cui lati ſieno lunghi un Piede, e mezzo in circa,

3. Come la detta *Figura LXVII. foglio* 9. lo rappreſenta.

4. Il detto Quadrato (*a*) dee eſſere in tutta la ſua profondità interamente tagliato per mezzo d'una Linea circolare (*b*) *L T V P Q R*,

(b) *Linea Circolare è una linea fatta a Cerchio.*

5. Sicchè la detta parte circolare *L T V P Q R* ſia dall' altra parte *F L R Q H P G V E T* ſeparata,

6. In modo che queſta parte così ſeparata ſi poſſa liberamente girare intorno alla detta Linea circolare. (*b*)

*

II. 7. Egli dee poi poſare ſulle quattro braccia *A B*, *C D*, *O Z*, *M N*, come vedeſi nella *Figura LXVIII. fol.* 9.

8. I quali ſieno incollati alla detta parte circolare, ed abbiano il buco *K* nel mezzo, ove dee entrare il Piede, di cui poi ſi favellerà.

(c) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra, in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme. Come* ═

9. I due lati oppoſti *F E*, *H G* abbiano le due incavature *f o*, *t s*,

10. Affinchè vi poſſa incaſtrarſi la Riga, che vedeſi nella *Figura LXIX foglio* 9.

11. Talmente, ch' eſſa Riga ſia ſempre eſattamente Paralella (*c*) ai lati *H F*, *E G*, come appariſce nell accennata *Figura LXVII.*

*

III. 12. Queſta Riga dee eſſere d'un legno ben duro, e ſecco, groſſa una mezz' oncia in circa, e larga due buone oncie;

13. Dee

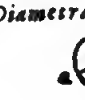
13. Dee eſſere nelle ſue due lunghezze tagliata a ſcarpa, come lo dimoſtrano le Paralelle (c) *c d k p, n e g r*,
14. Ed il piano delle dette ſcarpe *c d k p, n e g r* diviſo eſattamente da ciaſcuna parte in particelle 100, 200, o 300 ec. per mezzo delle linee *e g, o f* ec. che ſuppongonſi continuate dall' una all' altra ſcarpa,
15. Ed alle quali s'appongano i numeri 5, 10, 15, 20, 25 ec.
16. E finalmente abbia eſſa Riga due manichi *y z, w ff* dalle parti, affinchè poſſa a beneplacito eſſere tirata,
17. E due traguardi ſulla linea *k p*, oppure *n e*,
18. L'uno de' quali ſia un pezzetto d' acciajo forato e ſteſſo, e l'altro una punta pure d'acciajo, come vedeſi nella *Figura LXX. foglio* 9.

(d) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

*

IV. 19. Facciaſi poi un Rettangolo (d), o ſia Scala Geometrica, rappreſentataci dalla *Figura LXXI. foglio* 27,
20. Il cui lato *y o* abbia la preciſa larghezza d' una delle particelle, in cui tutta la *c d*, ovvero *g r* della Riga ſi è diviſa;
21. Il lato *o m* contenga ſettantadue volte il detto lato *y o*,
22. E la Diametrale (e) *o b* tiriſi dal punto *o* ſin' al punto *b*,
23. Facciaſi poi ſul lato *o m* dall' *o* ſin' al *c* il Rettangolo (d) *o c* uguale al Rettangolo (d) *o i*, ed ugualmente diviſo in dodici particelle Quadrate (f) come quello.
24. Sia poi la *y b* diviſa in ſei parti, l'una delle quali ſia la *y i* lato del detto Rettangolo (d) *o i*,
E le altre cinque parti ſieno ſegnate co' numeri 2, 3, 4, 5, 6.
25. E tutto il Rettangolo (d) *o b* ſuppongaſi diviſo come il Rettangolo [d] *o i* in particelle uguali, che ſarà il detto di particelle 72.
26. Queſto Rettangolo (d) deſcritto in carta dee eſſere attaccato ſul piano del Quadrato [a] dello Strumento, come vedeſi fatto nel Rettangolo (d) *m n* ſul detto Quadrato (a) della *Figura LXVII. fol.* 9.

(e) *Diametrale linea è quella, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b è una linea Diametrale,*

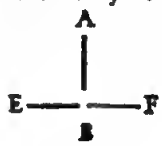


(f) *Parte quadrata è un Quadrato, cioè una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(a) *Cilindro è un Corpo per tutto ugualmente rotondo, il cui fondo, e cima (che due baſi ſi chiamano) ſono due cerchj uguali, come*

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(c) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare; poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l'* F



(d) *Area ſ preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ ▭ *ec.*

*

V. 27. Reſta ancora da conſiderarſi il Piede dello ſtrumento rappreſentatoci dalla *Figura LXXII. fol. 9.*

28. La cui prima parte conſiſte in una Tanaglia concava *A B G* di legno ben ſodo,

29. In cui per mezzo delle viti *C D*, evvi racchiuſa la palla *O N*,

30. La quale dee poterſi muovere a beneplacito.

31. E nella di lei ſommità dee avere il ſuo collo, o ſia un pezzo di Cilindro (*a*) *S*, il quale entri nel buco *K* del Quadrato (*b*) rappreſentatoci dalla *Figura LXVIII. fol. 9*, ed in eſſo ſia fortemente incollato.

32. Oltre a ciò la detta Tanaglia *A B G* dee avere il taglio *R* in modo, che poſando sù quello il collo *S* della palla, il Quadrato (*b*) ſi faccia Perpendicolare (*c*) come vedeſi nella *Figura LXXIII. Fol. 9.*

33. La ſeconda parte del Piede conſiſte nel Cilindro (*a*) vuoto *F K*,

34. In cui eſſendovi il legno *G Z* lungo, e rotondo congiunto colla Tanaglia, tutta queſta vi ſi poſſa girare all'intorno, alzarla, abbaſſarla, e fermarla a piacere per mezzo della vite *y*

35. La terza parte del detto Piede conſiſte ne' tre baſtoni *V f*, *Z u*, *K m*,

36. I quali ſi debbono porre nei tre buchi *V*, *Z*, *K*, della parte inferiore del mentovato Cilindro [*a*] *F K*,

37. In modo, che ſi poſſano levar fuori a beneplacito affine di portare lo Strumento con maggior commodità.

38. Toccante queſto Piede, noi abbiamo riſcontri da Lipſia, eſſere eſſo ſtato perfezionato per miglior uſo de' Geometri, ma non avendone ancora le preciſe particolarità, ci riſerviamo a pubblicarle appena, che ſi ſaranno avute.

39. Queſta è la ſtruttura dello Strumento, che noi chiameremo in avvenire Tavoletta,

40. E perciò veniamo all'

*

Uſo della detta Tavoletta.

1. Servendoci della detta Tavoletta per computar le Aree [*d*] delle Superficie piane Rettilinee [*e*] ne' Campi,
2. Debbono queſte eſſere prima delineate proporzionalmente ſopra la detta Tavoletta,
3. Per il qual effetto ſi ſtenderà un foglio grande di carta, come ſarebbe di quella reale, o d' altra ſimile ſulla detta,
4. In modo, che le di lei ſtremità ſieno attaccate con cera molle ſin'al Cerchio dello Strumento incirca, e che la detta cera non impediſca il corſo alla riga.
5. Anzi nelle operazioni, che giuſta i ſeguenti tre Problemi ſi fanno, ſarà meglio, che ſul Cerchio della Tavoletta vi ſia incollata della Pergamena ben diſteſa;
6. Perocchè ſopra quella ſi potrà per mezzo della Riga, e Lapis delineare qualunque figura, e finita l'operazione cancellarla in modo, che la detta Pergamena ſerva di perpetua Tavola per farvi ſopra qualunque nuova delineazione.
7. Così preparato lo Strumento, vi ſi delinearanno ſopra le mentovate Aree (*d*) delle Superficie Rettilinee [*f*] qualor s'imprimerà nella mente il

(e) *Superficie piana Rettilinea è volgarmente una pianura contenuta da linee rette, come* ⊔

(f) *Superficie Rettilinea è volgarmente una Pianura contenuta da linee rette, come* ◺

(g) *Figura piana intendeſi volgarmente una pianura*

(h) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

*

Fondamento di portar ſulla Tavoletta qualunque figura piana (g) terminata da linee rette, (h)

Queſto è fondato *ſulla* 18. *del ſeſto*, e conſiſte in delinear gli angoli della Figura della Tavoletta uguali agli angoli della Figura di qualunque terreno piano, ed i lati dell'una proporzionali ai lati dell' altra.

Ciò

Ciò ſuccintamente inteſo, chiariraſſi il detto uſo dello Strumento per mezzo dei ſeguenti Problemi. E però vediamo nel

[a] *Superficie Triangolare, o ſia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

PROBLEMA I.

Come ſi porti una Campeſtre Superficie Triangolare (a), e Rettilinea (b) ſopra la Tavoletta?

Sia in

[b] *Rettilinea ciò che è fatta con linee rette, cioè da quelle, che volgarmente immaginanſi tirate come un filo teſo, come*

I. Ipoteſi. (c)

1. Il Campo *B a C* diſteſo in forma di Triangolo Rettangolo (*d*),
2. Come ce lo rappreſenta la *Figura LXXIV. fol.* 8.
3. Il quale debbaſi delineare ſulla Tavoletta.

Dico per

(c) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

II. Regola.

(d) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in ſe un angolo retto, cioè un angolo a ſquadra, come* △

I. Che collocata orizzontalmente (*e*) la Tavoletta ſopra d'un angolo della Figura Triangolare (*f*),

II. Guardatine gli altri due angoli per mezzo de' Traguardi,

III. E miſuratine i due lati, che formano l'angolo, ſu cui ſta la Tavoletta,

(e) *Orizzontalmente a mode di livello.*

IV. Si delinea coll' applicazion della Riga il Triangolo (*g*) in piccolo proporzionale al grande.

Eccone la

III. Pratica.

1. Prima deeſi conſiderare (come ſi è fatto negli altri Problemi) ſe il Campo ſia veramente diſteſo in forma di Triangolo Rettangolo, [*d*]

2. Co-

2. Coma la *Figura LXXIV. fol.* 8. ce lo rappreſenta, e ritrovato tale,

I. 3. *Collocbiſi la Tavoletta orizzontalmente* (e) *ſopra uno de' tre angoli*,

4. Che nella preſente Figura ſupponiamo eſſere l' *a*,

II. 5. *Si guardi per mezzo dei Traguardi della Riga dall'* a *all' angolo B*,

6. E per vederlo meglio ſi ponga qualche ſegno, o baſtone in *B*,

7. Laſciata poi la Tavoletta colla Riga in queſta poſitura immobile,

8. Tiraſi col lapis dietro alla detta Riga la linea *a f* indeterminata:

9. Poſcia voltata la parte mobile della Tavoletta verſo la C, ſi muove la Riga ſopra l'altro lato del Campo, cioè ſopra l'*a* C,

10. *Dietro alla detta* a C *ſi guarda preciſamente l'altro angolo* C,

11. E tiraſi dietro alla Riga la ſeconda linea *a b* indeterminata.

III. 12. *Ciò fatto, tanto il lato* a B, *quanto il lato* a C *col ſolito Compaſſo ſi miſurano*,

13. E ritrovato quello di Pertiche 70, e queſto di Pertiche 63,

IV. 14. *S'applica la Riga ſulla Linea* a f *corriſpondente al lato* a B,

15. *E contate ſu quella particelle* 70; *ove eſſe finiſcono, ſi ſegna il punto* f *ſulla detta* a f,

16. *Poi s'applica pure la Riga ſopra la linea* a b *corriſpondente al lato* a C,

17. *E contate ſu quella particelle* 63, *ove eſſe finiſcono, ſi ſegna il punto* b *ſulla detta* a b.

18. Finalmente moſſa la parte mobile dello Strumento, *ed applicata la Riga ſulla* b *dall' una parte*,

19. *E ſulla* f *dall' altra*,

Tiraſi la terza linea b f, con cui ſi è delineato il picciol Triangolo (g) *a b f* ſulla Tavoletta, proporzionale al gran Triangolo (g) campeſtre *a C B*.

(e) *Figura Triangolare, o ſia Triangolo è quella di tre lati, come* Δ

(g) *Triangolo è una figura di tre lati come* Δ

Ne

Ne ſegue

§. XXXV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Orizzontalmente a modo di livello.*

(c) *Figura Triangolare, o ſia Triangolo è quella di tre lati, come* △

(d) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* ⏢ △ *ec.*

(e) *Triangolare Superficie, o ſia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

1. L'angolo *a* nel Triangolo (*a*) *a b f* della Tavoletta
2. E' lo ſteſſo che l'angolo *a* del Campo.
3. E ſiccome la *C B* del Campo tirata dal punto *C* ſin' al punto *B*,
4. Cioè (ove finiſcono le Pertiche 63 ſul lato *a C*,
5. Ed ove finiſcono le Pertiche 70 ſul lato *a B*)
6. Fa colla ſua inclinazione i due angoli *C*, *B*,
7. Così parimente la *b f* della Tavoletta tirata dal punto *b* ſin' al punto *f*,
8. (Ove finiſcono le particelle 63 ſul lato *a b*,
9. Ed ove finiſcono le particelle 70 ſul lato *a f*)
10. Fa colla ſteſſa inclinazione i due angoli *b f* ſulla Tavoletta:
11. Uguali ai detti due angoli *C*, *B* del Campo.
12. Il che più fondatamente ſi può ricavare dalla 4. *del lib. 6. d' Euclide.*
13. Ma eſſendo uguali gli angoli del Triangolo [*a*] picciolo a quelli del Triangolo (*a*) grande,
14. Sono anche i lati dell' uno, e dell' altro proporzionali fra di loro, *giuſta lo ſteſſo Euclide alla* 18. *del ſeſto.*
15. Ed il dire, che tutti gli angoli di due Triangoli (*a*) ſono fra di loro uguali, ed i lati loro proporzionali,
16. E' lo ſteſſo che dire, che l' uno all' altro Triangolo (*a*) è interamente proporzionale, ovvero ſimile,

Dunque

I. Collocata Orizzontalmente (*b*) la Tavoletta ſopra d' un angolo della Figura Triangolare. (*c*)

II. Guardatine gli altri due angoli per mezzo de' Traguardi,

III. E miſuratine i due lati, che formano l' angolo, ſu cui ſta la Tavoletta,

IV. E

IV. Si delinea coll' applicazione della Riga il Triangolo (*a*) in picciolo proporzionale al grande.

(f) *Partire, o sia Dividere nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel 6 ſi contiene tre volte.*

Il che era ec.

1. Ci è paruto opportuno di ſoggiugnere circa i Triangoli (*a*) campeſtri il ſeguente

*

Avvertimento I.

(g) *Sottrarre nell' Aritmetica diceſi, quando levando da un numero maggiore un minore reſta alcuna coſa, ovvero levando un numero uguale da un' uguale reſta nulla. Come levando due da tre reſta uno, ovvero levando due da due non reſta niente.*

2. Quelli, che non hanno alla mano, o forſe non curanſi d'avere la detta Tavoletta, o altro Strumento Geometrico,
3. Oſſervano ciò, che il P. Clavio nella ſua Geometria Pratica *Lib.* 4. *Cap.* 2., ed il P. Scotto nel ſuo Corſo Matematico al *Lib.* 6. *Parte* 2. *Propoſ.* 3. *Regola* 3. inſegnano,
4. Cioè, che per ſaper l'Area [*d*] di qualunque Triangolare Superficie (*e*), baſta che ſia noto di quante Pertiche ſieno i tre lati;
5. Dei quali ſupponiamo, che il primo ſia di Pertiche 10, il ſecondo di 12, ed il terzo di 14,
6. Ciò ſaputo, raccolgonſi tutti, e tre i lati in una ſomma, che nel noſtro caſo ſarà di Pertiche 36.
7. Si partiſce (*f*) la detta ſomma per metà, la quale ſarà di Pertiche 18.
8. Dalla detta metà ſi ſottragge (*g*) ciaſcuno de' lati:
9. E però ſottratto (*g*) il primo, ch'è di 10 da 18, rimangono 8,
10. Sottratto (*g*) il ſecondo, ch'è di 12 da 18, rimangono 6,
11. E ſottratto (*g*) il terzo, ch'è di 14 da 18, rimangono 4,
12. Si multiplicano (*h*) i mentovati 3 reſidui con la più volte nominata metà ſucceſſivamente:
13. Cioè, multiplicaſi (*h*) 8 con 18, e produceſi 144.
14. Queſto numero di 144 multiplicaſi [*h*] poi con 6, e ſi produce 864,
15. Ed il 864 multiplicato [*h*] per 4 produce 3456.

(h) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

16. Di queſt' ultimo numero s'eſtrae la Radice Quadrata (*a*), la quale conſiſte in $58\frac{92}{117}$

(a) *Radice Quadrata è un lato d'un numero rappreſentato in figura quadrata, come del numero quattro qui eſpreſſo in figura quadrata* a b ⊞ *il lato* a b *di due parti, cioè il numero due chiamaſi Radice quadrata.*

17. E di tante Pertiche è la ricercata Area [*b*] d' un propoſto Triangolare (*c*) campeſtre; come con faticoſo, e lungo raziocinio lo dimoſtra il mentovato *P. Clavio* al luogo citato.

18. Ora queſto modo tutto che ſia buono, ingegnoſo, ed antico, è altresì faticoſo, pericoloſo, ed alquanto difficile ai Principianti.

19. Perocchè, ſe preſſo i numeri interi (*d*), cioè preſſo le Pertiche vi ſoſſero anche de' Piedi, dell' Oncie ec.

20. Aſſai più lunga, e faticoſa riuſcirebbe l' operazione.

[b] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

21. Onde trattandoſi qui della Geometria Pratica, più ſpedito, più certo, e più facile è il modo accennato qui addietro per mezzo della Tavoletta,

22. Ove, per così dire in un momento, colla Riga diviſa in particelle applicata alle linee tirate ſulla Tavoletta, non ſolo vedeſi chiaro di quante Pertiche ſia qualunque lato d'un Triangolo (*e*),

(c) *Triangolare ciò che è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

23. Ma appariſce eziandio al naturale tutta la Superficie Triangolare (*f*) del Campo delineata ſopra la detta Tavoletta, ſenza entrar nella cognizione della Radice Quadrata (*a*) alquanto faticoſa ai Principianti,

24. Di cui ſi favellerà nella Geometria Aritmetica *della Part. III. Lib. IV. Cap. 3. Probl. 1.*

*

(d) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

25. Come poi ſi poſſa con brevità, e facilità computar le dette Aree Triangolari (*g*) ſenza mai averle vedute in campagna con aver la ſola contezza di quante Pertiche ſieno i tre lati, ciò ſi moſtrerà a ſuo luogo.

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

26. Ora diciamo per

*

Avvertimento II.

1. Che nel mentovato Problema I. il caſo ha portato, che i lati del delineato Triangolo [*e*] *B a C*, già veduto nella *Figura LXXIV. fol. 8.* ſi ſia terminato in Pertiche,

1. E perciò si sono applicate ai detti lati delineati sullo Strumento le particelle intere della Riga, cioè sul lato *a f* particelle 70.
3. E sul lato *a b* particelle 63, come apparisce nella precedente Pratica.
4. Ma dandosi il caso, ch'oltre le Pertiche intere si dovessero sulla Tavoletta segnare ancora i di lei Rotti, [*b*] cioè Piedi, ed Oncie,
5. V. g. Se oltre le Pertiche 70 si dovessero sulla linea *a f* della Tavoletta segnare anche *tre* Piedi,
6. Allora si dovrebbe ricorrere alla Scala Geometrica attaccata alla Tavoletta, come accennammo al *numero IV.*
7. Cercasi dunque sulla detta Scala il num. 3, che significa i proposti *tre* Piedi,
8. E con un Compasso d'ottone alla mano prendesi l'intervallo *u i*,
9. Il quale servirà per i tre Piedi d'aggiungersi alle mentovate Pertiche 70 sulla detta linea *a f* della Tavoletta.

*

10. Dal che comprendesi, che per un Piede prenderassi sulla nominata Scala Geometrica l'intervallo *c r*,
11. Per *due* Piedi l'intervallo *w k*;
12. Per *quattro* Piedi l'intervallo *p q*,
13. E per *cinque* Piedi l'intervallo *y R*.

*

14. Se poi oltre i Piedi si dovessero segnare sulla mentovata linea *a f* della Tavoletta anche delle Oncie,
15. Queste pure col Compasso si prenderanno sulla Scala Geometrica, e si trasporteranno sull' accennata linea *a f*.
16. Ma avvertasi, che prima si segneranno le Oncie, e poscia i Piedi.
17. V. g. Sieno da segnarsi sulla più volte nominata linea *a f* della Tavoletta, oltre i detti Piedi *tre*, anche Oncie *otto*.
18. Prenderassi sulla Scala l'intervallo *s t* col solito Compasso d'ottone,
19. Il qual intervallo non è solamente d' Oncie 8, ma d'una Pertica, ed Oncie 8,
20. E perciò dovendosi segnare questa Pertica, ed Oncie 8

[*f*] *Superficie Triangolare, o sia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(g) *Area Triangolare, o sia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(h) *Rotto, o sia numero rotto è un' unità divisa in parti, v. g.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

preſſo le mentovate Pertiche 70 ſulla detta linea *a f* della Tavoletta,

21. Affinchè non ſi noti una Pertica oltre le Oncie 8,

22. Applicata di nuovo la Riga alla *a f* della Tavoletta,

23. Si porterà col detto Compaſſo l'accennato intervallo *a t* non ſul punto ove finiſcono le Particelle 70,

24. Ma ove finiſcono le Particelle 69.,

25. Che così ſi farà ſegnato preſſo le dette 69. Particelle anche l'intervallo *a t* di Pertiche una, ed 8. Oncie,

26. Che ſaranno in tutto Pertiche 70. ed Oncie 8.

27. Alle quali ſi può aggiungnere l'intervallo dei mentovati tre Piedi nel modo predetto,

28. Che in tale maniera ſi ſaranno ſegnate ſulla Tavoletta Pertiche 70., Piedi 3., ed Oncie 8.

*

29. Onde comprenderaſſi, che ſe oltre alle Pertiche, o Piedi ſi doveſſe ſegnare un'Oncia, dovraſſi ſull'accennata ſcala Geometrica prendere l'intervallo *a b* cioè una Pertica, ed un'oncia.

30. Se due Oncie, l'intervallo *a d* d'una Pertica, e due oncie,

31. Se tre oncie, l'intervallo *a e* d'una Pertica, e tre oncie ec.

32. Oſſervando ſempre di traſportare i detti intervalli ſulle linee tirate ſulla Tavoletta in modo, che non ſi ſegni una Pertica più del dovere nel modo già accennato,

*

33. La ragione per cui preſſo le Oncie ſi prenda ſulla detta ſcala anche una Pertica, ſi è; affinchè col compaſſo più allargato ſi prendano i Rotti (*a*) accuratamente,

34. Come l'avveduto Leggitore da ſe ſteſſo lo potrà comprendere.

35. Ora paſſiamo all'ulterior uſo del noſtro Strumento, e favelliamo nel

(a) *Rotto, o ſia numero rotto è un'unità diviſa in due parti, v. gr.* —— *tre parti ſono due parti d'un'unità diviſa in tre, ore* —— *ſono tre parti d'un'unità diviſa in quattro ec.*

(b) *Superfizie piana Quadrangolare è una figura di 4. angoli, o di 4. lati, come* □

(c) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(e) *Trapezio Irregolare è una figura di 4. lati, e di 4. angoli, dei quali neſſuno è all'altro equidiſtante.*

(f) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra ore, o più linee, come* △ □ *ec.*

PRO-

PROBLEMA II.

Come ſi portino le Superficie piane Quadrangolari (b) de' Campi terminate da linee rette (c) ſulla Tavoletta.

Sia in

I. Ipoteſi. (d)

1. Il Campo *afDC* ſteſo in forma di Trapezio Irregolare (e) rappreſentatoci dalla *Figura LXXV. fol. 8.*
2. Di cui debbaſene miſurare l'Area (f)

Dico per

II. Regola,

I. Che collocata Orizzontalmente (g) la Tavoletta ſopra due angoli della Figura Trapezia Irregolare (b)

II. Guardati tutti, e quattro gli angoli per mezzo dei traguardi, e miſuratine i tre lati congiunti,

III. Si delinea coll'applicazion della Riga il Quadrilatero (i) in picciolo proporzionale al grande.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Deeſi prima conſiderare al ſolito, s' il Campo ſia veramente diſteſo in forma Quadrangolare Trapezia, (k)

2. Come la Figura ce lo rappreſenta,

3. E ritrovato tale, ſi colloca al ſolito la Tavoletta Orizzontalmente (g) ſopra il ſuo piede, come già ſi è detto al fol. 151.

4. E

(g) *Orizzontalmente a modo di livello.*

(h) *Figura Trapezia irregolare è quella, che non ha nè tutti gli angoli, nè tutti i lati uguali, come* ⏢

(i) *Quadrilatero è una figura di 4 lati, come* □

(k) *Figura Quadrangolare Trapezia, o ſia Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ▱

4. E posta sopra uno dei quattro angoli a beneplacito, che qui supponiamo essere l' *a*

II. 5. *Dall'a si guardi all' angolo* C *per mezzo dei traguardi della Riga*,

6. E per vederlo meglio, si ponga qualche segno, o bastone in C,

7. *Misurato poi il lato* a C *giusta il num. XVII. dell' Introduz.* sia di Pertiche 19.

8. *E tirata colla Matita, o sia Lapis dietro alla Riga la linea indeterminata* a g,

9. *Applicansi a questa* 19. *particelle della detta Riga, e notasi il termine* g *ove finiscono*,

10. Poscia si volge la parte mobile dello strumento insieme colla Riga sopra dell' altro lato *a f*;

11. *Dietro al detto lato* a f *si guarda precisamente il secondo angolo* f,

12. *E tirasi dietro alla Riga la seconda linea* a f *indeterminata*.

13. Ciò fatto si lascia qualche segno in *a*

14. Poi trasportata la Tavoletta in *f*,

15. *E misurato giusta l'accennato num. XVII. dell'introduz. il lato* a f *congiunto al primo di Pertiche* 18 : 2.

16. *Queste s'applicano alla detta* a f *per mezzo della Riga giusta l'Avvertimento II. del precedente Problema, notando il punto* f *ove finiscono*;

17. E lasciata sulla detta *a f* la Riga immobile,

18. S'accomoda lo strumento in modo, *che guardando per i traguardi s'incontri accuratamente il terzo angolo* a,

18. Poscia mossa la di lui parte mobile insieme colla riga verso il quarto angolo *D*,

20. *E questo guardato, tirasi dietro alla riga la linea* f o *indeterminata*.

21. *Finalmente misurato il lato* f D *congiunto al secondo di Pertiche* 15.,

22. *Queste applicate alla detta* f o *con segnarne il punto* o, *ove finiscono*,

III. 23. *Si chiude la figura applicando la Riga ai due termini* o, g *della prima, ed ultima linea*,

24. *E si delinea sulla Tavoletta il Trapezio* (*a*) a f o g *in picciolo proporzionale all'* a f D C *in grande*.

Eccone

(a) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* □

Eccone

§. XXXVI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Che i due angoli *a*, *f* del Trapezio [*a*] *afog* ſulla Tavoletta,
2. Sieno uguali ai due angoli *a*, *f* del Trapezio (*a*) Campeſtre *a f D C* egli è coſa evidente,
3. Accagione, ch'i lati piccioli *a g*, *a f*, ed *a f*, *f o* tirati ſulla Tavoletta, i quali formano i detti due angoli *a*, *f*,
4. Si ſono pure tirati ſopra i lati grandi del Campo *aC*, *af*, ed *af*, *fD*, che altresì fanno i nominati due nngoli campeſtri.
5. E che gli angoli *o*, *g* della Tavoletta ſiano uguali agli angoli *D*, *C* del Campo, egli è parimente coſa chiara;
6. Poichè, ſiccome la *o g*, della Tavoletta tirata dal punto *o* fin'al punto *g*,
7. Ove finiſcono le particelle 19. ſul lato *a g*,
8. Ed ove finiſcono le particelle 15. ſul lato *f o*
9. Fa colla ſua inclinazione i due angoli *o*, *g* da due parti,
10. Così parimente la *DC* del Campo,
11. Che c'immaginiamo tirata dal punto *D* fin'al punto *C*,
12. Ove finiſcono le Pertiche 15. ſul lato *fD*,
13. Ed ove finiſcono le pertiche 19. ſul lato *aC*,
14. Fa colla medeſima inclinazione i due angoli campeſtri *D*, *C*,
15. Uguali ai detti due *o*, *g* della Tavoletta,
16. Ed eſſendo tutti, e quattro gli angoli *a*, *f*, *o*, *g* della Tavoletta,
17. Uguali a tutti, e quattro gli angoli *a*, *f*, *D*, *C* del Campo,
18. E li tre lati *ag*, *af*, *no* della Tavoletta,
19. Proporzionali ai tre lati *aC*, *af*, *fD* del Campo,
20. Anche il lato *og* dietro alla ragion naturale,
21. Sarà proporzionale al lato *DC* del Campo,
22. E così anche tutti, e quattro i lati della Tavoletta ſaranno proporzionali a tutti, e quattro i lati del Campo,

23. E per conseguenza tutto il Trapezio (*a*) della Tavoletta in picciolo proporzionale a tutto il Trapezio (*a*) del Campo in grande, *giusta la* 18. *del sesto di Euclide*.

Dunque

I. Collocata orizzontalmente (*b*) la Tavoletta sopra due angoli della Figura Trapezia irregolare (*c*),

II. Guardati tutti, e quattro gli angoli per mezzo de' Traguardi, e misuratine i tre lati congiunti,

III. Si delinea coll' applicazione della Riga il Quadrilatero (*d*) in picciolo proporzionale al grande.

Il che era ec.

Quì dee servir per

*

Avvertimento I.

Che dalla precedente PRATICA, e RAGIONE DIMOSTRATIVA facilmente comprenderassi, come qualunque altro Quadrilatero (*d*), che non sia Trapezio (*a*), cioè qualunque Quadrato (*e*), o Rettangolo (*f*) sulla Tavoletta portar si possa, qualor s' osserverà ciò, che nell'antecedente Problema si è osservato.

In oltre dobbiamo quì soggiungere un

*

Avvertimento II.

1. Molti non possono capire, come misurando con qualche strumento il circuito d' una Superficie piana (*g*), e computando poscia l' Area (*h*), si produce un certo numero di Pertiche,

2. E misurando il detto circuito con un altro strumento, si produce un numero di Pertiche differente dal suddetto.

3. Ma

(a) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti quelli, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ⏢

(b) *Orizzontalmente a modo di livello.*

(c) *Figura Trapezia Irregolare è quella, che non ha nè tutti gli angoli, nè tutti i lati uguali, come* □

(d) *Quadrilatero è una figura di 4 lati, come* □

(e) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(f) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(g) *Superficie piana intendesi volgarmente presso a' Geometri pratici una pianura.*

(h) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

3. Ma il tutto facilmente comprenderanno riflettendo, che uno ſtrumento è più eſatto dell' altro, come accennammo al *numero XVII. dell' Introduzione alla fine.*

4. Ed oltre a ciò caderà forſe in conſiderazione anche la natura delle Linee incommenſurabili (*i*), che ſono cagione d'un computo differente dell' Area (*b*) propoſta.

(i) *Linee Incommenſurabili ſono quelle, fra le quali non ſi dà una parte comune, che miſuri le une, e le altre.*

(k) *Pentagono irregolare è una figura di cinque angoli, e di cinque lati, i quali non ſono tutti uguali fra loro, come* ⬠

*

5. I due precedenti Problemi potrebbero baſtare per l' intelligenza di portar le Figure terrene ſulla Tavoletta;

6. Ma affinchè il principiante Geometra n' acquiſti maggior poſſeſſo, e veder poſſa, come anche ne' Pentagoni irregolari (*k*) [de' quali non ſi è ancora favellato] con una ſola multiplicazione (*l*) ſi computi l'Area [*b*] proponeſi nel

(l) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

PROBLEMA III.

Il modo, con cui ſi portino le Superficie piane (g) Campeſtri Pentagone irregolari (k) terminate da Linee rette (m) ſulla Tavoletta.

(m) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

Sia in

(n) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

I. Ipoteſi. (*n*)

1. Il Campo *a' f n m o* diſteſo in forma di Pentagono irregolare (*k*), come ce lo rappreſenta la *Figura LXXVI. fol.* 10.

(o) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

2. Di cui debbaſene delinear l'Area (*b*) ſulla Tavoletta. Dico per

II. Regola.

I. Che collocata orizzontalmente (*b*) la Tavoletta ſopra tre angoli del Pentagono (*o*),

II. Guardati tutti, e cinque gli angoli per

mezzo de' Traguardi, e misuratine i quattro lati congiunti,

III. Si delinea coll' applicazione della Riga il Pentagono (*a*) in picciolo proporzionale al grande.

(a) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

Eccone la

III. Pratica.

1. Prima deesi al solito considerare, se il Campo sia veramente disteso in forma di Pentagono, (*a*) come la Figura ce lo rappresenta.

I. 2. Si colloca al solito la Tavoletta orizzontalmente (*b*) sopra il suo piede,

3. E posta sopra uno de' quattro angoli, che quì supponiamo essere l'*a*,

II. 4. *Guardisi dall' a all' angolo f per mezzo de' traguardi della Riga*, ponendo prima in *f* qualche segno,

5. *E tirisi dietro alla Riga la* a f *indeterminata*,

6. Volgendo poi la parte mobile dello strumento colla Riga verso il secondo angolo *o*,

7. *E questa guardato si tira dietro alla Riga la* a o *indeterminata*,

8. *E misurato giusta il numero XVII. dell' Introduzione, tanto il lato* a f, *quanto il lato* a o *congiunti*, questo di 12, quello di 10 Pertiche,

9. *S' applicano per mezzo della Riga alla* a o *della Tavoletta* 12,

10. *Ed alla* a f 10. *Particelle*,

11. *Segnando il punto* o, *ed il punto* f *ove quelle finiscono*.

12. Lasciato qualche segno in *a*,

13. Trasportato lo strumento in *f*,

14. E riposta la Riga sulla tirata *a f*,

15. *Si guarda il terzo angolo* a.

16. Si volge poi la parte mobile dello strumento verso il quarto angolo *n*,

17. *E questo guardato per mezzo de' soliti traguardi, si tira dietro alla riga la* f n *indeterminata*,

18. *E misurato il lato* f n, *congiunto coi predetti* di Pertiche 14,

19. *Si*

19. *Si applicano* 14 *particelle della Riga alla tirata* f n,
20. *Segnando il punto* n *ove quelle finiſcono.*
21. Traſportato ancora lo ſtrumento dal *f* in *n* con laſciar prima qualche ſegno in *f*,
22. Ripoſta la Riga ſulla tirata *f n*,
23. *Si riguarda l'angolo* f,
24. E volgendo la parte mobile dello ſtrumento verſo il quinto angolo *m*, e *queſto guardato*,
25. *Si tira dietro alla Riga la* n m *indeterminata*,
26. *E miſurato il lato* m n *congiunto coi precedenti* di Pertiche *16*,
26. *Si applicano* 16 *particelle della Riga alla tirata* n m,
28. *Segnando il punto* m, *ove quelle finiſcono.*

III. 29. *Finalmente ſi chiude la Figura applicando la Riga ai due termini* m, o *della prima, ed ultima linea*,

30. E ſi delinea ſulla Tavoletta il Pentagono irregolare (*c*) *a o m n f* in picciolo proporzionale al grande *a o m n f*,

Eccone

(c) *Pentagono irregolare è una figura di cinque angoli, e di cinque lati, i quali non ſono tutti uguali fra loro, come* ⬠

§. XXXVII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. I tre angoli del Pentagono [*a*] *a*, *f*, *n* formati ſulla Tavoletta,
2. Sono uguali ai tre angoli *a*, *f*, *n* del Campo,
3. Accagione, che i lati piccioli del Pentagono (*a*) tirati ſulla Tavoletta, i quali fanno i detti tre angoli,
4. Si ſono pure tirati direttamente ſopra i lati grandi del Campo, ch'altresì fanno i medeſimi tre angoli nel detto Campo.
5. E l'angolo *m*, ch'è il quarto della Tavoletta,
6. E' parimente uguale all'angolo *m* del Campo.
7. Poichè, ſiccome il picciolo lato *m o* della Tavoletta,
8. Fa la ſua inclinazione ſul punto *m*,
9. Ove finiſcono le 16. parti della *n m*,
10. Così il lato grande *m o* del Campo,
11. Fa la medeſima inclinazione ſul punto *m*,

12. Ove altresì finiſcono le 16. parti della *n m* del Campo.
13. Lo ſteſſo ſi fa chiaro riſpetto all'angolo *e* della Tavoletta, ch'è il quinto,
14. Il quale rendeſi uguale all'angolo *o* per mezzo della linea *m o*,
15. La quale fa la ſua inclinazione ſul punto *o*,
16. Ove finiſcono le 12. particelle del lato *a o*,
17. Siccome fa la medeſima inclinazione il lato grande *a o* ſul punto *o*.
18. Ove finiſcono 12. parti dell'*a o*,
19. Ed eſſendo tutti, e cinque gli angoli *a*, *f*, *n*, *m*, *o* del Campo,
20. Uguali a tutti, e cinque gli angoli *a*, *f*, *n*, *m*, *o* della Tavoletta,
21. Ed i quattro lati *o a*, *a f*, *f n*, *n m* del Campo,
22. Proporzionali ai quattro lati *o a*, *a f*, *f n*, *n m*, della Tavoletta,
23. Anch' il lato *m o* del Campo ſarà giuſta la ragione naturale
24. Proporzionale al lato *m o* della Tavoletta,
25. Sicchè tutti, e cinque i lati del Campo ſaranno proporzionali a tutti, e cinque i lati della Tavoletta,
26. Ma tutti gli angoli d'un Rettilineo [*a*] uguali a tutti gli angoli d'un altro Rettilineo (*a*), e tutti i lati di quello proporzionali a tutti i lati di queſto fanno, ch'amendue i Rettilinei (*a*) ſieno proporzionali, *giuſta la* 18. *del ſeſto* ec.

Dunque

I. Collocata Orizzontalmente (*b*) la Tavoletta ſopra tre angoli del Pentagono (*c*)
II. Guardati tutti, e cinque gli angoli per mezzo dei Traguardi, e miſuratine li quattro lati congiunti,
III. Si delinea coll' applicazione della Riga il Pentagono (*c*) in picciolo proporzionale al grande.

Il che era ec.

1. Quan-

[a] *Rettilineo ciò che è fatto con linee rette, cioè da quelle, che volgarmente immaginanſi tirate come un filo teſo, come*

(b) *Orizzontalmente a modo di livello.*

(c) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come*

(d) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come*

*

1. Quando il Principiante abbia inteſi gl'antecedenti tre Problemi,
2. Facilmentre potrà portar ſulla Tavoletta qualunque altra ſorta di Figure Campeſtri terminate da linee rette [*d*]
3. Purchè rammenti ciò, ch' accennammo alla pag. 149. e ſuſſeguenti Ragioni Dimoſtrative,
4. *Cioè, che la ſoſtanza della delineazione proporzionale ſulla Tavoletta conſiſta nell' uguaglianza degli angoli delineati ſulla detta, e ne' lati proporzionali a quei del Campo,*
5. *Dovende ben oſſervare (come di già ſi è veduto) che per conſeguir la perfetta uguaglianza degli angoli, è d' uopo collocar lo ſtrumente ſugli angoli della terrena Superficie* (e)
6. *In modo, che la Riga ſia preciſamente ſopra i lati della Figura Campeſtre,*
7. *Guardando per mezzo de' Traguardi direttamente da un termine all' altro.*
8. *E piantando ne' detti termini alcuni baſtoni, o ſegni conſimili.*
9. *Da ciò, che s' è fin' ora operato, ſi può pure oſſervare,*
10. *Che non è d' uopo miſurare in campo l' ultimo lato, che proporzionalmente ſi delinea ſulla Tavoletta in qualunque Figura Rettilinea* [*f*]
11. *Come ſi è veduto nella precedente Figura Pentagona,* (*g*), *ove la* mo *della Tavoletta corriſpondente alla* mo *del Campo non è ſtata miſurata.*
12. *E caſo anche, ch' in Campo miſurar ſi voleſſe l' ultimo lato della figura,*
13. *Può facilmente avvenire, che la miſura delle Pertiche in Campo, che ſi cercano ſul detto ultimo lato, non corriſponda alla miſura proporzionata delle particelle della Riga ſulla Tavoletta,*
14. *Ed allora ſarà ſegno di non eſſere ſtate fatte le miſure dei precedenti lati eſattamente.*
15. *Onde biſognerà in tal caſo con qualche pazienza l' operazione ripigliare tanto circa i lati, quanto circa gli angoli.*

(e) *Superficie terrena s' intende un piano di qualunque terreno.*

(f) *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle, che immaginanſi tirate come un filo teſo, come* △ □ *ec.*

(g) *Figura Pentagona, o ſia Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

16. De-

*

16. Delineate che ſieno le Superficie terrene (*a*) proporzionalmente ſulla Tavoletta, conviene ſulla ſteſſa miſurarne l' Area (*b*), onde ſi ſoggiunge nel

PROBLEMA IV.

Il modo di computar le Aree (b) delle Superficie piane, (c) Rettilinee, (d) Triangolari, (e) e Quadrangolari [f] portate ſulla Tavoletta.

Sia in

I. Ipoteſi (g).

1. Il Campo Triangolare (*e*) ovvero Quadrangolare (*f*) rappreſentatici dalle *Figure LXXIV. LXXVII. LXXVII. LXXIX. fol.* 8. delineate ſulla Tavoletta.
2. Di cui debbaſene miſurar l' Area (*b*) ſulla ſteſſa Tavoletta,

Dico per

II. Regola.

Che tirate ne' Triangoli, (*e*) e Quadrangoli (*f*) della Tavoletta le linee per mezzo della Riga, e Lapis giuſta le Regole dei Problemi I., II., III. ec. del Capo IV. ſe ne produce l'Area (*b*) in miſure ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Suppoſto, che la Figura Triangolare della Tavoletta ſia Rettangola, (*h*) *giuſta la Figura LXXIV. fol.* 8., come dicemmo in Ipoteſi, (*g*)
2. Allora ſenza fatica, come già ne' Problemi del Capo

(a) *Superficie terrena s' intende un piano di qualunque terreno.*

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(c) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura.*

(d) *Superficie Rettilinea è volgarmente una Pianura contenuta da linee rette, come*

[e] *Superficie Triangolare, o ſia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(f) *Superficie Quadrangolare è una figura di quattro angoli; come*

(g) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(h) *Figura Triangolare Rettangola è quella di tre lati, la quale contiene in ſe un' angolo retto, cioè un' angolo a ſquadra, come* □

(i) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(k) *Angolo Retto è volgarmente un' angolo a ſquadra, come* ∟

Capo III. ſi è veduto, multiplicaſi (*i*) la metà d'uno de' due lati, che formano l'Angolo retto (*k*) coll'altro lato intero.

3. Come nella detta Figura multiplicaſi (*i*) la metà di 70 Pertiche per Pertiche 63, e ſi produce l'Area (*b*) di 2205 Pertiche Quadrate. [*l*]

II. 4. Se poi la Figura Triangolare (*m*) non foſſe Rettangola, ma Acuziangola (*n*), o Ottuſiangola (*o*),

5. Allora deeſi ſulla Tavoletta tirare la Perpendicolare (*p*),

6. Come, *giuſta il Problema* 2. *e* 3. *del Capo* 3., ſi faceva ne' Prati.

7. Il che agevolmente potrà effettuarſi per mezzo della Riga dello ſtrumento nel modo ſeguente:

8. Sia nella *Figura LXXVII. fol.* 8. il Triangolo Acuziangolo [*q*] *A O B*, che noi ſupponiamo delineato ſul detto ſtrumento.

9. Nel quale volendo da qualunque lato alzare una Perpendicolare [*p*] ſin' all' angolo oppoſto, v. g. dal lato *A B* ſin' all' angolo *O*

10. Applicaſi la larghezza della Riga ſu quel lato, ſu cui ſi vuole alzare la detta Perpendicolare [*p*], cioè ſulla *A B*,

11. In modo che una delle linee diviſorie della Riga, come la linea *c g* ſia adattata ſopra il detto lato *A B*,

12. E che la lunghezza *s r* della detta Riga venga eſattamente a toccare l'angolo *O* oppoſto all'accennato lato *A B*,

13. Poichè così la *g o* ne ſarà la ricercata Perpendicolare (*p*),

14. Della quale le particelle della Riga ne moſtreranno la lunghezza in Pertiche, Piedi ec. o in qualunque altra miſura.

*

15. E nel caſo, che la più volte mentovata Figura Triangolare foſſe Ottuſiangola, (*o*)

16. Applicaſi la larghezza della Riga ſopra il lato oppoſto dell'Angolo Ottuſo (*r*)

17. In modo, che a queſt' Angolo Ottuſo [*r*] ſia anche

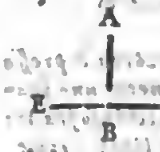
(l) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una pertica.*

(m) *Figura Triangolare, o ſia Triangolo è quella di tre lati, come* △

(n) *Figura Triangolare Acuziangola è quella di tre lati, la quale ha tutti, e tre gli angoli acuti, che val a dire ciaſcun minore d' un angolo a ſquadra, come* △

(o) *Figura Triangolare Ottuſiangola è quella di tre lati, la quale ha un angolo ottuſo, che val a dire, uno maggiore d' un angolo a ſquadra, come* △

(p) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



(q) *Triangolo Acuziangolo è una figura di tre lati, la quale ha tutti e tre gli angoli acuti, che val a dire ciaſcuno minore d' un angolo a ſquadra, come* △

(r) *Angolo ottuſo è quello, che è maggior d' un angolo Retto, cioè d' un angolo a ſquadra, come* ⟍

anche applicata la lunghezza della detta Riga;

18. Come si è fatto nella precedente *Fig. LXXVII.* e come vedesi nella *susseguente LXXVIII. fol.* 8.
19. Che la *c m* ne sarà la Perpendicolare, (*a*)
20. Di cui le particelle della Riga (come dicemmo) ne mostreranno la divisione in Pertiche, Piedi ec.
21. Onde multiplicata [*b*] tutta la Perpendicolare (*a*) colla mezza Base (*c*)
22. Tanto nell' uno quanto nell' altro Triangolo, (*d*)
23. O tutta la Base (*c*) per la mezza Perpendicolare (*a*), se ne produce l'Area (*e*) ec. come già si dimostrò ne' §§. 13. e 14.

*

III. 24. Caso poi, che la Figura delineata sulla Tavoletta fosse Quadrangolare (*f*)
25. Tirasi una linea per mezzo della Riga, e lapis da qualunque angolo della Figura al suo opposto,
26. Come vedesi la *B C* del Quadrangolo (*g*) *A C D B* rappresentatoci dalla *Figura LXXIX. foglio* 8.
27. E sopra la detta *B C* si tirano pure colla Riga le due Perpendicolari [*a*] *D E*, *A F* nel modo già accennato,
28. Le quali (giacchè la Riga dimostra la misura in Pertiche, come si è favellato)
29. Unite, e multiplicate [*b*] per la mezza *B C*,
30. Ovvero multiplicata [*b*] la metà delle due Perpendicolari (*a*) unite, per l'intera *B C*,
31. Si produce l'Area (*e*) del Quadrilatero [*b*] in misure ec. come già dimostrammo al §. 18.

Circa

§. XXXVIII.

La sua Ragione dimostrativa.

Questa vedesi ne' precedenti §§. 13. 14. e 18.

*

1. Abbiamo rappresentato sulla Tavoletta l'Area (*e*) d'un

(a) *Linea Perpendicolare è una retta, la quale stando sopra d' un' altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l'F.*

(b) *Multiplicare o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto. Com' due volte 3. fa 6.*

(c) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(d) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(e) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* ◺ □ *ec.*

(f) *Figura Quadrangolare è una figura di quattro angoli, come* □

d'un Quadrilatero, (*b*) Trapezio (*i*) da misurarsi, per essere la più difficile,

2. Perocchè quelle de' Quadrati (*k*), o Rettangoli (*l*) facilmente si misurano, *giusta i Problemi I. e II. del Capo I.*

3. Toccante poi qualunque altra Figura Rettilinea [*m*] delineata sulla Tavoletta, di cui si debba misurar l'Area [*e*] sulla stessa Tavoletta,

4. Giacchè il nostro scopo è di produrre l'Area [*e*] intera di qualunque Rettilineo [*n*] per mezzo d'una sola multiplicazione (*o*), benchè la Figura irregolare [*p*] fosse anche di cento lati, e si potesse risolverla in altrettanti Triangoli (*d*), o Trapezj. [*i*]

5. Servendo per fondamento della nostra intenzione il sapere trasformar qualunque Triangolo [*d*] in un altro d'una Base [*c*] maggiore, conservando però sempre la stessa Area (*e*),

6. Premetterassi nel qui soggiunto

PROBLEMA V.

Il modo di trasformar sulla Tavoletta qualunque Triangolo Rettilineo (q) in un altro pure Rettilineo (q) della stessa Area (e), ma d'una maggior Base. (c)

Sia in

I. Ipotesi. (r)

1. Delineato sulla Tavoletta il Triangolo [*d*] *A B C* della *Figura LXXX. fol. 9.*
2. La cui Base [*c*] *C B* debbasi prolungare sin' in *S*,
3. E formar sopra la detta Base [*c*] prolungata un altro Triangolo, (*d*)
4. Ch'abbia la stessa Area [*e*] del primo *A B C*,

Y Dico

(g) *Quadrango. lo è una figura di quattro angoli, come* □ △

(h) *Quadrilatero è una figura di 4 lati, come* □

(i) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono ugnali fra loro, come* □

(k) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati ugnali, come* □

(l) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro ugnali, come* ▭

[m] *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle che imaginansi tirate come un filo teso, come* △ □ *etc.*

[n] *Rettilineo ciò che è fatto con linee rette, cioè da quelle, che volgarmente immaginansi tirate come un filo teso, come*

(o) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(p) *Figura irregolare è quella, che non ha nè tutti gli angoli, nè tutti i lati ugnali, come*

(q) *Triangolo Rettilineo è una figura di tre lati, o sia di tre linee rette, come* △

[r] *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

Dico per

II. Regola.

I. Che applicata la Riga alla cima del propoſto Triangolo, (a) ed alla fine della Baſe (b) prolungata,

II. Laſciato poi lo ſtrumento immobile, ed avanzata la ſola Riga fin' all' angolo, fuori di cui la detta Baſe (b) ſi è prolungata.

III. Oſſervato il punto, ove la detta Riga ſega un lato del Triangolo (a),

IV. E tirata da quello una Retta (c) fin' alla fine della Baſe (b) prolungata, ſi trasforma il Triangolo (a) in un altro di maggior Baſe (b), ma d'Area (d) uguale.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Prolungata la Baſe (b) *C B* dell' accennato Triangolo (a) fin' in *S*, come ſi è detto,

2. [Il che s'eſeguiſce per mezzo della Riga, e Lapis]

3. Ed applicata la Riga a' punti *A*, *S*,

4. Cioè *alla cima del propoſto Triangolo* (a), *ed alla fine della di lui Baſe* (b) *prolungata*.

II. 5. *Laſciato poi lo ſtrumento immobile, s'avanza colla ſolita Riga fin' al* c,

6. Cioè *fin' all' angolo, fuori di cui la detta Baſe* (b) *ſi è prolungata*.

III. 7. Segnaſi il punto *F*,

8. Cioè *quello, ove la detta Riga così avanzata ſega un lato del Triangolo* (a),

IV. 9. E tiraſi nell immaginativa dell' accennato punto fin' al *S*,

10. Cioè *fin' alla fine della Baſe* (b) *prolungata*, la Retta [c] *F S*,

11. Che in tal guiſa il Triangolo [a] *A B C* ſi ſarà trasformato nel Triangolo (a) *S F B*,

12. Il quale ha bensì la Baſe [b] *S B* maggiore della *C B*,

13. Ma

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(c) *Retta è quella linea, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(d) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ ⬡ *ec.*

13. Ma l'Area [*d*] uguale a quella del propoſto Triangolo [*a*] *A B C*.

Ne ſegue

§. XXXIX.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Il Triangolo [*a*] *S C F*, ed il Triangolo [*a*] *C A F* ſono fra di loro uguali, *giuſta la* 38. *del primo d'Euclide*.
2. Accagione, che amendue ſi ritrovano ſulla ſteſſa Baſe (*b*) *C F*,
3. E fra le ſteſſe Paralelle [*e*] *S A*, *C F*, *giuſta la ſtruttura dello ſtrumento pag.* 146. *n.* 11.
4. Onde aggiungendo tanto al Triangolo [*a*] *S C F*,
5. Quanto al Triangolo [*a*] *C A F*,
6. Il Triangolo [*a*] *C F B* comune ad amendue i detti,
7. Chiaramente appariſce, eſſere tutt' il Triangolo [*a*] *S F B*,
8. E tutt' il Triangolo [*a*] *A B C* fra di loro uguali,
9. Ma del Triangolo [*a*] *S F B* ſi è prolungata la Baſe (*b*] maggiore di quella del Triangolo [*a*] *A B C* ſuo uguale,

Dunque

I. Applicata la Riga alla cima del propoſto Triangolo (*a*), ed alla fine della Baſe (*b*) prolungata,

II. Laſciato poi lo ſtrumento immobile, ed avanzata la ſola Riga ſin' all' angolo, fuori di cui la detta Baſe (*b*) ſi è prolungata,

III. Oſſervato il punto, ove la detta Riga ſega un lato del Triangolo (*a*),

IV. E tirata da quello una Retta (*c*) ſin' alla fine della Baſe (*b*) prolungata, ſi trasforma il Triangolo (*a*) in un altro di maggior Baſe (*b*), ma d'Area (*d*) uguale.

Il che ec.

(e) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall'altra, in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme. Come* =

*

1. Dalla Pratica del precedente Problema ricavasi, ch' applicando nella detta *Figura LXXX.* la riga prima ſulla *A S*, poi ſulla *C F* ſi fanno le due *A S*, *C F* Paralelle (*a*) giuſta la ſtruttura dello ſtrumento, come al *num.* 3. *del* §. 39. ſi è detto.
2. Notato il precedente Problema per fondamento di produrre con una ſola multiplicazione (*b*) l' Area (*c*) di qualunque Figura Rettilinea (*d*) portata ſulla Tavoletta di quanti lati quella eſſer ſi voglia, ſi moſtra nel

PROBLEMA VI.

Il modo di computar ſulla Tavoletta con una ſola multiplicazione (b) le Aree [c] de' Pentagoni irregolari Rettilinei [e], ch' hanno gli angoli rivolti all' infuori della Figura.

Sia in

I. Ipoteſi. (*f*)

1. Portato ſulla Tavoletta, *giuſta il Probl. III. di queſto Capo*, il Campo Pentagono (*g*) già rappreſentatoci dalla *Fig. LXXXI. fol.* 10.
2. Il quale è interamente irregolare, cioè non ha nè lati, nè angoli, nè meno le linee entro di eſſo da un' angolo all' altro tirate tutte uguali, nè tampoco veruna linea Paralella (*a*),
3. Ed abbia gli angoli *a*, *f*, *n*, ec. rivolti all' infuori,
4. Di cui debbaſene miſurar l' Area (*e*) ſulla ſteſſa Tavoletta con una ſola multiplicazione (*h*).

Dico per

II. Regola,

1. Che tirata entro il detto Pentagono (*g*) ſulla

(a) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall'altra, in modo che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(b) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* □ △ *ec.*

(d) *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle che immaginanſi tirate come un filo teſo, come* △ □ *ec.*

(e) *Pentagono irregolare Rettilineo è una figura di cinque lati, o ſia di cinque linee rette, e di cinque angoli, dei quali nè queſti, nè quelli ſono uguali fra loro, come* ⌂

(f) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

ſulla Tavoletta dall' uno all'altro angolo la Retta (*b*) più lunga, che tirar ſi poſſa;

II. Tiratine dallo ſteſſo punto della prima ad un'altro angolo un'altra uguale alla detta entro, o prolungata fuori della Figura,

III. Fattane la trasformazione del Triangolo (*i*) ſulla Baſe (*k*) prolungata, *giuſta la Pratica precedente*.

IV. Tirate ſulle dette due linee tre Perpendicolari (*l*) dagli angoli della Figura, *giuſta la Pratica del Problema IX. del Capo V.* ed operato come ivi, ſi produce l'Area (*o*) del propoſto Pentagono (*g*) ec. con una ſola multiplicazione (*b*).

Ciò ſi farà chiaro colla ſeguente

III. Pratica.

I. 1. Giacchè nel propoſto Pentagono (*g*) *afnmo* della Tavoletta,
2. La diſtanza maggiore dall'uno all' altro angolo è dal *n* ſin'all'*o*,
3. Tiraſi per mezzo della Riga, e Lapis la Retta (*b*) *n*, *o*,
4. *Che ſarà la più lunga entro la Figura*.

II. 5. *Dallo ſteſſo punto* n *della prima Retta* [*b*] *tiraſi la ſeconda* n *a*,
6. E perchè la *n a* entro la Figura non è uguale alla prima *n o*,
7. *Prolunganſi fuori della Figura in* u *ſino, ch' abbia la ſteſſa lunghezza della detta* n o,
8. Che ſupponiamo di Pertiche 10.;
9. Il che per mezzo delle particelle della Riga facilmente veder ſi potrà.

III. 10. Ora applicata la Riga ſull' *u*, e ſul *f*,
11. Che ſono, *giuſta il precedente Problema*, i due punti della cima, e della Baſe (*k*) prolungata del Triangolo (*i*) *a f n* da trasformarſi,

12. E

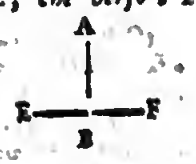
(g) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⬠

(h) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(i) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(k) *Baſe è commenemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati 2 lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(l) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte, come nella quì ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F*



12. E lasciato lo strumento immobile, s'avanza colla sola Riga fin' all' *a*,
13. Ch' è l'angolo, fuori di cui si è prolungata la detta Base, [*a*]
14. Segherà la detta Riga il lato *f n* in *r*,
15. E però segnasi il punto *r*, *giusta il predetto Problema antecedente*,
16. Che in tal modo tirata nell'immaginativa la *u r*,
17. *Avremo il Triangolo* [*b*] a f n *trasformato nel Triangolo* [*b*] *u r n*, come accennammo nel §. 39.
18. Sicchè tutt'il Pentagono (*c*) *a f n m o* si farà trasformato nel Rettilineo (*d*) *u r n m o*.

IV. 19. Tirate poscia sulle *n o*, *ed u n* colla solita Riga, *giusta il Problema IV. del presente Capo*.

20. *Le Perpendicolari* [*e*] *r t* di 4, *a g* di 6, e *m s* di 5 Pertiche,
21. *Che raccolte insieme fanno Pertiche* 15,
22. *E multiplicate* (*f*) *per* 5, *metà della u n*, ovvero *n o*, *giusta il Problema* 9. *del Capo* 5.
23. *Si producono* Pertiche *Quadrate* (*g*) 75.

Circa

§. XL.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Questa apparisce chiara, riflettendo, che tutta la Figura Pentagona (*b*) *a f n m o*
2. Si è cangiata, come dicemmo, nel Rettilineo (*d*) *u r n m o*,
3. L'Area [*i*] del quale, *giusta il Problema* 9 *del Capo* 5, viene con una sola multiplicazione (*k*) prodotta.

Col seguente

*

Avvertimento.

1. Comprenderanno facilmente i Principianti, che colle predette Regole potrassi anche trasformar qualunque Trapezio. (*l*)
2. Per esempio: propongasi il Trapezio [*l*] *A B C D* della *Figura LXXXII. fol.* 10.
3. Del quale la linea Diagonale [*m*] *B D*
4. Debba essere prolungata in *f*,

5. Ciò

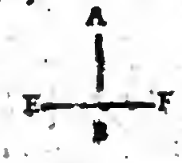
(a) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d'una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

[b] *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(c) *Pentagono è una figura di cinque angoli, e di cinque lati, come* ⬠

(d) *Rettilineo cio che è fatto con linee rette, cioè da quello, che immaginandosi volgarmente tirate come un filo teso, come* ◇

(e) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un'altra Retta non inclina più dall'una, che dall'altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l'F*



(f) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando son due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

5. Ciò fatto, avremo la Figura divisa in due Triangoli, (*b*) cioè *D A B*, e *B C D*,
6. Da trasformarsi sulla stessa Base [*a*] *B f* prolungata,
7. E però applicata la Riga, *giusta i due precedenti Problemi*, prima ai punti *f*, *A*,
8. Poscia all'angolo *D*,
9. Avremo da una parte il Triangolo [*b*] *D A B* trasformato nel Triangolo [*b*] *f g B*,
10. Applicata pure dall'altra parte la Riga prima ai punti *f*, *C*,
11. Poscia all'angolo *D*,
12. Avremo anche l'altro Triangolo (*b*) *D C B* trasformato nel Triangolo [*b*] *f m B*,
13. Amendue sulla stessa prolungata Base [*a*] *B f*,
14. Sicchè tutt' il Trapezio [*l*] *A B C D*
15. Si è trasformato nel Trapezio (*l*) *f g B m*.

La RAGIONE DIMOSTRATIVA riluce da' due precedenti Problemi.

*

1. Già dagli antecedenti due Problemi potrà il Principiante comprendere, che la trasformazione, che fassi d'un Triangolo [*b*] in un altro d' uguale Base [*a*], proviene dalle Linee Paralelle [*n*], che s' immaginano tirate per mezzo della Riga prima dalla cima d'un proposto Triangolo (*b*) fin' alla fine della Base [*a*] prolungata,
2. Poscia dall'angolo, fuori di cui la detta Base (*a*) si è prolungata, come vedesi nelle due Paralelle (*n*) *A f*, *g D*, nell' accennata Figura,
3. Ovvero nelle due Paralelle (*n*) *f C*, *D m* della stessa Figura.
4. Onde per dare una Pratica finale al principiante Geometra circa l'uso delle mentovate Paralelle [*n*] tirate per mezzo della Riga [il quale sulla Tavoletta è facilissimo) affinchè speditamente ciascun' Area [*i*] di qualunque Figura irregolare Rettilinea [*o*] rilevar possa con una sola multiplicazione [*k*] per non dover con lunga, nojosa, e spesso pericolosa fatica risolvere prima la Figura in tanti Triangoli [*b*], o Tra-

(g) *Perfica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una pertica.*

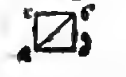
(h) *Figura Pentagona, o sia Pentagono, è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, come* ⌂

(i) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ ⏢ *ec.*

(k) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(l) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ◻

(m) *Linea Diagonale è quella, per mezzo della quale due lati d' un angolo si congiungono insieme, come nella qui soggiunta figura la a b è diagonale; poichè per mezzo d'essa si congiungono insieme i due lati a c, c b dell'angolo c, ed i due a d, d b dell' angolo d*



(n) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l' una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(o) *Figura irregolare Rettilinea è una figura di linee Rette, la quale non ha nè tutti gli angoli, nè tutti i lati uguali, come* ⏢

Trapezj [a], ed indagarne poi particolarmente le Aree (b) [come dicemmo].

Soggiungiamo nel

PROBLEMA VII.

Il modo di computar ſulla Tavoletta con una ſola multiplicazione (c) l'Area (b) di qualunque altra Figura campeſtre irregolare Rettilinea (d) di quanti lati eſſa ſi ſia.

Sia in

I. Ipoteſi (e).

1. Portato ſulla Tavoletta il Campo rappreſentatoci dalla *Figura LXXXIII. foglio* 10,
2. Il quale conſiſte in 8 lati (f), ed altrettanti angoli (g), tutti irregolari fra di loro,
3. Ovvero propongaſi qualunque altra Figura irregolare Rettilinea [d], ſe foſſe anche di 100 lati, la quale abbia tutti gli angoli rivolti all' infuori, o parte all' indentro, e parte all' infuori,
4. E debbaſene miſurar l'Area (b) in una ſola multiplicazione [c].

Dico per

II. Regola.

I. Che diviſo il detto, e qualunque altro Rettilineo (b) in tanti Triangoli (i), o Trapezj (a) tirata in uno di queſti, o di quelli da due angoli oppoſti la linea più lunga, che tirar ſi poſſa.

II. Fatta la trasformazione de' Triangoli (i), o Trapezj (a), ch' hanno la Baſe (k) più corta della detta linea, *giuſta i precedenti due Problemi*.

III. E

(a) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

[b] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(c) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come 2 volte 3 fa 6.*

(d) *Figura irregolare Rettilinea è una figura di linee Rette, la quale non ha nè tutti gli angoli, nè tutti i lati uguali, come* ⏢

(e) *Ipoteſi, dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(f) *Lato Irregolare è quella linea, che in una data Figura forma un lato differente, o ineguale dagli altri.*

(g) *Angolo Irregolare ſi può dir quello, ch' è compoſto da una linea retta, ed una curva, come* ∠

(h) *Rettilineo ciò che è fatto con linee rette, cioè da queile, che volgarmente immaginanſi tirate come un filo teſo, come* ⬠

(i) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(k) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre*

III. E multiplicando (*l*) la metà della nominata Retta (*m*) per le Perpendicolari (*n*), che debbono tirarsi, *giusta il Problema V. del Capo IV.* se ne produce l'Area (*b*) ec.

Ne soggiungiamo la

III. Pratica.

I. 1. Giacchè nella proposta Figura Rettilinea (*o*) *A B C D E F G H*

2. *La linea, che più lunga entro la detta tirar si possa*,

3. E' la *A E*; tirasi questa per mezzo della Riga ec. come quì addietro si è fatto,

4. E sia di Pertiche 30.

*

II. 5. Ora *per far la trasformazione de' Triangoli* (*i*), *che hanno la Base* (*k*) *più corta*,

6. *Dividesi tutta la Figura in tanti Triangoli* [*i*], *o Trapezj* [*a*]

7. Con tirar dallo stesso punto *A* agli altri angoli,

8. Le *A C*, *A D*, *A E*, *A F*, *A G*,

9. Che in tal guisa si saranno fatti sei Triangoli (*i*),

10. Ovvero tre Trapezj (*a*), cioè *A B C D*, *A D E F*, *A F G H*,

11. E per trasformare i detti sei Triangoli (*i*), o tre Trapezj (*a*)

12. In modo, che ciascuno abbia la prolungata Base [*k*] uguale alla *A E*,

13. Giacchè il Trapezio (*a*) *A D E F*

14. Ha la Diametrale (*p*) *A E*, *ch' è la linea più lunga*;

15. Che di fondamento servir ci deve alle altre, non fa d'uopo trasmutarlo;

16. Ma bensì gli altri due *A B C D*, ed *A F G H*,

17. Onde prolungate colla solita Riga la *A C* in *f*,

18. E la *A G* in *m*, ciascuna uguale alla *A E*,

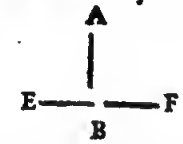
19. Applicando la detta Riga [*giusta il precedente Problema V.*] prima alla *f B*,

lati) *ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(l) *Multiplicare o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto. Come due volte 3. fa 6.*

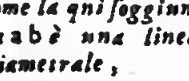
(m) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(n) *Linea Perpendicolare è una retta, la quale stando sopra d' un' altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F.*



(o) *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle, che immaginansi tirate come un filo teso, come* △ □ ec.

(p) *Diametrale linea è quella, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b è una linea Diametrale,*



20. Ed all' angolo C,
21. Come anche alla *D f*,
22. Ed all' angolo C da una parte,
23. Poscia alla *m H*,
24. Ed all' angolo *G*,
25. Come anche alla *m F*,
26. Ed all' angolo *G* dall' altra;
27. E tirate la C *o* da una parte,
28. E la *G r* dall' altra,
29. Il Trapezio (*a*) *A B C D* si sarà trasmutato nel Trapezio (*a*) *A o f p* da una parte,
30. Ed il Trapezio (*a*) *A F G H*
31. Si sarà trasmutato nel Trapezio (*a*) *A r m s* dall' altra;
32. Immaginandoci però tirate la *o f* dall' una,
33. E la *r m* dall' altra parte.
34. Le quali in ogni trasformazione tirate s' intendono, benchè non si tirino.
35. Sicchè tutto il Rettilineo (*b*) *A B C D E F G H*,
36. Si è cangiato nel Rettilineo [*b*] *A o f p D E F S m r*.

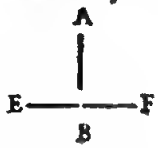
*

III. 37. Ora tirate ne' detti tre Trapezj [*a*] al modo solito colla Riga, *giusta il Problema IV. precedente le Perpendicolari* (*c*) o e, p n *sulla prolungata* A f,
38. *Le* D t, F h *sulla più lunga, o sia fondamentale* A E,
39. *E le* S z, r x *sull' altra prolungata* A m
40. Dagli angoli *o*, *p*, *D*, F ec. *giusta la Regola data per i Trapezj irregolari* (*d*) *nel Problema V. Capo IV.*
41. E ritrovate tutte le dette Perpendicolari (*c*) raccolte insieme di Pertiche 35.
42. Multiplicate [*e*] per Pertiche 15 metà della linea più lunga *A E*,
43. Si producono per la ricercata Area [*f*] Pertiche 525.

(a) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ◻

[b] *Rettilineo ciò che è fatto con linee rette, cioè da quelle, che volgarmente immaginansi tirate come un filo teso, come*

(c) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui seggiunta figura la A B è Perpendicolare; poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*



(d) *Trapezio Irregolare è una figura di 4. lati, e di 4. angoli, dei quali nessuno è all' altre equidistante.*

(e) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

Circa

Circa

§. XLI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Queſta ſi è già fatta nota ne' precedenti Problemi V. e VI.
2. Peroechè eſſendoſi già chiarito, come il propoſto Rettilineo [*b*] *A B C D E F G H*,
3. Sia ſtato cangiato nel Rettilineo [*b*] *A o f p D E F s m r*,
4. E comprendendoſi, come queſto ſi conſideri traſformato in un Rettangolo (*g*),
5. Un lato del quale ſia compoſto da tutte le Perpendicolari [*c*] raccolte inſieme,
6. E l' altro dalla metà della linea più lunga entro la Figura tirata, *giuſta il* §. 34.
7. Seguirà incontraſtabilmente, che

I. Diviſo il detto, e qualunque altro Rettilineo (*b*) in tanti Triangoli (*b*), o Trapezj (*a*), tirata in uno di queſti, o di quelli da due angoli oppoſti la linea più lunga, che tirar ſi poſſa.

II. Fatta la trasformazione de' Triangoli (*b*), o Trapezj (*a*), che hanno la Baſe (*i*) più corta della detta linea, *giuſta i precedenti due Problemi.*

III. E multiplicando (*e*) la metà della nominata Retta (*k*) per le Perpendicolari (*c*), che debbono tirarſi, *giuſta il Problema V. del Capo IV.* ſe ne produce l'Area (*f*) ec.

Il che era ec.

Quì conſideriamo opportuno un

*

Avvertimento.

1. Quando ſi partiſce la Figura Rettilinea (*f*) in tanti Trian-

(f) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio ratchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(g) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(h) *Triangolo è una figura di tre lati come* △

(i) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati i lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(k) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(l) *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle, che immaginanſi tirate come un filo teſo, come* △ □ *ec.*

Triangoli [*a*], o Trapezj [*b*] per farne la trasformazione ec.

2. Come si è veduto al punto secondo della precedente Pratica.
3. Non è d'uopo tirar sempre tutte le linee entro la Figura da un solo punto,
4. Come si è fatto nella *Fig. LXXXIII. fol.* 10.
5. Ove tutte le linee entro la Figura sono state tirate dal punto *A*,
6. Ma possono essere tirate da diversi punti,
7. Come meglio verrà in acconcio, seguendo il modo, che più agevole sembrerà,
8. Per non confonder l'una con l'altra le linee, che entro la Figura si tireranno,
9. E per veder chiaramente le prolungate, su cui si debbono trasformar i Triangoli, (*a*) o Trapezj (*b*)
10. Il tutto si farà più chiaro colla *Figura LXXXIV. Fol.* 10.
11. Nella quale, gli angoli parte all'infuori, e parte all'indentro sono rivolti,
12. Ove, se le linee, che debbono servire per dividerla in Triangoli (*a*), e Trapezj (*b*) dovessero esser tutte tirate dal medesimo punto *C*,
13. Vi sarebbe della confusione, e non si potrebbe tirar tutte entro la Figura per vederla divisa in Triangoli (*a*), o Trapezj (*b*) come si è detto,
14. Ma alcune verrebbero fuori della Figura,
15. Come la *CB*, la *CD*, la *CE*;
16. Le quali in vece d'essere entro la detta Figura per partirla in Triangoli (*a*), o Trapezj, (*b*)
17. Vengono a cadere fuori d'essa senza partirla;
18. Ora per evitare simili disordini,
19. E' sempre meglio di divider qualunque Rettilineo (*c*) in tanti Triangoli (*a*) o Trapezj (*b*) con tirar le linee entro la Figura non da un punto solo,
20. Ma da diversi punti, i quali più sembreranno in acconcio.
21. Come nella presente Figura si tirano da diversi punti le *ST*, *VE*, *FG*,
22. Che tutt' il Rettilineo [*c*] sarà diviso in quattro Trapezj [*b*]
23. Che sono *C M S T*, *S T V E*, *V E F G*, ed *F G B D*,

24. De'

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ◺

(c) *Rettilineo ciò che è fatto con linee rette, cioè da quelle, che immaginansi volgarmente tirate come un filo teso, come* ⬠

(d) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ ▭ *ec.*

(e) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(f) *Linea Diagonale è quella, per mezzo della quale due lati d'un angolo si congiungono insieme, come nella qui soggiunta figura la a b è diagonale; poichè per mezzo d'essa si congiungono insieme i due lati a c, c b dell'angolo c, ed i due a d, d b dell'angolo d*

24. De' quali per computarne l'Area [*d*] in una ſola multiplicazione [*e*]
25. Tiraſi la linea più lunga (come già dicemmo) che in uno de' Trapezj [*b*] da un all' altro angolo oppoſto tirar ſi poſſa,
26. Che nella preſente Figura ſarà la *F E* del Trapezio (*b*) *V E F G*,
27. Si prolungano poi le Diagonali (*f*) dei tre altri Trapezj, (*b*)
28. Cioè le *S M*, *S E*, *F D*,
29. In *f*, in *t*, in *m*.
30. Facendole uguali alla detta *F E*,
31. E faſſi al ſolito la trasformazione de' Triangoli (*a*) ſulle dette prolungate, *giuſta i precedenti Problemi*,
32. Poi alzate in ciaſcun Trapezio (*b*) le Perpendicolari [*g*] ſulle più volte nominate prolungate, *giuſta la pag. 167. n. 7.*
33. E ſulla ſteſſa fondamentale *F E*,
34. Come nella pratica del precedente Problema ſi è fatto,
35. Multiplicate (*b*) tutte queſte raccolte inſieme colla metà della fondamentale *F E*,
36. Se ne produce l'Area (*d*) come per l' addietro accennammo.
37. Con che replichiamo ciò, che nel *Problema VII. al num. 3.* dicemmo,
38. Cioè che la Figura propoſta Rettilinea irregolare [*i*] poſſa eſſere di quanti lati eſſer ſi voglia,
39. E che i detti lati ſieno rivolti all' indentro, o all' infuori, o comunque ſi voglia, che *giuſta il preſente Avvertimento* facilmente ne ſarà miſurata l' Area. [*d*]

*

40. I ſette precedenti Problemi, ſembreranno certamente troppo proliſſi, e nojoſi a quegl' Ingegni, che ſono conſumati nello ſtudio Geometrico;
41. Ma riflettendo (come più volte dicemmo) che la preſente opera ſi è con iſpeziale fatica per i Principianti compoſta, ſperiamo di ritrovar preſſo i detti qualche compatimento,
42. Sin' ora abbiamo bensì favellato, come qualunque Rettilineo (*c*) de' Campi ſi porti ſulla Tavoletta, e con

(g) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F*

(h) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(i) *Figura Rettilinea Irregolare è una figura di linee Rette, la quale non ha nè tutti gli angoli, nè tutti i lati uguali, come*

e con una ſola multiplicazione (a) ſe ne computi l'Area (b)

45. E ciò per operar con eſattezza, e ſenza danneggiar ne' Campi le ſpighe, le viti, ed altri ſementi, come già diſcorremmo al Cap. 7. pag. 144.

44. Potraſſi però nello ſteſſo tempo comprendere, che tanto più ſarà ne' Prati faciliſſima l' operazione Geometrica della Tavoletta, come a ſuo luogo meglio ſi chiarirà.

*

45. Avrei ancora alcuna coſa da ſoggiungere intorno alle Figure terminate da Linee Rette (c), ma temendo d'eſſere troppo diffuſo, paſſerò dalle Rette (c) alle Curve (d), e ragionerò delle medeſime nel ſeguente Libro ſecondo.

(a) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ □ *ec.*

(c) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

LIBRO

LIBRO SECONDO.

Delle Superficie piane (e) terminate da Linee Curve. (d)

CAPO I.

Dell' Area (b) del Cerchio, e delle ſue parti.

*

1. FAvellando in queſto Libro Secondo delle Aree (*b*) contenute da *Linee curve* (*d*), non immaginiſi il principiante Geometra d' aver a fare colle *Linee rette* (*c*),
2. Poichè le Figure di queſte ſono meno faticoſe, e più atte a miſurarſi, ma le Figure di quelle richiedono maggior fatica, e ne' Prati, e ne' Campi con minor accuratezza miſurar ſi poſſono.
3. Anzi la natura, e proprietà delle Linee curve (*d*) ha eſpreſſi tanti ſudori dagl' ingegni de' Letterati, quanti n' hanno potuto appena ſpremere le applicazioni di molte altre ſcienze raccolte inſieme, come più abbaſſo s' udirà.
4. Ed il Principiante comprenderà con un ſolo ſguardo la natura della *Curva* (*d*) differente dalla *Retta* (*c*), qualor ſi ponga ſotto gli occhi il Cerchio della *Figura LXXXV. fol. 9.*, il quale con una ſola Linea curva [*d*] contiene la ſua Area [*b*],
5. Mentre le Aree [*b*] delle Figure Rettilinee (*f*) almeno da tre linee compreſe ſono,
6. E ſe le dette Figure Rettilinee [*f*] hanno più angoli, e più termini,
7. Il Cerchio all' incontro, ch' è la Figura principale delle Curvilinee [g], non ha nè angoli, nè termini,

8. An-

(d) *Curva intendeſi volgarmente quella linea che è fatta ad arco*, come ⌒

(e) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura.*

(f) *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle che immaginanſi tirate come un filo teſo*, come △ □ ec.

(g) *Curvilinea è quella, che contiensi fra le linee Curve, o ſiano torte*, come ○ ○

8. Anzi nè principio, nè fine, dando in un certo modo all' occhio Matematico da comprendere ciò, ch'è incomprensibile, cioè la Eternità dello stesso Dio.

9. E prima di favellare del detto Cerchio, premettiamo al solito

*

Il Fondamento delle Regole de' seguenti Problemi.

Il quale consiste in ridurre il Cerchio, e le sue parti in Rettangoli (*a*) fatti dal mezzo Diametro, (*b*) e dalle parti della Periferia [*c*] conceputa in Linea retta. [*d*]

Onde discorriamo nel

PROBLEMA I.

Come si calcoli l'Area (e) prativa d'una Superficie piana (f) fatta a Cerchio.

Sia in

I. Ipotesi. (*g*)

1. Il Prato *f b c d* disteso in Figura circolare,
2. Come appunto la *Figura LXXXV. foglio 9.* ce lo mostra,
3. (Benchè di rado, o quasi mai non s' incontrino simili Figure ne' Prati)
4. E debbasene misurar l'Area [*e*],

Dico per

II. Regola.

Che misurato volgarmente il mezzo Diametro (*b*), e la mezza Periferia (*c*) d'un Cerchio, e multiplicata (*b*) l' una con l' altro, se ne produce volgarmente l' Area (*e*) in misure Quadrate (*i*).

Ecco-

(a) *Rettangolo è una figura di 4. angoli a squadra, e di 4 lati, de' quali solo i 2 opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(c) *Periferia è quella linea sorta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*

(d) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(e) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ *ec.*

(f) *Superficie piana intendesi volgarmente presso a' Geometri pratici una pianura.*

Eccone la

III. Pratica.

1. Vogliamo prima ſupporre, che la Superficie piana (*f*) del Prato ſia veramente diſteſa in forma di Cerchio,
2. E dubitandoſi ſe ſia tale, qui ſotto ſi ſoggiungerà il modo, con cui la certezza indagar ſe ne debba.
3. Ora ſe la Figura è un Cerchio deeſi entro il detto tirar qualunque linea retta (*d*) come la *b d*,
4. (Il che faſſi col compaſſo di legno riformato, e con tirar una corda, come *al num. XVII. dell' Introduzione* ſi è moſtrato)
5. Ma queſto dee eſſere un compaſſo picciolo coll' apertura d'un Piede.
6. Ergeſi poi ſulla metà della tirata *b d*,
7. La Perpendicolare (*k*) *e f* (come ſi è moſtrato alla *Pratica del Problema II. Capo III. del I. Libro.*)
8. La quale prolungata in *c* farà il Diametro (*b*) del Cerchio *f b c d*,
9. Miſurato poſcia il detto Diametro (*b*) *f c* (*giuſta il num. XVII. dell' Introduzione*) ritroviſi di Pertiche 7.
10. Che la metà farà di Pertiche $3\frac{1}{2}$
11. Miſurata parimente la mezza Periferia (*c*) cioè la Curva (*l*) *c b f*,
12. E ritrovato di Pertiche 11.,
13. Si multiplicano (*b*) Pertiche $3\frac{1}{2}$ di mezzo Diametro [*b*]
14. Per Pertiche 11. di mezza Periferia (*c*),
15. E produceſi il numero di Pertiche 38 : 3 —
16. Ne ſegue

§. XLII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

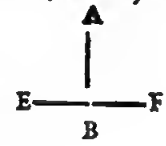
1. Prima ſupponeſi per verità incontraſtabile *dalla prima del terzo d' Euclide, e dalla 25. del medeſimo Libro.*

(g) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(h) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(i) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha 4 angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, come* □

(k) *Linea Perpendicolare è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



(l) *Curva intendeſi volgarmente quella linea che è fatto ad arco, come* ⌒

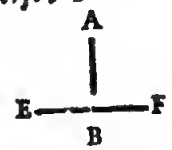
2. Che tirata nel Cerchio qualunque linea retta, (*a*)
3. Alzata ſulla metà di quella una Perpendicolare (*b*) prolungata ſin'alla Periferia, (*c*)
4. La detta Perpendicolare (*b*) così prolungata ne ſia il Diametro (*d*)
5. Come nella *Figura LXXXV. fol.* 9, ſi è la *f e c*, la cui metà ſarà il mezzo Diametro (*d*)
6. Conſideriſi poi la mezza Periferia (*c*) *a b c p* ec. della *Figura LXXXVI. fol.* 10.,
7. La quale miſurata minutamente con un picciolo Compaſſo d'un piede in circa di Larghezza,
8. In *a*, in *b*, in *c*, in *d* ec.
9. Pare, ch'abbia perduta la ſua curvità,
10. E che ſi ſia cangiato in tante linee rette (*a*) *a b*, *b c*, *c d*, *d e*, *e f* ec.
11. E che tirando dal centro (*e*) *o* del Cerchio le *o a*, *o b*, *o c*, *o d* ec.
12. Tutta l'Area (*f*) del detto Cerchio ſi ſia pure cangiata in tanti Triangoli (*g*) uguali,
13. I quali diſponganſi tutti in forma del Rettangolo (*b*) *F R*, rivolti per metà colle Baſi (*i*) all'insù, e per metà all'ingiù.
14. (Come vedeſi fatto nella *Figura LXXXVII. foglio* 10.)
15. Facendo il lato picciolo *M F* del detto Rettangolo (*b*) uguale al mezzo Diametro (*d*) *o a* del detto Cerchio,
16. E l'uno, e l'altro lato grande *M R*, *F Q* uguale alla mezza Periferia (*c*) *a p*,
17. Ovvero alla metà delle Baſi (*i*) de' Triangoli, (*g*) che ſono nel Cerchio.
18. Ora multiplicando (*k*) nel Rettangolo (*b*) la *MF* per la *F Q*,
19. Se ne produce l'Area (*f*) in miſure Quadrate (*l*), *giuſta li* §§. 1., e 2.
20. Ch'è lo ſteſſo che dire multiplicando (*k*) la mezza Periferia (*c*) *a p* per il mezzo Diametro [*d*] *a o* del Cerchio *a b c p* ec.
21. Se ne produce l'Area (*f*) in miſure Quadrate (*l*)

Dunque

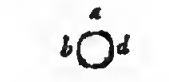
Miſurato volgarmente il mezzo Diametro (*d*) e la mezza Periferia (*c*) d'un Cerchio, e mul-

(a) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

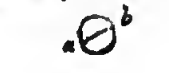
(b) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un'altra Retta non inclina più dall'una, che dall'altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l'* F



(c) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d'un Cerchio, come nella qui ſoggiunta figura la* a b c d *diceſi Periferia.*



(d) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta* a b *chiamaſi Diametro.*



(e) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura,*

(f) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra*

multiplicata (*k*) l'una con l' altro, ſe ne produce l'Area (*f*) in miſure Quadrate, (*l*)

Il che era ec.

Vedaſi l'Avvertimento dopo il §. 40.

Opportuno è il ſoggiunto

*

Avvertimento

1. Dicemmo al num. 2. della Pratica, che ſe non ſi ſapeſſe, ſe la propoſta Figura foſſe veramente un Cerchio, ſi poſſa indagarne la verità,
2. Queſta in ogni caſo ritrovaſi, ſe ſaputa la metà del Diametro (*d*), *in ordine alla precedente Pratica al n.* 4. ec.
3. Si tirano dal punto della detta metà, (ch' è il centro (*e*) del Cerchio) le Linee, o ſieno *Raggi* (*m*) alla Periferia (*c*)
4. Come ſi è fatto nella *Figura LXXXVI. fol.* 10, colle Linee *oa*, *ob*, *oc* ec.
5. E ſe queſte ſono uguali, egli è ſegno, che la Figura è Circolare
6. Ma ſe ſono diſuguali, non è tale.
7. In oltre accennammo al num. 5. della ſteſſa Pratica
8. Che per miſurar la Periferia (*c*), o ſia linea curva [*n*] sù i Terreni, e d'uopo aver' alla mano non il Compaſſo grande di legno, ch'ha l'apertura d'una Pertica;
9. Ma un Compaſſo più picciolo, ch'abbia l'apertura d'un ſolo Piede,
10. Il quale fabbricaſi colla ſteſſa Regola del grande.
11. E ciò accagione, che miſurando qualunque linea curva (*n*), ſi fa volgarmente ogni ſforzo per ridurla collo ſtrumento in tante linee rette, (*a*)
12. Come ſi è fatto miſurando la Periferia (*c*) *a p* ec. della *Figura LXXXVI. fol.* 10.
13. Il che non potrebbe effettuarſi con un Compaſſo di grande apertura, come ſarebbe quello d' una Pertica,
14. Poichè l'apertura d' una Pertica intera comprende ne

tre, o più linee, come △ ⬡ *ec.*

(g) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(h) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(i) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(l) *Miſura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali come* □

(m) *Raggio, o ſia mezzo Diametro è una linea tirata dal punto di mezzo d' un Cerchio ſin' alla ſua circonferenza come*

(n) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ◠

ne' piccioli Cerchj, come nel Cerchio *a b f c d* ec. della *Figura LXXXVIII. foglio* 10, la troppa curvità *a b f*,

15. Che non può adattarsi alla Retta (*a*) *a f*,

16. Poichè la Curva (*b*) *a b f* è maggiore della Retta (*a*) *a f*.

17. Mentre all' incontro col Compasso picciolo dell' apertura d'un Piede comprendesi sulla stessa Figura la picciola Curva (*b*) *s t u*,

18. La quale pare solo insensibilmente disuguale della Retta [*a*] *s u*,

19. Come vogliamo supporre, benchè (esattamente e Geometricamente parlando) la Curva (*b*) *s t u*, non mai sia uguale alla Retta (*a*) *s u*,

20. Come quì in appresso più ampiamente favelleremo.

*

21. Giacchè il nostro ragionamento verte intorno alle Linee rette (*a*), e Curve (*b*), che in un Cerchio ritrovansi.

22. Con opportunità si risveglia quella tanto rinomata, e strepitosa Quistione, che nel Mondo Letterario è stata per lo spazio di tanti secoli un grande tormento dei più nobili ingegni, dico quella Quistione, se dar si possa

*

La Quadratura del Cerchio.

23. Questi vocaboli sembreranno per avventura molto strani al principiante Geometra, e però sappia egli, che *la Quadratura del Cerchio* altro non è, che *l'invenzione d'un Quadrato* (*c*) *o in Linee, o in Numeri, la cui Area* (*d*) *sia uguale a quella d' un Cerchio*,

24. Ovvero *essa è una proporzione, o vogliamo dire un rapporto fra il Diametro* (*e*), *e la Periferia* [*f*] *d'un Cerchio in modo, che sapendo le parti finite del Diametro* [*e*], *si sappia altresì le parti della Periferia* (*f*) *uguali a quelle del Diametro* [*e*].

25. In esempio: supposto, che il Diametro (*e*) abbia 70 parti, si possa dire quante di queste stesse parti ne contenga la Periferia (*f*),

26. Pe-

(a) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(b) *Linea Curva intendesi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

(c) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(d) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(e) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta* a b *chiamasi Diametro.*

(f) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la* a b c d *dicesi Periferia.*

26. Perocchè in caſo, che alcuno tal notizia poſſegga, potrà facilmente trasformar l'Area (*d*) d'un Cerchio nell' Area [*d*] d'un Rettangolo [*g*] (come noi nella precedente *Ragione Dimoſtrativa* abbiamo tentato di fare.)
27. Poſcia trasformar l'Area [*d*] d'un Rettangolo [*g*] in quella d'un Quadrato [*c*] (di cui a ſuo luogo, cioè nel ſeguente Probl. III. n. 16.)
28. Ed allora averebbe ritrovato la tanto ricercata *Quadratura del Cerchio*.
29. Egli è bensì vero, che Archimede *de Dimenſione Circuli Propoſ.* 1. dimoſtra, eſſer l'Area [*d*] di ciaſcun Cerchio uguale a quella d'un Triangolo Rettangolo (*b*), dei cui lati circa l'angolo Retto (*i*) l'uno ſia uguale alla Periferia (*f*), e l'altro al mezzo Diametro [*e*],
30. E trasformandoſi il detto Triangolo [*k*] in un Rettangolo [*g*] (come dimoſtrammo ne' §§. 8. e 9.)
31. Poſcia il Rettangolo [*g*] in un Quadrato [*c*], come dicemmo, pare che così dovrebbe eſſerſi ritrovata la tanto ſoſpirata Quadratura,
32. Ma quantunque la dimoſtrazione d' Archimede ſia buona,
33. Ciò non oſtante egli non inſegna, come quel lato del mentovato Triangolo Rettangolo [*b*], il quale dovrebbe eſſer uguale alla Periferia [*f*] del Cerchio, ſi poſſa trasformar da una Linea curva [*b*] in una Linea retta (*a*).
34. Poichè fin' a tanto, che queſta uguaglianza ci reſta ignota, non potremo ſaper l'Area [*d*] del detto Triangolo [*k*], nemmeno quella d'un Rettangolo [*b*], o Quadrato [*c*], nel quale doverebbe trasformarſi il più volte mentovato Triangolo (*k*).
35. Onde reſterebbe ancor al bujo la ricercata Quadratura.
36. Veramente lo ſteſſo Archimede ha fatto ogni ſforzo per ridur in *Linea retta* (*a*) la *Periferia* (*f*),
37. La quale dovrebbe ſervire per uno dei due lati, che nel prenominato Triangolo (*k*) l'angolo Retto (*i*) formerebbero.
38. E per giugnere al ſuo intento, ſi è con grandiſſima ſottigliezza ingegnato di circoſcrivere intorno, ed iſcriver entro un Cerchio molte Linee rette (*a*), o ſieno lati d'un Poligono Regolare (*l*), come vediamo nella *Figura LXXXIX. fol.* 10.

39. An-

(g) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(h) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in ſe un angolo retto, cioè un angolo a ſquadra, come* △

(i) *Angolo Retto è volgarmente un' angolo a ſquadra, come* ∟

[k] *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(l) *Poligono regolare è una figura, la quale ha più di quattro lati e più di quattro angoli uguali,*

39. Andando ſempre minorando i detti lati intorno al Cerchio ſin' a tanto che gli aveva ridotti al numero di 96, tanto entro quanto fuori del mentovato Cerchio,

40. Talmente, che la Periferia (*a*) in tante Linee rette (*b*) quaſi cangiata aveva.

41. E con queſta ſua fatica ha dimoſtrato, eſſer la Periferia (*a*) d' un Cerchio tre volte più grande del ſuo Diametro (*c*), e *quaſi una ſettima parte* del detto; come vedeſi nel citato di lui libro, *alla Propoſ. 3.*

42. Ma non avendo con ciò ancora ritrovata l' eſatta grandezza della Periferia (*a*) traſmutata in Retta linea (*b*),

43. Quel-*quaſi una ſettima parte*-ha dato poi campo nello ſpazio di 1967. anni incirca, di lambicar il cervello a tanti eccellenti ingegni, ſenza aver ancora potuto giugnere alla meta del loro intento.

44. Imperocchè pur troppo noti ſono i ſudori d' *Ippocrate* nel trasformar una Figura terminata da Linee Curve (*d*) in un Triangolo Rettangolo (*e*), terminato da Linee rette (*b*), per paſſar con queſto mezzo alla deſidetata Quadratura. Noti ſono pure quelli d' *Antifone*, di *Briſone*, d' *Oronzio Fineo*, di *Campano*, di *Niccolò Cuſano* il Cardinale, del *Vieta*, d' *Ugenio*, di *Gregorio da S. Vincenzo*, il quale ha conſumata quaſi tutta l'età intorno alla Quadratura del Cerchio (*f*).

45. Anche il Padre *Bellini* Geſuita vi ha fatti i ſuoi grandi ſforzi, come dalle ſue belle Opere intitolate, *Apiarj dell' univerſa Filoſofia Matematica*, a ſufficienza riluce.

46. Nel numero però de' Letterati tanto valenti, meritano ſingolar conſiderazione il ſottiliſſimo *Ludolfo da Collen*, e *Criſtoforo Grienbergero* Alemanni, i quali ſe non hanno interamente toccato il punto, vi ſi ſono però di molto appreſſati.

47. Queſti hanno ſtabilito il rapporto del Diametro (*c*) alla Periferia (*a*) del Cerchio con una grandiſſima quantità di Figure, di numeri, i quali ſono ſtati ridotti a 100, ed a 314.

48. Cioè che il Diametro (*c*) abbia rapporto alla ſua Periferia (*a*), come 100 a 314.

49. Il

(a) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia,*

(b) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(c) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la quì ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(d) *Linea curva intendeſi volgarmente quella linea che è fatta ad arco, come* ⌒

(e) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in ſe un angolo retto, cioè un angolo a ſquadra, come*

49. Il Signor *Leibnizio* fu il primo, il quale per mezzo di numeri rotti (*g*) infiniti diede alla luce il contenuto del Cerchio, come appariſce dagli *Atti de' Letterati di Lipſia del* 1682. *alla pag.* 44.

50. La linea Quadratrice [*b*] uſata da *Dinoſtrato*, e *Nicomede*, riſtaurata dal *Padre Clavio*, e *Bruni*, eſploſa dal *P. Bettini*, e dal *Chirchero*, la di lui Quadratrice (*b*) non ſeguita da' Letterati ſono pure note.

51. E di freſco nel 1713. fu riferito nelle Gazzette, che un Frate di *Metz*, ed un Artefice di *Reims* abbiano finalmente ritrovata l'eſattezza della Quadratura del Cerchio (*f*), ma non ſe ne ſono poi inteſe altre particolarità.

52. Frattanto nel bujo di queſta materia, io ſono interamente del parere d' *Edmondo Purcozio*, il quale nel *Tomo ſecondo delle ſue Iſtituz. Filoſof.* chiude *il Libro* 4. *degli Elementi Geometrici* colle ſeguenti parole:

53. *Benchè il circuito d' un Poligono* (*i*), *o iſcritto nel Cerchio, o a queſto circonſcritto, poſſa infinitamente appreſſarſi alla grandezza della Periferia* (*a*) *del detto Cerchio, ciò non oſtante non mai ſi farà uguale alla ſuddetta.*

54. *E perciò con queſto metodo non mai ſi potrà avere una linea uguale alla Periferia* (*a*) *del Cerchio, ove conſiſte tutta la difficoltà della Quadratura del medeſimo ec.*

55. Onde potrà conchiuderſi, che il grand' Archimede ſi è per mezzo de' ſuoi Poligoni (*i*) entro, ed intorno al Cerchio di molto appreſſato alla Quadratura dello ſteſſo, ma che in tal modo quella perfettamente conſeguir non ſi poſſa, come più oltre ſi chiarirà.

56. In tanto però i Geometri, per fuggir i Rotti (*g*) de' numeri ne' loro computi, ſeguono comunemente il modo ritrovato da Archimede con porre la proporzione del Diametro [*c*] alla Periferia (*a*), come 7. al 22.

*

57. Ma giacchè in tutta queſt' opera io mi ſono affaticato di proporre ai Principianti i mezzi più volgari,

(f) *Quadratura del Cerchio è lo ſpazio d' un Cerchio trasformato in quello d' un quadrato, cioè d'una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali.*

(g) *Numero rotto è un'unità diviſa in parti, v. gr.* due terzi *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre, ere* tre quarti *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(h) *Linea quadratrice è una linea per lo più curva, che paſſa per i punti dei ſegamenti delle linee tirate dal mezzo Diametro, e dall' arco del ditto Quadrante, come nella quì ſoggiunta Figura la a a a a a a a a a è Quadratrice, poichè paſſa per i punti a a a ec., i quali ſono nei ſegamenti, che fanno le linee tirate dal mezzo Diametro c d, e dall' Arco c m del Quadrante d c m.*

(i) *Poligono è una figura di molti lati, o ſia una figura, che ha più di 4 lati.*

gari, co' quali ſenza rompimento di teſta ſi può con pari verità conſeguire ciò, che con gran ſottigliezza d'ingegno s'acquiſta,

58. Come in particolare ſi è veduto ne' *Problemi I. II. e III. del Capo III. del Libro I.* ove laſciati i mezzi più aſtruſi per ritrovar le Perpendicolari (*a*) degli Acuziangoli (*b*), ed Ottuſiangoli, (*c*) ſi ſiamo appigliati volgarmente allo ſtrumento della ſquadra ſemplice,

59. Così vogliamo tentare ſe mai in alcun modo volgare e rozzo ſi poſſa, per capacitar i Principianti, giugnere alla mentovata Quadratura del Cerchio (*d*)

60. Io non pretendo in modo veruno di comparire ſu queſte pagine come nuovo Colombo ſcopritore de' Paeſi nel Mondo Letterario incogniti,

61. Ma parmi di poter dire: *che tanto bene ſi poſſa organicamente* (*e*) *o per mezzo di ſtrumenti giugnere alla Quadratura del Cerchio*, [*d*] *quanto bene ſi giugne organicamente* (*e*) *alle operazioni della pratica Geometria*. E però vediamo nel

(a) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare; poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F*

(b) *Acuziangolo è un Triangolo cioè una figura di tre lati, la quale ha tre angoli acuti, che vuol dire ciaſcuno minore d' un angolo a ſquadra, come* △

(c) *Ottuſiangolo è una figura di tre angoli, dei quali uno è maggiore di quello a ſquadra, come*

PROBLEMA II.

Come ſi ritrovi organicamente (e) il Fondamento della Quadratura del Cerchio (d).

Sia in

I. Ipoteſi. (*f*)

1. Il Cerchio *A B C D* nella *Figura XC. fol. 9.*
2. Di cui ſe ne ricerca la Quadratura.

Dico per

II. Regola.

I. Che preſo un Quadrante (*g*) di materia ſoda alla mano,

II. Applicatolo ad una Riga ſopra d'un Piano

no ben giusto, ed imprimendo sul detto Piano la Linea Curva (*b*) del detto Quadrante (*g*) con condurlo esattamente dal primo fin'all'ultimo di lei punto dietro la nominata Riga,

III. Si forma in piano una quarta parte della Periferia (*i*) d'un Cerchio, ridotta organicamente (*e*) in una linea Retta, (*k*) la quale serve per la ricercata Quadratura.

Questa Regola si chiarisce colla seguente

III. Pratica.

I. 1. Fatto un Quadrante (*g*) *A B C D* d'ottone, o d'altra materia ben soda con tutta esattezza,
2. Come vedesi nella *Fig. XCI. fol.* 10.
3. A cui si può aggiugnere al disopra, ove formasi l'angolo Retto (*l*) *A*, qualche manico *m g n i*,
4. Per render più sicura l'operazione,
5. E far qualche incavatura nella Linea Curva (*b*) *B D C*,
6. Affinchè l'inchiostro, o altra materia nera, che vi si mette, ci resti;
7. Ovvero tingendo anche la detta Curva, (*b*) senza incavatura di qualche color nero, atto a tinger la carta, su cui la detta Curva [*b*] dee essere condotta,
8. O anche senza veruna tinta se troverassi più in acconcio,

II. 9. Prendesi alla mano il detto Quadrante (*g*)
10. Ed applicato sopra qualche carta, che sopra d'un Piano accurato sia,
11. Imprimesi tutta la Curva (*b*) *B D C* sulla detta carta,
12. Con condur dietro alla Riga *G H* la mentovata Curva (*b*) *B D C* del Quadrante (*g*)
13. Principiando a stamparvi il primo punto *B* in *o*, il *K* in *p* ec.

(d) *Quadratura del Cerchio è lo spazio d'un Cerchio trasformato in quello d'un quadrato, cioè d'una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali.*

(e) *Organicamente intendesi ciò, che si fa per mezzo de' strumenti, che non siano nè riga, nè compasso.*

(f) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(g) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d'un Cerchio come*

(h) *Linea Curva intendesi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come*

(i) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d'un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la* a b c d *dicesi Periferia.*

(k) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(l) *Angolo Retto è volgarmente un angolo a squadra come*

(a) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

14. E continuando con ugual preſſione ſino che s'arrivi a ſtamparvi anche l'ultimo punto C in *f*,
15. Che la Retta [*a*] *o f* ſi ſarà fatta uguale alla Curva [*b*] *B D C* organicamente (*c*).

§. XLI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Conducendoſi, come ſi è detto nella Pratica, la Curva [*b*] *B D C* del Quadrante [*d*] nella *Figura XCI. foglio* 10.
2. Sopra la Retta [*a*] *o f* adattando il punto *B* ſopra del punto *o*,
3. E ſeguendo il moto verſo la *f*,
4. Sino che la C ultimo punto della detta Curva [*b*] tocchi pure qualche punto della Retta (*a*) *o f*,
5. Che ſupponiamo eſſere il punto *f*,
6. Allora tutt'i punti della Curva [*b*] *B D C* dal *B* ſin al *C*
7. Avrà toccati tutt' i punti della Retta [*a*] *o f* dall' *o* ſin' al *f*,
8. Perocchè giuſta la verità d'*Euclide al Corol. della 2. del 3., e del 16. del medeſimo.*
9. Se una Retta [*a*] tocca una Curva [*b*] d'un Cerchio, la tocca ſempre in un punto.
10. Sicchè adattandoſi tutt' i punti della Retta [*a*] a tutti i punti della Curva (*b*),
11. Tutti i punti di queſta ſaranno uguali a tutti i punti di quella, *giuſta l'Aſſioma* 8. *del primo d' Euclide*,
12. E ſe tutti i punti dell' una ſono uguali a tutti i punti dell' altra,
13. Tutta la Curva [*b*] *B D C* ſarà uguale a tutta la Retta [*a*] *o f*,
14. Ma la Curva [*b*] *B D C* è (come ſupponeſi) una quarta parte d' una Periferia [*e*].

(b) *Curva, o ſia Linea curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

(c) *Organicamente intendeſi ciò, che ſi fa per mezzo de' ſtrumenti, che non ſiano nè riga, nè compaſſo.*

(d) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un Cerchio, come* ◡

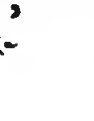
Dunque

I. Preſo un Quadrante (*d*) di materia ſoda alla mano,
II. Applicatolo ad una Riga ſopra d' un Piano ben giuſto, ed imprimendo ſul detto Piano

no la Linea curva (*b*) del detto Quadrante (*d*) con condurlo esattamente dal primo fin' all' ultimo di lei punto dietro la nominata Riga.

III. Si forma in Piano una quarta parte della Periferia (*e*) d' un Cerchio ridotta organicamente (*c*) in una Linea retta (*a*), la quale serve per la ricercata Quadratura ec.

(e) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*



Il che era ec.

Questo è il Fondamento della Quadratura organica (*f*) del Cerchio.

*

Ma quì parmi, o avveduto Leggitore, che non ostante l'accennata Dimostrazione, tu abbi molte cose ad oppormi contro la debole mia Quadratura; ed avendo anch'io alcuna cosa a soggiungerti, formeremo, se ti piace, per meglio chiarir' i nostri sentimenti, un

[f] *Quadratura organica è lo spazio d' un Cerchio trasformato in quello d'un Quadrato, cioè d'una figura di 4. angoli a squadra, e di 4. lati uguali, per mezzo de' strumenti, che non siano nè riga, nè compasso.*

*

DIALOGO

Intorno alla detta Quadratura del Cerchio.

E perciò mi figuro, che tu già entri nell'aringo col seguente discorso.

I.

Lettore. Io veramente mi lusingavo dopo l'apparato della Quadratura del Cerchio rappresentatomi finora su queste pagine di veder alla fine qualche cosa, che appagasse la letteraria mia curiosità, ma con mio spiacere veggo ora terminarsi il tutto in una rozza operazione d'un mecanico Legnajuolo.

Autore. Intelligente Lettore! io il tutto t' accordo: la mia operazione è una operazione rozza, e una ope-

razione mecanica, essa è in fine un' operazione da Legnajuolo; ma cosa vorresti perciò inferire?

Lettore. Voglio inferire, che desidererei vedere per l'esatta Quadratura del Cerchio qualche ingegnosa invenzione degna d' una mente veramente Matematica.

Autore. L'ingegnosa invenzione di cui tu favelli, la bramerestì in Teorica, oppure in Pratica? Ch' è lo stesso che dire: la vorrestì proposta in modo di Teorema (*a*) o in modo di Problema (*b*)?

Lettore. Io la desidererei e in Teorica, ed in Pratica.

Autore. In Teorica, giacchè due mille anni incirca sono spirati, dacchè il grand' Archimede la ha esposta al Mondo Letterario nel noto suo libro *De Dimensione Circuli*, *Propoſiz. prima*, avendo egli dimostrato, esser l' Area (*c*) di ciascun Cerchio uguale a quella d' un Triangolo Rettangolo [*d*], dei cui due lati, che fanno l' angolo Retto (*e*), l' uno sia uguale alla Periferia [*f*], e l' altro al mezzo Diametro [*g*], come già favellammo nell' Avvertimento dopo il *Problema I. al numero* 29. Sicchè questa n' è la Teorica, o sia il Teorema [*a*].

Toccante la Pratica, ovvero il Problema (*b*), questo lo proporremo ne' seguenti termini: *Come si descriva un Triangolo Rettangolo* (*d*), *dei cui lati circa l' angolo Retto* (*e*), *l' uno sia il mezzo Diametro* (*g*), *e l' altro la Periferia* (*f*) *d' un Cerchio*. E tale è il Problema [*b*], il quale noi debolmente sciogliamo per mezzo dell' insinuato Quadrante [*b*], come già vedesti *nel Probl. II.*

Lettore. Che il proposto Problema [*b*] venga sciolto, questo è tutto il mio desiderio; ma che si sciolga per mezzo di quel tuo Quadrante (*b*), ciò non vuole entrarmi in capo.

Autore. Per qual cagione? A te è pure notissimo, che senza strumenti nissun Problema (*b*) scioglier si possa. Intendo senza strumenti, sul riflesso, che questi servano ad ajutare l' immaginativa nel Raziocinio Geometrico, come tutti i Problemi d'Euclide ne possono far fede. Perocchè in quelli o ch' è

(a) *Teorema è una propoſizione, per mezzo della quale ſi prova, che una coſa ſia, o non poſſa eſſere, come in tutti i libri d' Euclide diffuſamente ſi vede.*

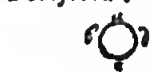
(b) *Problema chiamaſi quella propoſizione, nella quale ſi dee Geometricamente fare alcuna coſa.*

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ ▱ *ec.*

(d) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in ſe un angolo retto, cioè un angolo a ſquadra, come* ◺

(e) *Angolo Retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come* ∟

(f) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*



ch' è d' uopo tirar Linee, o deſcriver Archi, e Cerchj, per i quali effetti ci vogliono gli ſtrumenti della Riga, e del Compaſſo, per mezzo de' quali anche *Ippocrate* quadrò (*i*) la ſua Lunula, di cui parleremo nel *Probl IX. ſeguente*.

Lettore. Queſto è finalmente un favellare, che mi piace. Appunto per mezzo della Riga, e Compaſſo ſi ſciolgono preſſo *Euclide*, ed *Ippocrate* i Problemi, e non per mezzo di Quadranti (*b*), o altri ſtrumenti.

Autore. Sicchè, ſe per mezzo della Riga e Compaſſo io aveſſi ſciolto il predetto Problema [*b*], tu l' approvereſti?

Lettore. Certamente.

Autore. Perchè per mezzo della Riga e Compaſſo? e perchè non ancora per mezzo dell' accennato Quadrante [*b*]?

Lettore. Perchè le operazioni, che ſi fanno per mezzo di quelli, ſono veramente un *metodo Geometrico*, come lo chiamano i Matematici, e le operazioni fatte per mezzo di queſto, ſono puri modi mecanici, od organici [*k*].

Autore. E pure ancora di modi mecanici, ed organici [*k*] ſi ſervono frequentiſſimamente i Geometri nelle loro operazioni, quando hanno alla mano o la Squadra, o il Quadrante [*b*], o il Quadrato [*l*], o il mezzo Cerchio, od altri ſimili ſtrumenti.

Lettore. Egli è vero, che ancora degli ſtrumenti organici [*m*] ſi ſervono i Geometri, ma quando ne' Problemi fanno le loro dimoſtrazioni, l' unico Compaſſo e Riga entrano in campo ad eſcluſione dei detti ſtrumenti organici [*m*].

Autore. E perchè mai ſono i nominati Compaſſo, e Riga dai Geometri così preſcielti?

Lettore. La cagione ſarà certo, perchè ſono più eſatti degli altri.

Autore. Che la Riga, ed il Compaſſo ſieno ſtrumenti più eſatti degli organici, [*m*] e che per queſta cagione eglino propriamente ſervano alle Dimoſtrazioni de' Problemi, io mi vado figurando, che tu ſii in uno sbaglio conſiderabile. E per manifeſtarſi in

(g) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(h) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un cerchio, come*

(i) *Quadrare diceſi quando una figura ſi riduce in tanti quadrati, cioè in figure di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali.*

(k) *Modo organico intendeſi volgarmente, quando s' opra con iſtrumenti, che non ſono nè riga, nè compaſſo.*

(l) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(m) *Strumento Organico diceſi volgarmente quello, che non è nè Riga, nè Compaſſo.*

(a) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

ti in questa materia il mio debole parere, ti dico o amico Lettore, che l'intendere, quasi κατ' ἐξοχήν per strumenti veramente Geometrici la sola Riga, e Compasso, procede dalle operazioni degli antichi Matematici, i quali non essendosi serviti ne' loro Elementi di Geometria, che di sette linee Rette, (*a*) e di Cerchi, essi chiamavano Geometrico ciò che appunto per mezzo di Linee Rette, e di Cerchi, e per conseguenza per mezzo della Riga, e Compasso potevano determinare, come c'esprime il *Lexicon Matematico di Lipsia dell' anno 1734. alla pag.* 542. E perciò non deesi mai credere, che benchè gli altri strumenti, che alle operazioni Geometriche servono, non sieno in ispezie chiamati *Geometrici*, sieno nell'esattezza inferiori ai predetti. Perocchè, parmi di poter dire, che tanto bene si possa cogli altri strumenti meccanici fabbricati accuratamente descriver per mezzo di una Retta (*a*) una Curva, (*b*) o per mezzo d'una Curva [*b*] una Retta, [*a*] quanto bene si possa lo stesso effettuare per mezzo della Riga, e Compasso.

(b) *Curva intendesi volgarmente quella linea che è fatta ad arco, come* ⌒

Vediamone l' esempio tanto circa la Retta [*a*], quanto circa la Curva [*b*]: Toccante quella considerisi nella *Figura XCII. Fol.* 11. la stanghetta di ferro *A B*, armata delle due punte mobili *c*, *f*, la quale farà la stessa funzione nella descrizione de' Cerchi, che fa il Compasso. Perocchè siccome questo avendo una gamba piantata in un piano, e girandovi con l'altra all'intorno, descrive un Cerchio, così quella avendo pure una delle due punte piantata in un piano, e girandovi parimente intorno con l'altra, fa lo stesso effetto.

Sicchè si è fatto per mezzo d' uno strumento meccanico, o sia per per mezzo d'una Retta [*a*] una Curva [*b*] tanto bene quanto si fa col compasso. Vedi circa il nominato strumento il già citato *Lexicon Matematico di Lipsia alla pag.* 1179. nel vocabolo *Stangbencirckel*.

E quantunque questa stanghetta da alcuni sia considerata per un puro Compasso, e per tale appellata, accagione, che fa lo stesso effetto del Compasso, con tutto ciò riflettendo noi nel presente discorso alla diversa struttura di quegli strumen-

menti, che lo ſteſſo effetto fanno, chiamiamo il mentovato col nome di *Stanghetta di ferro* a differenza del Compaſſo ordinario di due gambe.

(c) *Organicamente intendoſi ciò, che ſi fa per mezzo de' ſtrumenti, che non ſono nè riga, nè compaſſo.*

Ora toccante la Retta [*a*] da farſi organicamente [*c*] per mezzo d' una Curva [*b*], tanto bene quanto bene ſi fa per mezzo della Riga, io entro in campo col mio Quadrante, [*d*] il quale non t'è finora potuto entrar in capo.

Lettore. Nemmeno entrerammi, quando tu meglio non pieghi.

Autore. Ecco dunque che m' affatico di ſpiegarmi: ſupponiamo, che data ti ſia una linea Retta, (*a*) affinchè a queſta tu ne tiri un' altra uguale. Io mi figuro, che per tal effetto, aperto il Compaſſo, e piantate le due punte nelle due ſtremità della detta linea, tu dirai di averne la lunghezza, onde levato poi il detto Compaſſo con queſta ferma apertura, e traſportato altrove ſopra d'un piano, e gli ti ſegnerà i punti o ſieno le ſtremità della detta lunghezza, ai quali applicata la Riga e tirata dall' uno all' altro punto, dietro alla detta Riga, una linea, queſta ſarà la deſiderata uguale alla linea data.

(d) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un cerchio, come*

Lettore. Certamente così dico, e così faccio.

Autore. E per qual ragione ti pare, che la linea tirata, come ſi è fatto, ſia uguale alla data?

Lettore. Perocchè (ſupponendo per modo d'idea) che la linea data ſia di 1000. punti, d'altrettanti ſarà ancora la linea tirata; accagione ch' eſſendo ſtata di quella preſa la giuſta lunghezza, contenuta fra il primo, e l'ultimo punto, e colla ferma apertura del Compaſſo traſportata ſul piano, vi ſarà la ſteſſa diſtanza fra il primo ed ultimo punto della Linea tirata, ch' evvi fra il primo ed ultimo punto della linea data.

Autore. Così dico parimente anch'io circa la deſcrizione della Retta, (*a*) che faccio col Quadrante, (*d*) perocchè, ſiccome tu t'immagini che la Retta (*a*) da te tirata ſia di tanti punti, di quanti n'è la linea data, così dico anch'io che di tanti punti è la Retta (*a*) fatta col Quadrante (*d*) di quanti punti è la Curva (*b*) dello ſteſſo Quadrante. (*d*)

Lettore. Queſto non ſarà mai.

Autore. E pure è coſa chiara, poichè imprimendo dietro la Riga la Curva (*b*) del Quadrante, (*d*) quella

la laſcia col ſuo moto le veſtigia di tutt'i ſuoi punti ſul piano in Linea Retta (*a*) dal primo all' ultimo.

(a) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

Lettore. A ſe t'ho colto. Tu credi dunque che col girar il Quadrante (*b*) dietro alla Riga s' imprimano i punti della Curva (*c*) ſul piano, in modo che niſſun punto o di più o di meno contenga la Retta (*a*) del piano di quelli che contiene la Curva (*c*) del detto Quadrante? (*b*)

(b) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un cerchio, come*

Autore. Certiſſimo.

Lettore. O quanto t' inganni! Ecco che ſubito te ne moſtro la falſità.

Sieno nella *Figura XCIII. fol.* 11. di qualche Paralellepipedo (*d*) QM, le due GR, QS, ſia il Cerchio grande AQ di rame, o di qualunque altra materia ſoda toccante la Retta (*a*) QS,

(c) *Curva intendeſi volgarmente quella linea che è fatta ad arco, come* ⌒

Ed il Cerchio picciolo $F\ G$ concentrico (*e*) al grande toccante la Retta (*a*) GR.

Immaginiamoci, che ſi muova il Cerchio grande AQ ſulla linea QS perpendicolarmente (*f*)

Dovrà pure nello ſteſſo tempo anche muoverſi ſulla linea GR il Cerchio picciolo per eſſer concentrico (*e*) al grande.

(d) *Paralellepipedo è una figura ſolida entro ſei piani ciaſcuno di 4 lati, dei quali i due oppoſti ſono uguali, ed ugualmente diſtanti fra loro, come*

Se così è, tu oſſerverai, che quando il Cerchio grande principiando ſul punto Q, e ritornando ſullo ſteſſo, avrà fatta tutta la ſua rivoluzione ſulla QS dal Q fin'al S.

Il Cerchio picciolo pure principiando ſul punto G, e ritornando ſullo ſteſſo, avrà nel medeſimo tempo fatta tutta la ſua riſoluzione ſulla GR, dal G fin'al R.

E per conſeguenza tutti i punti della Periferia (*g*) grande AQ avranno toccati tutti i punti della QS.

(e) *Cerchio concentrico è quello, che ha lo ſteſſo punto di mezzo con uno, o più altri cerchj, come*

E parimente tutti i punti della picciola Periferia (*g*) $F\ G$ avranno toccati tutti i punti della GR.

Ma la QS è uguale alla GR per la natura del Paralellepipedo (*d*)

Dunque la picciola Periferia (*g*) $F\ G$ tocca tanti punti, quanti ne tocca la grande QA,

E per conſeguenza la picciola Curva (*c*) $F\ G$ fa la Retta (*a*) GR tanto grande, quanto la fa la Curva (*c*) AQ.

Il che quanto ſia aſſurdo, ed inſuſſiſtente tu ſteſſo lo vedi, ſenza che faccia d' uopo d' altre prove. E però molto bene io m' avviddi, quando ti diſſi, che col girar del Quadrante (*b*) ſopra d' un Piano non ſi poteſſe eſattamente far una linea Retta (*a*) uguale ad una Curva. (*c*)

Autore. Veramente queſto è un bello, ed ingegnoſo abbaglio, il quale già tempo fa è ſtato da altri conſiderato. Ma ſiccome eſſo non può rimovermi dalla mia conceputa verità, così nè meno dovrà a te impedirne punto la vera cognizione. E per troncar ſubito il Capo a queſto ſpaventoſo fantaſma, che cotanta impreſſione ti fa, ti dimando, ſe penſi, che quando i detti due Cerchj grande, e picciolo non foſſero, nello ſteſſo Piano, concentrici (*e*) facciano col loro moto lo ſteſſo effetto, che fanno, quando ſono l'uno nell'altro?

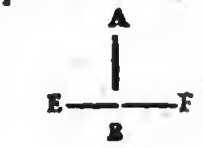
Lettore. Non te lo ſo dire, non avendolo mai provato.

Autore. Provalo dunque: gira ſopra d'un Piano il Cerchio picciolo ſeparato dal grande, che ne vedrai differentiſſimi gli effetti, e ſappi, che ſe girerai due Quadranti (*b*) ſeparati ſopra d'un Piano, delle cui Curve, (*c*) l'una ſia maggiore dell'altra la metà, ritroverai anche certamente delle due Rette (*a*) fatte dalle dette Curve (*c*) l'una maggiore dell'altra la metà. Non mi diffondo quì in altre dimoſtrazioni, poichè lo potrai colla ſteſſa ſperienza toccar con mano.

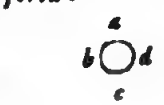
Lettore. D'onde avviene dunque, che ne vediamo diverſi gli effetti in ordine alla dimoſtrazione fattaci colla figura ora conſiderata?

Autore. La Ragione dimoſtrativa, perchè paja, che la ſteſſa Retta, (*a*) fatta da un Cerchio grande girato ſopra d'un piano ſia fatta ancora da un Cerchio picciolo concentrico (*e*) al grande, conſiſte formalmente nella Teoria del moto, di cui in queſto luogo non n' eſamineremo minutamente gli effetti, ma diremo per compendioſa intelligenza del vero, che eſſendo coſa manifeſta che la Curva (*c*) del Cerchio maggiore abbia più punti della Curva (*c*) del Cerchio minore, e per conſeguenza non eſſendo poſſibile, che s'imprimano tanti punti in piano col girar il Cerchio picciolo, quanti ſe n' imprimono

(f) *Perpendicolarmente è il modo, con cui una linea Retta, ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall'altra parte, come nella quiſoggiunta figura la* A B *dicesi tirata Perpendicolarmente, poichè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.



(g) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d'un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la* a b c d *dicesi Periferia.*



(a) *Retta, o sia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

mono con girar il Cerchio grande, benchè paja, che amendue i Cerchj lascino addietro una Retta (*a*) della stessa grandezza, la sperienza dà chiaramente a divedere, che quando si gira un Cerchio grande sopra d'un piano, quello con moto uniforme lascia ciascuno de' suoi punti l'uno dopo l'altro impresso in Linea retta [*a*] sul detto piano, ma lo stesso non avviene col Cerchio picciolo, il quale mentre nello stesso tempo si volge col grande, non si volge con moto uniforme come il grande, ma con moto vario; perocchè alle volte gira, ed alle volte non gira, ma va solamente striscando sul piano [come ne potrai fare l'osservazione] di modo che mentre il Cerchio grande girando con moto uniforme stampa sei punti, per modo di dire, sul piano, il Cerchio picciolo non ne stampa che un solo. Replico, che la sperienza te ne darà ancor maggior lume.

(b) *Curva, o sia Linea curva intendesi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

Onde non facendo questa tua ingegnosa opposizione verun colpo, resta conchiuso ciò, che già dissi, cioè che per mezzo della Linea curva (*b*) del Quadrante (*c*) tanto bene si descriva una Retta [*a*] in piano uguale alla detta Curva [*b*], quanto bene si tira una Retta (*a*) uguale ad un' altra data per mezzo della Riga, e Compasso.

(c) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d'un Cerchio, come* ◡

Lettore. Sembrami bensì, che alquanto mi si sgombri il bujo de' miei scrupoli, ma non ne sono però ancora chiarito appieno.

Autore. E perchè?

Lettore. Perchè avendomi tu ora spiegato il moto mirabile, che i due Cerchj concentrici [*d*] fanno sulle Linee rette [*a*], ed esposto, come il Cerchio grande giri con moto uniforme, e che il picciolo alle volte vada striscando, m' è venuto in mente, se forse, quando un Quadrante [*c*] solo si fa girare sul piano, non possa anch' esso sdrucciolare in modo, che non sempre con moto uniforme ciascun punto della Curva [*b*] resti stampato l' uno dopo l' altro sulla Retta [*a*] del piano.

Autore. Quando si gira dietro alla riga sopra d'un piano un solo Quadrante, che non sia ad altro Cerchio concentrico [*d*], nessuna cosa gl'impedisce, o turba l'uniformità del suo moto, sicchè essendo colla mano giustamente condotto, non potrà mai sdrucciola-

ciolare. Ed in caſo, che tu per inavvertenza non l'adopraſſi, come ſi dee, egli ſdruceiolerà bensì, ma nello ſteſſo iſtante ne ſentirai nella mano lo sbaglio, e potrai correggerlo con replicarne l'operazione.

(d) *Cerchio concentrico è quello, che ha lo ſteſſo punto di mezzo con uno, o più altri Cerchj, come*

Anche col Compaſſo, quando non l'adoprerai, come ſi dee, poſſono avvenire degli sbagli; perocchè ſe per avventura nel deſcriver qualche Cerchio (come ſovente avviene) tu troppo lo ſtringeſſi, formerà egli un Cerchio più riſtretto di quello, che tu ti ſarai propoſto. Anzi con queſta occaſione dirò ancora d'avvantaggio, cioè che parmi il Quadrante [*c*] ſtrumento più eſatto nel deſcrivere una Retta [*a*], di quello ch'è il Compaſſo nel deſcrivere una Curva (*b*).

(e) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

Lettore. Queſto ſarebbe aſſai.

Autore. Ecco, che te lo ſpiego: Deſcrivendo col Quadrante [*c*] la detta Retta [*a*], tanti punti della Curva [*b*] reſtano ſtampati nella Retta [*a*] ſul piano, quanti ne concepiamo eſſere nella Curva [*b*], come già dicemmo; ma nel deſcrivere col Compaſſo un Cerchio, e nel girar una gamba intorno all'altra impiantata, neceſſariamente a miſura del moto la punta impiantata ſi profonderà più nel piano di quello, che fa la punta, che gira, accagione che durante l'operazione quella preme ſempre ſopra lo ſteſſo punto, e queſta girando paſſa da un punto all'altro, e perciò con queſta maggiore profondità il Cerchio non deſcriveraſſi eſattamente, poichè quando la gamba, che gira, è per ritornar al punto d'onde partì, vedraſſi quella paſſar alquanto ſotto d'eſſo verſo il Centro [*e*], il che ſovente è ſtato da molti oſſervato.

Lettore. Queſto punto lo laſcieremo per ora indeciſo, e paſſeremo ad un altro, che mi cagiona ancora qualche ſcrupolo nella mente. Dimmi, ti prego, giacchè tu concepiſci, che tutti i punti della Curva [*b*] del Quadrante [*c*] s'imprimano ſulla Retta [*a*] del Piano, credi tu, che nel girar con quello tanto eſattamente corriſponda ciaſcun punto dello ſtrumento a ciaſcun punto del piano, che nel principio, o nel fine della linea, non ſi poſſa sbagliare nè meno d'un punto, ch'è coſa inſenſibiliſſima?

Autore. Prima di risponderti, domando a te, se tu credi, che quando Ippocrate quadrò (*a*) la sua Lunula per mezzo del compasso, e riga, egli con questi strumenti tirasse così esattamente i Cerchj, e le linee, che in questa materiale operazione non abbia sbagliato nè meno un punto insensibile?

Lettore. Questo io non te lo so dire; ma quantunque anche non fosse seguito, supponesi, che sia seguito accagione che tutte le figure, che i matematici descrivono per dimostrar qualche Problema, se l' immaginano fatte in carta per mezzo degli strumenti, come essi ragionevolmente le concepiscono nell' intelletto.

Autore. Così ancora avviene col Quadrante (*b*), il quale se per avventura avesse nel suo girare sbagliato in qualche insensibile puntino, noi non dobbiamo appigliarsi a tale sbaglio incerto, ma concepire nell' intelletto, che siccome tutti i punti della Curva (*c*) possano essere impressi sul piano, così sia anche in effetto successo; E se ciò non volessimo supporre per incontrastabile, potremmo dar bando dalla pratica Geometria non solo al mio Quadrante (*b*) ma ancora alla Riga, al Compasso, ed al più esatto strumento, che la mente abbia fin ora conceputo, ed in avvenire concepir possa.

Sicchè parmi senza verun dubbio di poter replicare ciò, che già dissi, cioè: *che cogli strumenti chiamati mecanici fabbricati accuratamente si possa tanto bene descriver Curve* (*c*), *e Rette* [*d*], *quanto bene ciò si fa per mezzo della Riga, e del Compasso*. Di questo mio sentimento è ancora il *P. Bettini* ne' suoi Apiarj *Tom.* 1. *Apiar.* 3. *Progimnas.* 1. *Prop.* 2. *Coroll.* 2., mentre favellando d'uno strumento inventato da Nicomede per descrivere una linea nominata *Concboide* così s'esprime: *Geometris non minus constat posse rectèductam esse Conchoidem (per dictum instrumentum) quàm constat vel lineam rectam regula, vel lineam circularem Circino esse ritè ductam, quare, cum è ductis Mechanicè Rectis Lineis, vel circularibus ope Instrumentorum probè conflatorum Geometræ circa figuras omnia demonstrativè concludant, cur etiam ducta Conchoide Nicomedis ex Instrumento ritè compacto, & usui non minus, quàm Circino accomodo,*

(a) *Quadrare diceſi quando una figura ſi riduce in tanti quadrati, cioè in figure di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali.*

(b) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un cerchio, come*

(c) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come*

(d) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un file ſeſo, come* ——

e) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella qui ſoggiunta figura la* a b c d *diceſi Periferia.*

[f] *Perpendicolarmente è il modo, con cui una linea Retta ſtande ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *diceſi tirata Perpendico-*

do,

do, non liceat affirmare demonſtrativè eſſe peractam operationem?

Il *P. Scotto* dice lo ſteſſo nel ſuo *Pantometro al lib. 8. Cap. 1. Lem. 4. Annot. 2.* dichiarandoſi: *che nella Pratica nulla di più ſi poſſa effettuare cogli ſtrumenti detti Geometrici di ciò, che ſi fa cogli ſtrumenti Organici*. E finalmente il già citato P. Bettini ſi dichiara.

Lettore. Non è d'uopo, che tu ulteriormente t' affatichi a provarmi, che *tanto bene con altri ſtrumenti ſi poſſano tirar Rette (d), e Curve (c), quanto bene ciò ſi fa colla Riga, e col Compaſſo*, perocchè può eſſere, ch' io anche te l'accordi.

II.

Ma dimmi, ſuppoſto che tu col tuo Quadrante (*b*) abbi fatto ſul piano una Retta (*d*), la quale quadruplicata ſia uguale alla Periferia (*e*) d' un propoſto Cerchio, ch'eretto ſu quella perpendicolarmente (*f*) il mezzo Diametro, (*g*) e tirata l' Ipotenuſa (*h*) tu deſcrivi un Triangolo Rettangolo (*i*), la cui Area (*k*) ſia uguale a quella del propoſto cerchio, e che poſcia cangiato il mentovato Triangolo (*l*) in Quadrato (*m*), con queſto ſi ſia finalmente quadrato (*a*) il Cerchio, qual emolumento apportano queſti tuoi ſudori all' umana ſocietà, o ſia al ben pubblico?

Autore. Tutta l'utilità di queſta mia fatica conſiſte in poter moſtrar in qualunque miſura propoſta quanta ſia l'Area (*k*) d' un Cerchio, ch'è lo ſteſſo che già diſſi, cioè *di moſtrarne tanto bene la Quadratura, quanto bene ſi moſtra qualunque operazione nella pratica Geometria*. Poichè ſe nella pratica Geometria ſaranmmi propoſto o un Triangolo (*l*), o un Quadrato (*m*) per ſaperne l'Area (*k*), ſi miſurano con qualunque miſura i lati, e dietro a tal miſurazione ſe ne cava l' Area (*k*), come già dicemmo ne' *Problemi I. e II. del Capo I. del Libro I.*

Lo ſteſſo ſi fa nel Triangolo (*l*), o nel Quadrato (*m*) deſcritto uguale al Cerchio.

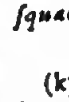
Lettore. Supponiamo, come tu dici, *che ſi ſia fatta queſta Quadratura tanto bene, quanto bene ſi moſtrano le altre operazioni nella pratica Geometria*, qual regola ge-

larmente, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.

(g) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(h) *Ipotenuſa è in un Triangolo il lato oppoſto all' angolo retto, cioè all' angolo a ſquadra, come nella qui ſoggiunta figura la a b chiamaſi Ipotenuſa.*

(i) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in ſe un angolo retto, cioè un angolo a ſquadra, come*



(k) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* ☐ ◯ *ec.*

(l) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(m) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* ☐

generale potrò da quella cavare per quadrar [*a*] tutti gli altri Cerchj ?

Autore. Il mio assunto è stato solo ciò che tu dicesti, cioè *di mostrar tanto bene la Quadratura, quanto bene si mostrano le operazioni della pratica Geometria*, e se ciò m'accordi, io non m'innoltro d'avvantaggio.

Lettore. Ciò non ostante udirei volentieri, se da questa tua Quadratura si possa cavar con utilità qualche regola generale per quadrar [*a*] tutti i Cerchj proposti.

Autore. Se così brami io ti dirò anche intorno a questa tua richiesta il mio debole sentimento, benchè non ne sia stato il mio assunto. Onde dico, che quadrato [*a*] che tu abbi un Cerchio esattamente nel modo predetto, quello ti servirà per regola, e norma a tutti gli altri.

Lettore. Io non t'intendo.

Autore. Anderò spiegandomi:

Fatta che tu abbi per mezzo del Quadrante (*b*) una Retta [*c*] sul piano, uguale alla Periferia (*d*) d'un Cerchio, e compiuto il Triangolo [*e*] uguale al Cerchio, come dicemmo, puoi divider la detta Linea retta [*c*] a beneplacito in quante parti tu vuoi, ma io la divido in parti 360. [per i motivi che a suo luogo si soggiungeranno] Ciò fatto cerca accuratamente per mezzo del Compasso, e Riga, *giusta i Problemi del Libro I.* quante delle dette parti 360 convengano al mezzo Diametro [*f*], o sia al Cateto (*g*) del Triangolo [*e*], che potrai poi per regola universale dire: *il Diametro* (*f*) *ha tante parti rispetto alla Periferia* (*d*), e tal regola potratti servire per ciascun Cerchio, che ti possa essere proposto.

Lettore. Scherzi tu, oppur parli da dovero?

Autore. Io ti parlo ingenuamente.

Lettore. Dunque mi toccherà udire questa stravaganza: che per aver la precisa relazione, o sia il preciso rapporto, che ha il Diametro [*f*] alla Periferia [*d*] generale se ne dovrà cercar il fondamento in una materiale misurazione?

Io credo, che se risorgessero quei valent'Uomini, che con dottissime specolazioni hanno cercata la ragione, che ha un Diametro (*f*) alla sua Periferia [*d*], cer-

(a) *Quadrare dicesi quando una figura si riduce in tanti quadrati, cioè in figure di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali.*

(b) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d'un cerchio, come*

(c) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(d) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d'un Cerchio, come nella quì soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(f) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la quì soggiunta a b chiamasi Diametro.*

certamente ſi ſdegnerebbero in udir coſe tanto lontane da un ingegno Matematico; il grande Archimede s'andava appreſſando a queſta ricercata verità a forza d'un travaglio intellettuale, e non di materiali miſurazioni, con moſtrar che il Diametro [*f*] è alla Periferia [*d*] quaſi come 7 al 22.

Il celebre Leibnizio eſpone pure con fatica intellettuale, aſtraendo dalle miſurazioni materiali, eſſere il Quadrato [*b*] del Diametro [*f*] d'un Cerchio all' Area [*i*] di queſto, come $I - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15}$ ec. L'ingegnoſo Newton pure ſenza miſurazione materiale dichiara eſſer il Quadrato (*b*) del detto Diametro (*f*) all' Area (*i*) della Periferia (*d*), come $I - \frac{1}{6} - \frac{1}{40} - \frac{1}{112} - \frac{5}{1152} - \frac{7}{2816}$ ec. e tutti gli altri Matematici per inſinuar in ciò coſa fondata, hanno fatto lo ſteſſo, e perciò ſe tu non hai altro a moſtrarmi circa la Regola, o ſia generale relazione, ch'ha il Diametro (*f*) alla Periferia (*d*), che la ſola materiale miſurazione, come m'inſinuaſti, ſarà meglio, che noi mettiamo in ſilenzio queſto noſtro diſcorſo, ſenza perdere ulteriormente il tempo.

Autore. Corteſe Lettore, ti prego di favorir il benigno tuo orecchio ancor' a due parole.

Lettore. Parla, che te l'accordo.

Autore. Quantunque il mio aſſunto altro non ſia ſtato, che di proporre circa la Quadratura del Cerchio (*k*) per modo di Problema (*l*), ciò che da Archimede è ſtato eſpoſto per modo di Teorema (*m*), come già udiſti. Con tutto ciò, giacchè tu non reſti pago del rapporto della Circonferenza (*n*) al Diametro [*f*], che dalla pratica miſurazione ricavaſi, richiedendola piuttoſto in Teoria per regola fondata. Sembrami di poter dire, che queſta regola o ugualmente, o forſe più fondata ſia ſulla Pratica, che ſulla Teoria, e per chiarir la mia opinione ſupponiamo, che la relazione, ch' ha il 7 al 22 ſia incontraſtabilmente quella, che ha il Diametro (*f*) alla

(g) *Cateto è una retta linea, che da qualche cima vien prodotta alla baſe in cui cade perpendicolarmente.*

(h) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati ugnali*, come □

[i] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee*, come △ □ ec.

(k) *Quadratura del Cerchio è lo ſpazio d' un Cerchio trasformato in quello d' un quadrato, cioè d'una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali.*

(l) *Problema chiamaſi quella propoſizione, nella quale ſi dee Geometricamente fare alcuna coſa.*

(m) *Teorema è una propoſizione, per mezzo della quale ſi prova, che una coſa ſia, o non poſſa eſſere, come in tutti i libri d' Euclide diffuſamente ſi vede.*

(n) *Circonferenza è la linea torta d' un Cerchio.*

alla

alla Periferia [*a*], ſicchè debba ſervire in Teoria di vera Regola, per tutti i Cerchj, egli è certo, che non potrà farſi la compiuta proporzione, ſe non v'aggiungeremo anche la pratica miſurazione.

Perocchè dovendo quella conſiſtere in quattro termini, in caſo che ci ſia propoſto qualche Cerchio, di cui ſi debba inveſtigar l'Area [*b*], diremo come 7 di Diametro [*c*] al 22 di Periferia [*a*], così un miſurato Diametro (*c*), che vogliamo ſupporre di Piedi 28 alla Periferia [*a*], che ſi ricerca. Replico, che ſe non avremo i detti Piedi 28 miſurati in Pratica, noi non potremo giunger alla deſiderata proporzione.

Lettore. Queſto è certiſſimo, ma coſa ne ricavi?

Autore. Io ne ricavo, che ſul fondamento della miſurazione materiale ſi fabbrica la proporzione, che ſi ricerca.

Lettore. Ciò è vero, ma il principale fondamento n'è la regola Teorica del 7 al 22.

Autore. Anzi a me pare il contrario, e dico, ch'il fondamento proſſimo, ed immediato della richieſta proporzione è la miſurazione dei detti Piedi 28.

Lettore. Non ſaprei con qual ragione.

Autore. Dimmi, non cerchiamo noi nel noſtro caſo di quanti Piedi ſia la Periferia (*a*) d'un propoſto Cerchio?

Lettore. Certo.

Autore. E miſuratone il Diametro [*c*], non lo ſupponiamo di Piedi 28?

Lettore. Tutto ciò è vero.

Autore. Sicchè ſe diremo per la regola delle proporzioni: come 7 a 22, così 28 a ciò, che ſi cerca, ritroveremo fatta l'operazione, il quarto termine di 88, che ſono i ricercati Piedi della Periferia (*a*).

Lettore. Queſto è tutto veriſſimo.

Autore. Ora dimmi d'onde ti pare, che la determinazione dei 88 Piedi di Periferia (*a*) immediatamente proceda dal fondamento Teorico del 7 al 22, oppure dal fondamento Pratico del miſurato Diametro [*c*] di Piedi 28?

Lettore. Dal fondamento Teorico del 7 al 22, come prima Baſe (*d*).

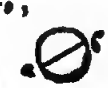
Autore. Ed io dico dal fondamento Pratico della miſurazione dei Piedi 28.

Let-

(a) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d'un Cerchio, come nella qui ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* *ec.*

(c) *Diametro è una linea la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin'al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro,*



Lettore. Perchè ?

Autore. Perchè il fondamento del 7. al 22. non ha in ſe veruna determinazione della ſpecificata miſura di Piedi, eſſendo indifferente, ed indeterminato a qualunque altra miſura .

Lettore. Non t' intendo appieno.

Autore. Voglio dire, che il fondamento del 7 al 22, di cui ora ci ſerviamo per ritrovar nella Periferia [*a*] la proporzione de' Piedi, è indifferente a tutte le miſure del Mondo, potendo ſervire alla proporzione di *Piedi*, d'*Oncie*, di *Pertiche*, e di tutto ciò, che ſi vuole : ſicchè eſſendo il detto fondamento così indifferente, ed indeterminato, io non lo poſſo chiamare fondamento proſſimo, ed immediato alla ricercata proporzione de' Piedi, ma in un certo modo lontano ; all' incontro il fondamento della miſurazione di Piedi 28. non è indifferente, o indeterminato a veruna altra miſura, ma preciſamente determinato alla ſola miſura dei detti Piedi, e per conſeguenza egli è il fondamento proſſimo, ed immediato, da cui preciſamente procede la determinata proporzione dei Piedi 88., che nel noſtro caſo ricercavamo nella Periferia (*a*). Onde replico eſſere la materiale miſurazione il fondamento proſſimo, che ci dà la determinazione dei Piedi 88. , che cercavamo, ed il rapporto del 7. al 22. eſſer fondamento più remoto.

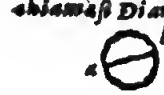
Lettore. Già intendo la forza, che tu vai facendo ſulla miſurazione materiale, dalla quale non ſi può negare, che non proceda la ſpecificata miſura , che nella proporzione di quattro termini ſi ricerca ; ma quantunque la detta ſpecificata miſura del quarto termine, che nell' accennata proporzione ricercaſi , proceda dal terzo termine della miſurazione materiale, queſta non è però ancora ragione convincente, per la quale ſi debba prendere il rapporto generale del Diametro (*c*) alla Periferia (*a*) da una materiale miſurazione.

Autore. Perchè ?

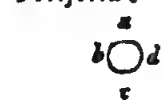
Lettore. Perchè il detto rapporto generale preſo da una materiale miſurazione tanto poco determinerebbe la ſpecificata miſura del quarto termine, che nella detta proporzione ſi ricerca , quanto poco lo determina il rapporto generale del 7. al 22.

(d) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati a lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(a) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come da qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*



(b) *Periferia è quella linea sorta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella quì soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*



Autore. Ti priego di meglio spiegarti.

Lettore. Dimmi: hai tu fatta la prova colla misurazione materiale per sapere il rapporto, ch' ha il Diametro (*a*) alla Periferia (*b*)?

Autore. La ho fatta certamente.

Lettore. Fammi il piacere di manifestarmela.

Autore. Io ritrovo essere il Diametro (*a*) alla Periferia (*b*) come 114. $\frac{3}{5}$ a 360., che è lo stesso, che dire: come 573. a 1800., o per abbreviare il computo senza Rotti [*c*] come 191. a 600.

Lettore. Supponiamo, che questo tuo rapporto sia buono, io dico, che quantunque la misurazione materiale, che di qualunque proposto Diametro (*a*) si fa, sia quella, che determina la specificata misura d' un quarto termine, che nella mentovata proporzione si ricerca, come tu dicesti, il detto rapporto però non sarebbe quello, che specificherebbe il nominato quarto termine; come se in vece del generale rapporto del 7. al 22. già mentovato, noi volessimo prendere il tuo di 191. a 600., e fare la già accennata proporzione ne' seguenti termini: come 191. a 600. così il Diametro [*a*] di Piedi 28. misurato alla Periferia (*b*) ritrovata di Piedi ec.

Tanto poco i due primi termini di 191, e 600 determinano il quarto nella specificata misura di Piedi ec. quanto poco lo determinano i due primi di 7., e 22. perocchè tanto gli uni, quanto gli altri rimangono indifferenti a qualunque specificata misura.

Autore. Questo è verissimo, ma giacchè la misurazione materiale, da cui deriva il rapporto di 191. a 600. produce nella proporzione, che di quattro termini si fa, non solo un' effetto comune a quello, che produce l' intelletto, da cui proviene il rapporto di 7. a 22. (supposto che sia esatto) ma ancora un effetto tutto proprio, che dall' intelletto non producesi, sembrami, che la detta misurazione materiale meriti un singolare riflesso.

Lettore. Questo tuo favellare è molto speculativo; spiegati ti priego.

Autore. Voglio dire, che l' effetto, che la misurazione materiale produce per mezzo del rapporto di 191. a 600.

a 600. è bensì comune all'effetto, che l'intelletto produce per mezzo del rapporto di 7. a 22. (ſuppoſto che ſia eſatto) poichè tanto l'uno, quanto l'altro ſerve di fondamento ai quattro termini dell'accennata proporzione. Ma oltre a ciò la miſurazione materiale produce un'altro effetto proprio, il quale ſi è, ch'il terzo termine, cioè un propoſto Diametro (*a*) miſurato determina la ſpecificata miſura del quarto termine, che nella detta proporzione ricercaſi, come nella più volte mentovata proporzione il terzo termine di Piedi 28., cioè il propoſto Diametro (*a*) miſurato determina la ſpecificata miſura di Piedi nel quarto termine di 88., come ſi è ſuppoſto, il che non fa l'intelletto. E per tale prerogativa, e virtù ſingolare ſembrami di poter replicare, che ſulla Pratica, cioè ſulla miſurazione materiale poſſa eſſere fondata la regola del generale rapporto del Diametro [*a*] alla Periferia [*b*].

(c) *Rotto, o ſia Numero rotto è un'unità diviſa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un'unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un'unità diviſa in quattro ec.*

[d] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

Lettore. Tu non dici male, ma le operazioni intellettuali ſono però più nobili delle Mecaniche.

Autore. Nemeno tu dici male, ma dimmi, per qual cagione va inveſtigando l'intelletto il rapporto, ch'ha il Diametro (*a*) alla Periferia (*b*), ovvero la Periferia (*b*) al Diametro (*a*)?

Lettore. Affinchè il Mondo abbia una regola fiſſa per poter nella Pratica ſervirſi dell'uno, e dell'altra, e per ritrovare la giuſta Area (*d*) dei Gerchj propoſti.

Autore. Ma è egli poſſibile di ritrovare la giuſta Area (*d*) di qualche Cerchio propoſto in Pratica ſenza la miſurazione materiale?

Lettore. Ciò non è poſſibile, poichè conviene fare (come già ſi è detto) la proporzione, che conſiſte in quattro termini, dicendo v. g. come 7. al 22. così un miſurato Diametro [*a*] di 28 Piedi alla Periferia [*b*] di Piedi 88: ove vedeſi, che per avere il terzo termine di Piedi 28 biſogna miſurare.

Autore. Sicchè ſe biſogna miſurare non poſſiamo ſtare ſulla ſola nobiltà intellettuale.

Lettore. Il tutto va bene, ed una miſurazione materiale ne' quattro termini della mentovata proporzione è indiſpenſabile, ma tu ne fai tante.

Autore. Quante ne faccio io?

Lettore. Tu ne fai due prima di compiere la detta proporzione; cioè una al principio per indagare a tuo modo il generale rapporto, che ha la Periferia (*a*) al Diametro (*b*), come diceſti, e l'altra quando dietro al detto rapporto ſi miſura il Diametro (*b*) di qualunque propoſto Cerchio per farne la proporzione.

Autore. E ti rende faſtidio n'averne fatte due?

Lettore. Certamente, perocchè più che colla mano s'opra, più ſi può intoppar negli errori.

Autore. Ma io ti dimando, ſe ſia poſſibile, che io poſſa fare una miſurazione materiale ſenza errori?

Lettore. Queſto non è impoſſibile.

Autore. Dunque nè meno ſarà impoſſibile, che ne poſſa fare due: E poi dimmi ancora, ſe nella pratica Trigonometria (*c*), la quale è per così dire la *Pietra di Paragone* delle Geometriche, ed Aſtronomiche verità, io ſcioglierò due Problemi, in uno de' quali (come ſovente avviene) io debba fare due, o tre miſurazioni materiali ne' lati, ed angoli, e nell'altro ne faccia una ſola, diraſſi forſe, che lo ſcioglimento del ſecondo Problema abbia il ſuo giuſto fondamento, e che il primo non l'abbia?

Lettore. Certo è, che tanto l'uno, quanto l'altro paſſano per buoni.

Autore. E perchè dunque non paſſeranno per buone anche le due Quadrature, o ſieno proporzioni nella Geometria pratica l'una fatta con una miſurazione, e l'altra con due?

Mi ſpiegherò ancora più chiaro. Suppoſto (come più volte ſi è detto) ch'avuto l'incontraſtabile rapporto del Diametro (*b*) alla Periferia (*a*), io dietro a quello voglia ſapere l'Area (*d*) di due Cerchj propoſti, e che il Diametro [*b*] dell'uno da me miſurato ſia di Piedi dieci, ed il Diametro (*b*) dell'altro di Piedi trenta. Dimando, ſe dietro alle due miſurazioni dei due Diametri (*b*) di Piedi dieci, e di Piedi trenta io determinerò l'Area (*d*) d'amendue i Cerchj, qual operazione ſarà più perfetta? quella, ove ho miſurato il Diametro [*b*] di Piedi dieci, o quella, ove ho miſurato il Diametro [*b*] di Piedi trenta?

Lettore. Io reputo e l'una, e l'altra operazione ugualmente buona.

Auto-

(a) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d'un Cerchio, come nella qui ſoggiunta figura la a b c d dicoſi Periferia.*

(c) *Diametro è una linea la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin'al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(c) *Trigonometria è quella ſcienza ch' inſegna a conoſcere per mezzo di compaſo o gli angoli, o i lati d'un propoſto triangolo, o ſia d'una figura di tre lati.*

(d) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(e) *Piramide è un corpo, la cui baſe, o ſia fondo è una figura di linee rette, il qual corpo viene racchiuſo da tanti triangoli, cioè da tante figure di tre lati quanto linee ha il detto fondo, i quali triangoli convengono in un punto, come*

Autore. E pure la misurazione del Diametro (*b*) di Piedi trenta, rispetto alla misurazione del Diametro (*b*) di Piedi dieci è lo stesso che tre misurazioni.

Lettore. Perchè?

Autore. Perchè io tanto opero materialmente nel fare una misurazione continua di trenta Piedi, quanto io opero materialmente nel fare tre distinte misurazioni ciascuna di Piedi dieci. Onde siccome dieci si contiene tre volte nel trenta, così la misurazione di trenta Piedi farà tanto, come tre misurazioni, ciascuna di dieci Piedi; e se tu reputi le due operazioni ugualmente buone, benchè l'una si possa dire triplicata rispetto all'altra, ne segue, che il più, o il meno delle misurazioni materiali non ci debba fare veruna specie.

Dunque, giacchè la detta proporzione in Pratica senza misurazioni materiali non si può fare, cosa importa, ch'io ne faccia una, o che ne faccia due?

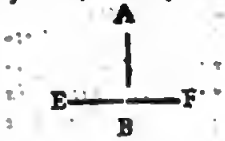
E giacchè ne' quattro termini della mentovata proporzione vi dee necessariamente entrare (come si è detto) la misurazione materiale, cosa importa, che la detta misurazione entri al principio, o alla fine, cioè ne' primi, o negli ultimi termini della detta proporzione? Odi ti prego, in proposito di questa materia il sentimento del *P. Clavio*: Questo volendo indagar l'altezza d'una Piramide (*e*), o d'un Cono (*f*) *nella sua Geom. Prat. Lib.* 5. *Cap.* 2. *num.* 2. dice, *che bisogna misurarne materialmente la Perpendicolare* (*g*) [ch'è la stessa altezza] *e benchè*, soggiunge egli, *la detta altezza Geometricamente indagar si possa, ciò non ostante procedendo l'invenzione Geometrica unicamente dalla misura fatta collo strumento, egli è meglio subito al principio misurar la più volte nominata altezza per mezzo degli strumenti, che cercarla Geometricamente.* Questo è il sostanziale, ed incontrastabile sentimento del mentovato *P. Clavio*.

E però non crederei mai, che fosse peccato Geometrico il dire, che la Regola del rapporto, ch' ha il Diametro (*b*) alla Periferia (*a*) possa essere fondata sulla pratica, o sia sulla misurazione materiale, giacchè appunto senza la misurazione materiale non si può far la quadratura d' un Cerchio (*b*) proposto.

E questo è il mio debole sentimento intorno al detto rap-

(f) *Cono è un corpo rotondo, il quale ha per fondo, o sia Base un Cerchio, dalla circonferenza del quale le linee rette tirate concorrono nel punto della cima, come*

(g) *Linea Perpendicolare è una retta, la quale stando sopra d' un' altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*



(h) *Quadratura del Cerchio è lo spazio d' un Cerchio trasformato in quello d' un quadrato, cioè d' una figura di quattro angoli a squadra, e di 4 lati uguali.*

rapporto, che tu hai da me richieſto nella materiale miſurazione per quadrare [a] tutti i Cerchj, il quale qualunque egli ſi ſia, lo ſottopongo al tuo purgato giudizio per averne maggior lume. Ma ritorniamo al noſtro propoſito.

La ſoſtanza, e l'unico ſcopo di queſta mia opera è di ridurre le coſe Geometriche alla Pratica, giacchè appunto per la Pratica ſudano gl' ingegni Teorici del Mondo. E perciò

Io diſſi al numero 57. pag. 191. del precedente Avvertimento, che giacchè io mi ſono affaticato di capacitare i Principianti della Pratica Geometria con modi volgari, e rozzi, ſenza entrare nei metodi aſtruſi, voleva pure tentare, ſe con tali mezzi mi riuſciſſe di giugnere alla decantata Quadratura del Cerchio (*b*), eſprimendomi, *che mi pareva di poter dire, che tanto bene ſi poſſa organicamente* (*c*), *o per mezzo di ſtrumenti giugnere alla detta Quadratura del Cerchio* (*b*), *quanto bene ſi giugne organicamente* (*c*) *alle operazioni della Pratica Geometria.*

Ed ora ripigliando il mio aſſunto, ſembrami, che ſiccome per mezzo degli ſtrumenti, od organi ſi fanno le Figure della Pratica Geometria, e per mezzo della miſurazione materiale ſe ne rilevano le Aree (*d*); Così pure per mezzo degli ſtrumenti, ed organi ſi faccia la Figura d'un Triangolo Rettangolo (*e*), la cui Baſe [*f*] ſia la Periferia [*g*], ed il Catteto (*b*) il mezzo Diametro (*i*) d'un Cerchio, il qual Triangolo Rettangolo [*e*] (uguale al Cerchio giuſta Archimede) per mezzo dei detti ſtrumenti ſi trasformi in un Quadrato (*k*) e per mezzo della miſurazione materiale ſe ne rilevi l'Area (*d*). E perciò ſi potrà replicare,

> Che tanto bene ſi poſſa organicamente (*c*), o per mezzo degli ſtrumenti giugnere alla Quadratura del Cerchio (*b*), quanto bene ſi giugne organicamente (*c*) alle operazioni della Pratica Geometria.

*

E frattanto ſino che tu mi comunichi qualche miglior lume intorno alle operazioni della Geometria Pratica, proſeguirerò il mio cammino ſul fondamento della Quadratura, e vedrò nel

PRO-

(a) *Quadrare dicesi quando una figura ſi riduce in tanti quadrati; cioè in figure di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali.*

(b) *Quadratura del Cerchio è lo ſpazio d' un Cerchio trasformato in quello d' un quadrato, cioè d'una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali.*

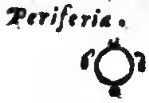
(c) *Organicamente intendeſi ciò, che ſi fa per mezzo di ſtrumenti, che non ſiano nè riga, nè compaſſo.*

(d) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee; come* △ *ec.*

(e) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in ſe un angolo retto, cioè un angolo a ſquadra, come* ▽

(f) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(g) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella qui ſoggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*



PROBLEMA III.

Come organicamente (c) ſi ritrovi la Quadratura di qualunque Cerchio (b) propoſto.

Sia in

I. Ipoteſi. (l)

1. Il Cerchio *O S T V* nella *Figura XCIV. fol.* 11.
2. Di cui ſe ne ricerca la Quadratura.

Dico per

II. Regola.

I. Che miſurato il Diametro (i) del propoſto Cerchio.

II. Ritrovarne (per la Regola delle Proporzioni (m)) la corriſpondente Periferia (g) ſul precedente fondamento del Probl. II.

III. E multiplicando (n) il mezzo Diametro (i) per la mezza Periferia (g) ſi produce l'Area (d) d'un Rettangolo (o), il quale ridotto in un Quadrato (k) dimoſtra la ricercata Quadratura.

Queſta Regola ſi fa chiara colla ſeguente

III. Pratica.

I. 1. Del propoſto Cerchio *O S T V* ritrovisi il Centro [p] *m*, *giuſta la Pratica del Probl. I. di queſto Capo al num. 4. ec.*

2. Che facilmente ritroverassi poi il mezzo Diametro [i] *S m*, e per conſeguenza anche tutto il Diametro [i] *S V*,

3. Il quale miſurato ſia di Pertiche 382, o di qualunque altre parti,

II. 4.

(b) *Cerchio è una retta linea, che da qualche linea vien prodotta alla baſe in cui cade perpendicolarmente.*

(i) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(k) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(l) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(m) *Regola delle proporzioni è quel modo con cui un numero ha conneſſione con l'altro.*

(n) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(o) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* □

(p) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(a) *Organico ciò, che si fa per mezzo de' strumenti, che non sono nè riga, nè compasso.*

(g) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(c) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*

(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(e) *Dividere, o Partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel 6 si contiene tre volte.*

(f) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore*

II. 4. E supponendo, giusta il nostro fondamento organico [*a*], che il detto Diametro (*b*) abbia rapporto alla sua Periferia [*c*], come 191 a 600,

5. Se diremo per la Regola delle Proporzioni, *giusta il Probl. V. Cap. III. della Parte Terza.*

6. Come 191 Diametro [*b*] dell' accennato fondamento a 600 sua Periferia [*c*]

7. Così 382 Diametro [*b*] proposto alla ricercata Periferia (*c*) del mentovato Cerchio *O S T V*,

8. E se multiplicheremo [*d*] gli ultimi due numeri insieme, cioè 600, e 382,

9. Produrremo il numero di 229200,

10. Il qual numero diviso [*e*] per 191,

11. Dà il Quoziente (*f*) di 1200, che sono le Pertiche della ricercata Periferia [*c*] del proposto Cerchio *O S T V*.

III. 12. Ora multiplicando [*d*] il mezzo Diametro (*b*) *S m*, cioè Pertiche 191

13. Per la mezza Periferia [*c*], cioè Pertiche 600,

14. Si producano Pertiche 114600,

15. Che sono l'Area [*g*] del Cerchio *O S T V*, ovvero d'un Rettangolo [*b*] a quello uguale,

16. Il quale si può ridurre in un Quadrato [*i*] nel modo seguente:

*

17. Tirisi la linea *A B* nella *Figura XCV. foglio* 11.

18. La quale sia di parti 600, cioè di tante, di quante è il suo lato maggiore del mentovato Rettangolo (*b*),

19. Che sarà la linea della mezza Periferia (*c*).

20. Tirisi direttamente dietro la *A B*,

21. Anche la *B C* di parti 191,

22. Cioè di tante, di quante è il lato minore del Rettangolo (*b*),

23. Che sarà la linea del mezzo Diametro [*b*],

24. E sieno queste due linee talmente per diritto unite insieme,

25. Che pajano una sola Retta (*k*) *A C*,

26. Poscia con qualunque apertura di Compasso piantato il piede in *A* si descrivono i due archi *e f*, o *g*,

27. Tanto sopra, quanto sotto la detta linea *A C*

28. Si

28. Si pianta pure un Piede del detto Compaſſo in *C*,
29. E deſcrivonſi gli altri due Archi *mn*, e *pq* nel modo predetto,
30. Oſſervate poi le interſecazioni dei detti Archi in *y*, ed in *z*,
31. Tiraſi la *yz*, la quale ſegherà la *AC* per mezzo in *R*,
32. Ciò fatto, piantato un piede del Compaſſo nella metà della *AC* in *R*,
33. Deſcriveſi il mezzo Cerchio *AyC*.
34. Applicata poſcia al punto *B* ſulla *BC* (ove le due linee *AB*, *BC* s'uniſcono) la ſquadra *QBC*,
35. Formaſi la Perpendicolare [*l*] *QB*,
36. La quale è il lato del ricercato Quadrato [*i*] che forma la deſiderata Quadratura.
37. Il detto lato *QB* diceſi la Mezza proporzionale [*m*] fra le due *AB*, *BC*.
38. Ne ſegue

§. XLIV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

I. 1. Che piantando il Compaſſo ne' termini *AC* della linea *AC*,
2. Deſcrivendo dai detti termini gli Archi tanto di ſotto, quanto di ſopra la mentovata *AC*,
3. [I quali ſi ſegano in *y*, e *z*,]
4. E con tirar la Retta [*k*] *yz*, ſi tagli la *AC* in due parti uguali *AR*, *RC*,
5. Ciò chiaramente riluce *dalla* 9. *e* 10. *del* Primo *d' Euclide*.

II. 6. Che poi la *QB* Perpendicolare [*l*] ſul punto *B*,
7. Ove ſi congiungono le due Rette (*k*) *AB*, *BC*,
8. Sia un lato d'un Quadrato (*i*) la cui Area [*g*] ſia uguale a quella del Rettangolo [*b*] formato dalle dette Rette [*k*] *AB*, *BC*,

9. Ciò

tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.

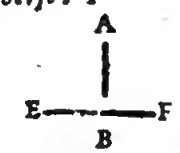
(g) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(h) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(i) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(k) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(l) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l'* F



(m) *Mezza proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto d' un Triangolo Rettangolo ſin' alla Baſe diviſa in due linee nel ſegamento, come nella quì ſoggiunta figura la* a b *è Linea Proporzionale fra le* c b, b d, *ſegate in* b *eſtendoſi dire: come la* c b *alla* a b, *così la* a b *alla* b d,

9. Ciò deducesi pure dalla verità incontrastabile *d' Euclide alla* 13, *e* 17 *del sesto*.

10. Il resto poi è noto parte dalle precedenti Ragioni dimostrative, parte dalla Regola del Tre, di cui si favellerà nella Parte Terza, in cui tratterassi della Geometria Aritmetica.

Serve per

*

Avvertimento.

1. Che per far conoscere al Principiante ciò, che sia l' accennata Quadratura del Cerchio (*a*), si è in succinto toccata la trasformazione d' un Rettangolo (*b*) in un Quadrato (*c*).

2. Riservandoci poi in luogo più opportuno di trattar della trasformazione delle Figure in generale;

*

3. Oltre a ciò avvertiamo, che nel Problema I. del presente Capo abbiamo bensì mostrato, come volgarmente si calcoli l' Area [*d*] d' un Cerchio, ma facilmente comprenderassi, non esser cotal modo interamente esatto, accagione, che per mezzo d'un Compasso, quantunque picciolo, non può la Periferia (*e*) d' un Cerchio ridursi in Linea retta (*f*), come dicemmo.

4. E perciò meglio sarà il computar l' Aree [*d*] de' Cerchj, giusta il fondamento dell' organica Quadratura [*g*], di cui favellammo. In ordine alla quale vedesi nel

(a) *Quadratura del Cerchio è lo spazio d' un Cerchio trasformato in quello d' un quadrato, cioè d'una figura di quattro angoli a squadra, e di 4. lati uguali.*

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(c) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(d) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* △ ▱ *ec.*

(e) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d detta Periferia.*

(f) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(g) *Organica quadratura è lo spazio d' un Cerchio trasformato in quello d' un quadrato, cioè d' una figura di 4. angoli a squadra, e di 4. lati uguali, per mezzo de' stru-*

PROBLEMA IV.

Come ſi poſſa miſurar l'Area (d) d' un Cerchio, quando nè il Diametro (h), nè la Periferia (e) del detto ſieno noti.

Sia in

I. Ipoteſi. (i)

1. La Baſe circolare (k) d'una Torre, o d' altro Edifizio *F G H L*,
2. Rappreſentataci dalla *Figura XCVI. fol.* 11.
3. Di cui non ſi poſſa miſurar il Diametro [*b*],
4. E per conſeguenza nemmeno la Periferia [*e*],
5. Ma ſi poſſa ſolo aver l'adito in una porzione della detta Torre,
6. Cioè nella *F G H M*,
7. E debbaſene inveſtigar l'Area. (*d*)

Dico per

II. Regola,

I. Che miſurata la Corda (*l*), ed il Seno verſo (*m*) del Cerchio,

II. Multiplicata (*n*) la metà della detta per ſe ſteſſa,

III. Diviſone (*o*) il prodotto (*p*) per il nominato Seno verſo (*m*)

IV. Ne proviene una parte del Diametro (*b*), la quale unita al Seno verſo (*m*), farà il Diametro (*b*) intero. Onde operando poi, come ne' precedenti Problemi, ſe ne produce l'Area (*d*) ec.

menti, che non ſiano nè riga, nè compaſſo.

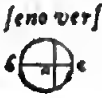
(h) *Diametro è una linea la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin'al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(i) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(k) *Baſe circolare è un piano fatto a Cerchio.*

(l) *Corda è una linea retta tirata dall'uno all'altro punto d'una linea curva come la a b qui ſuppoſta chiamaſi corda.*

(m) *Seno Verſo detto per altro ſtrecia è una parte del mezzo Diametro, o come altri vogliono del Diametro intero d'un Cerchio fra l'arco, e la Perpendicolare, o ſia linea a piombo, che cade ſul detto mezzo diametro; come la a c, ovvero la a b chiamaſi ſeno verſo.*



(n) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(o) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un' altro, come tre nel ſei ſi contiene tre volte.*

(p) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

Immaginandoci, che tanto i termini ſtravaganti, quanto la lunghezza della Regola, cagionino della difficoltà a' Principianti.

Il tutto quì ſi chiarirà colla

III. Pratica.

I. 1. Miſuriſi la Corda (*a*) *F II*,
2. La quale ſia di Piedi 48,
3. Come anche il Seno verſo [*b*] di Piedi 12,
II. 4. Si multiplichi [*c*] la metà della detta Corda [*a*] per ſe ſteſſa, cioè 24 per 24,
III. 5. Ed il Prodotto [*d*], ch' è di 576, ſi partiſca [*e*] per il mentovato Seno verſo [*b*], cioè per 12,
6. Che ne proviene il Quoziente [*f*] di 48,
7. Il quale ſarà la Linea *M L*, parte del ricercato Diametro [*g*],
8. Alla quale ſe aggiungeremo la *G M* del Seno verſo [*b*] di Piedi 12,
9. Avremo l' intero Diametro [*g*] *G L* di Piedi 60,
10. Per mezzo del quale avuta proporzionalmente la Periferia [*h*], *giuſta il precedente Problema III.*
11. Che ſarà di Piedi 188 $\frac{92}{191}$
12. E multiplicata (*c*) la metà di quella, cioè Piedi 94 $\frac{46}{191}$
13. Per la metà del Diametro [*g*], cioè di Piedi 30,
14. Si produce l'Area [*i*] della propoſta Baſe circolare [*k*] con 2827 $\frac{43}{191}$ Piedi Quadrati [*l*],
15. I quali, *giuſta i numm.* 112. *e* 113. *nella Parte Terza Capo primo Problema primo* §. 103. ſono Pertiche 78, Piedi 2, Oncie 10, Punti 2, Atomi 8, Minuti 5 $\frac{45}{191}$

Ecco-

(a) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva come la* a b *quì ſuppoſta chiamaſi corda.*

(b) *Seno Verſo detto per altro freccia è una parte del mezzo Diametro, ò come altri vogliono del Diametro intero d' un Cerchio fra l' arco, e la Perpendicolare, o ſia linea a piombo, che cade ſul detto mezzo diametro; come la* a c, *ovvero la* a b *chiamaſi ſeno verſo.*

(c) *Multiplicare o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto. Come due volte 3. fa 6.*

(d) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

[e] *Partire, o ſia dividere nell' Aritmetica dicesi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro; come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

[f] *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quan-*

Eccone

§. LXV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Baſterà, che i Principianti, ſenza ulteriore rompimento di capo, tengano per verità incontraſtabile,
2. Che nella preſente *Figura XCVI. foglio* 11. [in cui rappreſentaſi il Triangolo Rettangolo (*m*) *G F L giuſta la* 31. *del Terzo d' Euclide*)
3. Il Quadrato [*n*] fatto dalla *F M*,
4. Sia uguale al Rettangolo [*o*] fatto dalle due *G M*, *M L*, *giuſta la* 8. *del Seſto*, *lo Scolio della* 13., *e la* 17. *del medeſimo*.
5. E che dividendo [*p*] l'Area [*i*] del mentovato Quadrato [*n*] per una delle due linee, o lati del detto Rettangolo (*o*) le quali formano l'angolo Retto (*q*)
6. Ne provenga per Quoziente (*f*) l'altra, cioè, che dividendo [*p*] il detto Quadrato [*n*] *F M* per la *G M*,
7. Ne provenga la *M L*;
8. Ciò che diffuſamente ſi moſtrerà nell' *Aritmetica Geometrica della Parte Terza*.
9. Sicchè tengaſi frattanto per incontraſtabile, che

I. Miſurata la Corda (*a*), ed il Seno verſo (*b*) del Cerchio,

II. Multiplicata (*c*) la metà della detta per ſe ſteſſa,

III. Diviſone (*p*) il Prodotto (*d*) per il nominato Seno verſo (*b*)

IV. Ne proviene una parte del Diametro (*g*), la quale unita al Seno verſo (*b*), farà il Diametro (*g*) in-

te volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, *come entrando il diviſore tre*, *quattro volte nel numero dodici*, *il quattro n' è il Quoziente*.

(g) *Diametro è una linea la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin'al punto oppoſto*, *come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro*,

(h) *Periferia è quella linea torta*, *che ritorna in ſe ſteſſa*, *e comprende lo ſpazio d' un Cerchio*, *come nella quì ſoggiunta figura l a a b c d dieſi Periferia*.

(i) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchinſo fra tre o più linee*, *come* △ □ *ec.*

(k) *Baſe circolare è un piano fatto a Cerchio*.

[l] *Piede quadrato è un quadrato*, *o ſia figura di 4. angoli a ſquadra*, *e di 4. lati uguali*, *cieſcuno lungo un piede* □

(m) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati*, *la quale contiene in ſe un angolo retto*, *cioè un angolo a ſquadra*, *come* △

(n) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra*, *e di quattro lati uguali*, *come* □

(o) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra*, *e di quattro lati*, *de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali*, *come* ▭

(p) *Dividere*, *o ſia Partire nell' Aritmetica dieeſi*, *quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro*, *come due nel ſei ſi contiene tre volte*.

(q) *Angolo Retto è volgarmente un angolo a ſquadra*, *come* ∟

intero. Onde operando poi, come ne' precedenti Problemi, ſe ne produce l'Area (*a*) ec.

Il che era ec.

Dobbiamo ſoggiungere il ſeguente

*

Avvertimento.

1. *Nel Problema I. del preſente Capo* abbiamo ſuppoſto, che la miſurazione dell' Area [*a*] d' un Cerchio ſi faccia ſul terreno,
2. E nel precedente Problema ſupponiamo parimente, che l'operazione ſi ſia fatta ſul terreno ſenza la Tavoletta, potendoſi ottimamente tirar la Corda [*b*] *F H* della veduta Figura
3. Nel modo più volte accennato, ed inſegnato al *Num. XVII. pag.* 13. *dell' Introduzione*.
4. Ed il Seno verſo [*c*] *G M* per mezzo della ſquadra;
5. Ma ſe il Principiante foſſe vago forſe per ſuo maggior comodo di ſervirſi nelle predette operazioni della Tavoletta, lo potrà agevolmente fare, ed in appreſſo, qualor fia d' uopo, ne ſoggiungeremo alcuni particolari Documenti.

*

6. Abbiamo ſinora veduto, come ſi poſſa indagare l' Area [*a*] d'un Cerchio, ſenza averne avuto prima nè il Diametro (*d*), nè la Circonferenza. [*e*]

Ora vedremo nel

PRO-

(a) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(b) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva, come la* a b *qui appoſta chiamaſi Corda.*

(c) *Seno verſo detto per altro freccia è una parte del mezo Diametro, o come altri vogliono del Diametro intero d' un Cerchio fra l'Arco, e la Perpendiare, o ſia linea a piombo, che cade ſul detto mezzo Diametro, come la* a c, *ovvero la* a b *chiamaſi Seno verſo.*

(d) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta* a b *chiamaſi Diametro.*

PROBLEMA V.

Come ſi poſſa ſaper l'Area (a) d'un Cerchio, ſenza aver notizia nè del Diametro (d), nè della Periferia (f), e ſenza poterne miſurar la Corda (b), ed il Seno verſo (c).

(c) *Circonferenza è la linea torta d'un Cerchio,*

(f *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d'un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*

Sia in

I. Ipoteſi. (g)

1. La Torre circolare [*b*,] *G H S R* della *Fig. XCVII. fol.* 11.
2. Nella quale nè ſi poſſa entrare, nè ſi poſſa circondarla,
3. Ma ſia ſolo permeſſo d'andar intorno all'Arco *H G R* eſternamente.

(g) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Dico per

II. Regola.

(h) *Circolare è ciò, ch'è fatto a Cerchio.*

I. Che guardando da qualunque ſtazione tre punti a piacere del propoſto Arco del Cerchio, ſi tirano dietro al raggio viſuale tre linee ſulla Tavoletta proporzionali a quelle, che col detto raggio viſuale ſi fanno.

II. Ritrovaſi per mezzo di quelle l'Area (*a*) d'un Cerchio picciolo ſulla Tavoletta, ed a proporzione anche l'Area (*a*) del Cerchio grande propoſto.

Eccone la

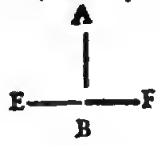
III. Pratica.

1. Accommodata la Tavoletta Orizzontalmente (*b*) al ſolito in qualunque ſtazione C,

2. Gran-

(a) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ *ec.*

(b) *Linea Perpendicolare è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l'* F



(c) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(d) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta* a b *chiamaſi Diametro.*

2. Guardinſi ſull' Arco *HGR* qnalunque tre punti *H*, *G*, *R*,
3. E tirinſi per mezzo della Riga (*giuſta i Problemi del Cap. VII. Lib.* I. *Part. I.*) dietro al raggio viſuale le tre *Cq*, *Co*, *Ci* indeterminate da qualunque punto C della Tavoletta.
4. *Ed affinchè le dette* Cq, Co, Ci *della Tavoletta ſieno proporzionali alle* CH, CG, CR *del raggio viſuale*,
5. Queſte miſurate accuratamente, *giuſta il num. XVII. pag.* 13.
6. Sia la *C H* di 12, la *C G* di 9, e la *C R* di 12. Piedi,
7. E però applichinſi 12 particelle della riga alla *C q* dal C ſin' all' *A*,
8. Nove particelle alla *C o* dal *C* ſin' al *z*,
9. E 12. particelle alla *C i* dal *C* ſin' al *B*, *giuſta il mentovato Cap. VII. Lib. I. Part. I.*
10. Ciò fatto per ritrovar l' Area [*a*] d' un Cerchio picciolo ſulla Tavoletta, ed a proporzione l' Area [*a*] del Cerchio grande propoſto.
11. Tiranſi ſulla detta le due *z B*, *z A*,
12. E diviſa per mezzo tanto l'una, quanto l' altra in *m*, ed in *f*, *giuſta la pag.* 216. *n.* 26.
13. Alzanſi mediante la ſquadra le due Perpendicolari (*b*) *m o*, *f o*,
14. Le quali ſegandoſi nel punto *o*, nello ſteſſo ſanno il Centro [*c*] del ricercato Cerchio.
15. E però piantato il Compaſſo nel detto Centro [*c*] *o*
16. Deſcriveſi coll' intervallo *o z* il Cerchio *z B M A* ſulla Tavoletta,
17. Il quale ſarà in picciolo come tutt' il Cerchio grande della Torre propoſta,
18. La cui Area [*a*] ritroveraſſi con facilità, quando miſurato il mezzo Diametro [*d*] *z o* colle particelle della Riga.
19. S' inveſtigherà proporzionalmente la Periferia (*e*) *z B M A*, *giuſta il Probl. III. di queſto Capo*,
20. E multiplicheraſſi al ſolito la metà di queſta per quello,
21. Perocchè il Prodotto [*f*] ſarà di tanti Piedi.

Ecco·

Eccone

§. XLVI.

La ſua Ragione Dimoſtrativa.

1. Che l'angolo *A z B* della Tavoletta
2. Sia uguale all'angolo *HGR* della Torre,
3. E che i due lati *z A*, *z B* ſieno proporzionali alli due *G H*, *G R*,
4. Ciò riluce dai §§. 32. e 33.
5. Onde per conſeguenza l' arco *A z B* della Tavoletta in picciolo ſarà proporzionale all'arco *H G R* in grande,
6. E tutto il Cerchio *z B M A* a tutt' il Cerchio *G H S R* della Torre.
7. E che finalmente nel ſegamento delle due Perpendicolari (*b*) *m o*, *f o*
8. Si ritrovi il Centro (*c*) del Cerchio, che paſſi per i tre punti *A z B*.
9. Ciò chiaramente viene dimoſtrato da *Euclide al Cor. della 25. del terzo.*
10. Sicchè

I. Guardando da qualunque ſtazione tre punti a piacere del propoſto Arco del Cerchio, ſi tirano dietro al raggio viſuale tre linee ſulla Tavoletta proporzionali a quelle, che col detto raggio viſuale ſi fanno.

II. Ritrovaſi per mezzo di quelle l' Area (*a*) d'un Cerchio picciolo ſulla Tavoletta, ed a proporzione anche l' Area (*a*) del Cerchio grande propoſto.

Il che era ec.

Vediamo nel

(e) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*

(f) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

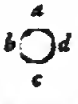
(a) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ ⬡ *ec.*

(b) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(c) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(d) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(e) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*



(f) *Regola delle proporzioni è quel modo con cui un numero ha connessione con l' altro.*

PROBLEMA VI.

Come si ritrovino le Aree (a) della metà d'un terzo, d' un quarto, quinto, sesto ec. di qualunque Cerchio, che sono Settori (b) del detto.

Sia in

I. Ipotesi (c).

1. La metà d' un Cerchio *R A y C*, ovvero la di lui terza, quarta, quinta, sesta parte ec. nella *Figura XCVIII. fol.* 11,
2. Di cui si ricerca l'Area [*a*],

Dico per

II. Regola.

I. Che misurato il mezzo Diametro (*d*) del proposto mezzo Cerchio, ovvero d' un terzo, d' un quarto ec. del detto.

II. Ritrovatane la sua corrispondente Periferia (*e*) per la Regola delle proporzioni (*f*), *giusta il Problema III. precedente*.

III. E multiplicando (*g*) il mezzo Diametro (*d*) per la metà dell' arco di ciascuna delle dette Figure, se ne produce l'Area (*a*) ec.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Misurato il mezzo Diametro [*d*] *A R*
2. (Supposto che prima si sia ritrovato il punto di mezzo in *R*, *giusta la Pratica precedente*)
3. Sia di Pertiche 10, Piedi 3, ed Oncie 6,
4. Nel caso presente, ed altri simili, quando nel misurato mezzo Diametro [*d*] entrano Interi [*b*], e Rot-

Rotti [*i*], tutti si riducono nella spezie dell' ultimo Rotto (*i*), che nella nostra Ipotesi [*e*] sono le Oncie,

5. Onde la somma dei detti 3 numeri si sarà ridotta in Oncie 762.

II. 6. *Ritrovasi poi la corrispondente Periferia* [*e*], se supposto il rapporto di 191 di Diametro [*d*] a 600 di Periferia [*e*] per la Regola delle Proporzioni [*f*] diremo:

7. Come 191 di Diametro [*d*] a 600 di Periferia [*e*],

8. Così 1524, cioè il mezzo Diametro [*d*] *A R* duplicato alla Periferia [*e*] ricercata.

9. Onde multiplicato [*g*] 600 per 1524

10. Si produce il numero di 914400,

11. Il quale diviso (*k*) per 191,

12. Dà il Quoziente (*l*) di $4787\ \frac{83}{191}$

13. Che sono le Oncie della ricercata Periferia (*e*).

III. 14. Ora dovendo nel proposto mezzo Cerchio *R A y C*

15. Multiplicar (*g*) la *A y*, ch'è il mezzo Arco (cioè la quarta parte di tutta la Periferia (*e*) del Cerchio)

16. Per la *A R* mezzo Diametro (*d*),

17. Divideſi (*k*) $4787\ \frac{83}{191}$ cioè tutta la ritrovata Periferia (*e*)

18. Per 4, che il Quoziente (*l*) di $1196\ \frac{184}{191}$ ci darà il ricercato mezzo Arco *A y*,

19. Il quale multiplicato (*g*) per 762, numero del mezzo Diametro (*d*), si produce l' Area (*a*) del mezzo Cerchio di Oncie Quadrate (*m*) $912086\ \frac{14}{191}$

20. Che sono Atomi doppj in ordine alle misure del nostro Paese, come già dicemmo alla pag. 33. *num.* 3.

21. Questi riduconsi in Pertiche, Piedi ec. *giusta il* §. 10 *num.* 14. 15. *ec.*

22. E ritrovansi di Pertiche 175, Piedi 5, Oncie 7, Punti 10, Atomi $4\ \frac{14}{191}$

23. Per ritrovar l'Area (*a* del nominato mezzo Cerchio potrebbesi anche multiplicar (*g*) il mezzo

(g) *Multiplicare, o for-multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(h) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(i) *Rotto, o sia Numero rotto è un'unità divisa in due parti, v. gr.* —— *terzi sono due parti d'un' unità divisa in tre, tre* —— *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(k) *Dividere, o Partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel 6 si contiene tre volte.*

(l) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(m) *Oncia quadrata, o oncia Superficiale Quadrata è un Quadrato, o sia una figura di 4 angoli a squadra e di 4 lati uguali, dei quali ciascuno è lungo un' Oncia, come* □

Diametro (*a*) per la mezza Periferia (*b*) di tutto il Cerchio, e prender la metà del Prodotto (*c*).

*

24. Toccante poi l'Area (*d*) d' un terzo, quarto, quinto, ſeſto, o di qualunque altra parte determinata d'un Cerchio, che chiamanſi Settori [*e*], come vedeſi nelle *Figure XCIX. e C. fol.* 11.
25. Ritrovato che ſia il mezzo Diametro (*a*) al ſolito in qualche miſura,
26. E la corriſpondente Periferia (*b*), *giuſta il num.* 7, *ec. della preſente Pratica*,
27. Per aver il mezzo Arco della propoſta Figura,
28. Raddoppiaſi il numero della data parte del Cerchio,
29. E con quello divideſi (*f*) tutta la Periferia (*b*) d'un intero Cerchio, che il Quoziente (*g*) ci moſtrerà ciò, che ſi ricerca:
30. In eſempio: Se data ſarà la Figura d' una parte di Cerchio, che ſia un terzo, come vedeſi nella *Figura XCIX.*
31. Raddoppiaſi il 3, che ſarà 6, e con 6 ſi divide (*f*) tutta la ritrovata Periferia (*b*), che il Quoziente (*g*) ſarà il mezzo arco della propoſta parte di Cerchio, cioè d'un terzo.
32. Se data ſarà la parte d'un Cerchio, che ſia un quarto, come vedeſi nella *Figura C.*
33. Raddoppiaſi il 4, che ſarà 8, e con 8 ſi divide (*f*), come ora dicemmo, tutta la ritrovata Periferia [*b*], che il Quoziente [*g*] ſarà pure il mezzo arco della parte di Cerchio, che ſia un quarto.
34. Lo ſteſſo intendeſi per ritrovar il mezzo arco d' un quinto, ſeſto ec.
35. Multiplicaſi [*b*] poi, come s'è detto, il mezzo arco ritrovato di qualunque determinata porzione di Cerchio con il ſuo mezzo Diametro [*a*], e ſe ne produce l'Area [*d*] nello ſteſſo modo, come ſi è fatto nel mezzo Cerchio.

Ecco-

(a) *Diametro è una linea la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin'al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro,*

(b) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*

(c) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(d) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(e) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza faño un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(f) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un al-*

Eccone

§. XLVII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Immaginiamoci, che da ciaſcun punto della mezza Periferia (*b*) *A y C* nella *Figura XCVIII. fol.* 11.
2. Sieno tirati tanti piccioli Triangoli (*i*) al Centro (*k*) *R*,
3. (Nello ſteſſo modo come ſi ſono tirati i Triangoli (*i*) grandi nella *Fig. LXXXVII. fol.* 10.)
4. Con queſta differenza però, che le Baſi (*l*) dei detti piccioli Triangoli (*i*) che concepiamo ſulla Curva [*m*] *A y C*,
5. Non abbiano veruna Retta (*n*) come vediamo in detta *Figura LXXXVII.*
6. Ma per modo d'idea conſiſtano in ſoli punti,
7. E che queſti Triangoli (*i*) diſponganſi in modo, che formino un Rettangolo (*o*) con le Baſi (*l*) parte rivolte in ſu, e parte rivolte in giù, come appariſce in detta Figura.
8. Allora vedraſſi, che ſolo la metà delle dette Baſi (*l*) formano la linea più lunga del Rettangolo, (*o*)
9. E che il mezzo Dianietro [*a*] come dicemmo nel §. 42. *num.* 15. ec.
10. N'è la linea più corta,
11. Lo ſteſſo ſuccederà, ſe convertiremo nel modo predetto qualunque altra parte determinata d'un Cerchio in un Rettangolo, [*o*]
12. Perocchè la ſteſſa metà delle concepute Baſi [*l*] dei Triangoli [*i*] che formano l'Arco della propoſta Figura, fanno uno dei lati più lunghi del Rettangolo, (*o*)
13. E l'altra metà l'altro.
14. Ma multiplicando (*b*) in un Rettangolo (*o*) il lato più lungo per il più corto, ſe ne produce l'Area (*d*) ec. giuſta li §§. 5. e 6.
15. Così dunque multiplicando [*b*] altresì in un mezzo ed in qualunque altra parte di Cerchio,
16. La metà dell' Arco per il mezzo Diametro, (*a*)
17. Che ſono il lato più lungo, ed il più corto d'un Rettangolo (*o*)
18. Si produrrà l'Area (*d*) in miſure ec.

Sic-

ſtro, come tre nei ſei ſi contien tre volte.

(g) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(h) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(i) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(k) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(l) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d'una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(m) *Curva, o ſia Linea curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

(n) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(o) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fraloro ugnali, come* ▭

Sicchè

I. Misurato il mezzo Diametro (*a*) del proposto mezzo Cerchio ovvero d'un Terzo, d'un Quarto ec. del detto,

II. Ritrovatane la sua corrispondente Periferia (*b*) per la Regola delle proporzioni,

III. E multiplicando (*c*) il mezzo Diametro (*a*) per la metà dell' Arco di ciascuna delle dette Figure, se ne produce l'Area (*d*) ec.

Il che era ec.

Avanziamo ad investigar nel

PROBLEMA VII.

Il modo di misurare l'Area (d) d'un Settore (e) di cui non si sappia qual parte sia d'un Cerchio.

Sia in

I. Ipotesi. (*f*)

1. Il Settore (*e*) *NBC* della *Figura CI. fol.* 11.
2. Di cui non si sappia, se sia la sesta, settima, o quale parte di Cerchio,
3. Debbasene misurar l'Area (*d*)

Dico per

II. Regola.

I. Che ritrovato prima per mezzo dell' angolo del proposto Settore (*e*) quante parti dell' intera Periferia (*b*) corrispondano all' Arco del detto,

II. E multiplicando (*c*) il mezzo Diametro (*a*) colla metà del mentovato Arco, se ne produce l'Area (*d*) in misure ec.

Ecco-

(a) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(b) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d'un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

[d] *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(e) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d'*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Supponeſi per coſa già nota, che preſſo i Matematici la Periferia (*b*) di ciaſcun Cerchio o grande, o picciolo s'intende diviſa in 360. parti uguali chiamate comunemente *Gradi*.

2. Supponeſi pure, che ſiccome un Cerchio divideſi in 4. Quadranti, (*g*)

3. Che concepiamo fatti dalli due Diametri (*a*) tirati ad angoli retti, (*b*)

4. Come vedeſi nella *Figura CIII. fol.* 11. ove i due Diametri (*a*) *AC*, *DB* facendo nel Centro (*i*) o quattro Angoli Retti (*b*) dividono tutt' il Cerchio in 4. parti uguali.

5. Cioè in *DoA*, *AoB*, *BoC*, e *CoD*,

6. Che chiamanſi Quadranti (*g*)

7. De' quali, ſe io voleſſi far in due parti uguali il Quadrante (*g*) *DoA*,

8. Converrebbe ch'io divideſſi l'angolo *o*

9. Per mezzo della Retta (*k*) *Fo*,

10. Ch' in tal modo non ſolo tutt' il detto Quadrante [*g*] ma ancora l' angolo *o*, e l' Arco *DA* ſaranno in due parti uguali diviſi, *giuſta l' Euclide alla* 33. *del ſeſto*,

11. E s' io voleſſi ingrandire l'angolo del detto Quadrante [*g*] *DoA*,

12. D'una metà di più, ciò farebbeſi per mezzo della linea *GO*,

13. La quale divide ugualmente l' angolo *AoB*, come anche l' Arco *AB*,

14. Ed allora l'angolo *DoA* Retto ſarebbe divenuto *DoG* ottuſo (*l*)

15. Dal che comprendeſi, che quanto ſi ſminuiſce l'angolo, tanto ſi ſminuiſce l' Arco a proporzione,

16. E quanto s'accreſce l'angolo, tanto s'accreſce l' Arco a proporzione, *giuſta il detto Euclide al luogo citato*,

17. E però l'uno diceſi miſura dell' altro,

*

18. Sicchè dovendo nella preſente Pratica ritrovar per mezzo dell' angolo *N* del propoſto Settore [*e*]

un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.

(f) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(g) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un cerchio, come*

[h] *Angolo Retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come* L

(i) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(k) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(l) *Angolo ottuſo è quello, che è maggior d'un angolo Retto cioè d'un angolo a ſquadra, come* \

19. Quante parti dell' intera Periferia (*a*) corrispondino all' arco *C B*,
20. Prendesi alla mano il mezzo Cerchio d' ottone *A B C N* diviso accuratamente in 180 gradi, strumento notissimo nelle operazioni Matematiche, chiamato per altro *Trasportatore* (*b*), rappresentatoci dalla *Figura CII. fol.* 11.
21. Il quale sarà sempre più accurato, quando sarà diviso anche ne' mezzi gradi, e s' è possibile, anche in minuti, de' quali 60 fanno un grado.
22. Applicato il punto *N* dello strumento al punto *N* angolo del Settore (*c*) della detta *Fig. CI.*
23. In modo che l'uno dei due mezzi Diametri (*d*) del Settore [*c*] sia adattato al mezzo Diametro (*d*) dello strumento dal *N* in *C*;
24. Osservasi qual grado del Trasportatore (*b*) tocchi la *N B*,
25. Ch'è l'altro mezzo Diametro (*d*) del detto Settore (*c*),
26. E supponiamo, che sia il grado 60mo.
27. Ora per la Regola delle Proporzioni in ordine alla Quadratura da noi supposta alla *pag.* 216. *n.* 4. diremo,
28. Se 360 gradi, ch'è tutta la Periferia (*a*), danno 600,
29. Cosa daranno 60?
30. E fatta la multiplicazione (*e*), si produce 36000,
31. Il qual numero partito per 360,
32. Dà il Quoziente (*f*) di 100, che contiene l'arco *C B* del proposto Settore (*c*).

II. 33. E però multiplicando (*g*) il mezzo arco di 50
34. Per il mezzo Diametro (*d*) *A C* di 95 e mezzo, si produce 4775.
35. Ch'è la ricercata Area (*b*) *A C* del proposto Settore (*c*) in misure Quadrate (*i*).
36. Ne segue

§. XLVIII.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Siccome nelle precedenti Dimostrazioni s'è trasformata una gran parte d'un Cerchio in un Rettangolo (*k*)

2. Con

(a) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*

(b) *Trasportatore è uno strumento comunemente d' ottone fatto in figura di mezzo Cerchio, vacuo in mezzo, e diviso in 180. parti, o sieno 180 gradi.*

(c) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(d) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(e) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come 2 volte 3 fa 6.*

(f) *Quoziente è quel numero, il*

2. Con formarvi entro tanti piccioli Triangoli (*l*),
3. Dalle Baſi (*m*) de' quali viene formata una Linea retta (*n*),
4. E dal mezzo Diametro (*d*) un' altra Retta (*n*) unita a ſquadra colla precedente,
5. Le quali inſieme colle loro oppoſte uguali fanno il detto Rettangolo (*k*) come nel §. 42. e ſuſſeguenti ſi vede,
6. Così ſervirà pure nel Settore (*c*) il mezzo Diametro (*d*) *N C* per miſura di due lati oppoſti d'un Rettangolo (*k*),
7. E la metà della *C B* ridotta in Retta (*n*) per miſura degli altri due lati oppoſti del mentovato Rettangolo (*k*).

Sicchè

I. Ritrovato prima per mezzo dell' angolo del propoſto Settore (*c*) quante parti dell'intera Periferia (*a*) corriſpondano all' arco del detto.

II. E multiplicando (*g*) il mezzo Diametro (*d*) colla metà del mentovato arco, ſe ne produce l' Area (*h*) in miſure ec.

Il che era ec.

*

1. Quelli che miſurano gli archi de' Cerchi alla volgare, vanno dietro alla curvità con un Compaſſo nel modo da noi accennato *nella Pratica del Problema I. del preſente Capo.*
2. Ma noi abbiamo già avvertito il principiante Geometra, che quello non è modo eſatto,
3. Avendolo noi propoſto a ſolo oggetto di moſtrare, come i Geometri volgari fanno ogni ſforzo per ridur ne' terreni le curvità in Linee Rette (*n*).

*

1. Nel Problema VI. abbiamo ſuppoſto, che il Settore (*c*) ſia ſtato propoſto in carta per fondamento d'altre ſimili Figure.
2. Ma ſe foſſe ſtato propoſto ſu qualche terreno, ſi dee ope-

quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.

[g] *Multiplicare o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto. Come due volte tre fa ſei.*

[h] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* ec.

[i] *Miſura Quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali come* □

[k] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭.

[l] *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

[m] *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo [cioè d' una figura di tre lati] ovvero nominati 2 lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

[n] *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

operare, *giusta l'Avvertimento del Problema IX. susseguente*.

3. Il Settore (*a*), essendo tagliato fuori d'un Cerchio, ne lascia addietro una parte, la cui Area (*b*) ritrovasi per la stessa Regola, che nel precedente Problema accennammo.

4. In esempio: se dal Cerchio *R S T* della *Figura CIV. foglio* 12.

5. Si tagliasse fuori il Settore (*a*) *R O S*,

6. Resterebbe addietro l'altra parte del Cerchio, ch'è la Figura *R O S T*,

7. La cui Area (*b*) ritrovasi nel modo seguente:

8. Investigata, giusta la Regola precedente, la Curva (*c*) *R S.* di parti 140.

9. Queste levansi da tutta la Periferia (*d*) *R S T*,

10. Che rimarranno per la maggior parte della nominata Periferia (*d*) *R T S* di parti 460.

11. La metà di queste multiplicate [*e*] con 95 $\frac{1}{2}$ parti del mezzo Diametro (*f*) *R O.*

12. Si producono 21965.

13. Che sono la ricercata Area (*b*) della nominata Figura.

14. Inoltre soggiungiamo un opportuno

*

Avvertimento I.

1. Dicemmo nella Pratica dell'antecedente Problema al num. 17., che l'arco d'un Cerchio è la misura dell'angolo fatto nel Centro (*g*) del medesimo Cerchio,

2. Dal che riluce, che anche vicendevolmente si può considerar l'angolo come misura dell'arco,

3. Poichè, siccome l'arco d'un Quadrante (*b*), ch'è la quarta parte della Periferia (*d*), è di gradi 90,

4. Così l'angolo del detto Quadrante (*b*), ch'è Retto, [*i*] è la misura di gradi 90,

5. E se il nominato Angolo retto (*i*) fosse diviso in due parti uguali, direbbesi ciascuna parte un angolo di gradi 45,

6. Siccome, se l'arco del mentovato Quadrante (*b*) fosse partito in due parti uguali, direbbesi parimente ciascuna parte di gradi 45.

7. E

[a] *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d'un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

[b] *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

[c] *Linea Curva intendesi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

[d] *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d'un Cerchio, come nella quì soggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*

[e] *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, com. due volte tre fa sei.*

7. E ſe i quattro Angoli retti [*i*] di tutti e quattro i Quadranti [*b*] d'un Cerchio uniti inſieme ſi divideſſero in 6 parti,
8. Cioè in 6 angoli più piccioli,
9. Ciaſcuno di queſti ſarebbe un angolo di gradi 60,
10. Imperocchè la Periferia (*d*) intera di gradi 360 diviſa in ſei parti, dà il Quoziente (*k*) di gradi 60,
11. Ed in tal guiſa intendeſi in altri ſimili caſi la vicendevole corriſpondenza, ch'hanno gli angoli cogli archi, e gli archi cogli angoli, riſpetto ai gradi.
12. In oltre fa di meſtiere intorno alle Aree [*b*] del Cerchio un

(f) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(g) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(h) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un cerchio, come*

(i) *Angolo Retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come* ∟

(k) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(l) *Circonferenza è la linea torta d' un Cerchio.*

(m) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali, come* □

*

Avvertimento II.

1. Dai precedenti Problemi potraſſi facilmente ſcorgere, che per ſaper l'Area [*b*] di qualunque propoſto Cerchio, baſta aver notizia o del Diametro (*f*), o della Circonferenza [*l*], cioè Periferia (*d*) del detto,
2. Poichè per mezzo di quello ritrovaſi proporzionalmente queſta, o per mezzo di queſta quello, *giuſta il Probl. III. del preſente Capo.*
3. Ed operaſi poi, come ivi.
4. Ma quando nè il Diametro [*f*], nè la Periferia [*d*], ma ſolo l' Area (*b*) d' un propoſto Cerchio foſſe nota,
5. E ſi doveſſe per mezzo di quella inveſtigar o il Diametro [*f*], o la Periferia (*d*),

Diremo per

*

Avvertimento III.

1. Che converrà multiplicare [*e*] il numero della Periferia [*d*], da noi ſuppoſta per fondamentale, *giuſta la pag. 216. num. 4.*
2. Cioè il numero 600 per ſe ſteſſo, che avremo il Quadrato [*m*] di 360000.

3. Poscia considerare il numero dell' Area [*a*] fondamentale del Cerchio, cioè il numero di 28650,
4. E dire per la Regola delle Proporzioni, giusta il fondamento dato *nella Parte Terza Libr. IV. Cap. III. Probl. VII.*
5. Se l' Area [*a*] di 28650 ci dà il Quadrato [*b*] di 360000, un lato del quale è la Periferia [*c*],
6. Cosa ci darà una proposta Area [*a*] v. g. di 77,
7. E per abbreviare il calcolo taglieremo un zero tanto del numero 28650, quanto del numero 360000,
8. Che resteranno i numeri 2865, e 36000,
9. Coi quali diremo: se l' Area [*a*] di 2865 ci dà il Quadrato [*b*] di 36000,
10. Cosa ci darà l'Area [*a*] proposta di 77,
11. Che fatta l'operazione, ritroveremo il Quoziente (*d*) di $967\frac{309}{573}$
12. Da cui cavata la Radice Quadrata [*e*], avremo il numero di 31 in circa per la ricercata Periferia [*c*].
13. Noi supponiamo, che forse il principiante Geometra, lettore delle presenti pagine non abbia veruna tintura della Radice Quadrata [*e*], e per conseguenza, che non la sappia estrarre da un numero proposto;
14. Onde giudicando, che forse gli sembri più facile l'estrarla senza l'usuale Aritmetica, lo rimettiamo *alla Parte Terza Lib. IV. Cap. III. Probl. VI.*, ove ne potrà vedere il fondamento.

*

15. Se poi per mezzo dell' Area (*a*) d'un Cerchio si dovesse investigarne il Diametro [*f*],
16. Diremo per la Regola delle Proporzioni, *giusta la detta Parte Terza Libr. IV. Cap. III. Problema VI. sulla supposta nostra Quadratura del Probl. III. di questo Capo.*
17. Se l'Area (*a*) di 28650 dà il Quadrato (*b*) di 36481 un lato del quale è il Diametro (*f*) del Cerchio.
18. Qual Quadrato [*b*] darà l'Area [*a*] proposta di 77,
19. E ritroveremo il Quadrato [*b*] di $98\frac{1337}{28650}$

20. Da

(a) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* △ □ *ec.*

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati ugnali, come* □

(c) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura, la a b c d dicesi Periferia.*

(d) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(e) *Radice Quadrata è un lato d' un numero rappresentato in figura quadrata, come del numero quattro qui espresso in figura quadrata a*

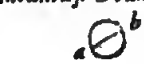
il lato a b di due parti, cioè il numero due chiamasi Radice quadrata.

20. Da cui cavata la Radice Quadrata (*e*) nel modo ſopraccennato, avremo il ricercato Diametro (*f*) quaſi di 10.

21. Noi abbiamo nel precedente Problema VII. e nei di lui Avvertimenti fatti i computi ſul fondamento della noſtra Quadratura organica come alla *pag.* 232. *n.* 27. dicemmo. Ma ſe il detto fondamento non piaceſſe al lettore, potrà egli ritrovare negli Autori quello il quale più l'aggradirà ..

Ora vediamo nel

(f) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*



PROBLEMA VIII.

Come ſi miſuri il Segmento (g) picciolo d'un Cerchio Prativo.

(g) *Segmento, o ſia porzione d' un Cerchio è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(h) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Sia in

I. Ipoteſi. (*h*)

1. In alcun Prato il ſegmento *A B C D*,
2. Il quale ſia la porzione minore d'un Cerchio,
3. Come ce lo rappreſenta la *Fig. CV. fol.* 12.
4. Di cui debbaſene miſurar l'Area, (*a*)

Dico per

II. Regola,

(i) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio ſin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

I. Che compiuto per mezzo della Tavoletta tutto il Settore (*i*) in cui il propoſto Segmento (*g*) comprendeſi;

II. Avuta la miſura del mezzo Diametro (*f*) e mezzo arco per miſurar tutto il detto Settore (*i*) *giuſta il Problema VII. precedente.*

(k) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

III. Detratto da queſto il Triangolo (*k*) congiunto al Segmento (*g*) reſta l' Area (*a*) ſola del medeſimo Segmento, (*g*)

Il tutto ſi fa chiaro colla ſeguente

III. Pra-

III. Pratica.

1. Immaginandoci, che forſe difficilmente ſi poſſa ſul terreno compiere per mezzo di bacchette, o corde il Settore (*a*) *NCBA*,
2. Di cui il propoſto Segmento (*b*) *ABCD* n'è una parte,
3. Prendeſi perciò la Tavoletta,
4. E collocatala in qualunque luogo avanti il detto Segmento (*b*), come in *G*,
5. Si guardano per mezzo dei traguardi della Riga,
6. Sull'arco del Segmento (*b*) *ABC*,
7. Tre punti a piacere, che quì ſaranno *A*, *B*, *C*,
8. (I quali ſupponiamo viſibili per mezzo di qualche ſegno al ſolito,
9. Supponendo pure a tal' effetto collocata la detta Tavoletta Orizzontalmente (*c*))
10. Con tirar ſulla ſteſſa le tre linee indeterminate *Gm*, *Gn*, *Go*,
11. E miſurate le tre *GA*, *GB*, *GC*, del Prato,
12. Sia la prima di 8, la ſeconda di 10, e la terza di 9 Pertiche,
13. Onde portinſi ſulla Tavoletta per mezzo della Riga particelle 8 ſulla *Gm*, *giuſta i Probl. I. e II. Lib. I. Cap. VII. di queſta parte*.
14. Dal *G* in *r*,
15. Particelle 10. ſulla *Gn*,
16. Dal *G* in *s*,
17. E particelle 9 ſulla *Gn*,
18. Dal *G* in *t*.
19. Che le *Gr*, *Gs*, *Gt* della Tavoletta ſaranno proporzionali alle *GA*, *GB*, *GC*, del Prato,
20. Poi congiunte le due *Gr*, *Gt* colla *rs*, e le due *Gt*, *Gs* colla *ts*,
21. Alzaſi le due Perpendicolari (*d*) *uq*, *xz*,
22. Sul mezzo delle dette *rs*, *ts giuſta la Pratica del precedente Probl. V.*
23. Le quali ſegandoſi nel punto *b*,
24. Fanno ivi il Centro (*e*) per il ricercato Settore (*a*)
25. Sicchè piantato un piede del Compaſſo in *b*,
26. Deſcriveſi coll' intervallo *br*
27. L'Arco *r s t* proporzionale all'Arco *A B C* del Prato,

28. Ora

(a) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(b) *Segmento, o ſia porzione d'un Cerchio è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(c) *Orizzontalmente a modo di livello.*

(d) *Linea Perpendicolare è una retta, la quale ſtando ſopra d' un'altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſeggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F*

28. Ora applicate le particelle della Riga al mezzo Diametro (*f*) *b r*
29. Sieno 6.
30. E misurato il mezzo arco *r s t*, *giusta il Probl. VII. precedente*,
31. Sia di particelle, o Pertiche 12,
32. Onde multiplicato (*g*) 6 per 12, *giusta il detto Problema*,
33. Si producono 72 Pertiche per l'Area [*b*] del delineato Settore [*a*] *b r s t*, *giusta il detto Problema VII.*
34. Misurata poi che sia l'Area (*b*) del Triangolo (*i*) *b r t*, *giusta le Pratiche del Probl.* 1. *e* 2. *Cap.* 3. *Libro* 1. *di questa Parte*.
35. Che supponiamo di Pertiche 30,
36. Queste levate dalle Pertiche 72 di tutto il Settore (*a*),
37. Restano per l'Area [*b*] del proposto Segmento (*b*) Pertiche 40.

Ne segue

(e) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(f) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(g) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

§. XLIX.

La sua Ragione dimostrativa.

(h) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* □ ▷ *ec.*

(i) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

1. La quale non sembrerà difficile ai Principianti,
2. Qualor rifletteranno sul fondamento del §. 46.
3. Che siccome le *G r*, *G s*, *G t* della Tavoletta
4. Sono proporzionali alle *G A*, *G B*, *G C* del prato,
5. E l'angolo G alle une, ed alle altre comune,
6. Così anche l'arco *r s t* della Tavoletta
7. Sarà proporzionale all' arco *A B C* del prato, *in ordine al detto* §. 46.
8. E per conseguenza tutto il Settore (*a*) *b r s t* della Tavoletta
9. Sarà proporzionale a tutt' il Settore (*a*) *N A B C*
10. Conceputo nel prato,
11. Da cui levando l'Area (*b*) del Triangolo (*i*) *N A C* del prato proporzionale all'Area (*b*) del Triangolo (*i*) *b r t* della Tavoletta,
12. Rimane evidentemente l'Area (*b*) del Segmento (*b*) *A B C D* del prato proporzionale all'Area (*b*) del Segmento (*b*) *r s t e* della Tavoletta.

Dunque

I. Com-

I. Compiuto per mezzo della Tavoletta tutto il Settore (*a*), cui il propoſto Segmento (*b*) comprendeſi,

II. Avuta la miſura del mezzo Diametro (*c*), e mezzo Arco per miſurar tutto il detto Settore (*a*), *giuſta il Problema VII. precedente*.

III. Detratto da queſto il Triangolo (*d*) congiunto al Segmento (*b*), reſta l' Area (*e*) ſola del medeſimo Segmento (*b*) ec.

(a) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(b) *Segmento, o ſia porzione d' un Cerchio è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

Il che era ec.

Da ciò che ſi è detto facilmente comprenderaſſi nel ſeguente

PROBLEMA IX.

Come ſi miſuri l'Area (e) d' un Segmento [b] grande d' un Cerchio.

Sia in

I. Ipoteſi. (*f*)

1. In alcun prato il Segmento (*b*) *A B C*,
2. Come ce lo rappreſenta la *Figura CVI. fol.* 12,
3. Il quale ſia la porzione maggiore d'un Cerchio,
4. Di cui debbaſene miſurar l'Area [*e*],

Dico per

II. Regola.

I. Che miſurato il Triangolo (*d*), ch' entro il Segmento (*b*) dai due mezzi Diametri, (*c*), e dalla Corda (*g*) è compreſo,

II. Miſurato il reſtante del Segmento (*b*), *giuſta il Problema precedente*,

III. E raccolte inſieme le Aree (*e*) d'amendue, ne riſulta l'Area (*e*) di tutto il Segmento (*b*) grande del Cerchio.

(c) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(d) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

(e) *Area ſi preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* Δ ▭ *ec.*

Ciò

Ciò ſi chiariſce colla

(f) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

III. Pratica.

I. 1. Nel preſente caſo c'immaginiamo di non aver la Tavoletta alla mano.

2. E però miſurato il Triangolo [*d*] *A D B*, *giuſta i Problemi* 1. *e* 2. *Cap.* 3. *Lib.* 1. *di queſta Parte*.

3. Il quale comprendeſi dalla Corda [*g*] *A B*,

4. E dai due Diametri (*c*) *D A*, *D B*,

5. Supponiamolo eſſere di 24 Pertiche, e Piedi due.

(g) *Corda è una linea retta tirata dall'uno all'altro punto d'una linea curva come la a b qui appoſta chiamaſi corda.*

II. 6. Miſurato poſcia il reſtante del Segmento (*b*), *giuſta la pag.* 237. *num.* 4.

7. Ch'è il Settore (*a*) *A D B C*,

8. Sia di Pertiche 72,

9. Ora raccolte inſieme queſte due Aree [*e*], cioè di Pertiche - - - - 24 : 2

10. E di Pertiche - - - 72 : —

11. Ne riſulta la ſomma di - - 96 : 2

12. Cioè di Pertiche 96, e Piedi 2,

13. Ch'è la ricercata Area (*e*) del propoſto Segmento (*b*) grande.

Toccante

§. L.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Queſta non ha d'uopo di molta eſtenſione,

2. Perocchè ne' §§. 12, 13, e 48 ſi è dimoſtrato il fondamento tanto per l'Area [*e*] del Triangolo [*d*] *A D B*,

3. Quanto per l'Area (*e*) del Settore (*a*) *A D B C*,

4. Le quali congiunte inſieme coſtituiſcono evidentemente tutta l'Area [*e*] del propoſto Segmento [*b*] ec.

Sicchè

I. Miſurato il Triangolo (*d*), ch' entro il Segmento (*b*) dai due mezzi Diametri (*c*), e dalla Corda (*g*) è compreſo.

II. Misurato il restante del Segmento (a), *giusta il Problema*.

III. E raccolte insieme le Aree (b) d' amendue, ne risulta l'Area (b) di tutto il Segmento (a) grande del Cerchio.

Il che era ec.

Per chiarir meglio la precedente Pratica, soggiungiamo un

*

Avvertimento.

1. Al num. 6. della detta Pratica accennammo che fa di mistiere misurar il Settore (c) *A D B C*, *giusta la pag.* 237. *num.* 4.
2. Ed avendo supposto, che ciò possa effettuarsi senza Tavoletta, converrà però, *giusta la detta pag.* 237. ec. ritrovar in qualche modo di quanti gradi sia l'angolo *D*.
3. Il che potrà effettuarsi con piantar nel detto angolo *D* qualche legno ben fermo,
4. A cui attaccate le corde si tirino direttamente sopra le due linee *D A*, *D B*,
5. Ed applicato poscia al punto *D* il mezzo Cerchio diviso in gradi, come *al n.* 20. *del Probl. VII.* dicemmo,
6. Chiaramente si vedrà di quanti gradi sia il mentovato angolo *D* ec.

Vediamo nel

PROBLEMA X.

Il modo, con cui misurasi una parte d' un Cerchio fatto a mezza luna, il cui Arco maggiore è la metà della Periferia (d) *e la Corda* [e] *sotto l' Arco minore è il Diametro* [f] *del detto Cerchio.*

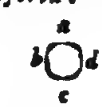
Sia

(a) *Segmento, o sia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(b) *Area presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ ○ *ec.*

(c) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(d) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*



(e) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva, come la a b qui apposta chiamasi Corda.*

Sia in

I. Ipoteſi (g).

1. Il Prato *B D A F* fatto a mezza luna,
2. Come la *Figura CVII. foglio* 12. ce lo rappreſenta,
3. In cui *la B A tirata ſott' all' arco minore B F A*,
4. *E il Diametro* [*f*] *del Cerchio B D A S*,
5. *In cui contienſi la propoſta mezza luna.*
6. *E la B D A arco maggiore è la metà della Periferia* [*d*] *del detto*

Dico per

II. Regola.

I. Che compiuto il Cerchio, in cui la propoſta mezza luna comprendeſi,
II. Miſurato il Triangolo, (*h*) che con il Diametro, (*f*) e con due lati del Quadrato (*i*) entro il detto Cerchio ſi fa,
III. Si produce l' Area (*k*) della mentovata mezza Luna.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Immaginiamoci, che ſenza Tavoletta ſi poſſa far l'operazione in alcun prato.
2. E però tiraſi nel detto la linea *B A* al ſolito, *giuſta la pag. 13. n. XVII.*
3. Che ſarà il Diametro (*f*) del mezzo Cerchio *B D A*,
4. Diviſo poi per metà il detto Diametro [*f*] in *G* dietro al modo inſinuato *alla pag. 216. num. 26.*
5. Piantaſi nel punto *G* qualche legno fermo,
6. A cui attaccaſi una corda,
7. Per mezzo della quale coll' intervallo del mezzo Diametro [*f*] *B G*,
8. *Deſcriveſi ſul terreno la Curva* [*l*] *B S A*,
9. *Che ſarà compiuto tutt' il Cerchio B D A S.*

(f) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(g) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(h) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(i) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

[k] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(l) *Curva intendeſi volgarmente quella linea che è fatta ad arco, come* ⌒

10. Ed affinchè l'Arco BSA sia visibile,
11. Si piantano al solito, dietro al giro della corda alcune bacchette.

II. 12. Alzata poi la Perpendicolare [a] GS, *giusta la pag. 68. n. 4.*

13. Si sarà fatto il Triangolo [b] BAS insieme con il Diametro [c] BA,
14. E con due lati BS, SA del Quadrato (d) entro il Cerchio,
15. Quando c'immagineremo tirate le dette BS, SA,
16. Misurate dunque le BA, GS,
17. E multiplicata [e] la metà dell'una per tutta l'altra, *giusta il Probl. I. Cap. III. Lib. I.*
18. Si produce l'Area [f] del Triangolo (b) BAS,

III. 19. Uguale alla mezza luna $BDAF$.

Eccone

(a) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall'una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la* E, *che verso l'* F

(b) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

§. LI.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Il Quadrato [d] $BARQ$,
2. E il doppio del Quadrato [d] $BDAS$,
3. (Come chiaramente si vede dai 4. Triangoli (b) del Quadrato (d) grande,
4. Poichè due uguali a quelli ritrovansi nel Quadrato [d] picciolo)
5. E per conseguenza anche tutt'il Cerchio grande $BFAQR$,
6. Sarà il doppio del Cerchio picciolo $SBDA$,
7. E come ricavasi *dalla 2 del 12 e dalla 47 del primo d' Eucl.*
8. Onde se tutt' il Cerchio grande è il doppio del Cerchio picciolo,
9. Un quarto del Cerchio grande, sarà uguale alla metà del Cerchio picciolo,
10. Sicchè il Quadrante [g] $BFAS$ del Cerchio grande,
11. Sarà uguale al mezzo Cerchio picciolo BDA.
12. Levato dunque il Segmento (b) $BGAF$.
13. Il quale tanto ritrovasi nel Quadrante (g) del Cerchio grande,

14. Quan-

(c) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta* a b *chiamasi Diametro.*

[d] *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(e) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

14. Quanto nella metà del Cerchio picciolo,
15. Resterà nel detto Quadrante [g] il Triangolo [b] *BSA*,
16. E nella metà del Cerchio picciolo la luna *BDAF*
17. L'una uguale all'altro.
18. Poichè se dalle cose uguali si levano cose uguali,
19. Ciò che resta è parimente uguale.

Sicchè

I. Compiuto il Cerchio, in cui la proposta mezza luna comprendesi,

II. Misurato il Triangolo (*b*) che con il Diametro, (*c*) e con due lati del Quadrato (*d*) entro il detto Cerchio si fa,

III. Si produce l' Area (*f*) della mentovata mezza luna,

Il che era ec.

Diciamo per

*

Avvertimento.

1. Che *quando* non fosse agevole di far l'operazione esposta nell' antecedente Pratica sul terreno,
2. Converrà ricorrer alla Tavoletta, poichè sopra di quella potrassi facilmente operare, come dicemmo nella detta Pratica, in ordine ai Problemi *III.*, e *IV. ec. Cap. VII. Lib. I.*

*

1. *Ippocrate* tenìò per mezzo della precedente dimostrazione di giugner alla Geometrica Quadratura del Cerchio (*i*)
2. Perocchè, siccome egli già aveva esattamente ritrovata l'Area [*f*] d'una figura terminata da linee curve, [*k*] cioè della predetta mezza luna *BDAF*,
3. Uguale ad un' altra Area [*f*] d' una figura terminata da linee Rette, [*l*] cioè al detto Triangolo (*b*) *BSA*,
4. Così persuadevasi di poter ritrovar anche l' Area (*f*) d' un intero Cerchio,

5. U-

(f) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(g) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un Cerchio, come* ◡

(h) *Segmento, o sia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

[i] *Geometrica Quadratura del Cerchio è la scienza di ridurre lo spazio d' un Cerchio nello spazio d' un Quadrato, o sia in una figura di 4 lati uguali, e di 4 angoli a squadra, col metodo Geometrico.*

(k) *Linea Curva intendesi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ◠

(l) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

5. Uguale all' Area [*a*] d'un intero Quadrato. (*b*)

*

1. Toccante poi le altre Figure, che ſono parti d'un Cerchio, terminate da ſole linee Curve, (*c*) ovvero da Curve, e Rette, (*d*)
2. Non giudichiamo neceſſario diſtendere in modo di Problemi diſtinti tutte le Ipoteſi (*e*) che in cotale materia occorrer ci poſſono.
3. Perocchè, ſe il Principiante avrà ben compreſe le Regole dei precedenti Problemi cogli Avvertimenti ſoggiunti,
4. Facilmente caverà da ſe ſteſſo l'Area [*a*] delle altre parti del Cerchio, che qui ſotto propongonſi,
5. Purchè rifletta al Problema VIII. ove per ſaper l'Area [*a*] d'un Segmento [*f*] ſi è miſurata tutta l' Area [*a*] d'un Settore [*g*] e poi da quella ſi è detratta l'Area [*a*] del Triangolo [*b*] per aver il reſiduo, cioè l'Area (*a*) del propoſto Segmento [*f*].
6. Sicchè la forza di ritrovar le Aree (*a*) delle qui ſoggiunte propoſizioni conſiſterà *nel far la ſottrazione d'una parte d' un Area* (*a*) *maggiore per averne il reſiduo che ſarà l' Area* (*a*) *propoſta*.

*

I. 1. In Eſempio: Propongaſi la parte d' un Cerchio terminata da due linee Rette [*d*], e da due Curve (*c*), come la *A B C D*,
2. Rappreſentataci dalla *Figura CVIII. fol.* 12.
3. Per ſaperne l'Area, (*a*) ſi compiſce prima il Cerchio *A B F D C G* con ritrovarne prima il Centro (*i*) *ec. giuſta la pag.* 224. *n.* 16.
4. Poi ritrovata l'Area (*a*) del detto Cerchio, ſe ne ſottraggono i due Segmenti (*f*) *B F D*, e *C G A*,
5. I quali ritrovanſi *giuſta il Probl. VIII. e IX. di queſto Capo*,
6. Ch' il reſiduo ſarà la ricercata Area (*a*) della propoſta parte *A B C D*,

*

II. 1. Propongaſi un' altra parte d'un Cerchio che ſia un Trian-

(a) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, e più linee, come* △ □ ◇ *ec.*

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(c) *Curva, o ſia Linea curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

(d) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(e) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(f) *Segmento, o ſia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(g) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza faño un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(h) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(i) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

Triangolo [*b*] terminato da due Rette, [*d*] ed una Curva, (*c*) come è la *M o N* della *Figura CIX. fol.* 12.

2. Per l' Area, [*a*] ſi compirà tutt' il Cerchio *MSOPN*, nell' accennato modo,
3. E ſottraendo poi dall' Area [*a*] del detto Cerchio i due Segmenti [*f*] *MSO*, *OPN*,
4. Il reſiduo ſarà l'Area [*a*] della propoſta parte *OMN*.

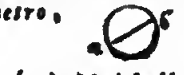
*

III. 1. Propongaſi in oltre una parte fatta da due Curve [*c*] bensì a modo di mezza luna, ma differente dalla Figura propoſta nel Probl. X. precedente
2. Perocchè in quella la Corda (*k*) tirata ſotto l' Arco minore era il Diametro [*l*] del Cerchio, in cui contenevaſi la detta mezza luna; e l' Arco maggiore era la metà del detto Cerchio,
3. Ma nella preſente *Figura CX. fol.* 12. la parte *RPQK*, conſiſte in due Archi, ciaſcuno de' quali è bensì parte d' uno dei due Cerchj, *RKQO*, ed *RPQF* uguali fra di loro,
4. Ma il centro [*i*] ch' hanno i detti due Cerchj in, *r* ed in *p*,
5. Non è lo ſteſſo,
6. Per l'Area [*a*],
7. Deeſi computar l' Area [*a*] di tutta la parte *pRPQ*,
8. (La quale termina nel centro [*i*] *p* del Cerchio *RKQO* più baſſo)
9. Il che può farſi con una ſola multiplicazione [*m*]
10. Raccogliendo il mezzo Diametro [*l*] *pQ*,
11. E la Perpendicolare [*n*] *rf* inſieme,
12. E multiplicandole [*o*] colla metà dell' Arco *RPQ*.
13. Che ſul fondamento *dei* §§. 13., 14. e 47.
14. Si produrrà tutta l'Area (*a*) *pRPQ*.
15. Poſcia detratto dalla detta, il Settore (*g*) *pRKQ*,
16. Il Reſiduo ſarà l'Area (*a*) della propoſta mezza luna *RPQK*

IV. 17.

(k) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva, come la a b qui appoſta chiamaſi Corda.*

(l) *Diametro è una linea la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin'al punto oppoſto, come la qui foggiunta a b chiamaſi Diametro.*



(m) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come 2 volte 3 fa 6.*

(n) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui foggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*

(o) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(a) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

*

IV. 17. Propongasi ancora una porzione di Cerchio fatta a guisa d'anello *A B C D*,

18. Rappresentatoci dalla *Figura CXI. fol.* 12.

19. Per l'Area [*a*] deesi prima ritrovar l'Area [*a*] di tutt' il Cerchio *A B*, *giusta il Problema* 3. *di questo Capo*.

20. Poi anche quella del Cerchio picciolo *C D*,

21. E diffalcata questa da quella,

22. Il residuo sarà l'Area (*a*) del proposto anello *A B C D*.

(b) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

*

V. 23. Propongasi finalmente un'altra parte di Cerchio *R F S T V X Z M*,

24. Rappresentataci dalla *Figura CXII. fol.* 12.

25. Per l'Area (*a*) deesi prima ritrovar quella di tutt' il Settore (*b*) *R F S N*,

26. Il quale deesi compire. *Giusta il Probl. VII. di questo Capo*,

(c) *Rettilineo ciò che è fatto con linee rette, cioè da quelle, che immaginansi volgarmente tirate come un filo teso, come* ◇

27. Poscia diffalcar l' Area (*a*) del Rettilineo (*c*) *M Z X U T N* dal detto Settore (*b*)

28. Già ritrovata *giusta i Probl. VII. Cap. VII. Lib. I.*

29. Ch' il residuo sarà la ricercata Area (*a*) della proposta parte *R F S T U X Z M*.

*

(d) *Curva intendesi volgarmente quella linea che è fatta ad arco, come* ⌒

30. Noi non ci diffondiamo d'avvantaggio circa le Figure terminate da sole Linee curve (*d*), ovvero da Linee curve (*d*), e Rette (*e*) insieme,

31. Le quali sono parti d'alcun Cerchio, parte, poichè ci lusinghiamo, che il Principiante potrà da se stesso sul Fondamento predetto in altre simili Figure cavarsi dall'imbroglio, come già dicemmo,

32. Parte anche, poichè ne' Campi, e ne' Prati non frequentemente occorrono cotali porzioni de' Cerchj

33. Ciò non ostante non manchiamo d' avvertir il Principiante, che in simili Ipotesi (*f*), se la proposta Figura fosse di qualche Campo, Esso debba

debba colla Tavoletta girarvi intorno, *giusta i Problemi del Cap. 7. Lib. 1.*

34. Poscia misurar a bell' agio ciò ch' egli avrà portato sulla detta Tavoletta.

35. Avendo dunque alquanto discorso intorno all' Area (*a*) del Cerchio, e delle di lui parti dobbiamo per ragione di metodo trattare d'un altra figura terminata da linee Curve (*d*), la quale si è l'Elisse (*g*), o sia l'Ovale.

Onde tratterassi nel

(e) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(f) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

CAPO II.

Dell' Area (a) d' un Elisse (g), e delle sue parti.

(g) *Elisse è una Figura chiamata volgarmente Ovale, come* O

1. Egli è vero, che ne' Campi, o Prati di rado occorrono Figure, le quali si possano dire perfette Elissi (*g*)
2. Ciò non ostante, potendosene però dare il caso, non manchiamo di favellarne,
3. Massimamente poichè, se frequente non occorre il computo delle Elissi (*g*) intere, può però occorrere quello delle parti loro,

E però segue nel

PROBLEMA I.

Il modo di misurar l' Area (a) d' un Elisse (g) ne' Prati.

Sia in

I. Ipotesi. (*f*)

1. Il Prato *ABCDEFGHIK*,
2. Rappresentatoci dalla *Fig. CXIII. fol.* 12. in forma d' Elisse (*g*)
3. Di cui debbasene misurar l'Area (*a*)

(a) *Eliſſe è una Figura chiamata volgarmente Ovale, come* ⬭

Dico per

II. Regola.

I. Che ridotta l'Eliſſe (*a*) in un Cerchio, e miſurata di queſto l'Area (*b*),

II. Reſta parimente miſurata anche l'Area (*b*) della propoſta Eliſſe (*a*)

Eccone la

III. Pratica.

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ ▱ *ec.*

I. 1. Suppoſto, come s' è detto che la Figura dell' Eliſſe (*a*) ſia in un Prato.

2. Converrà per trasformala in un Cerchio ſervirſi della Tavoletta, *giuſta tutto il Cap. VII. Lib. I. ed il Probl. V. del Cap. I. di queſto Libro*,

3. E ſiccome la detta Eliſſe (*a*) ha due Diametri (*c*)

4. L'uno lungo *C H*,

5. E l'altro corto *A F*,

6. I quali a ſquadra s'incrocicchiano in *L*,

7. Così conviene ritrovar per la prima coſa i ſuddetti, e portarli ſulla mentovata Tavoletta.

(c) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta* a b *chiamaſi Diametro.*

(d) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva, come la* a b *quì appoſta chiamaſi Corda.*

(e) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═

*

8. Tiriſi dunque nella detta Eliſſe [*a*] prativa qualunque Corda [*d*] *A D*, *giuſta la pag. 13. num. XVII.*

9. E dirimpetto a queſta l' altra Paralella [*e*] alla *A D* in qualche notabile diſtanza a beneplacito.

10. Avvertendoſi, che la *F I* ſarà fatta alla *A D* Parallela [*e*],

11. Quando poſto un braccio della ſquadra ſu qualche parte della *A D* in *S f*,

12. Tireraſſi la *S q*,

13. Ch'arrivi ſin' alla *F I*,

14. E miſurata, ſi porrà pure in qualunque altra parte della *A D* in *p n* la detta ſquadra, come s'è fatto,

15. Con tirar dietro ad eſſa la *p r*,

16. Poi-

16. Poichè, ſe la *p r* è uguale alla *S q*,
17. Saranno le due *A D*, *F I* fra di loro Paralelle (*e*)

*

18. Ciò fatto, dividonſi per metà tanto la *A D*,
19. Quanto la *F I* in *S*, *T*.
20. E per i punti *S*, *T* tiriſi la *B G*,
21. Lo quale dee partirſi per metà in *L*, *giuſta la pag. 216. n. 26. ec.*
22. E trasferirſi la diſtanza *L B*, ovvero *L G*.
23. Dal punto *L* in *E*, e *K*,
24. Cioè ſugli Archi dell' Eliſſe (*a*).
25. Poſcia tirate le *B E*, *K G*,
26. Divideſi per metà tanto l'una, quanto l' altra in *y*, *z*, *giuſta la detta pag. 216. ec.*,
27. Ed appunto per le *y*, *z* tirata la *C H*,
28. Queſta ſarà il Diametro (*c*) grande che ricercaſi.
29. Per il Diametro [*c*] picciolo tirate le *E G*, *K B*,
30. Diviſe per metà in *o*, *m*, *giuſta la detta pag. 216. ec.*
31. E tirata per gli ſteſſi punti *o*, *m* la *A F*,
32. Queſta ſara il Diametro [*c*] picciolo dell' Eliſſe [*a*]

*

33. Ora miſurato tanto il Diametro [*c*] *C H*,
34. Quanto il Diametro [*c*] *A F*,
35. Portanſi amendue proporzionalmente ſulla Tavoletta, *giuſta i Probl. del Cap. VII. Lib. I.*
36. Poſcia cercaſi ſulla ſteſſa Tavoletta la linea detta *Mezza Proporzionale* [*f*] fra li due Diametri [*c*] *C H*, *A F*,
37. Come ſi è fatto *nella Prat. del Probl. 3. Cap. 1. di queſto Libr. al. n. 34. fin' al 38.*;
38. E ritrovatala, dividaſi per metà *giuſta la pag. 216. n. 26. fin' al 31.*
39. Coll' intervallo di queſta metà deſcrivaſi un Cerchio, il quale ſarà uguale all' Eliſſe [*a*] propoſta.
40. E ritroviſi l' Area [*b*] del detto Cerchio, *giuſta il detto Probl. 3. Cap. 1. ec.*
41. Che nello ſteſſo tempo ſi ſarà anche ritrovata l' Area (*b*) del Eliſſe. (*a*)

(f) *Mezza proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto d' un Triangolo Rettangolo fin' alla Baſe diviſa in due linee nel ſegamento, come nella qui ſoggiunta figura la* a b *è Linea Proporzionale fra le* c b, b d, *ſegate in* b, *potendoſi dire: come la* c b *alla* a b, *così la* a b *alla* b d,

Eccone

§. LII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Che per ridurre un'Eliſſe [*a*] in un Cerchio debbaſi ritrovare la mezza Proporzionale (*b*) fra i due Diametri [*c*] grande, e picciolo, e che deſcritto un Cerchio coll'intervallo della metà della detta Mezza proporzionale (*b*) quello ſia uguale nella ſua Area [*d*] alla mentovata Eliſſe[*a*]
2. Ciò dimoſtra il *P. Clavio nel Lib. 4. della Geometr. Prat. Cap. n. 5.*
3. Come poi l' Area [*d*] del mentovato Cerchio ſi miſuri, ciò appariſce *dal Probl. 3. Cap. 1. Lib. 2. Part. 1.* a cui ci rimettiamo.

Dunque

I. Ridotta l'Eliſſe (*a*) in un Cerchio, e miſurata di queſto l'Area (*d*),

II. Reſta parimente miſurata anche l' Area (*d*) della propoſta Eliſſe (*a*)

Il che era ec.

Dobbiamo neceſſariamente ſoggiungere un

*

Avvertimento.

1. Dal metodo da noi ſinora tenuto comprenderà facilmente l' avveduto Leggitore, che noi non vogliamo introdurre i Principianti nelle ſpeculazioni delle *Coniche Sezioni*, (*e*) dalle quali derivano le figure delle Eliſſi [*a*], dette volgarmente *Ovali*, e d' alcune altre terminate da linee Rette, (*f*) e da linee Curve (*g*)
2. E però inſinueremo ai detti principianti ſolo il modo, con cui ſenza riflettere alle dette *Sezioni Coniche* [*e*], ſi deſcrivano le vere Eliſſi (*a*) ed è il ſeguente,
3. Tiriſi la *AB* indeterminata,
4. Come ce lo moſtra la *Fig. CXIV. fol. 12.*

5. La

(a) *Eliſſe è una Figura chiamata volgarmente Ovale, come* ◯

(b) *Mezza proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto d' un Triangolo Rettangolo fin' alla Baſe diviſa in due linee nel ſegamento, come nella qui ſoggiunta figura la* a b e *Linea Proporzionale fra le* c b, b d, *ſegate in* b, *potendoſi dire: come la* c b *alla* a b, *così la* a b *alla* b d,

(c) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta* a b *chiamaſi Diametro.*

(d) *Area preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ ▭ *ec.*

(e) *Coniche Sezioni ſono i tagliamenti, che c' immaginiamo fatti in un Cono per mezzo de' Piani, come nella qui ſoggiunta Figu-*

5. La quale ſia ſegata a ſquadra dalla CD pure indeterminata,
6. Poi dal Centro (*b*) E ſi prendino ſulla AB,
7. Con qualunque intervallo le due uguali EA, EB.
8. Prendanſi pure ſulla ſteſſa AB,
9. Le altre due uguali più corte (con intervallo a beplacito) EF, EG.
10. Dallo ſteſſo Centro [*b*] E prendanſi ſulla CD,
11. Le due uguali a beneplacito EI, EH,
12. Dai punti IH,
13. Si tirino per i punti G, F,
14. Le due indeterminate IM, IN,
15. E le due indeterminate, HL, HK.
16. Dai Centri (*b*) F, e G cogli intervalli FA, GB,
17. Si deſcrivino gli Archi MAL, KBN.
18. Così pure dai Centri (*b*) H, I cogli intervalli HL, ovvero HK,
19. Ed IM, ovvero IN.
20. Si deſcrivino gli Archi LK, ed MN,
21. Che la Figura Elittica (*i*), o ſia Ovale ſi ſarà deſcritta,

*

22. Dal che deduceſi, che l' Eliſſe (*a*) conſiſte in diverſe linee Curve (*g*) ed in neſſuna Retta (*f*).
23. E ſe il Volgo la deſcrive alle volte in altro modo con tirarvi nella Circonferenza (*k*) linee Rette (*f*), e curve (*g*)
24. Queſta non è la vera Eliſſe (*a*) di cui noi favellammo,
25. E ad una tale figura non potrebbeſi applicare la Regola del precedente Problema, per mezzo della quale *traſmutaſi l' Eliſſe* (*a*) *in un Cerchio* ec. come ivi dicemmo.
26. E però in pratica è d'uopo conſiderare, ſe' la ſuppoſta figura Ovale conſiſta in ſole linee Curve [*g*], e Rette [*f*],
Ed in queſt' ultimo caſo ne ſoggiungeremo nel Problema ſeguente il modo, con cui ſe ne debba miſurar l' Area (*d*)
Vediamo dunque nel

ra ſi può concepire un tagliamento fatto a piombo dall' a ſin' alla Baſe circolare b c c d, e tale tagliamento chiamaſi Sezione Conica, oltre altre diverſe, che ſi poſſono fare.

(f) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(g) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

(h) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(i) *Figura Elittica è una Figura chiamata volgarmente Ovale, come* ○

(k) *Circonferenza è la linea torta d' un Cerchio.*

PRO-

PROBLEMA II.

Come ſi miſuri l'Area (a) d'una Figura terminata da linee Curve (b), e Rette (c) chiamata volgarmente Ovale.

Sia in

I. Ipoteſi. (d)

1. Un Prato, o Campo *ABCDEF*,
2. Il quale conſiſta in due mezzi Cerchj uguali *BCD*, *AFE*,
3. Ed in un Rettangolo [e] *AD*,
4. Come ce lo rappreſenta la *Figura CXV. Foglio* 12.
5. Che dal volgo per abuſo chiamaſi *Ovale*, benchè realmente tale non ſia,
6. (Non eſſendo l'Ovale Figura, ovvero l'Eliſſe (f) compoſta che da ſole linee Curve, (b) come dicemmo)
7. Di cui debbaſene miſurar l'Area, (a)

Dico per

II. Regola.

I. Che uniti que'due lati del Rettangolo, (e) che congiungono le due Periferie (g) ad una di queſte,

II. E multiplicati (h) con uno dei mezzi Diametri (i)

III. Si produce l'Area (a) della detta Figura in miſure Quadrate. (k)

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Se la Figura è Prativa, miſuranſi i due lati *AB*, *ED*, *giuſta la pag.* 13. *n. XVII.*

2. Che

(a) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ □ *ec.*

(b) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea che è fatta a darco, come* ⌒

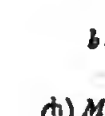
(c) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(e) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Eliſſe è una figura chiamata volgarmente Ovale, come* ◯

(g) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d'un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*



(h) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

2. Che ſono, quelli che congiungono le due Periferie (*g*) *BCD*, *AFE*,
3. E ſieno amendue inſieme di Pertiche 4,
4. A queſti s' unisca una delle dette due Periferie (*g*)
5. La quale misurata *giusta il Probl. III. del Cap. I. di queſto Lib.*
6. Sia di Piedi 60. cioè di Pertiche 10., *che unite alle 4 predette ſaranno* 14.

II. 7. Queſte multiplicate (*b*) con la *AG*, *uno dei mezzi Diametri*, (*i*)
8. Che misurato, ſia di Pertiche 4.,

III. 9. Si producono Pertiche Quadrate (*l*) n. 56. per l'Area (*a*) ricercata,

*

10. Se poi la Figura foſſe Campeſtre,
11. Converrà ſervirſi della Tavoletta *giusta tutto il Cap. VII. Lib. I. ed il Probl. V. del Cap. I. di queſto Lib.*
12. Su cui facilmente ſi porta la misura proporzionale dei due lati *AB*, *ED*,
13. Toccante poi i due mezzi Cerchj *BCD*, *AFE*,
14. Quantunque ſupponiamo ch' entro la Figura andar non ſi poſſa a cagione de' grani ed altre piante.
15. Sarà almeno conceſſo di tirar ſopra una delle due Periferie (*g*)
16. Le due picciole Corde (*m*) *gh*, *hi giusta la pag. 13. n. XVII.*
17. E portate ſulla Tavoletta proporzionalmente *giusta il detto Cap. VII. Lib. I.*
18. Si ritroverà il Centro (*n*) dell' uno, o dell' altro mezzo Cerchio,
19. E per conſeguenza ritroveraſſi e l'una, e l'altra Periferia [*g*] *BCD*, *AFE giusta il Probl. V. Cap. I. di queſto Lib.*
20. Per poter poi giuſta la Regola precedente far l'intero computo dell' Area; (*a*)
31. E (qualor così piaccia) delinear anche l' intera Figura ſulla detta Tavoletta.

Ne ſegue

(i) *Diametro è una linea, la quale intendrſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(k) *Miſura Quadrata è quella fatta in forma di quadrato, cioè in una figura, la qual ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali come* □

(l) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno dei quali è lungo una pertica.*

(m) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva comr la a b qui oppoſta chiamaſi corda.*

(n) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

§. LIII.

§. LIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Per mezzo della Regola precedente,
2. Si è ridotta la Figura, detta volgarmente Ovale, in un Rettangolo [*a*] *AS*,
3. Rappreſentatoci dalla *Figura CXVI. fol.* 12.
4. Perocchè uniti i due lati *AB*, *ED* del Rettangolo (*a*) ch' è in mezzo alla *Figura CXV.*
5. Diſpongonſi dirittamente in modo di linea Retta [*b*] *A D* nella *Figura CXI.*
6. E traſportata la metà della *AE* della *Figura CXV.*
7. Sulla *AR* della *Figura CXVI.*
8. Tutt' il Rettangolo [*a*] *A D* della *Figura CXV.*
9. Fatto in due pezzi *Au*, *GD*,
10. E uguale al Rettangolo (*a*) *AM* della *Figura CXVI.* fatto altresì in due pezzi *AX*, *BM*.
11. Ora eſſendo il mezzo Diametro (*c*) di ciaſcuno dei mezzi Cerchj la ſteſſa *AG* della *Figura CXV.*
12. Ovvero la *AR* della *Figura CXVI.*
13. E la *D z* della ſteſſa *Figura* ugualmente coſtrutta alle *FA*, *BC*,
14. Cioè a tutta la Periferia (*d*) *BCD*, o *AFE*,
15. Il Rettangolo (*a*) *D S* della *Figura CXVI.*
16. Si è fatto uguale ai due mezzi Cerchj della *Figura CXV.*
17. E per conſeguenza tutt'il Rettangolo (*a*) *AS* della *Figura CXVI.*
18. Sarà uguale a tutta la detta Ovale *A B C D E F*,
19. Onde multiplicando (*e*) nel detto Rettangolo [*a*) *AS*,
20. La *AR* per la *RS*,
21. Se ne produce l'Area (*f*) uguale a quella della propoſta Figura detta Ovale. *Giuſta il* §. 47.

Dunque

I. Uniti que' due lati del Rettangolo (*a*), che congiungono le due Periferie, (*d*) ad una di queſte,

II. E

(a) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(c) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta* a b *chiamaſi Diametro.*

(d) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la* a b c d *diceſi Periferia.*

(e) *Multiplicare o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto. Come due volte* 3. *fa* 6.

(f) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra* 3 *o più linee, come* ▱ △ *ec.*

II. E multiplicati (*e*) con uno dei mezzi Diametri (*c*),

III. Si produce l'Area (*f*) della detta Figura in misure Quadrate (*g*).

Il che era ec.

Diciamo per

*

Avvertimento.

1. Che facile sarà il misurar l'Area (*f*) d' una mezza Elisse (*b*),
2. Come anche d'un terzo, d'un quarto, d' un quinto, sesto, settimo della detta.
3. Purchè prima sieno noti i due Diametri (*c*) di quella, maggiore, e minore.
4. Poichè ridotta tutta l' Elisse (*b*) [di cui qualche parte si propone]
5. In un Cerchio, come mostrammo nel Problema primo precedente,
6. Ritrovatane l'Area [*f*], *giusta il detto Problema* 1., *in misure Quadrate* (*g*),
7. Si partisce il numero di queste per due, ovvero per tre, per 4, per 5, per 6,
8. Che il Quoziente [*i*] darà la metà, un terzo, un quarto, un quinto, sesto ec. in misure pure Quadrate [*g*].
9. In esempio:
10. Volendosi sapere di quante Pertiche, o Piedi sia un terzo d'una Elisse [*b*],
11. Noti che sieno i due Diametri [*c*] di quella,
12. E trasformata che sia in un Cerchio, *giusta il nominato Problema primo*,
13. Sia di quello l'Area [*f*] ritrovata di Pertiche 60,
14. Diviso il numero 60 per 3, dà il Quoziente [*i*] di 20 Pertiche,
15. Che saranno l'Area [*f*] del proposto terzo d' un' Elisse [*b*].

(g) *Misura quadrata è quella fatta in forma di Quadrato, cioè in una figura, la quale ha quattro angoli a squadra, e quattro lati uguali, come* □

(h) *Elisse è una figura chiamata volgarmente Ovale, come* ()

(i) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(a) *Quadratura d'un' Eliſſe è lo ſpazio d' una figura Elittica trasformata in quella d'un Quadrato.*

*

16. Da ciò che ſi è detto s' intenderà parimente ſenza veruna ſpecolazione la Quadratura di qualunque Eliſſe (*a*).

17. Perocchè ridotta queſta in un Cerchio, e ritrovata la Quadratura organica [*b*] di quello, *giuſta il Problema* 3. *Cap.* 1. *di queſto Libro*.

(b) *Quadratura organica è lo ſpazio d' un Cerchio trasformato in quello d' un quadrato, cioè d' una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali per mezzo de' ſtrumenti, che non ſiano nè riga, nè compaſſo.*

18. Si ſarà ritrovata anche la Quadratura dell' Eliſſe [*a*].

*

19. Se la miſura delle Aree [*c*] delle Eliſſi [*d*], o ſieno Figure ovali foſſe nella vita umana aſſai frequente, ci vorremmo circa di quelle, come anche circa le parti loro, alquanto diffondere,

20. Ma occorrendone di rado la miſura, paſſeremo al

CAPO TERZO.

In cui trattaſi delle Figure compoſte delle parti de' Cerchj diverſi.

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ ⬡ *ec.*

1. ABbiamo ne' due Capi precedenti del preſente Libro trattato del Cerchio, e delle ſue parti.

(d) *Eliſſe è una Figura chiamata volgarmente Ovale, come* ⬭

2. Iſteſſamente delle Eliſſi [*d*], e pure ſue parti, che ci poſſono occorrere.

(e) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*

3. Egli è tempo di favellare delle Figure piane, prative e campeſtri, le quali non ſono parti d'un ſolo Cerchio, ma ſono compoſte da Periferie (*e*) de' Cerchj diverſi, ed oltre a ciò non da ſole linee Curve [*f*] terminate ſi vedono, ma eziandio da linee Rette, [*g*] e però moſtriamo nel

PRO-

PROBLEMA I.

Come ſi miſuri l' Area (c) d' una Figura piana terminata non ſolo da linee Rette (g), ma eziandio da Curve (f) di diverſi Cerchj, le quali ſono rivolte all' infuori della Figura.

Sia in

I. Ipoteſi. (*h*)

1. Un Campo, o Prato *ABCDEF*,
2. Terminato dalle due Curve [*f*] *ABC*, *FED*, rivolte all'infuori della Figura,
3. Che ſono parti di diverſe Periferie (*e*) de' Cerchj,
4. E dalle due Rette [*g*] *AF*, *CD*,
5. Come ce lo rappreſenta la *Figura CXVII. fol.* 13.
6. Di cui debbaſene miſurare l'Area (*c*),

Dico per

II. Regola.

I. Che miſurati i due Segmenti (*i*) della Figura, *giuſta il Problema* 8. *Cap.* 1. *di queſto Libro.*

II. Miſurato anche il Trapezio (*k*), *giuſta i Problemi* 3. *e* 4. *Cap.* 4. *Lib.* 1.

III. E raccolte tutte e tre le Aree (*c*) inſieme, ſi produce l'Area (*c*) di tutta la detta Figura in miſure ec.

Ne ſegue la

III. Pratica.

I. 1. Se la Figura è prativa, ſi forma tutt'il Settore [*l*] dell'arco *ABC*,

(f) *Curva intendeſi volgarmente quella linea che è fatta ad arco, come* ⌒

(g) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(h) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(i) *Segmento, o ſia porzione d' un cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(k) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ◺

(l) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

2. Come anche tutto il Settore [*a*] dell' arco *F E D*, *giuſta il Problema* 7. *Cap.* 1. *di queſto Libro*.
3. E ſe ne cavano i due Segmenti (*b*) *A B C G*, *F E D H*, *giuſta il Problema* 7. *Cap.* 1. *di queſto Libro*.
4. I quali uniti ſieno di Pertiche 24.

II. 5. Miſuraſi poſcia anche il Trapezio (*c*) *A C D F*, *giuſta i Problemi* 3, 4 *ec. Lib.* 1. *Par.* 1. *Cap.* 4. *ec.*
6. Il quale ſia di Pertiche 30,

III. 7. Queſte aggionte alle 24, fanno Pertiche 54,
8. Che ſono l'Area (*d*) della propoſta Superficie piana (*e*).

*

9. Se poi la detta Superficie (*f*) foſſe campeſtre,
10. Supponiamo, che ſia almeno permeſſo di portar ſu la Tavoletta tanto le due Corde (*g*) *A B*, *B C* del Segmento (*b*) *A B C G* coll' angolo *B*,
11. Quanto le due Corde (*g*) *F E*, *E D* del Segmento (*b*) *F E D H*, coll' angolo *E*, *Giuſta lo pag.* 255. *num.* 16.
12. E tutto il Rettilineo (*b*) *A B C D E F*, *giuſta tutt' il Cap.* 7. *Lib.* 1. *di queſta Parte*.
13. Perocchè alzate le Perpendicolari (*i*) ſulla mezza *A B*,
14. E ſulla mezza *B C*, *giuſta la pag.* 224. *n.* 17. ec.
15. Come anche ſulla mezza *F E*,
16. E ſulla mezza *E D*,
17. Si ritrovano i due archi *A B C*, *F E D*, *giuſta la pag.* 224. *num.* 22. *ec.*
18. Dietro a quelli i ſuoi Settori (*a*),
19. E finalmente anche i due Segmenti (*b*) *A B C G*, *F E D H*, *giuſta i Problemi precedenti* 8. *e* 9. *Cap.* 2.
20. Onde miſurati tanto queſti, quanto il Trapezio [*c*] *A C D F*
21. Sulla Tavoletta, come ſi è detto,
22. E calcolando come ſi è fatto, ſe ne produce l'Area (*d*) campeſtre anche ſulla detta Tavoletta.

Circa

(a) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(b) *Segmento, o ſia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(c) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ▱

(d) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ◁ *ec.*

(e) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura.*

(f) *Superficie è una eſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(g) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva come la a b qui appoſta chiamaſi corda.*

Circa

§. LIV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Queſta è la ſteſſa, che noi abbiamo diſteſa nel §. 46. *num.* 11. ec.
2. E però proſeguiamo a moſtrare nel

PROBLEMA II.

Come ſi miſuri l' Area (d) d' una Superficie piana (e) terminata da linee Rette (k), e da Curve (l) di diverſi Cerchj rivolte all' indentro della Figura.

Sia in

I. Ipoteſi. (m)

1. Un Prato, o Campo *A B C D*,
2. Come ce lo rappreſenta la *Figura CXVIII. foglio* 13.
3. Terminato dalle due Rette (*k*) *A B*, *C D*,
4. E dalle due Curve (*l*) *A G C*, *B F D*,
5. Le quali rivolte all' indentro della Figura ſono parti di diverſe Periferie (*n*) de' Cerchj,
6. Di cui debbaſene miſurar l'Area (*d*).

Dico per

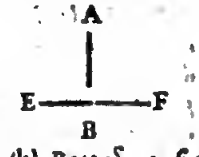
II. Regola,

I. Che tirate le Corde (*g*) ſotto le due Curve (*l*) della Figura con farne un Trapezio (*c*).

II. Mi-

(h) *Rettilineo ciò che è fatto con linee reſte, cioè da quelle, che immaginanſi volgarmente tirate come un filo teſo, come* ⬡

(i) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*



(k) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(l) *Curva, o ſia Linea curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

(m) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(n) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella qui ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*

(a) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

II. Miſurata di queſto l'Area (*a*), e ſottratti da eſſa i due Segmenti (*b*), che nella Figura ſi vedono,

III. Ne rimane l'Area (*a*) ricercata,

Da ciò che per l'addietro ſi è detto, chiara da ſe ſteſſa ne ſarà la

(b) *Segmento, o ſia porzione d'un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d'un Cerchio.*

III. Pratica.

I. 1. Perocchè tirate in un Prato ſott' agli archi le Corde (*c*) *A C*, *B D*, *giuſta la pag. 13. numero XVII.*

II. 2. Miſurato tutt' il Trapezio (*d*) *A B*, *C D*, *giuſta i Problemi 3. e 4. Cap. 4. Lib. 1.*

3. E cavatine i due Segmenti (*b*) *A G C B F D*, *giuſta il Problema 8. Cap. 1. di queſto Libro*,

III. 4. Ne rimane la ricercata Area (*a*) propoſta.

E ſe la Figura foſſe campeſtre, ci rapportiamo all'Avvertimento ſeguente.

(c) *Corda è una linea retta ſtrata dall'uno all'altro punto d'una linea curva, come la a b qui appoſta chiamaſi Corda.*

Circa

§. LV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

(d) *Trapezie è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

Altro qui non ſi replica, poichè dalle coſe predette riluce chiara da ſe ſteſſa.

Vediamo nel

PROBLEMA III.

(e) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo ai Geometri pratici una pianura.*

Come ſi miſuri l'Area (a) d'una Superficie piana (e) terminata da linee rette (f), e Curve (g) di Cerchj diverſi, rivolte parte all'indentro, e parte all'infuori della Figura.

Sia

Sia in

I. Ipoteſi. (*h*)

1. Un Prato, o Campo *A B C D E F*,
2. Come vedeſi nella *Fig. CXIX. fol.* 13.
3. Terminato dalle due Rette (*f*) *F A C D*,
4. E dalle due Curve (*g*) *A B C*, *F E D*,
5. Parti di Periferie (*i*) di Cerchj diverſi,
6. Delle quali quella è rivolta all'infuori, e queſta all'indentro della Figura,
7. Di cui debbaſene miſurar l'Area (*a*)

Dico per

(f) *Linea Retta quella che volgarmente immagineſi tirata come un ſilo teſo, come* ——

(g) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

II. Regola.

I. Che tirate le Corde (*c*) ſotto le due Curve (*g*) della Figura,

II. Miſurato il Trapezio (*d*), ch' entro vi ſi fa,

III. Miſurati ancora i due Segmenti (*b*), che vi ſono,

IV. Aggionto al detto Trapezio (*d*) il Segmento (*b*) ch' ha la Curva (*g*) all' infuori, e levato da quello il Segmento (*b*) ch' ha la Curva (*g*) all' indentro, ne proviene l' Area (*a*) della propoſta Figura.

(h) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(i) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*

Benchè ſembri lunga la Regola, chiara però ne ſarà la

III. Pratica.

I. 1. Poichè tirate in un Prato ſotto gli archi *A B C*, *F E D*,

2. Le Corde (*c*) *A C*, *F D*, *giuſta la pag.* 13. *numero XVII.*

II. 3. Miſurato il Trapezio (*d*) *A C D F*,

III. 4. Miſurati pure i due Segmenti (*b*) *A B C*, *F E D*, *giuſta il Problema* 8. *Capo* 1. *di queſto Libro*.

IV. 5.

IV. 5. Aggionto all' Area (*a*) del Trapezio (*b*) il Segmento [*c*] *A B C*

6. Che ha la Curva (*d*) all' infuori,

7. Sottrattone il Segmento (*c*) *F E D*,

8. Ch' ha la Curva [*d*] all' indentro della Figura,

9. S'avrà la precisa Area (*a*) *A B C D E F* del Prato proposto.

10. Se la detta Figura fosse campestre, leggasi il seguente Avvertimento.

Anche in questo Problema chiara dagli antecedenti si fa da se stessa

§. LVI.

La sua Ragione dimostrativa.

Onde altro intorno a questa non replicando, soggiungeremo alle cose predette un

*

Avvertimento.

1. Se in questi ultimi due Problemi le proposte Figure fossero in qualche Campo,

2. Farà d'uopo servirsi della Tavoletta, come si è fatto nel Problema I. del presente Capo al numero 9. ec.

3. Onde nella *Figura CXVIII. foglio* 13. *del Problema* 2. converrà portar sulla detta Tavoletta il Rettilineo (*e*) *A B F D C G*, *giusta tutt' il Capo* 7. *del Libro* 1. *di questa Parte.*

4. Descriver su quella i due archi *B F D*, *A G C*, *giusta la pag.* 224.

5. Ed operar nel resto come si è fatto nel Prato.

*

6. E nella *Figura CXIX. fol.* 13. *del Problema* 3.

7. Porterassi sulla mentovata Tavoletta il Rettilineo

(a) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(b) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ▱

(c) *Segmento, o sia porzione d' un Cerchio è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(d) *Curva intendesi volgarmente quella linea che è fatta ad arco, come* ⌒

(e) *Rettilineo ciò ch' è fatto con linee rette, cioè da quelle, che immaginansi volgarmente tirate come un filo teso, come* ⬠

(f) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(g) *Figura Parabolica intendesi la qui soggiunta* f s o, *quando un Cono* b g a *immaginasi segato dal Piano* f s o, *la cui linea di mezzo* n s *è ugualmente distante dal lato* g a *del detto Cono, come*

neo (e) *A B R C D E F giusta il detto Cap. VII. Lib. I.*

8. Vi si descriveranno i due Archi *A B C*, *F E D giusta la detta pag. 224. n. 22.*

9. Ed opererassi nel resto, come si è fatto nel Prato del detto Problema.

Nel seguente

*

Avvertimento II.

10. Non manchiamo d' insinuare al Principiante Geometra, che vi sarebbero bensì delle altre spezie di Figure terminate da Linee Rette (*f*), e da linee Curve (*d*),

11. Come sono le *Figure Paraboliche*, (*g*) ed *Iperboliche* (*b*) le quali si formano dalle *Sezioni Coniche*, (*i*) come anche le stesse *Elissi*, (*k*)

12. Ma accorgendoci, che con questi termini, co' quali entriamo in specolazioni forse poco gradite al Principiante, infastideremo il medesimo,

13. Ed osservando che nella Pratica si potrà giovare il predetto con alcun modo facile lasciamo lo studio delle nominate *Sezioni Coniche* (*i*) a quelli che nelle Matematiche sono più versati, per i quali siamo forse per compilare un Trattato speziale.

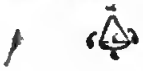
14. Frattanto potendosi presentare tanto ne' Prati quanto ne' Campi alcune Figure terminate da linee Curve [*g*] sole, ovvero terminate da Curve [*g*] e Rette, [*f*]

15. Le quali non sono nè Cerchj, nè Elissi, (*k*) nè Parabole (*l*), nè Iperbole, (*m*) ma forse alcune porzioni si delle une che delle altre, come nelle *Figure CXX. CXXI. e CXXII.* vedonsi,

16. Ne riserviamo il modo facilissimo di delinearle sulla Tavoletta nella Parte terza, *Lib. 3. Probl. 2.* di misurarle a bell' agio.

(h) *Figura Iperbolica intendesi la qui soggiunta* f a c, *quando un Cono* d c b *immaginasi segato dal Piano* f a c, *la cui linea di mezzo* x a *concorre colla* b c *lato del Cono* d c b *prolungato in* z. *Come*

(i) *Sezioni Coniche sono i tagliamenti, che c' immaginiamo fatti in un Cono per mezzo de' Piani, come nella qui soggiunta Figura si può concepire un tagliamento fatto a piombo dall' a fin' alla Base circolare* b e c d, *e tale tagliamento chiamasi Sezione Conica, oltre altre diverse, che si possono fare.*



(k) *Elisse è una figura chiamata volgarmente Ovale, come* ()

(l) *Parabola è una figura formata da due linee, che quanto più discendono, tanto più si dilatano.*

(m) *Iperbola è una figura, che è tra il Cono, e la Piramide, e che piuttosto imita la Parabola.*

(a) *Superficie piana è volgarmente presso i Geometri pratici una pianura.*

17. Ed essendoci sin'ora in questa PARTE PRIMA alquanto diffusi con favellare dei modi con cui si misurano diverse sorte di Superficie piane [a]

18. Il metodo richiede, che proseguiamo il nostro cammino, il quale sarà.

DEL-

DELLA GEOMETRIA PRATICA

PARTE SECONDA.

In cui trattasi di dividere le Aree (*b*) di diverse Superficie piane (*a*).

(b) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* △ □ *ec.*

(c) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

LIBRO PRIMO.

(d) *Area Triangolare, o sia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

Delle Divisioni delle Superficie piane (a) terminate da Linee Rette (c).

CAPO PRIMO.

Delle Divisioni delle Aree Triangolari (d) per mezzo delle linee tirate dagli angoli.

1. Siccome nella vita umana poco ci gioverebbe il sapere a qual numero ascenda una somma di denaro, quando qualunque altra parte nella detta somma contenuta, non si sappia, affine di servirsene nelle occasioni,

2. Così poco gioverà nelle operazioni Geometriche il saper l' Area (*b*) d' alcuna Superficie piana, (*a*) quando poi nelle occasioni opportune, non se ne saprà qualunque spedita divisione in ordine ai casi che nascono alla giornata.

(a) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ ▭ *ec.*

3. E però nella presente seconda parte favelleremo della divisione delle Aree (*a*) di qualunque Superficie piana (*b*),
4. La qual scienza chiamasi da matematici *Geodesia*.
5. E giacchè nel presente primo Capo avremo per nostro oggetto le divisioni delle Superficie Triangolari, [*c*] si premetterà al solito il

*

[b] *Superficie piana intendesi volgarmente presso ai Geometri pratici una pianura.*

Fondamento delle Regole, che nel presente Capo si soggiungono.

Riluce presso *Euclide nella prima del sesto una verità per mezzo della quale chiaramente si comprende, che fra l' Area* [*a*] *e la Base* (*d*) *d' un Triangolo,* (*e*) *v' è la sua infallibile proporzione.*

E su questa proporzione sono fondate tutte le seguenti Regole.

Vedasi dunque nel

(c) *Superficie Triangolare, o sia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

PROBLEMA I.

(d) *Base è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

Come si divida qualunque Triangolo, (*e*) *in due, tre, quattro, o più parti uguali per mezzo delle linee tirate da qualunque angolo.*

Sia in

I. Ipotesi (*f*).

1. Un Prato, o Campo Triangolare (*g*) *ABC*,
2. Rappresentatoci dalla *Figura CXXIII. fol.* 13.
3. Il quale debbasi dall'angolo *A*,
4. O da qualunque altro, dividere in due, ovvero quattro parti uguali.

Dico

Dico per

II. Regola.

I. Che partendoſi la Baſe (*d*) del propoſto Triangolo (*e*) in due o 4 parti uguali,
II. E tirando dall' angolo oppoſto le Rette (*b*) ſui punti delle Diviſioni,
III. Reſta diviſo il Triangolo (*e*) in due o 4 parti uguali.

Vediamone la

III. Pratica.

I. 1. Prima ſupponiamo, ch' il Triangolo (*e*) ſia Prativo,
2. Dunque miſuriſi la Baſe (*d*) *BC*, *giuſta la pag. 13. n. XVII.*
3. La quale ſia di Pertiche 80,
4. Pongaſi un ſegno ſulla metà della Baſe (*d*) in *F*,
5. Cioè ove finiſcono Pertiche 40,
II. 6. E *tiraſi* dall' angolo *A* oppoſto alla Baſe (*d*), la *AF*,
7. Ch' il Triangolo [*e*] ſarà diviſo in due parti uguali *BAF*, *FAC*.
8. Il medeſimo ſarà anche diviſo in 4 parti uguali *BAP*, *PAF*, *FAQ*, *QAC*,
9. Quando la Baſe (*d*) *BC* ſarà diviſa in 4 parti uguali,
10. Ponendoſi ſulla detta dopo ogni 20 Pertiche i ſegni *P*, *F*, *Q*, *C*,
11. E tirando, *giuſta la pag. 13. n. XVII.* le *AP*, *AF*, *AQ*.

*

12. Se poi il Triangolo (*e*) foſſe Campeſtre,
13. Dee portarſi ſulla Tavoletta, *giuſta tutto il Cap. 7. Lib. 1. Parte 1.*
14. Ed operar proporzionalmente come ſi è fatto qui diſopra.

15. Pe-

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(f) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(g) *Triangolare, ciò ch'è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

(b) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

15. Perocchè dalla Baſe (*a*) *B C* portata ſulla Tavoletta, e diviſa, come ſi è detto,
16. Si ſegneranno con facilità le *P*, *F*, *Q*, *C*, ſulla Baſe (*a*) del Campo,
17. Quando a proporzione prenderanſi per ciaſcuna diviſione della detta Baſe, (*a*)
18. Venti particelle della Riga della detta Tavoletta,
19. Alle quali dovranno corriſponder 20. Pertiche del Campo.

(a) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati 3 lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

Eccone

§. LVII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

(b) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

1. Già nel Fondamento premeſſo al preſente Problema abbiamo detto,
2. Che la Baſe (*a*) d'un Triangolo (*b*) abbia la proporzione colla ſua Area (*c*),
3. Accagione, che c' immagineremo la *M N*,
4. Paralella alla Baſe (*a*) *B C*,
5. Comprenderemo *giuſta la* 38. *del Primo*, che le quattro parti, o ſiano i quattro Triangoli (*b*)
   B A P,
   P A F,
   F A Q,
   Q A C,
6. Sono fra di loro uguali,
7. Siccome ſono le dette quattro parti della Baſe (*a*) parimente uguali fra di loro.

Sicchè

I. Partendoſi la Baſe (*a*) d'un Triangolo (*b*) in due, o quattro parti uguali,
II. E tirando dall' angolo oppoſto le Rette (*d*) ſu i punti delle Diviſioni,
III. Reſta diviſo il Triangolo (*b*) in due, o quattro parti uguali.

Il che era ec.

Soggiungiamo per

Av-

*

Avvertimento.

1. Che dalla precedente Pratica e Ragione Dimoſtrativa facilmente comprenderaſſi, come in ogni occorrenza ſi poſſa levare da un propoſto Triangolo (*b*) *un Terzo*, *un Quarto*, *un Quinto*, *un Seſto* ec.
2. Imperocchè ſe la Baſe (*a*) oppoſta all' angolo, da cui debbaſi fare la diviſione ſarà partita in tre, in quattro, in cinque, in ſei parti eguali ec.
3. E dal detto angolo ſi tirerà la linea ſopra una delle fatte diviſioni, s' avrà l' intento.

*

4. Eſſendoſi nel precedente Problema diviſo il Triangolo (*b*) dal ſolo punto *A*,
5. Troppo acuti ſi reſtringono i quattro Triangoli, (*b*) o ſieno le quattro parti diviſe, verſo il punto *A*,
6. In modo che difficilmente l'una dall' altra ſi diſcerne,
7. Onde benchè cotale modo di dividere ſia molto proficuo, e ſerva di fondamento ad altre diviſioni, come in appreſſo s' udirà,
8. Ciò non oſtante, affinchè più diſtinta appariſca qualunque diviſione propoſta, moſtriamo nel

PROBLEMA II.

Come ſi divida qualunque Triangolo (*b*), *per mezzo delle linee tirate da diverſi angoli fatti ſu i lati, in parti uguali.*

Sia in

I. Ipoteſi. (*c*)

1. Un Prato, o Campo *BFR*,

2. Di-

[c] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo frà tre, o più linee, come* △ □ ec.

(d) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(e) *Ipoteſi dicesi volgarmente un ſuppoſto.*

(a) *Triangolare, ciò che è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* Δ

2. Diſteſo in forma Triangolare (*a*) come ce lo rappreſenta la *Figura CXXIV. fol.* 13.
3. Il quale debbaſi dividere in cinque parti uguali per mezzo di linee tirate da diverſi angoli ſu i lati. Dico per

II. Regola.

(b) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

I. Che formando ſopra due lati d'un Triangolo (*b*) 5. Triangoli (*b*) uguali a proporzione delle Baſi (*c*) miſurate,
II. Con tirar 4. Rette (*d*) da diverſi punti ſu i detti due lati,
III. Reſta diviſo il Triangolo (*b*) in 5. parti uguali.

(c) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d'una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Se il Triangolo (*b*) è prativo, miſuriſi il di lui maggior lato *R F*, *giuſta la pagina* 13. *numero XVII.*
2. E ſegniſi la quinta parte del detto in *C*,
II. 3. Che tirata la *B C*, s'avrà una quinta parte del Triangolo (*b*) propoſto nell' Area [*e*] *R B C*,
4. Ora eſſendo il reſtante Triangolo [*b*] *B C F* di quattro delle cinque parti,
5. Miſuraſi il lato *B F*, *giuſta la detta pag.* 13.
6. E ſegniſi la quarta parte di quello in *D*,
7. Che tirata la *C D*, s'avrà la ſeconda delle cinque parti del Triangolo [*b*] *B F R*
8. Nell'Area [*e*] *C B D*.
9. Ora eſſendo il reſtante Triangolo [*b*] *C D F* di 3 parti quinte,
10. Miſuriſi la *C F*, *giuſta la detta pag.* 13.
11. E ſegniſi la terza parte della detta in *M*,
12. Che tirata la D *M*, s'avrà la terza delle cinque parti del Triangolo [*b*] *B F R*
13. Nell' Area [*e*] *C D M*.
14. Ora eſſendo il reſtante Triangolo (*b*) *D M F* di due parti quinte,
15. Miſuraſi la *D F*,

16. E

16. E segnisi la metà della detta in *E*,
17. Che tirata la *ME*, s' avranno le ultime due quinte parti del Triangolo [*b*] *BFR*
18. Nelle due Aree (*e*) *MDE*, *MEF*.

III. 19. Sicchè tutt' il Triangolo (*b*) proposto sarà diviso in 5 parti uguali nel modo predetto.

(d) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

*

20. Se il Triangolo (*b*) fosse campestre,
21. Dee esser delineato sulla Tavoletta, *giusta tutto il Cap. 7. Lib. 1. Part. 1.*
22. Ed operar proporzionalmente, come si è fatto nel precedente Problema.

(e) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ *ec.*

Ne segue

§. LVIII.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Giusta il precedente §. 27. se la Base [*c*] *RF*
2. Del Triangolo [*b*] *BFR*
3. Ha una quinta parte in *RC*,
4. Anche il Triangolo (*b*) *RBC* sarà una quinta parte di tutta l'Area (*e*) *BFR*, *giusta la prima del Sesto*,
5. Lo stesso dirassi della Base (*c*) *BF*,
6. Del Triangolo (*b*) *BCF*,
7. La quale avendo una quarta parte in *BD*, anche il Triangolo [*b*] *CBD* sarà una quarta parte di tutta l'Area [*e*] *BCF*,
8. Che val a dire una seconda quinta di tutta l'Area (*e*) *BFR*.
9. Per la stessa ragione, siccome la *CM*
10. E' una terza parte della Base (*c*) *CF* del Triangolo [*b*] *CDF*,
11. Così l'Area [*e*] *CDM*
12. Sarà altresì una terza parte di tutta l'Area (*e*) *CDF*,
13. Cioè una terza quinta di tutt' il Triangolo [*b*] *BFR*,
14. E così l'Area [*e*] *DME* sarà una quarta quinta.
15. E finalmente l'Area (*e*) *MEF* sarà l'ultima quinta parte del proposto Triangolo [*b*] *BFR*.

16. Ma le prime, ſeconde, terze quinte ec. o ſieno Triangoli [a] uguali
17. Si ſono fatti da diverſi punti *B*, *C*, *D* ec.
18. E per mezzo di 4 linee *BC*, *CD*, *DM*, *ME* ſu i due lati *RF*, *BF*.

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

Dunque

I. Formando ſopra due lati d' un Triangolo (*a*) cinque Triangoli (*a*) uguali a proporzione delle Baſi (*b*) miſurate
II. Con tirar 4 Rette (*c*) da' diverſi punti ſu i detti due lati,
III. Reſta diviſo il Triangolo (*a*) in cinque parti uguali.

Il che era ec.

(b) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(c) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

Vediamo nel

PROBLEMA III.

Come qualunque Triangolo (a) ſi divida in due parti da qualunque angolo ſecondo una data proporzione.

(d) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Sia in

I. Ipoteſi. (d)

1. Un Prato, o Campo Triangolare (e) *ABC*
2. Rappreſentatoci dalla *Figura CXXV. fol.* 13.
3. Il quale debbaſi dividere in due parti ſecondo la proporzione di $\frac{2}{3}$ a $\frac{1}{3}$
4. Cioè che una parte ſia di due terzi,
5. E l'altra d'un terzo.

Dico per

II. Regola.

I. Che diviſa la Baſe (*b*) del Triangolo (*a*) ſecondo la proporzione data,

II. E

II. E tirata una Retta (*c*) dall' angolo oppoſto ſul punto della fatta diviſione,

III. Reſta diviſo il Triangolo (*a*) come richiedeſi.

(c) *Triangolare, ciò ch' è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

Veniamo alla

III. Pratica.

(f) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

I. 1. Se il Triangolo (*a*) è prativo, miſurata la Baſe (*b*) *B C*, *giuſta la pagina* 13. *numero XVII.*

2. Che ſupponiamo di Pertiche 30,

3. *Delle quali* 10 *ſono un terzo ſecondo la proporzione data,*

4. Segniſi ſulla *B C*

5. Il punto, ove finiſcono le Pertiche 10 in *D*,

II. 6. E tiriſi dall' *A angolo oppoſto*

7. La *A D*, *giuſta la detta pag.* 13.

III. 8. Che l'Area [*f*] *B A D*

9. Sarà un terzo,

10. E l'Area [*f*] *D A C*

11. Saranno due terzi di tutt' il Triangolo (*a*) *A B C*.

*

Se il Triangolo (*a*) foſſe campeſtre, ſerviſi della Tavoletta, ed operiſi come ne' precedenti due Problemi dicemmo.

Circa

§. LIX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

Queſta è interamente fondata ſulla proporzione, che ha l'Area (*f*) d' un Triangolo [*a*] colla ſua Baſe (*b*) in ordine ai §§. precedenti ec.

Qui nel ſeguente

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

*

Avvertimento.

1. Deesi arricordare, che se la proporzione fosse data in linee senza sapere, se fra di loro sieno terzi, quarti, quinti ec.
2. Operasi come segue,
3. Debbasi divider la *BC* del predetto Triangolo (*a*) in due parti secondo la proporzione delle date due linee *F*, *G*,
4. Portasi la detta Base (*b*) *BC*,
5. Proporzionalmente sulla Tavoletta *giusta tutto il Cap. VII. Lib. I. Part. I.*
6. Come vedesi nella *Fig. CXXVI. fol.* 13.
7. E tirata dall' estremità della *BC*,
8. Qualunque altra *BE*,
9. Che faccia qualunque angolo in *B*,
10. Portate le due linee date *F*, *G*,
11. sulla *BE*, dal *B* in *R*, e dal *R* in *E*,
12. Tirata la *C*, *E*,
13. E la *RS* Paralella (*c*) alla detta *giusta la pag.* 167. *n.* 7. ec.
14. La Base (*b*) *BC* sarà divisa in *S*,
15. Secondo la proporzione delle due linee date *F*, *G*.
16. Ora misurata colle particelle della Riga la *BS giusta il detto Cap.* 7.
17. Portasi questa proporzionalmente in misura di Pertiche o Piedi sulla Base [*b*] *BC* del terreno,
18. Dal *B* in *D* nella *Fig. CXXV. fol.* 13.
19. E tirasi, come si è fatto la *AD*,
20. Che s'avrà l' intento.

*

21. Se lo stesso Triangolo (*a*) *ABC* della *Figura CXXV. fol.* 13.
22. Dovesse esser diviso in tre, o più parti secondo le proporzioni delle linee date,
23. In tal caso portansi tutte le linee su quella, che tirata a beneplacito fa un' angolo colla Base (*b*).
24. E dalle estremità delle dette si tirano le Paralelle (*c*) sulla detta Base (*b*) come si è fatto.
25. In esempio: In vece delle due linee date *FG*,

26. Sic-

[b] *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre Lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(c) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

26. Sieno per la proporzione date le linee tre *P*, *Q*, *M*,
27. Allora fatto l' angolo *V* nella *Fig. CXXVII. fol.* 13. a beneplacito,
28. Colla Baſe [*b*] *VT*,
29. E con la *VO* di qualunque lunghezza,
30. Portanſi ſulla *VO*,
31. Le tre date *P*, *Q*, *M*,
32. Dall' *V* in *P*, dal *P* in *Q*, dal *Q* in *O*,
33. E tirata la *OT*,
34. Tiranſi Paralelle [*c*] a quella,
35. Le *QB*, *PK*, *giuſta la detta pag.* 110. *n.* 4. ec.
36. Che la Baſe [*b*] *VT* ſarà diviſa ſecondo le date proporzioni.

(d) *Ipoteſi* dicesi volgarmente *caſo ſuppoſto*.

(e) *Triangolare*, cioè ch' è *fatto in figura di Triangolo*, cioè *in una figura di tre lati*, come △

(f) *Area* appreſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come △ ⬠ ec.

*

La Dimoſtrazione delle linee proporzionali ch'abbiamo tirate è da ſe ſteſſa tanto chiara per mezzo delle Paralelle, (*c*) che non fa d'uopo d'altra ragione, la quale è per altro fondata *ſulla* 10. *del Seſto*.

Avanziamo dunque, e vediamo nel

PROBLEMA IV.

Come ſi divida un Triangolo [*a*] *in più parti diſuguali per mezzo delle linee tirate da un medeſimo angolo.*

Sia in

I. Ipoteſi. (*d*)

1. Un Prato, o Campo Triangolare (*e*) *ABC*,
2. Rappreſentatoci dalla *Fig. CXXVIII. fol.* 13.
3. Il quale contenga nell' Area [*f*] ſua 600. Pertiche,
4. E debbaſi dividere dall' angolo *A*,
5. In quattro parti diſuguali, ſicchè di quattro perſone, a cui il terreno appartiene, la prima n' abbia Pertiche 130, la ſeconda 150, la terza 120, e la quarta 200.

Dico

Dico per

II. Regola.

Che

I. Divisa la Base (*a*) di qualunque Triangolo (*b*) proporzionalmente alle divisioni proposte, per mezzo della Regola delle proporzioni.

II. Tirate dall' angolo opposto le linee su i punti delle divisioni.

III. Resta diviso il Triangolo (*b*) nelle proposte parti disuguali.

Ciò dichiarasi con la seguente

III. Pratica.

I. 1. Misurisi la Base (*a*) *BC*,

2. La quale sia di Pertiche 100,

3. *Queste si partiranno proporzionalmente alle Divisioni proposte per mezzo della Regola delle Proporzioni, delle quali si favellerà nella Geometria Aritmetica della Parte terza*, nel modo seguente.

4. Dicendo per la *prima persona*: se tutt' l'Area (*c*) del Triangolo (*b*) di Pertiche Quadrate (*d*) 600.

5. Mi dà tutta la Base (*a*) di Pertiche semplici (*e*) 100.

6. Cosa darà l' Area [*c*] di 130. Pertiche Quadrate (*d*)?

7. E multiplicato [*f*] 130. con 100. ne viene il prodotto (*g*) di 13000.

8. Il quale partito (*b*) per 600.

9. Il Quoziente (*i*) sarà di Pertiche semplici [*e*] 21. Pied. 4.

10. Sicchè contate sulla *BC* Pertiche 21. Piedi 4. dal *B* in *G*,

11. Questo sarà il punto della divisione per la prima persona.

12. Si

(a) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati 2 lati, il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(b) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(c) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(d) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascuno dei quali è lungo una pertica.*

(e) *Pertica semplice è una Pertica in linea, come* ——

(f) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

*

12. Si dirà poi per la ſeconda perſona; ſe tutta l' Area (*c*) del Triangolo [*b*] di Pertiche Quadrate [*d*] 600.
13. Dà la Baſe [*a*] di Pertiche ſemplici [*e*] 100.
14. Coſa darà l' Area [*c*] di Pertiche 150. Quadrate [*d*].
15. E fatta l' operazione, come ſopra, s' avrà per il Quoziente (*i*) Pertiche ſemplici [*e*] 25.
16. Le quali debbonſi pure contare ſu la detta *B C*,
17. Dal *G* in *F*,
18. Il quale ſarà il punto della diviſione per la ſeconda perſona.

*

19. In oltre diraſſi per la terza perſona: ſe tutta l' Area [*c*] del Triangolo [*b*] di Pertiche quadrate (*d*) 600.
20. Dà la Baſe [*a*] di Pertiche ſemplici [*e*] 100.
21. Coſa darà l' Area [*c*] di Pertiche 120. Quadrate [*d*]?
22. Che fatta l' operazione, come ſopra, s' avrà per il Quoziente [*i*] Pertiche ſemplici [*e*] 20.
23. Le quali contate, come le altre ſulla *B C*,
24. Dal *F* in *E*,
25. L' *E* ſarà il punto della diviſione per la terza perſona.
26. E per conſeguenza anche per la quarta dall' *E* in *C*.
27. Onde ſi ſarà fatta per mezzo dello ſteſſo punto *E* la diviſione,
28. La quale dovrà naturalmente eſſere di Pertiche ſemplici (*e*) 33. Piedi 2.
29. Queſte aggiunte alle Pertiche ſemplici (*e*) delle precedenti diviſioni fanno Pertiche 100.
30. Che ſono quelle appunto della miſurata Baſe (*a*) *B C*,

*

II. 31. Ora tiranſi al ſolito ſu i punti delle diviſioni le
A G,
A F,
A E, *Giuſta i Probl. precedenti.*

32. Ch'

(g) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(h) *Partire, o ſia Dividere nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel 6 ſi contiene tre volte.*

(i) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

32. Che il Triangolo [a] ſarà diviſo nelle propoſte parti diſuguali

*

Se il Triangolo [a] foſſe campeſtre, ci rapportiamo a ciò, che ne' precedenti Problemi dicemmo.

Circa

§. LX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Replichiamo ciò, che nel precedente §. dicemmo,
2. Cioè, che quella è fondata ſulla proporzione, che ha la Baſe (b) d'un Triangolo (a) colla ſua Area (c) *giuſta la prima del Seſto.*

*

Seguiamo a conſiderare nel

PROBLEMA V.

Come ſi divida un Triangolo (a) in quattro parti diſuguali per mezzo delle linee tirate da diverſi angoli.

Sia in

I. Ipoteſi. (d)

1. Un Prato, o Campo *ABC*,
2. Diſteſo in forma Triangolare (e),
3. Come ce lo rappreſenta la *Figura CXXIX. fol.* 13. la cui Area [c] ſia di 600 Pertiche.
4. E debbaſi da diverſi angoli dividere fra 4 perſone in 4 parti diſuguali,
5. Sicchè la prima abbia Pertiche 160, la ſeconda 140, la terza 110, e la quarta 190.
6. Dico per

II. Regola.

I. Che

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Baſe è comunemente il Lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(e) *Triangolare, ciò ch' è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

(f) *Retta Linea è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

[g] *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

I. Che formando ſopra due lati d' un Triangolo (*a*) quattro Triangoli a proporzione delle Baſi (*b*) miſurate ſecondo le propoſte diviſioni,

II. Con tirar tre Rette (*f*) da diverſi punti ſu i detti due lati,

III. Reſta diviſo il Triangolo (*a*) nelle quattro parti diſuguali, come richiedeſi.

Si chiariſce queſta Regola colla ſeguente

III. Pratica.

1. Suppoſta la Baſe (*b*) *B C* del Triangolo [*a*] Prativo di 100 Pertiche già miſurate, *giuſta la pag. 13. n. XVII.*
2. Dobbiamo colla Regola del precedente Problema dire:
3. Se tutta l'Area [*c*] di Pertiche 600 Quadrate (*g*) dà 100 Pertiche ſemplici (*b*) ſulla Baſe (*b*) *B C*,
4. Coſa daranno cento Pertiche Quadrate (*g*),
5. Che ſono la parte della prima perſona?
6. E *multiplicato* (*i*) 100 con 160, s' avrà il prodotto [*k*] di 16000,
7. Il quale partito (*l*) per 600,
8. Dà il Quoziente [*m*] di Pertiche ſemplici (*b*) numero 26, Piedi 4.
9. Sicchè contanſi Pertiche 26, e Piedi 4 ſulla *B C*
10. Dal *B* in *G*,
11. E tirata la *A G*,
12. Si ſarà fatta la diviſione per la prima perſona col Triangolo (*a*) *A B G*.

*

13. Ora per le altre tre perſone reſterà da dividerſi il Triangolo [*a*] *A G C*,
14. Il quale, dopo levate le dette 160 Pertiche per la prima perſona,
15. Sarà di Pertiche 440,
16. Da dividerſi fra le altre perſone.

*

17. E però miſurando ora il lato *A C*,

(b) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(i) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte cauto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(k) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

[l] *Partire, o ſia dividere nell' Aritmetica dicesi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro; come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(m) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(a) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una Pertica.*

18. Il quale sia di Pertiche 80,
19. Dirassi per la divisione della seconda persona:
20. Se Pertiche quadrate (*a*) 440 mi danno la Base [*b*] di Pertiche semplici (*c*) 80,
21. Cosa mi daranno Pertiche quadrate [*a*] 140?
22. Che per la nota Regola delle Proporzioni s' avrà il Quoziente (*d*) di Pertiche semplici (*c*) numero 25:

$$2 : 8 : 8 : 8 : 8 : 8 \frac{32}{44},$$

(b) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominasi due lati, il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

23. Che sono Pertiche 25, Piedi 2, Oncie 8, Punti 8, Atomi 8, Minuti 8, Momenti 8, ed il Rotto $\frac{32}{44}$
24. Da contarsi sulla *A C*
25. Dall' *A* in *E*.
26. E tirata la *G E*
27. Mostrerà il Triangolo (*e*) *A G E*
28. La divisione per la seconda persona.

*

(c) *Pertica semplice è una Pertica in linea, come* ——

29. Ora restando per le altre due persone il Triangolo (*e*) *G E C*
30. Di Pertiche 300,
31. Misurato, *giusta l' accennata pag. 13. num. XVII.* il lato *G C* di Pertiche 40,
32. Dirassi, se 300 Pertiche quadrate (*a*) mi danno Pertiche 40 semplici (*c*),

(d) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

33. Cosa mi daranno Pertiche 120 porzione della terza persona?
34. E fatta l'operazione per la predetta Regola delle Proporzioni, ritroverassi il Quoziente (*d*) di 14 Pertiche, e 4 Piedi semplici [*c*]
35. Da contarsi sulla *G C*
36. Dal *G* in *F*,
37. Che tirata la *E F*,
38. Mostrerà il Triangolo [*e*] *G E F*
39. La divisione per la terza persona.
40. E per conseguenza il Triangolo [*e*] *F E C*
41. Sarà la divisione della quarta.

*

42. Se il Triangolo [*e*] è campestre, operasi come ne' precedenti Problemi.

Toc-

Toccante

§. LXI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Egli è noto ſul fondamento dei §§. antecedenti
2. Che, ſiccome tutta la Baſe [*b*] *BC*, o *AC*
3. Ha la ſua proporzione con tutta l'Area (*f*) del Triangolo [*e*] *ABC*,
4. Così ciaſcun picciolo Triangolo [*e*], ch' è ſulle dette Baſi [*b*],
5. Si è parimente fatto colla proporzione, ch' hanno le parti della mentovata Area (*f*) colle parti delle mentovate Baſi (*b*),
6. Ma tutto ciò è ſeguito con formare ſopra due lati del propoſto Triangolo (*e*) 4 Triangoli (*e*),
7. E con tirar tre Rette (*g*) in ordine alle propoſte diviſioni diſuguali.

Dunque

I. Formando ſopra due lati d'un Triangolo (*e*) quattro Triangoli (*e*) a proporzione delle Baſi (*b*) miſurate ſecondo le propoſte diviſioni,

II. Con tirar tre Rette (*g*) da diverſi punti ſu i detti due lati,

III. Reſta diviſo il Triangolo (*e*) nelle 4 parti diſuguali come richiedeſi.

Il che era ec.

*

1. Ne' precedenti Problemi ſi può operare ne' Campi colla Tavoletta, e ne' Prati ſenza di quella,
2. Ma nel ſeguente preſterà la detta Tavoletta tanto ne' Campi, quanto ne' Prati un particolar ufficio,
3. E però vediamo nel

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △.

(f) *Area ſi preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ ▭ *ec.*

(g) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——.

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

PROBLEMA VI.

Come in modo differente dagli antecedenti ſi partiſca qualunque Triangolo (a) in più parti diſuguali, per mezzo delle linee tirate da diverſi angoli, col beneficio della Tavoletta.

(b) *Ipoteſi dicesi volgarmente ciò ſuppoſto.*

Sia in

I. Ipoteſi (b)

1. Un Prato, o Campo Triangolare [c] *A B C*,
2. Come ce lo rappreſenta la *Figura CXXX. foglio* 13.
3. Da dividerſi in quante parti diſuguali ſi deſidera,
4. Che per ora ſarannò cinque,
5. Cioè in cinque Rotti (d) differenti ſenza ſpecificar il num. delle Pertiche,
6. E ſieno $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, ed il reſto.

(c) *Triangolare, ciò che è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

(d) *Rotto, o ſia Numero rotto è un'unità diviſa in due parti, v. gr.* ——— *terzi ſono due parti d'un' unità diviſa in tre, tre* ——— *quarti ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

Dico per

II. Regola,

I. Che portato ſulla Tavoletta un Triangolo (a) proporzionale al propoſto.

II. Miſurato, è diviſo quello ſu due lati in 5. Triangoli (a) ſecondo la proporzione data,

III. Diretti poi i traguardi della Riga per li punti diviſorj della Tavoletta, ſu i lati del Triangolo (a) propoſto, queſto ſi divide come richiedeſi.

(e) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ □ *ec.*

Dichiariamo queſta Regola colla

III.

III. Pratica.

I. 1. Il Triangolo (*a*) *A B C* del terreno,
2. Sia portato ſulla Tavoletta proporzionalmente per mezzo del picciolo Triangolo (*a*) *a b c*, *giuſta il Cap. 7. Lib. 1. Part. 1.*
3. *E miſuratane l' Area* [*e*] *giuſta il Probl. IV. del Cap. 7. Lib. 1. Part. 1.*
4. Sia di Pertiche 600.

II. 5. *Ora divideraſſi ſecondo la data proporzione.*
6. Se il lato *a b* della Tavoletta,
7. (Il quale nella delineazione già fatta noi lo ſupponiamo di 40. particelle, proporzionali alle 40. Pertiche della *A B* ſul terreno)
8. Divideraſſi per 3,
9. Poichè il Quoziente [*f*], che ne proviene ſarà di 13. Pertiche, e di due Piedi,
10. E però numerate ſulla *a b*,
11. Della Tavoletta Pertiche 13. e due Piedi dall' *a* in *g giuſta il Cap. 7. Lib. 1. Parte 1.*
12. Tireraſſi la *c g*,
13. Ch' il Triangolo (*a*) *c a g* ſarà la prima parte, o ſia $\frac{1}{3}$ di tutt' il Triangolo (*a*) *a b c* di Pertiche 600.
14. Cioè Pertiche 200. Quadrate [*g*] *giuſta la Pratica del Probl. 1.*

*

15. Ora per le altre quattro parti reſterà da dividerſi il Triangolo [*a*] *c g b* di Pertiche 400.
16. E per venir alla ſeconda parte ch' è un $\frac{1}{4}$
17. Partendo l' Area (*e*) di tutt' il Triangolo (*a*) *a b c* di Pertiche 600. per 4.
18. Il Quoziente [*f*] ſarà di Pertiche 150, che faranno il $\frac{1}{4}$
19. Miſurato poi il lato *c b*,
20. Ch' è di Pertiche 50.
21. Diraſſi, come nel precedente Problema,
22. Se Pertiche Quadrate (*g*) 400.
23. Di tutt' il Triangolo [*a*] *g b*,

24. Dan-

(f) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quarto n' è il Quoziente.*

(g) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno dei quali è lungo una pertica.*

(a) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominasi due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

24. Danno la Baſe [*a*] di Pertiche ſemplici [*b*] 50.
25. Coſa daranno Pertiche Quadrate (*c*) 150?
26. Ch' il Quoziente [*d*] ſarà di Pertiche 18. Piedi 4 ed Onc. 6. ſemplici (*b*)
27. Da contarſi ſulla *c b*,
28. Dal *c* in *b*;
29. Che tiraata la *g b*,
30. Moſtrerà il Triangolo [*e*] *g b c* la ſeconda parte, cioè $\frac{1}{4}$

*

(b) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

31. Per la terza parte ch' è un Quinto,
32. Parteſi novamente tutt' il Triangolo [*e*] propoſto, cioè Pert. 600. per 5.
33. E ne proviene il Quoziente (*d*) di Pertiche 120,
34. Ora rimanendo il Triangolo [*e*] *b g b* di Pertiche 250. Quadrate [*c*],

(c) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

35. Dopo eſſere ſtato levato da tutt' il Triangolo [*e*] *a b c* prima il Triangolo [*e*] *f a g* di Pert. 200. poſcia il Triangolo [*e*] *e g b* di Pert. 150.
36. E rimanendo pure il lato *g b*,
37. Di Pertiche 26. e Piedi 4.
38. (Dopo eſſer ſtata da tutta la *a b*,
39. Di Pertiche 40, levata la *a g* di Pertiche 13. e Piedi 2.)
40. Diraſſi al ſolito; ſe Pertiche Quadrate (*c*) 250.
41. Del Triangolo *b g b*,
42. Danno la Baſe [*a*] *g b* di Pertiche ſemplici [*b*] 26. e Piedi 4.
43. Coſa daranno Pertiche Quadrate [*c*] 120.
44. Ch' il Quoziente [*d*] ſarà di Pertiche 9. Pie. 9. Onc. 9. Punt. 6. $\frac{144}{250}$
45. Da contarſi ſulla *g b*.
46. Dal *g* in *f*.
47. E tirata la *b f*.
48. Moſtrera il Triangolo [*e*] *b g f*.
49. La terza parte, cioè $\frac{1}{5}$

*

50. Per la quarta parte, partito novamente tutt' il Triangolo [*e*] propoſto di Pertiche 600.

51. Per

51. Per 6; giacchè la quarta parte è $\frac{1}{6}$,
52. Il Quoziente [d] sarà di Pert. 100.
53. E rimanendo il Triangolo [e] *b f b*,
54. Di Pertiche 130.,
55. Ed il lato *b b* di Pertiche 31. Piedi 1. Oncie 6.
56. Dicasi al solito: se Pertiche Quadrate [a] 130.
57. Danno la Base [a] *b b* di Pertiche semplici (b) 31. 1. 6.
58. Cosa daranno Pertiche Quadrate (c) 100.?
59. Ch' il Quoziente (d) sarà di Pertiche 24 : 4 : 8 : 5 : 1 : : 1 : 8, $\frac{64}{130}$
60. Da contarsi sulla *b b*,
61. Dal *b* in *m*.
62. E tirata la *f m*,
63. Mostrerà il Triangolo (e) *b f m*,
64. La quarta parte, cioè $\frac{1}{6}$
65. Ed essendo per conseguenza il Triangolo (e) *m f b*,
66. La quinta parte, tutt' il proposto Triangolo (e) *A B C*,
67. Si è diviso, come richiedevasi.

(d) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quarto n' è il Quoziente.*

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(f) *Orizzontalmente a modo di livello.*

*

III. 68. Sinora essendosi diviso il proposto Triangolo (e) sulla Tavoletta, conviene dividerlo anche sul terreno.

*

69. Se questo è Prativo, sicchè tutto il terreno da un angolo all' altro, e da un lato all' altro si veda,
70. Piantasi la Tavoletta Orizzontalmente (f),
71. In modo, che gli angoli ed i lati del Triangolo (e) delineato su quella corrispondano agli angoli, ed ai lati del Triangolo (e) terreno.
72. Come nella presente Figura, in cui l' angolo *c*,
73. Della Tavoletta corrisponde sopra l'angolo *c*,
74. Del terreno,
75. Ed il lato *a b*,

76. Del-

76. Della Tavoletta corriſponde dirimpetto al lato *A B*,
77. Del terreno ec.
78. Ciò fatto, accomodata la riga ſulle *c g*, *c f*, che terminano ſu i punti diviſorj *g*, *f*,
79. Ed applicato l'occhio ai traguardi, caderà il raggio viſuale ſu i punti *M*, *R*
80. Della *A B*;
81. Ne' quali poneſi qualche ſegno viſibile,
82. Poſcia traſportata la Tavoletta ſull'angolo *A*,
83. Sicchè l'angolo *a* della Tavoletta corriſponda, come ſi è detto, al mentovato angolo *A* del terreno,
84. E poſta la riga ſulle *A b*, *A m*,
85. Si ſegneranno dietro ai raggi viſuali ſulla *c B*
86. I punti *S*, *T*:
87. E tirate finalmente dall'uno all' altro lato ſu i punti diviſorj le *c M*, *M S*, *S R*, *R T*, *giuſta la pag. 13. num. XVII.*

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

88. Il propoſto Triangolo (*a*) farà diviſo, come richiedevaſi.

*

89. Se quello foſſe campeſtre, cioè ripieno di viti, biade, arbori ec.
90. Prendonſi dai lati del Triangolo (*a*) già delineato, e diviſo ſulla Tavoletta le diſtanze proporzionalmente diviſorie,
91. E ſi portano ſu i lati del Triangolo (*a*) campeſtre,
92. Cioè portaſi la diſtanza *c b*,
93. Che ſono Pertiche 18 : 4 del lato *c b*,
94. Sul lato *c B*
95. Campeſtre, dal *c* in *S*.
96. Come anche la diſtanza *b m*
97. Sullo ſteſſo lato *c B*,
98. Dal *S* in *T*.
99. Così pure prendonſi le altre diſtanze del lato *a b*
100. Della Tavoletta, e portanſi proporzionalmente ſul lato *A B*
101. Campeſtre, cioè la *a g*
102. Dall' *A* in *M*,
103. E la *g f*
104. Dal *M* in *R*.

*

105. Avuti i punti diviſorj del Campo, e piantativi de' ſegni viſibili, come pali alti, o altro,
106. Si ſapranno le diviſioni del Campo, e potranſi anche tirar effettivamente ſul terreno le Linee diviſorie *c M*, *M S* ec.
107. Quando raccolti i frutti, quello non ſi danneggierà, o quando piacerà al padrone.
108. Egli è tempo di confermar queſta Pratica colla

§. LXII.

Sua Ragione dimoſtrativa.

1. Che il Triangolo [*a*] *a b c*
2. Della Tavoletta ſi ſia delineato proporzionalmente al Triangolo (*a*) *A B c*
3. Terreſtre, ciò riluce dal §. 31.

*

4. E che il detto Triangolo (*a*) *a b c*
5. Si ſia da diverſi angoli in cinque parti diviſo, ſecondo la data proporzione,
6. Ciò riluce pure dal §. 53. ed altri ſuſſeguenti.

*

7. Ora conſiderando, che il lato *a b*
8. Del Triangolo (*a*) *a b c*
9. E' Paralello (*b*), e proporzionale al lato *A B*
10. Del Triangolo (*a*) *A B c*.
11. Come anche il *c b*
12. Al *c B*,
    Giuſta la quarta, e Coroll. del Seſto.
13. Per la ſteſſa ragione
14. Anche le diſtanze de' punti *a g*, *g f*, *f b*, *b m*, *m b*, *b c*
15. Della Tavoletta
16. Saranno proporzionali alle diſtanze de' punti *A M*, *M R*, *R B*, *B T*, *T S*, *S c*
17. Del Terreno.
18. Ma la diviſione della precedente Pratica ſi è fatta

(b) *Lati Paralelli, o ſiano linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra, in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

per mezzo dei punti diviſorj della Tavoletta ſu i lati del Triangolo (*a*) propoſto.

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

18. Sicchè

I. Portato ſulla Tavoletta un Triangolo (*a*) proporzionale al propoſto,

II. Miſurato, e diviſo quello ſu due lati in 5. Triangoli (*a*) ſecondo la proporzione data,

(b) *Area Triangolare, o ſia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

III. Diretti poi i traguardi della Riga per i punti diviſorj della Tavoletta ſu i lati del Triangolo [*a*] propoſto, queſto ſi divide, come richiedeſi.

Diciamo per

*

Avvertimento.

1. Che non volendo adoprar la Tavoletta per ritrovar i punti diviſorj *e*, *S*, *T*, *B*, *R* ec.

(c) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

2. D' un Triangolo (*a*) prativo, baſterà prender le diſtanze proporzionali dei punti della detta Tavoletta, e portarle ſu i lati del prativo Triangolo, (*a*) come ſi è fatto nel Campo al n 89. 90. ec.

*

3. Immaginandoci ch' in altri ſimili caſi potrà il Principiante da ciò che ſin' ora ſi è detto dedurre il modo di ſciogliere i Problemi, che circa le diviſioni de' Triangoli (*a*) li vengono propoſti, noi avanzeremo al ſeguente

CAPO II.

Delle Diviſioni delle Aree Triangolari (b) per mezzo delle linee tirate dai lati.

1. Prima di proporre alcun Problema,
2. Premetteſi al ſolito il

Fon-

*

Fondamento delle Regole che nel Capo preſente ſi contengono.

1. Abbiamo per verità incontraſtabile nella 37. del primo d' Euclide, *che i Triangoli* [*a*] , *che ſono ſulla ſteſſa Baſe* (*c*) , *e nelle medeſime Paralelle* , (*d*) *ſono uguali fra loro* .
2. Come nella *Fig. CXXXI. fol.* 13. il Triangolo (*a*) *b a c*,
3. E' uguale al Triangolo (*a*) *a c d a*
4. Poichè ſono ſulla ſteſſa Baſe (*c*) *a c*,
5. E nelle medeſime Paralelle (*d*) *a c b d*,

*

6. Lo ſteſſo ſi verifica ne' due Triangoli (*a*), *b a d*, *b c d*,
7. I quali ſono ſulla ſteſſa Baſe (*c*) *b d*,
8. E nelle medeſime Paralelle (*d*) *a c*, *b d*,
9. E ſu queſta verità ſono fondate tutte le ſeguenti Regole.
10. Onde conſideriamo nel

(d) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(c) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(f) *Triangolare, ciò ch' è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

PROBLEMA I.

Come ſi divida qualunque Triangolo (*a*) *in due parti uguali per mezzo d' una linea tirata da qualunque punto dato ſopra uno dei tre lati.*

Sia in

I. Ipoteſi. (*e*)

1. Il Prato, o Campo Triangolare (*f*) *F G O*
2. Come ce lo rappreſenta la *Figura CXXXII. foglio* 14.
3. Il quale debbaſi partire in due parti uguali ,
4. Dal punto *D*

5. Dato ſul lato *F G*.

Dico per

II. Regola.

I. Che diviſo il lato del punto dato in due parti uguali,

II. Tirata una Retta [*a*] dal punto dato fin' all' angolo oppoſto,

III. Tirata a quella una Paralella [*b*] dal punto della diviſione fin' al ſegamento d' un lato,

IV. E finalmente un' altra dal ſegamento fin' al punto dato, queſta dividerà il Triangolo, [*c*] come richiedeſi,

Ciò dichiaraſi colla

III. Pratica.

I. 1. Se il propoſto Triangolo (*c*) è Prativo, ed aperto,
2. Divideſi *quello per metà per mezzo della O S*,
3. Tirata ſulla mezza Baſe (*d*) *S G*,
4. *Dall' angolo oppoſto O, giuſta la pag. 13. num. XVII.*

II. 5. *Tiraſi pure dal D*,
6. *Punto dato fin' all' O*,
7. La *D O*.

III. 8. *Ed a queſta la Paralella* (*b*) *S R, giuſta la pag. 100. num. 4.* ec.
9. *Dal punto della mezza Baſe* (*d*) *S*,
10. Sin' al punto *R*,
11. *Del Segamento del lato F O*.

IV. 12. *Finalmente dal Segamento R*,
13. Tiraſi la *R D*,
14. *Sin al punto dato D*,
15. Che queſta dividerà il Triangolo [*c*] in due parti uguali dal dato punto *D*,
16. Le quali ſono *F R D*, *D R O G*.

*

17. Se il Triangolo (*c*) foſſe Campeſtre, s' adopre-

rà al

(a) *Retta Linea è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(b) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

(d) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati 2 lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

rà al ſolito la Tavoletta e la Riga *giuſta il Cap. 7. Lib. 1. Part. 1.*

18. Poi ſegnati i punti *D*, *R*,
19. Queſti ſi traſporteranno colle proporzionate diſtanze ſu i lati del Campo Triangolare (*e*), *giuſta il Probl. 6. del Capo precedente*,
20. E tireraſſi la *RD giuſta la pag. 13. n. XVII.*

(c) *Campo Triangolare, o ſia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

Ne ſegue

§. LXIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

(f) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ◻

1. Ben inteſo il precedente fondamanto *alla pag.* 291.
2. Facilmente intenderaſſi la Dimoſtrazione della veduta Regola,
3. Perocchè le al Triangolo (*c*) *FRS*,
4. Aggiungeremo il Triangolo (*c*) *OSR*,
5. Avremo la metà di tutto il Triangolo (*c*) *FGO*,
6. Nel Triangolo (*c*) *FOS*, *come ſi è fatto nella Pratica*.
7. E ſe allo ſteſſo *FRS*,
8. Aggiungeremo il Triangolo (*c*) *SRD*,
9. Avremo pure la metà di tutt' il Triangolo (*c*) *FGO*,
10. Nel Triangolo [*c*] *FRD*,
11. Per eſſer l'*SRD*,
12. E l'*OSR*,
13. Uguali fra di loro, ritrovandoſi ſulla ſteſſa Baſe (*d*) *RS*,
14. E nelle medeſime Paralelle (*b*) *RS*, *OD*, *giuſta il fondamento pag.* 291.
15. Sicchè l'altra metà di tutt' il Triangolo (*c*) *FGO*,
16. Sarà il Trapezio [*f*] *DROG*.

*

17. Ma queſte due metà, o ſieno parti uguali del detto Triangolo (*c*) *FGO*,
18. Si ſono fatte
    - I. *Col punto diviſorio*,
    - II. } *E con la Retta* (*a*), *e Paralella* (*b*)
    - III. } *tirata giuſta la Regola*
    - IV. } *precedente*,
19. Dunque

I. Di-

(a) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

I. Divisо il lato del punto dato in due parti uguali,

II. Tirata una Retta [*a*] dal punto dato fin' all' angolo opposto,

III. Tirata a questa una Paralella [*b*] dal punto della divisione fin' al segamento d'un lato,

IV. E finalmente un' altra dal segamento fin' al punto dato, questa dividerà il Triangolo [*c*] come richiedesi.

Il che era ec.

Diciamo per

(b) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

*

Avvertimento.

1. Che potendo noi prender in un Triangolo [*c*] qualunque lato per Base (*d*),
2. Farassi la stessa operazione, quando il punto sarà dato sopra qualunque lato.

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

Considereremo nel

PROBLEMA II.

Come si divida un Triangolo (c) in tre parti uguali per mezzo delle linee tirate da un punto dato sopra qualunque lato.

[d] *Base è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

Sia in

I. Ipotesi (*e*).

1. Il Prato, o Campo Triangolare (*f*) *A B C*,
2. Come lo rappresenta la *Figura* CXXXIII. *fol.* 14.
3. Il quale debbasi partire in tre parti uguali
4. Dal punto *E*
5. Dato sul lato *A C*.

Dico per

II. Re-

II. Regola.

I. Che diviſo il lato del punto dato in 3 parti uguali,

II. Tirata una Retta [*a*] dal punto dato ſin' all' angolo oppoſto.

III. Tirata a quella due Paralelle [*b*] dai punti delle diviſioni fin' ai ſegamenti de' lati.

IV. E finalmente due altre Rette [*a*] dai ſegamenti ſin' al punto dato, queſte divideranno il Triangolo [*c*] come ſi diſſe.

(c) *Ipoteſi detta volgarmente caſo ſuppoſto.*

(f) *Campo Triangolare, o ſia Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

Dichiariamo il tutto colla

III. Pratica.

I. 1. Nel prativo Triangolo (*c*) divideſi la Baſe [*d*] *A C*,
2. *In cui ritrovaſi il dato punto E*,
3. *In tre parti uguali*, per mezzo de' punti *G R*, *giuſta la pag.* 285. *num.* 8. *ec.*

II. 4. Tiraſi la *E B*
5. *Dal punto dato ſin' all' angolo oppoſto.*

III. 6. *Tiranſi a quella le due Paralelle (b) G V, R M, giuſta la pag.* 100. *num.* 4. *ec.*
7. *Dai punti delle diviſioni G, R,*
8. *Sin' ai ſegamenti dei lati V, M.*

IV. 9. *Finalmente tiranſi anche le E V, E M,*
10. *Dai detti ſegamenti ſin' al punto dato E,*
11. Che quelle divideranno il propoſto Triangolo (*c*) in 3 parti uguali dal detto punto *E*,
12. Le quali ſono *AVE*, *EVBM*, *EMC*.

*

13. Se la propoſizione conſiſteſſe in un Campo Triangolare (*f*) ci rimettiamo alla Pratica del precedente Problema.

Circa

Circa

§. LXIV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Fiſſato nella mente il fondamento alla *pag.* 291.
2. Eſſa è ſul piede dell' antecedente,
3. Perocchè eſſendo l' Area (*a*) *ABG*, terza parte del Triangolo (*b*) *giuſta la miſurazione ſuppoſta*,
4. Anche l' Area (*a*) *AVE*,
5. E la terza parte dello ſteſſo Triangolo [*b*],
6. Accagione ch' il Triangolo (*b*) *GVE*,
7. E' uguale al Triangolo (*b*) *GVB*,
8. Per eſſer ſulla medeſima Baſe (*c*) *GV*.
9. E nelle medeſime Paralelle (*d*) *GV*, *BE*,
10. E che l' Area (*a*) *AVG*,
11. E' comune tanto al Triangolo (*b*), *GVE*,
12. Quanto al Triangolo (*b*) *GVB*.

*

13. Lo ſteſſo è chiaro anche nel Triangolo (*b*) *EMC*,
14. Uguale al Triangolo (*b*) *RBC*,
15. Ch' è un' altra terza parte del propoſto Triangolo (*b*) *ABC*,
16. E per conſeguenza il Trapezio [*e*] *EVBM*,
17. Sarà neceſſariamente un' altro terzo.

*

18. Ma queſti tre terzi, o ſieno 3 parti uguali del veduto Triangolo (*b*)
    Si ſono fatte
    I. *Co' punti Diviſorj*,
    II. } *E con le Rette* (*f*) *e Paralelle* (*d*)
    III. } *tirate giuſta la Regola*
    IV. } *precedente*,

    Dunque
    I. Diviſo il lato del punto dato in 3 parti uguali,
    II. Tirata una Retta [*f*] dal punto dato fin' all'angolo oppoſto,

III. Ti-

(a) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ◇ *ec.*

(b) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(c) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(d) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

III. Tirate a quella due Paralelle [*d*] dai punti delle divisioni fin' ai segamenti de' lati,

IV. E finalmente due altre Rette [*f*] dai segamenti fin' al punto dato, queste dividerano il Triangolo, (*b*) come si disse.

Il che era ec.

(e) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ◺

Per miglior intelligenza de' Principianti soggiungiamo un' altro esercizio per le divisioni de' terreni, poichè potrebbe avvenire ch' alcuni vicini avessero d' uopo di divider i loro poderi da diversi punti, affinchè le divisioni consistano più in Trapezj (*e*), ch' in Triangoli (*b*)

E però vedesi nel

(f) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(g) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

PROBLEMA III.

Come si divida un Triangolo [*b*] *in tre parti uguali per mezzo delle linee tirate da due punti dati sopra qualunque lato.*

(h) *Triangolare, ciò ch' è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

Sia in

I. Ipotesi. (g)

1. Il Prato, o Campo Triangolare (*b*) *A B C*,
2. Rappresentatoci dalla *Fig. CXXXIV. fol.* 14.
3. Il quale debbasi partire in 3. parti uguali,
4. Dai due punti *D*, *F*,
5. Date sul lato *A C*.

Dico per

II. Regola.

I. Che diviso il lato dei punti dati in tre parti uguali,

II. Tirate due Rette [*a*] dai punti dati fin' all' angolo oppoſto,

III. Tirate a quelle due Paralelle [*b*] dai punti delle diviſioni fin' ai ſegamenti de' lati,

IV. E finalmente due altre Rette [*a*] dai ſegamenti fin' ai punti dati, queſte divideranno il Triangolo [*c*] come ſi diſſe.

(a) *Retta, o ſia linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(b) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Se il Triangolo (*c*) è Prativo, *dividaſi* la Baſe [*d*] *A C*,

2. *In cui ritrovanſi i due punti*,

3. *In* 3. *parti uguali* (come ſi fece nel precedente Problema) per mezzo de' punti *G E*,

II. 4. *Tiranſi le D B, F B*,

5. *Dai punti dati ſin' all' angolo oppoſto*,

III. 6. *Tiranſi a quelle le due Paralelle* (*b*) *E H, G I giuſta la pag.* 100. *n.* 4.

7. *Dai punti delle diviſioni G, E*,

8. *Sin' ai ſegamenti dai lati H, I*.

IV. 9. *Finalmente tiranſi anche le H D, I F*,

10. *Dai detti ſegamenti ſin' ai due punti dati D F*,

11. Che quelle divideranno il propoſto Triangolo (*c*) in 3 parti uguali dai detti punti *D, F*.

12. Le quali conſiſtono in due Trapezj (*e*) *A B D H, D H F I*,

13. E nel Triangolo (*c*) *F I C*.

*

14. Se il Terreno foſſe Campeſtre operaſi come nel Problema I. del preſente Capo.

Circa

§. LXV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Replicato il Fondamento di queſto Capo alla pag. 291. e la Ragione dell' antecedente §. 64. altro non occorre dire.

2. Cir-

*

2. Circa i precedenti due Problemi, ſoggiungiamo un

*

Avvertimento.

3. Cioè che dalle Pratiche di quelli, e dalla Ragione dimoſtrativa al §. 64. facilmente comprenderaſſi come un propoſto Triangolo (*c*) ſi poſſa dividere in 4, 5, 6, 7, ec. parti uguali da uno o due punti dati ſu qualunque lato.

4. Ci perſuadiamo pure, ch' il Principiante Geometra potrà da ſe ſteſſo ſcioglier il Problema, in cui li foſſe propoſto di divider qualunque Triangolo [*c*] in più parti uguali da tre punti dati ſopra d' un lato.

5. Onde noi ſopra di ciò non gli ſtendiamo altro Problema; ponendoli ſolo ſott' agli occhi la *Fig. CXXX. fol.* 14.

6. Nella quale ſi propone il Triangolo (*c*) *A B C*,

7. Da dividerſi in cinque parti uguali dai tre punti *D G M*,

8. Dati ſul lato *B C*.

9. Perocchè avendo a mente le Regole dei due precedenti Problemi,

10. Vedraſſi la *B C*,

I. 11. *Diviſa in 5. parti uguali ne' punti I H F E.*

II. 12. Vedranſi *le 3 Rette* (*a*) *A D, A G, A M,*

13. *Tirate dai punti dati ſin' all' angolo oppoſto A.*

III. 14. Vedraſſi pure la *L I*,

15. *Paralella* (*b*) *alla A D*,

16. La *P E*,

17. *Paralella* (*b*) *alla A M*,

18. *E le N H, F O*,

19. *Amendue Paralelle* [*b*] *alla A G.*

IV. 20. *Tirate tutte dai punti delle diviſioni ſin' ai ſegamenti dei lati.*

21. *Le L D, N G, O G, P M*,

22. *Tirate dai detti ſegamenti ſin' ai punti dati*,

23. *E finalmente tutt' il Triangolo* (*c*) *A B C*,

24. *Diviſo in cinque parti uguali come richiedevaſi*,

(d) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(c) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

25. Che ſono
26. Il Triangolo (a) *B L D*,
27. Il Trapezio (b) *L D N G*,
28. Il Trapezio [b] *N G A O*,
29. Il Trapezio [b] *O G P M*,
30. Ed il Triangolo [a] *P M C*.

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ◺

*

31. Per chiuder il preſente Capo, e per inculcar nuovamente le predette Regole, e Pratiche maſſimamente circa le Paralelle (c) da tirarſi al Principiante, non manchiamo di moſtrare nel

PROBLEMA IV.

Come ſi divida un Triangolo (a) in cinque parti diſuguali per mezzo delle linee tirate da tre punti dati ſopra qualunque lato.

(c) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero proſlungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

Sia in

I. Ipoteſi. (d)

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

1. Il Campo, o Prato Triangolare (e) *A B C*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura CXXXVI. fol.* 14.
3. Il quale debbaſi partire in cinque parti diſuguali conſiſtenti in $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, e nel reſto.
4. Dai tre punti *D*, *G*, *M*,
5. Dati ſul lato *B C*.

Dico per

II. Regola.

I. Che diviſo il lato dei punti dati in cinque parti diſuguali, ſecondo la propoſta proporzione,

II. Tirate tre Rette [f] dai punti dati fin' all' angolo oppoſto.

III. Ti-

III. Tirate a quelle quattro Paralelle [c] dai punti delle divisioni, fin' ai segamenti dei lati,

IV. E finalmente quattro altre Rette [f] dai segamenti fin' ai punti dati, queste divideranno il Triangolo [a], come dicemmo.

(e) *Triangolare, ciò che è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

(f) *Retta Linea è quella, che volgarmente s'immagina, si tirata come un filo teso, come* ——

Ne segue la

III. Pratica.

I. 1. Un Triangolo (a) prativo sia il proposto, la cui Base (g) *B C*,

2. Su cui sono i tre punti dati *D*, *G*, *M*,

3. *Dividasi giusta la proporzione* data per mezzo de' punti *L*, *I*, *H*, *F*.

4. Cioè contisi dal *B* al *L* $\frac{1}{3}$

5. Dal *L* all' *I* $\frac{1}{4}$

6. Dall' *I* all' *H* $\frac{1}{5}$

7. Dall' *H* al *F* $\frac{1}{6}$

8. E dal *F* al *C* il resto.

9. Come si è fatto nel Problema VI. del Capo precedente, osservandone bene tutta la Pratica.

II. 10. *Tirinsi le tre Rette* [f] *D A*, *G A*, *M A dai tre punti dati fin' all' angolo opposto A.*

III. 11. *Tiransi a quelle le 4 Paralelle* [c], *giusta la pag.* 100. *num.* 4. *ec.*

12. Cioè la *L R*

13. Alla *D A*,

14. La *F S*

15. Alla *M A*,

16. Ed amendue le *I O*, *H N*

17. Alla *A G*,

18. Dai 4. punti delle divisioni *L*, *I*, *H*, *F*,

19. *Sin' ai segamenti de' lati R*, *O*, *N*, *S*,

IV. 20. *Finalmente tiransi anche le R D*, *O G*, *G N*, *S M*,

21. *Dai detti segamenti fin' ai tre punti dati D*, *G*, *M*,

22. Che

[g] *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

22. Che quelle divideranno il propoſto Triangolo (*a*) in cinque parti diſuguali in ordine alla proporzione data,
23. Dai detti punti *D*, *G*, *M*,
24. Che ſono il Triangolo (*a*) *B R D* di $\frac{1}{3}$
25. Il Trapezio (*b*) *R D O G*, di $\frac{1}{4}$
26. Il Trapezio [*b*] *O G A N*, di $\frac{1}{5}$

(b) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

27. Il Trapezio [*b*] *G N S M*, di $\frac{1}{6}$
28. Ed il Triangolo (*a*) *M S C* del reſto.

*

Se il Triangolo [*a*] foſſe campeſtre, ci rimettiamo al *Probl. I. num. 29. del preſente Capo*.

E toccante

§. LXVI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

Riflettaſi al Fondamento della pag. 291, ed ai precedenti 3. §§., che facilmente ſarà quella compreſa.

Quì fa d' uopo un

*

Avvertimento I.

(c) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

1. Cioè, che, ſe giuſta la veduta Regola al num. IV. *Debbonſi tirar le Rette* (*c*) *dai ſegamenti de' lati ſin' ai punti dati*,
2. Sempre le dette Rette [*c*] ſaranno neceſſariamente tante, quanti ſono i *ſegamenti*.
3. Onde non è maraviglia, che eſſendoſi nel preſente Problema fatti quattro ſegamenti ſu i due lati *B A*, *A C*,
4. Cioè in *R*, *O*, *N*, *S*,
5. Quattro pure debbano eſſere le *Rette* (*c*) *tirate dai ſegamenti ſin' ai punti dati*, come nella *Fig. CXXXVI.* ſi è veduto.

6. Ed

6. Ed essendo solo 3 li punti dati sulla *B C*,
7. Dovevasi per necessità sopra uno di quelli tirarsi due Rette [*c*], e sopra ciascuno degli altri una,
8. Per farle uguali di numero ai nominati quattro segamenti.
9. Come vedesi sul punto *G*,
10. Su cui si sono tirate le due *O G*, *N G*.

Qui pure giudichiamo necessario un

*

Avvertimento II.

1. C' immaginiamo, che avendo il Principiante da se stesso considerato quante linee si richiedano per la divisione de' Triangoli [*a*] proposti in questo Capo,
2. Che non potrà esser agevole il far le operazioni sul terreno,
3. Conoscerà altresì, esser in questi casi necessaria la Tavoletta, su cui dopo essere stato delineato il Triangolo (*a*) o prativo, o campestre, *giusta tutto il Capo 7. Lib. 1. Part. 1.*
4. Dovrà quello esser diviso a bell' agio sulla detta Tavoletta, *giusta il Probl. 6. Cap. 1. di questo Libro.*
5. Poscia esser le divisioni trasportate sul terreno, *giusta il detto Probl. num. 68. ec.*

Oltre a ciò soggiungiamo un

*

Avvertimento III.

1. Noi abbiamo in questo, e nel Capo precedente favellato delle divisioni da farsi da uno, e da diversi punti ne' Triangoli (*a*).
2. Ma non abbiamo toccato ciò, che alla giornata può occorrere,
3. Cioè la divisione di qualunque Triangolo [*a*] per mezzo di qualunque linea entro di quello tirata.
4. Il caso è il seguente:
5. Cajo essendo padrone del podere *A B C D*,
6. Rappresentatoci dalla *Figura CXXXVII. fol.* 14.
7. Ed avendo contiguo al suo il terreno Triangolare (*d*) *D F G*,

(*d*) *Triangolare, ciò ch'è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

8. Spet-

8. Spettante a Mevio, a cui pure confina dall' altra parte il fondo *FGMR*,
9. Di Tizio;
10. Vorrebbe bensì far acquisto del Triangolo (*a*) *DFG*.
11. Per unirlo col suo, ma vorrebbe far nel detto Triangolo (*a*) una divisione sul lato *DF*,
12. Dal *D* fin al *B*,
13. In modo, ch' in vece dell' Area Triangolare (*b*) *DFG*,
14. Egli potesse avere un' Area Rettangolare (*c*) uguale a quella,
15. Sicchè si stendesse colle linee *BS*, *DG*,
16. Direttamente tirate dietro le *AB*, *CD*,
17. Del proprio podere, fin' entro quello di Tizio.

*

18. Quindi nasce il Problema: Quanto lunghe debbano tirarsi le *BS*, *DG*, ec.
19. Entro quello di Mevio fin' in quello di Tizio,
20. Per formar un Rettangolo (*d*) uguale al detto Triangolo (*a*) *DFG*,
21. E per conseguenza di quante Pertiche sia il Trapezio (*e*) *DBVG*,
22. Da pagarsi a Mevio,
23. E di quante sia quel Triangolo (*a*) *VSG*,
24. Che stenderassi entro quello di Tizio, da pagarsi al medesimo.

*

25. Ma riflettendo, che, quantunque paja, che questa quistione cada ne' Capi delle Divisioni Triangolari (*f*),
26. Ella abbia il suo proprio luogo altrove,
27. Ne differiamo il facile scioglimento fin' a colà, e frattanto avanzeremo al Capo Terzo.

(a) *Triangolo è una figura di 3 lati, come* △

(b) *Area Triangolare, o sia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(c) *Area Rettangolare, o sia Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(d) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(e) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ⏢

(f) *Triangolare, ciò ch' è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

(g) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l' una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═

CAPO TERZO.

Delle divisioni Triangolari (f) per mezzo delle linee Paralelle, (g) e non Paralelle (g) tirate dai lati.

Onde al solito premettesi il

*

Fondamento delle Regole, che nel presente Capo si soggiungono.

1. Egli è noto ciò, che dimostra *Euclide nel Corollario dell' ottava del Sesto*,
2. Cioè, che se da un Triangolo Rettangolo (*b*) *ABC*,
3. Della *Fig. CXXXVIII. fol.* 14.
4. Dall' angolo Retto [*i*] *A* fin' alla Base [*k*] *CB*,
5. Tirasi la Perpendicolare [*l*] *AD*,
6. Questa dicesi la *Mezza Proporzionale* fra le due parti della detta Base [*k*],
7. Potendo dire la *CD*,
8. Ha la proporzione alla *AD*,
9. Come la stessa *AD*,
10. Alla *DB*,
11. Ove vedesi, che nella proporzione fatta la *AD*,
12. Prendesi due volte fra la *CD*,
13. E *DB*.

*

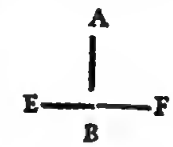
14. Oltre a ciò viene dimostrato nel Corollario della 19. del Sesto,
15. Che se in un Triangolo (*a*) *ABC*, della *Figura CXXXIX. fol.* 14.
16. Tagliasi un lato *AC*,
17. A beneplacito in *D*,
18. E se fra la parte *AD*,
19. Del lato tagliato,
20. E tutt' il detto lato *AC*,

(h) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in se un angolo retto, cioè un angolo a squadra, come*

[i] *Angolo Retto è volgarmente un angolo a squadra, come* L

(k) *Base è commenemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(l) *Perpendicolare linea ad una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la AB è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*



21. Si ſia ritrovata la Mezza proporzionale (a) *A E*, *giuſta il detto Euclide*,
22. E dal punto *E* dalla mezza Proporzionale (a) ſia tirata la *I E*,
23. Paralella [b] alla *B C*,
24. Lago del Triangolo [c] *A B C*,
25. Allora potrà dirſi con termini di proporzione:
26. Ch' il Triangolo (c) *A E I*,
27. E' verſo il Triangolo [c] *A B C*,
28. Come la *A D*,
29. A tutt' il lato *A C*.

(a) *Mezza Proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto d' un Triangolo Retangolo ſin' alla Baſe diviſa in due linee nel ſegamento, come nella quì ſoggiunta figura la a b è Linea Proporzionale fra le c b, b d, ſegate ſin b, porendoſi dire, come la c b alla a b, così la a b alla b d.*

30. Su queſto fondamento principalmente ſono fondate le Regole ſeguenti: dunque vediamo nel

PROBLEMA I.

Come ſi divida qualunque Triangolo (c), in tante parti uguali per mezzo delle linee tirate paralelle (b) a qualunque lato.

(b) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

Sia in

I. Ipoteſi. (d)

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

1. Il Triangolo [c] *A B C*,
2. Prativo, o campeſtre rappreſentatoci dalla *Figura CXL. fol.* 14.
3. Il quale debbaſi dividere in quattro parti uguali,
4. Per mezzo di linee Paralelle [b] alla Baſe [c] *A C*,

Dico per

II. Regola,

1. Che diviſo un lato del Triangolo [c] in quattro parti uguali,

II. Se-

II. Segnate ſullo ſteſſo lato le Mezze Proporzionali (*a*), fatte fra le dette parti diviſe, e tutto il nominato lato,

III. Tirate dai ſegni delle Proporzionali tre Rette [*f*], Paralelle [*b*] alla Baſe [*e*], ſarà diviſo il Triangolo [*c*], come ec.

(d) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(e) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

Veniamo alla

III. Pratica.

I. 1. Dividaſi *il lato BC*,
2. *In 4 parti uguali, giuſta i Probl. del Cap. 1. di queſto Lib.*
3. In *P*, *Q*, *R*,

II. 4. Ritroviſi *fra la parte prima BP*,
5. E tutt' il lato *BC*,
6. *La mezza proporzionale* [*a*] *BT*,
7. *Segnata* in *T*, *giuſta il fondamento della pag.* 305. *n.* 2. ec.

III. 8. E *tiriſi* la *VT*,
9. *Paralella* (*b*) *alla Baſe* (*e*) *AC*, *giuſta la pag.* 100. *n.* 4 ec. ovvero *giuſta la pag.* 172. *n.* 1.
10. Ch' il Triangolo (*c*) *BVT*,
11. Sarà la prima parte ricercata.

(f) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

*

II. 12. Ora ritroviſi fra la ſeconda parte *BQ*,
13. E tutt' il lato *BC*,
14. La ſeconda mezza proporzionale (*a*) *BS*, *giuſta il fondamento della pag.* 305. *n.* 2. ec.

III. 15. E tirata la *MS*,
16. Paralella (*b*) alla Baſe [*e*] *AC*, *giuſta le dette pagg.* 100. o 171. ec.
17. Il Triangolo (*c*) *BMS*,
18. Sarà di due parti uguali ricercate.

*

II. 19. Ritroviſi finalmente fra la terza parte *BR*,
20. E tutt' il lato *AC*,
21. La terza Mezza proporzionale [*a*] *BG*, *giuſta la detta pag.* 170. ec.

III. 22. E tirata la *NG*,

(a) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall'altra, in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

23. Paralella (*a*) alla Baſe (*b*) *A C*, *giuſta le dette pagg. 100. e 172. num. 1.*
24. Il Triangolo [*c*] *N B G*
25. Conterrà tre parti uguali ricercate.

*

26. E per conſeguenza non ſolo tutt' il Triangolo (*c*) *A B C*
27. Sarà diviſo in quattro parti uguali per mezzo di linee Paralelle (*a*), ma ancora il Triangolo (*c*) *B V T*
28. Ne ſarà la parte prima,
29. Il Trapezio [*d*] *V T M S*
30. Ne ſarà la parte ſeconda,
31. Il Trapezio [*d*] *M S N G*
32. Ne ſarà la parte terza,
33. Ed il reſto la parte quarta.

Eccone

(b) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d'una figura di tre lati) ovvero nominati x'lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

§. LXVII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

1. Eſſendo tutt' i Triangoli (*c*) contenuti nel propoſto Triangolo (*c*) *A B C*
2. Simili al medeſimo, *per il Corollario della quarta del Seſto*,
3. Sarà il Triangolo (*c*) *B V T*

(Deſcritto dal punto della Mezza Proporzionale (*e*) *B I*)

(d) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ◻

4. Proporzionale a tutt' il Triangolo [*c*] *A B C*,
5. Come la *B C*
6. A tutta la *B C*, *per il Corollario della 19. del Seſto.*
7. Ma la *B P*
8. E' una quarta parte della *B C*, come ſupponeſi,
9. Dunque anche il Triangolo (*c*) *B V T*
10. Sarà una quarta parte del Triangolo [*c*] *A B C*.

*

11. Per la ſteſſa Ragione il Triangolo [*c*] *B M S*

[Deſcritto dal punto della Mezza proporzionale [*e*] *B S*].

12. Ha la ſteſſa proporzione al Triangolo [*c*] *A B C*,
13. Come la *B Q*

14. Al-

14. Alla *B C*,
15. Ma la *B Q*
16. Son due quarte parti della *B C*,
17. Dunque anche il Triangolo [*c*] *B M S*
18. Sarà due quarte parti del Triangolo [*c*] *A B C*,
19. Dal quale diffalcato il *B V T* parte prima
20. Resterà infallibilmente il Trapezio [*d*] *V T M S*
21. Per la parte seconda.

*

22. Ulteriormente tale è la proporzione del Triangolo [*c*] *B N G*
23. (Descritto dal punto della Mezza proporzionale (*e*) *B G*)
24. Al Triangolo [*c*] *A B C*,
25. Come la *B R*
26. Alla *B C*, *giusta l'accennato Corollario*,
27. Ma la *B R* sono 3 quarte parti della *B C*,
28. Dunque anche il Triangolo [*c*] *B N G*
29. Sarà tre quarte parti del Triangolo [*c*] *A B C*;
30. Dal quale diffalcato il *B M S*,
31. Cioè due parti,
32. Resterà il Trapezio [*d*] *N M S G*
33. Per la terza parte,

*

34. E per conseguenza sarà il Trapezio [*d*] *N G A C*
35. La parte quarta,
36. Ma tutte queste quattro parti uguali si sono fatte giusta la Regola
37. I. *Per mezzo delle divisioni uguali*,
    II. *Per le Mezze proporzionali* [*e*] *sopra d'un lato*,
    III. *E tre Paralelle* (*a*) *alla Base*, [*b*]

Dunque

I. Diviso un lato del Triangolo (*c*) in quattro parti uguali,

III. Segnate sullo stesso lato le Mezze proporzionali (*e*), fatte fra le dette parti divise, e tutt' il nominato lato.

III. Tirate dai segni delle proporzioni 3 Rette (*f*) paralelle (*a*) alla Base (*b*) sarà diviso il Triangolo, (*c*) come ec.

Il che era ec.

(e) *Mezza Proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto di un Triangolo Rettangolo fin alla Base divisa in due linee nel segamento, come nella quì soggiunta figura la a b Linea proporzionale fra le c b, b d, segate in b, potendosi dire, come la c b alla a b, così la a b alla b d.*

(f) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

Da

Da queſta Ragione deduceſi il qui ſoggiunto,

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

*

Avvertimento.

1. Che faciliſſima coſa ſarà il divider qualunque Triangolo (*a*) in due parti uguali per mezzo d'una Paralella (*b*) ad un lato,
2. Oltre a ciò, che pure coſa facile ſarà il levare da qualunque Triangolo (*a*) qualunque parte, cioè una terza, una quarta, una quinta ec. per mezzo delle Paralelle (*b*) ad un lato.

(b) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall'altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

*

3. S'oſſerva in oltre, che più agevolmente ſi faranno le mentovate diviſioni d'un Triangolo (*a*) tanto ne' Prati, quanto ne' Campi per mezzo della Tavoletta,
4. Con dilinear prima ſu quella il propoſto Triangolo (*a*), *giuſta il Cap. VII. del Lib. I. Parte I.*
5. Poſcia dividerlo,
6. E poi portarne le diviſioni dalla detta Tavoletta ſul terreno *giuſta il Probl. VI. n. 68. Cap. I. di queſto Lib.*
7. Giacchè facilmente ſi poſſono fare le linee Paralelle [*b*] ſulla Tavoletta per mezzo della Riga ſul fondamento del §. 39. n. 3.

(c) *Retta Linea è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Vedeſi nel

PROBLEMA II.

Come ſi divida qualunque Triangolo (a) in due parti ſecondo la data proporzione per mezzo delle Rette (c) Paralelle (b) ad un lato.

Sia in

I. Ipoteſi (*d*).

1. Un Prato, o Campo Triangolare (*e*) *ABC*,
2. Rappreſentatoci dalla *Fig. CXLI. fol.* 14.

3. Il

3. Il quale debbasi dividere in due parti,
4. Secondo la proporzione dalla linea *F*,
5. Alla linea *R*,
6. (Delle quali questa sia di 6. Piedi,
7. E quella di 10.)
8. Per mezzo di linee Paralelle [*b*] al lato *CB*.

(a) *Campe Triangolare, o sia Triangolo è una figura di tre lati, come* △.

Dico per

II. Regola.

I. Che diviso l' uno degli altri due lati secondo la proporzione data,
II. Segnata sullo stesso lato la mezza Proporzionale (*f*) fatta fra la parte divisa, e tutto il detto lato,
III. E tirata dal segno della proporzionale una Paralella (*b*) al lato designato dividesi il Triangolo (*a*) come ec.

(f) *Mezza Proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto di un Triangolo Rettangolo fin' alla Base divisa in due linee nel segamento, come nella qui soggiunta figura la a b è Linea proporzionale fra le c b, b d, segate in b, potendosi dire, come la c b alla a b, così la a b alla b d.*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Ch' il proposto Triangolo (*a*) sia Prativo, o Campestre, sarà più agevole il portarlo sulla Tavoletta, sulla stessa dividerlo, e poi portarne le divisioni proporzionali sul terreno, *giusta il Probl. VI. Cap. I. di questo Lib. n. 68.*
2. Sicchè divideſi la *AB*,
3. Secondo la data proporzione dal *F* al *R*,
4. Cioè da 10. a 6. in *E*, *giusta i Probl. del primo Capo di questo Lib.*

II. 5. Cercasi fra la *AE*, *parte divisa*, e tutt' il lato *AB*,
6. *La mezza proporzionale* (*f*) *AO*, *giusta la pag.* 305.

III. 7. *E tirasi dall' O, segno della detta mezza proporzionale* (*f*)
8. La *O M*,
9. Paralella (*b*) alla *CB*, *giusta il fondamento del* §. 39. *n.* 3.
10. Ch' il Triangolo (*a*) sarà diviso secondo la data proporzione in due parti,

Ecco-

Eccone

§. LXVIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Stando ſul Fondamento del preſente Capo *alla pagina* 305.
2. E ſulla precedente dimoſtrazione al §. 62.
3. Il Triangolo [*a*] *A M O*
4. Ha quella proporzione a tutt'il Triangolo [*a*] *A B C*,
5. Che ha la *A E*
6. A tutta la *A B*,
7. Ma la *A E*
8. E' la parte diviſa ſecondo la data proporzione ſul lato *A B*;
9. Dunque anche il Triangolo [*a*] *A M O*
10. E' la parte diviſa di tutt' il Triangolo [*a*] *A B C*
11. Secondo la proporzione data.
12. Ma queſta diviſione ſi è fatta giuſta la Regola.
    - I. *Per mezzo della diviſione ſecondo la proporzione data.*
    - II. *Per la Mezza proporzionale* (*b*).
    - III. *E per la Paralella* (*c*) *ad un lato.*

Dunque

I. Diviſo l'uno degli altri due lati ſecondo la proporzione data,

II. Segnata ſullo ſteſſo lato la Mezza proporzionale (*b*) fatta fra la parte diviſa, e tutto il detto lato.

III. E tirata dal ſegno della proporzionale una Paralella (*c*) al lato diſegnato, dividesi il Triangolo (*a*) come ec.

Il che era ec.

Col ſeguente

*

Avvertimento.

1. Oſſerviamo, che facile ſarà il modo di divider un Triangolo [*a*] in tre, quattro, cinque, o più parti diſu-

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

(b) *Mezza Proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto d' un Triangolo Rettangolo ſin'alla Baſe diviſa in due linee nel ſegamento, come nella qui ſoggiunta figura la* a b *è Linea Proporzionale fra le* c b, b d, *ſegate in* b, *potendoſi dire, come la* c b *alla* a b, *così la* a b *alla* b d.

(c) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giamai inſieme, come* ═══

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

diſuguali per mezzo delle Paralelle (*c*), a qualunque lato, purchè s'avverta di divider un lato nelle propoſte parti diſuguali, *giuſta i Probl. del Capo 1. di queſto Libro*.

2. Di cercar fra ciaſcuna di quelle ed il lato intero la Mezza proporzionale (*b*), *giuſta la pag.* 305. *numero* 2. *ec.*

3. E di tirar dal ſegno d'ogn'una delle proporzionali la Paralella (*c*) ad un lato, *giuſta la pag.* 100. *n.* 4. ovvero *giuſta la pag.* 172. *n.* 1.

Paſſiamo a vedere nel

PROBLEMA III.

Come ſi divida un Triangolo (a) in parti uguali per mezzo delle Linee Paralelle (c), e non Paralelle (c).

Sia in

I. Ipoteſi. (*d*)

1. Il Prato, o Campo Triangolare [*e*] *A B C*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura CXLII. foglio* 14.
3. *Il* quale debbaſi dividere in cinque parti uguali
4. Per mezzo di due Linee Paralelle (*c*) alla *B A*,
5. Ed altre due alla detta *B A*
6. Non Paralelle (*c*).

Dico per

II. Regola.

I. Che diviſo uno degli altri lati in cinque parti uguali,

II. Tirate due Paralelle (*c*) alla Baſe (*f*), per far due parti d'Area (*g*), *giuſta il Probl. I. pag.* 306.

III. Diviſa tanto la Baſe (*f*), quanto la ſua Paralella (*c*) oppoſta in tre parti uguali, e tirate le Rette (*b*) dai punti delle diviſioni, ſi ſarà fatto il tutto.

(c) *Camp. Triangolare, o ſia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(f) *Baſe è commenemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due Lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(g) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchinſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(h) *Linea Retta è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Anche in questa Ipotesi [a] meglio sarà il servirsi della Tavoletta.
2. *Dividasi dunque il lato A C*
3. *In cinque parti uguali per mezzo de' punti f, g, b, s.*

II. 4. E medianti le Mezze proporzionali [b] C p, C q,
5. Fatte fra le c p, C A,
6. E fra le C g, C A, *giusta il Probl. I. già mentovato.*
7. *Tiransi le due p m, q n.*
8. *Paralelle alla Base (c) A B dietro al §. 59.*

III. 9. *Divideſi poi tanto la Base (c) A B,*
10. *In tre parti uguali*, per mezzo de' punti z, u,
11. Quanto la sua Base [c] opposta q n
12. Per mezzo de' punti x, b
13. E tiransi dai detti punti le z x, u b,
14. Ch'il Triangolo (d) sarà diviso in cinque parti uguali per mezzo delle Linee Paralelle [e], e non Paralelle [e].

Eccone

§. LXIX.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Ben' intesi li due §§. precedenti, facilmente comprenderassi, che le due parti p m C, q p n m
2. Fatte per mezzo delle Paralelle [e] p m, q n,
3. Tirate dai punti delle Mezze proporzionali (b) f, g, *giusta il §. 62.*
4. Sieno due quinte di tutto il Triangolo [d] A B C.

*

5. E che per conseguenza resteranno ancora tre quinte nel Trapezio (f) A q B n,
6. Le quali si sono fatte per mezzo delle z x, u b,
7. Perocchè i Triangoli [d] A x z, z b u, u n B

8. So-

(a) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(b) *Mezza Proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto d' un Triangolo Rettangolo sin'alla Base divisa in due linee nel segamento, come nella quì soggiunta figura la a b è Linea Proporzionale fra le c b, b d, segate in b, potendosi dire, come la c b alla a b, così la a b alla b d.*

[c] *Base è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(d) *Triangolo è una figura di 3 lati, come* △

(e) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

8. Sono fra loro uguali, per eſſere ſulla Baſe (*c*) uguale, e fra le medeſime Paralelle [*e*], *giuſta la* 38. *del Primo*.
9. E gli altri tre *A x q*, *z b x*, *u n b*
10. Congiunti ai ſopraddetti ſono per la ſteſſa ragione fra loro uguali,
11. Sicchè i tre Trapezj [*f*] *A q z x*, *z x u b*, *u b B n*
12. O ſieno tre quinte parti ſono fra loro uguali.

*

13. Ma tanto le prime due quinte parti, quanto le ultime tre ſi ſono fatte *giuſta la Regola*,
    I. *Con divider un lato in cinque parti uguali*,
    II. *Con tirar le due Paralelle* (*e*) *alla Baſe* (*c*), *giuſta il* §. 39.
    III. *E con tirar le linee dalla Baſe* (*c*) *alla Paralella* (*e*) *in 3 parti diviſe dai punti diviſorj*.

(f) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come*

(g) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* *ec.*

(h) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come*

Dunque

I. Diviſo uno degli altri lati del Triangolo [*d*] in cinque parti uguali,
II. Tirate due Paralelle [*e*] alla Baſe [*c*] per far due parti d'Area [*g*], *giuſta il Probl. I. di queſto Capo*.
III. Diviſa tanto la Baſe [*c*] quanto la ſua Paralella [*e*] oppoſta, in tre parti uguali, e tirate le Rette [*b*] dai punti delle diviſioni, ſi ſarà fatto ciò che ricercaſi.

Il che era ec.

*

Gli altri Problemi, che circa le diviſioni de' Triangoli [*d*] per mezzo di linee Paralelle [*e*] poſſono eſſer propoſti, potrà il principiante Geometra da ſe ſteſſo ſciogliere, ſe bene rifletterà al fondamento del preſente Capo.

Segue il Capo quarto.

(a) *Perpendicolare. Linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F*

CAPO IV.

Delle Diviſioni Triangolari per mezzo delle linee Perpendicolari (a).

Premettesi al ſolito il

*

Fondamento delle Regole che nel Capo preſente ſi contengono.

Queſto conſiſte in ſoſtanza nelle Mezze proporzionali [b] da ritrovarſi fra due linee, come nel precedente fondamento dicemmo.

E però moſtriamo nel

PROBLEMA I.

Come ſi divida un Triangolo (c) per mezzo d' una Perpendicolare (a) ad un lato.

(b) *Mezza Proporzionale è quella la quale è tirata da un angolo Retto d' un Triangolo Rettangolo ſin' alla Baſe diviſa in due linee nel ſegamento; come nella qui ſoggiunta figura la a b è linea proporzionale fra le c b, b d, ſegate in b, potendoſi dire, come la c b alla a b, così la a b alla b d.*

Sia in

I. Ipoteſi. (d)

1. Un Prato, o Campo Triangolare (e) *A B C*
2. Rappreſentatoci dalla *Figura CXLIII. fol.* 14.
3. Il quale debbaſi dividere in due parti uguali,
4. Per mezzo d' una Perpendicolare (a) alla Baſe [f] *B C*,

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Dico per

II. Regola.

1. Che tirata dall' angolo alla Baſe (f) oppoſta una Perpendicolare (a),

II. Di-

II. Diviſa la detta Baſe (*f*) per metà,

III. Fatta ſulla ſteſſa la Mezza proporzionale (*b*) fra la linea di metà, e quella diviſa dalla Perpendicolare (*a*),

IV. E tirata dal punto della Mezza proporzionale (*b*) una Paralella (*g*) alla Perpendicolare (*a*) s' effettua ec.

(e) *Triangolare, ciò ch'è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* Δ

(f) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(g) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

Veniamo alla

III. Pratica.

1. Anche queſta, e ſimili altre diviſioni ſi fanno agevolmente ſulla Tavoletta, *giuſta il Cap. VII. Lib. I. Part. I.*
2. Poſcia ſe ne traſportano le diſtanze proporzionali ſul terreno, *giuſta il Probl. VI. Cap. I. di queſto Lib.*
3. Sia dunque la Baſe (*f*) *BC*,
4. A cui debbaſi tirar la Perpendicolare [*a*] diviſoria,

I. 5. *Tiraſi* la *AF*, dall' angolo *A*, *Perpendicolare* (*a*) *all' oppoſta Baſe* (*f*) *BC*, *giuſta la pag.* 167. *n.* 7. ec.

II. 6. *Dividoſi queſta per metà nel punto D giuſta la pag.* 217. *n.* 26.

III. 7. Fra la *BD*,
8. *Metà della Baſe*, (*f*)
9. E la *BF*,
10. *Linea diviſa dalla Perpendicolare* (*a*),
11. Si fa la *BS*, *Mezza proporzionale* (*b*) *giuſta la pag.* 305. *n.* 2. ec.

IV. 12. E tiraſi dal *punto S della Mezza proporzionale* [*b*] la *OS*,
13. *Paralella* (*g*) *alla Perpendicolare* (*a*) *AF*, *giuſta il fondamento del §.* 39., *e pag.* 100. *num.* 4. ec.
14. *Cb' il Triangolo* (*c*) *ſarà diviſo, come richiedeſi*,

Ne

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

Ne segue

§. LXX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

(b) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in ſe un angolo retto, cioè un angolo a ſquadra, come* ◺

1. Fingiamo, che vi ſia di tutto il Triangolo (*a*) *ABC*,
2. Il ſolo Triangolo Rettangolo [*b*], *BAF*,
3. Il quale debba eſſer diviſo per mezzo d'una Paralella (*c*) alla *AF*,
4. Secondo la proporzione data dalla *BD* alla *BF*, *giuſta il Probl. III. Cap. I. di queſto Libro*.
5. Allora cercata la Mezza proporzionale (*d*) fra la *BF*, e *BD*, *giuſta la detta pag.* 305.
6. Quella ſarà la *BS*,
7. E tirata dal punto *S*, della detta
8. La *SO*, Paralella (*c*) alla *AF*, *giuſta il fondamento del* §. 39.
9. Il Triangolo (*a*) ſi ſarà diviſo ſecondo la proporzione data in *D*, *giuſta il* §. 62. *e* 63.
10. Cioè ſecondo la metà della Baſe (*e*) di tutt' il Triangolo (*a*), *ABC*,
11. Ch' è lo ſteſſo che dire ſecondo la metà di tutto lo ſteſſo Triangolo (*a*), *giuſta la prima del Seſto*.

(c) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

*

(d) *Mezza Proporzionale è quella, la quale è elevata da un angolo Retto di un Triangolo Rettangolo ſin alla Baſe diviſa in due linee nel ſegamento, come nella quì ſoggiunta figura la a b è Linea proporzionale fra le c b, b d, ſegate in b, potendoſi dire, come la c b alla a b, così la a b alla b d.*

12. Ma la detta *SO*, è Perpendicolare (*f*) alla Baſe (*e*) *BC*,
13. Dunque ſi è diviſo il Triangolo (*a*) in due parti uguali per mezzo d'una Perpendicolare (*f*) alla Baſe (*e*),
14. E però

I. Tirata da un angolo d'un Triangolo (*a*) alla Baſe (*e*) oppoſta una Perpendicolare (*f*),

II. Diviſa la detta Baſe (*e*) per metà,

III. Fatta ſulla ſteſſa la Mezza Proporzionale (*d*) fra la linea di metà, e quella diviſa dalla Perpendicolare (*f*),

IV. E tirata dal punto della Mezza proporzionale (*d*) una Paralella (*c*) alla Perpendicolare (*f*) s' effettua ec.

Il che era ec.

Col ſeguente

*

Avvertimento.

1. Deeſi rieettere, che ſe la Perpendicolare (*f*) *AF*,
2. Tirata da un' angolo al lato oppoſto, cadeſſe nel punto della diviſione in *D*,
3. Allora ſenz' altra operazione il Problema ſarebbe ſciolto.
4. Per i principianti Geometri ſarà molto opportuno il vedere nel

(e) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati 2 lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(f) *Linea Perpendicolare è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la AB è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F.*

PROBLEMA II.

Come ſi divida un Triangolo (a) in parti diſuguali per mezzo delle linee Perpendicolari [f] ad un lato.

Sia in

I. Ipoteſi. [g]

1. Il Prato, o Campo Triangolare (*b*) *ABC*,
2. Rappreſentatoci dalla *Fig. CXLIV. fol.* 15.
3. Il quale debbaſi dividere in 3. parti diſuguali per mezzo delle linee Perpendicolari (*f*) ad un lato,

(g) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata dall'-angolo alla Baſe (*e*) oppoſta una Perpendicolare (*f*),

II. Diviſa la detta Baſe (*e*) a proporzione delle parti diſuguali propoſte,

III. Fatte ſulla ſteſſa le Mezze Proporzionali (*d*) fra le linee diviſe e quella ſegnata dalla Perpendicolare (*f*),

(h) *Campo Triangolare, o ſia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

IV. E tirate dai punti delle Mezze proporzionali (*a*) le Paralelle (*b*) alla Perpendicolare (*c*) s' effettua ec.

Il tutto si chiarisce colla

III. Pratica.

1. Questa, come accennammo nel precedente Problema, si fa per mezzo della Tavoletta.
2. Sia dunque la Base [*d*] *B C*,
3. A cui debbansi tirare le Perpendicolari (*c*) divisorie
4. In modo, che il Triangolo [*e*] sia partito in tre porzioni d'un terzo, d' un quarto, e del resto.

I. 5. Tirasi la *A F* Perpendicolare [*c*]
6. Dall'angolo alla *B C* Base (*d*) opposta, *giusta la pag. 167. num. 7.*

II. 7. Divideſi questa Base [*d*] secondo la proporzione data, cioè, prendesi *un terzo della B C*
8. Dal *B* all' *O*,
9. *Ed un quarto* dall' *O* al *T*, *giusta i Problemi del Cap. 1. di questo Libro*,
10. Che la *T C* sarà il residuo.

*

III. 11. Fra la *B O*
12. *Linea divisa per un terzo*,
13. E la *B F*
14. *Linea segnata dalla Perpendicolare (c) A F*,
15. Si fa la *B M mezza Proporzionale (a)*, *giusta la pag. 305. num. 2.*

*

16. *Si fa pure la Mezza Proporzionale (a) C S*
17. Fra la *C F*
18. *Linea segnata dalla detta Perpendicolare (c)*,
19. E la *C T Linea divisa per l'ultimo Residuo.*

*

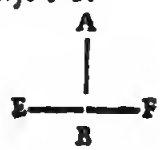
IV. 20. *E tirate dalle M, S, punti delle Mezze Proporzionali (a)*

21. Le

(a) *Mezza Proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto di un Triangolo Rettangolo fin alla Base divisa in due linee nel segamento, come nella qui soggiunta figura la a b è Linea proporzionale fra le c b, b d, segate in b, potendosi dire, come la c b alla a b, così la a b alla b d.*

(b) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l' una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(c) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*



21. Le *GM*, *QS*, *Paralelle* (*b*) *alla Perpendicolare* (*c*) *AF*, *giusta il fondamento del §. 39.*
22. Il Triangolo (*e*) sarà diviso nel *BGM*, un terzo,
23. Nel *MGAQS*, un quarto,
24. E nel *SQC*, il residuo.

Eccone

(d) *Base è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d'una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

§. LXXI.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Supposto, che la Base (*d*) *BC*, sia stata divisa, come dicemmo, in un terzo, quarto, e residuo,
2. I punti delle divisioni si sono fatti in *o*, ed in *T*.
3. E per conseguenza tutt' il Triangolo [*e*] sarà diviso giusta la proporzione della Base (*d*) dalle *AO*, *AT*, *per la 1. del sesto.*

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* ▲

*

4. Ora considerato tutt' il Triangolo (*e*) *ABC*,
5. Diviso in due Triangoli [*e*] *BAF*, *FAC*,
6. Per mezzo della Perpendicolare (*c*) *AF*.
7. La *GM*,
8. Tirata per il punto *M* della Mezza Proporzionale [*a*] *BM*,
9. Paralella [*b*] alla *AF* farà la divisione d' un terzo, *giusta il Probl. precedente*,
10. E la *QS*,
11. Tirata per il punto *S* della mezza Proporzionale (*a*) *CS*,
12. Paralella (*b*) alla *AF*, farà la divisione del residuo, e per conseguenza anche d' un quarto, *giusta il detto Probl. precedente*,
13. Ma le dette linee divisorie *GM*, *QS*,
14. Si sono costrutte Perpendicolari (*c*) alla Base (*d*) *BC*,
15. Dunque si è diviso il Triangolo (*e*) in un terzo, quarto, e retiduo per mezzo delle linee Perpendicolari (*c*),
16. E però,

I. Tirata da un angolo alla Base (*d*) opposta una Perpendicolare (*c*),

II. Divisa la detta Base (*a*) a proporzione delle parti disuguali proposte,

III. Fatte sulla stessa le Mezze Proporzionali (*b*) fra le linee divise, e quella segnate dalla Perpendicolare (*c*),

IV. E tirate dai punti delle Mezze Proporzionali (*b*) le Paralelle (*d*) alla Perpendicolare (*c*) s' effettua, ec.

Il che era ec.

Diciamo per

*

Avvertimento.

Che vi sono bensì altri modi, per mezzo de' quali si possono bensì divider i Triangoli [*e*] in parti uguali, e disuguali colle Perpendicolari [*c*] tirate sopra alcuno de' lati, ma giudicandoli noi per i Principianti troppo difficili, ci basta per ora ciò, che ne' precedenti due Problemi abbiamo insinuato, perocchè in ordine alle Regole di quelli si potranno divider i detti Triangoli (*e*) in quante parti al Geometra piacerà.

Passiamo al

CAPO V.

Delle divisioni Triangolari (f) fatte per mezzo delle linee tirate dai punti di mezzo.

Si premette al solito il

*

Fondamento delle Regole del Capo presente.

1. Questo si cava dalla 4. *del quatro d' Euclide*, il quale dimo-

(a) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(b) *Mezza Proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto d' un Triangolo Rettangolo fin' alla Base divisa in due linee nel segamento, come nella qui soggiunta figura la a b è linea Proporzionale fra le c b, b d, segate in b, potendosi dire, come la c b alla a b, così la a b alla b d.*

(c) *Perpendicolare linea d' una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*

dimoſtrando, come in qualunque Triangolo (*e*) s'iſcriva un Cerchio, da ciò riluce ch' il detto Triangolo (*e*) in cui il Cerchio, è iſcritto ſi poſſa divider in più Triangoli della medeſima altezza (*g*),

2. Si fa chiara queſta verità per mezzo della *Fig. CXLV. fol.* 14.
3. Ove in qualunque Triangolo (*e*) *A B C*,
4. Diviſi quali ſi vogliano i due angoli *A C*,
5. In due parti uguali,
6. Per mezzo delle *C E*, *A F*, *giuſta la pag.* 217. *n.* 6. ec.
7. Queſte neceſſariamente ſi ſegheranno entro il Triangolo (*e*) nel punto *m*,
8. Da cui fatte ſu i tre lati le *tre* Perpendicolari (*c*) *m T*, *m V*, *m O*, *giuſta la pag.* 68. *nu.* 4. *ec.* e 168. *n.* 7.
9. E tirata dal punto *m* ſin' al terzo angolo *B*,
10. La *B M*,
11. Si ſaranno formati nel Triangolo (*e*) *A B C*,
12. Tre altri Triangoli (*e*) *A m C*, *C m B*, *B m A*,
13. Tutti della ſteſſa altezza *m T*, *m V*, *m O*,
14. Accagione, che deſcrito il Cerchio *O V T*, *giuſta il mentovato Euclide*,
15. Dal centro (*b*) *m*, coll' intervallo d'una delle dette Perpendicolari [*c*] *v. g. m T*,
16. Eſſendo ciaſcuna di queſte Raggio [*i*] del detto Cerchio, per neceſſità dovranno eſſer fra loro uguali, e per conſeguenza i tre Triangoli (*e*) *A m C*, *C m B B m A*,
17. (Dalla cima de' quali ſi ſono tirate le dette Perpendicolari (*c*) ſin' alla Baſe (*a*)) ſaranno della ſteſſa altezza.

*

18. Oltre a ciò replicato ciò che nel fondamanto del Cap. I. di queſto libro dicemmo, poneſi anche per fondamento ciò che dicemmo alla *pag.* 28.
19. Cioè ch' i Triangoli (*e*) ſopra le ſteſſa uguale Baſe (*a*) e fra le medeſime Paralelle (*d*) ſieno fra loro uguali, *giuſta la* 37. 38. *del primo d' Eucl.*
20. Ciò inteſo vediamo nel

(d) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giamai inſieme, come* ═══

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(f) *Triangolare, ciò che è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

(g) *Triangolo, o Triangoli d' uguale altezza ſono quelle figure di tre lati, le quali dalla cima ſin' al lato inferiore hanno la linea Perpendicolare, o ſia la linea a piombo uguale, come*

△ △

(h) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(i) *Raggio, o ſia mezzo Diametro è una linea tirata dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla ſua circonferenza, come*

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

PROBLEMA I.

Come ſi divida qualunque Triangolo (a) in parti uguali, o diſuguali da un punto in mezzo all' Area (b).

(b) *Area appreſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ ▭ *ec.*

Sia in

I. Ipoteſi. (c)

(c) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

1. Un Prato, o Campo Triangolare (d) *ABC*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura CXLVI. fol.* 15.
3. Il quale debbaſi dividere prima in tre parti uguali,
4. E poſcia in tre parti diſuguali
5. Dal punto in mezzo all' Area (*b*),
6. Dico per

(d) *Triangolare, ciò ch' è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

II. Regola.

I. Che ritrovato il punto in mezzo al Triangolo (*a*),

II. Diviſi tutti e tre i lati a proporzione delle tre parti propoſte uguali, o diſuguali,

III. E tirate le Rette (*e*) dal punto di mezzo fin' alle diviſioni fatte, reſta partito il Triangolo (*a*) come richiedeſi.

(e) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

Eccone la

III. Pratica.

1. Queſta ſi fa al ſolito agevolmente per mezzo della Tavoletta, poſcia ſi traſportano le diviſioni fatte proporzionalmente ſul terreno. *Giuſta il Problema 6. Cap. 1. di queſto Lib.*

*

2. Sia dunque da dividerſi il propoſto Triangolo (*a*) primieramente in 3 parti uguali,

I. 3. *Cercaſi il punto di mezzo O, giuſta il precedente Fondamento.*

II. 4. E miſurati tutti e tre i lati *A B*, *B C*, *C A*,
5. Sieno inſieme di Pertiche 60,
6. *Volendo ora divider tutti e tre i detti lati di Pertiche* 60,
7. *A proporzione di tre parti uguali*,
8. Partito (*f*) 60 per 3, verranno per ciaſcuna parte Pertiche 20..
9. E però ſuppoſto che il propoſto Triangolo (*a*) ſia già delineato ſulla Tavoletta, *giuſta il Problema* 1. *Cap.* 7. *Lib.* 1. *Parte* 1.
10. S'applicano 20 Pertiche della riga a qualunque lato v. g. all' *A C*, *giuſta il detto Probl.* 1.
11. E principiando dall' *A*,
12. Si ſegnano i punti *A*, *F*, ove le dette Pertiche principiano, e finiſcono.
13. S'applicano pure ad un altro lato *A B*
14. Le dette Pertiche 20 della Riga, le quali finendo a caſo ſul nominato lato, notanſi i punti *A*, *B*,

III. 15. Tiranſi finalmente le *O F*, *O B*, *O A*
16. *Dal punto di mezzo ſin' alle diviſioni fatte ſu i lati*,
17. Che il Triangolo (*a*) *A O F*,
18. Il Triangolo (*a*) *A O B*,
19. Ed il Trapezio (*g*) *F O B C*
20. Saranno le 3 parti uguali del propoſto Triangolo (*a*).

*

I. 21. Ora debbaſi lo ſteſſo dividere in tre parti diſuguali *dall' accennato punto di mezzo O*,
22. In modo ch'una parte ne ſia $\frac{1}{5}$ un' altra $\frac{1}{6}$ e la terza il reſto.

II. 23. *Si fa la proporzione fra i lati, e l'Area* (*b*), *giuſta il Prob.* 2. *Cap.* 1. *di queſto Libro*.
24. Come nella noſtra Ipoteſi (*c*) $\frac{1}{5}$ di 60 Pertiche ſono 12.
25. E però ſi contano per mezzo della Riga dal termine *A* del lato *A C*,
26. O di qualunque altro, Pertiche 12 dall' *A* fin' al *m* per la prima parte,

27. Si

(f) *Partire, o ſia dividere nell' Aritmetica dicefi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro; come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(g) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come*

27. Si contano poi dal *m* verſo il *c*,
28. Ovvero dall' *A* veſo il *B*, Pertiche 10. dal *m* ſin' al *r*,
29. Che ſono un $\frac{1}{6}$ di 60. per la ſeconda parte.

III. 30. Tiranſi poi le *OA*, *Om*, *Or*,
31. *Cioè le Rette* (*a*) *dal punto di mezzo ſin' alle diviſioni fatte*,
32. Ch' il Triangolo (*b*) *AOm*,
33. Sarà $\frac{1}{5}$
34. Il Triangolo (*b*) *mOr*, un ſeſto.
35. Ed il Pentagono (*c*) *AorCB*, ſarà il reſto del propoſto Triangolo [*b*]

(a) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(b) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(c) *Penteagono è una figura di 5 angoli, o di 5 lati, come* ⬠

Ne ſegue

§. LXXII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Diciamo per la prima diviſione in parti uguali,
2. Ch' avendo il Triangolo [*b*] *AOP*,
3. Ed il Triangolo [*b*] *AOB*,
4. Le uguali Baſi [*d*] *AF*, *AB*, ciaſcuna di 20. Pertiche,
5. E la medeſima altezza, *giuſta il fondamento precedente*,
6. Sono fra di loro uguali *giuſta la* 1. *del Seſto*.
7. E conſiſtendo il Trapezio [*e*] *FOBC*,
8. Ne' due Triangoli [*b*] *FOC*, *COB*,
9. (De' quali le due Baſi [*d*] congiunte *FC*, *CB*, di Pert. 20.
10. Sono uguali a ciaſcuna dei predetti due Triangoli [*b*],
11. E le altezze pure uguali alle altezze di quelli, *giuſta il nominato fondamento*)
12. Tutt' il Trapezio [*e*] *FOBC*,
13. E' uguale a ciaſcuno dei detti Triangoli [*b*]
14. Onde il Triangolo (*b*) *AoF*,
15. Il Triangolo (*b*) *AOB*,
16. Ed il Trapezio (*e*) *FOBC*, ſono tre parti uguali dal Triangolo (*b*) *ABC*,

(d) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo* (*cioè d' una figura di tre lati*) *ovvero nominati 2 lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

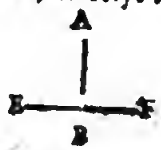
(e) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

17. Cit-

*

17. Circa poi le parti diſuguali, tutti i Triangoli [*b*] contenuti nel Triangolo [*b*] *A B C*,
18. Cioè l'*A O m*,
19. La *m O r*,
20. La *r O C*,
21. Il *C O B*,
22. E *B O A*
23. Vedonſi d'un'altezza uguale,
24. Qualor c'immaginiamo le Perpendicolari [*f*] *O R*, *O D*, *O b*
25. Tirate ſu i lati, o ſieno Baſi [*d*] dei detti Triangoli [*b*], *giuſta il Fondamento accennato*,
26. Ed avendo le nominate Baſi [*d*] diſugualmente diviſe, proporzione ai loro Triangoli [*b*], *giuſta la prima del Seſto*.
27. Tali ſaranno le Aree (*g*) dei nominati Triangoli (*b*) fra di loro, quali ſono le Baſi [*d*],
28. Ma queſte ſi ſono diviſe giuſta la data proporzione,
29. Dunque anche quelle avranno l'accennata proporzione.

(*f*) *Perpendicolare è una retta, la quale ſtando ſopra d'un'altra retta non inclina più dall'una, che dall'altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F.*



[*g*] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

*

30. Onde eſſendoſi fatte le diviſioni tanto in parti uguali, quanto diſuguali
    - I. *Per il punto in mezzo al Triangolo* (*b*),
    - II. *Per la diviſione de' lati ec.*
    - III. *E per le linee tirate dal punto ſin' alle diviſioni, giuſta la Regola ec.*

I. Ritrovato il punto in mezzo al Triangolo (*b*),

II. Diviſi tutti e tre i lati a proporzione delle tre parti propoſte uguali, o diſuguali,

III. E tirate le Rette (*a*) dal punto di mezzo ſin' alle diviſioni fatte, reſta partito il Triangolo (*b*) come richiedeſi.

Il che era ec.

Dicia-

Diciamo per

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

*

Avvertimento.

(b) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

1. Che facilmente dal Problema precedente comprenderanno i Principianti, come qualunque altro Triangolo [*a*] si possa dividere in più altre parti uguali o disuguali da un punto di mezzo, come è stato nel predetto Problema ricercato; E perciò vediamo nel seguente

PROBLEMA II.

Come da qualunque punto dato nell' Area (b) di qualunque Triangolo (a) questo si divida in parti uguali, o disuguali.

(c) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

Sia in

I. Ipotesi (c).

1. Un Prato, o Campo Triangolare (*d*) *ABC*,
2. Rappresentatoci dalla *Fig. CXLVII. fol.* 15.
3. Il quale debbasi dividere prima in due parti uguali,
4. E poscia in due parti disuguali, di cui l' una sia $\frac{2}{3}$ e l'altra $\frac{1}{3}$
5. Da qualunque punto *m* dato nell' Area [*b*]
6. Il quale non sia in mezzo ad essa.

(d) *Triangolare, ciò ch' è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

Dico per

II. Regola.

I. Che ritrovato il punto in mezzo al Triangolo (*a*),

II. Divisi i lati secondo la proporzione data,

III. Trasformata la detta divisione in un' altra

ugua-

uguale colle linee tirate dal punto dato fin' ai lati, e ritrovate per mezzo delle Paralelle (e), fi fà ciò ch'è propoſto.

(e) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

Ne ſegue la

III. Pratica.

1. Replicaſi in queſta ciò che circa la Tavoletta dicemmo nel Prob. I.
2. E per venir alla Pratica diviſione di due parti uguali.

I. 3. *Cercaſi il punto di mezzo O, giuſta il fondamento di queſto Capo.*

4. E miſurati tutti e tre i lati, ſieno di Pertiche 90.

II. 5. *I quali per dividerli ſecondo la data proporzione*; partiti [f] per due, daranno 45.

6. Ma conſiderato il lato *AC*,
7. Solo di Pertiche 40.
8. Ne prenderemo le altre cinque ſopra l' uno degli altri due lati, cioè ſulla *CB*,
9. Dal *C* in *E*.
10. Sicchè immaginandoci, *giuſta il Probl. precedente*, tirate dal punto di mezzo *O*,
11. Le due *OA*, *OE*,
12. Il Triangolo [a] ſarà diviſo in due parti, o ſieno due Trapezj [g] uguali *AOEB*, *AOEC*,

(f) *Partire, o ſia Dividere nell' Arimetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel 6 ſi contiene tre volte.*

(g) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro*, come ◻

[h] *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia loro inferiore.*

*

III. 13. Ora per dividerlo dal dato punto *m*,
14. E trasformato in un' altra diviſione uguale, come ſi è detto,
15. S' applica la riga all' *A*, ed al *m*,
16. Cioè al punto dato, ed al punto della diviſione fatta ſu i lati,
17. Poſcia avanzando colla detta Riga fin' all' *O* punto di mezzo, quella ſegherà la Baſe [b] *AC* in *D*,
18. Il quale ſegnato, applichiſi la riga all' *E*, ed al *m*,
19. Cioè al punto dato, ed al punto della diviſione fatta ſu i lati,

(a) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d'una figura di tre lati) ovvero nominati 2 lati, il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

20. Poi avanzata la detta riga all'accennato *O* punto di mezzo,
21. Si segherà la Base (*a*) *A C* in *S*.
22. Finalmente tirate dal punto *m* fin' a' segamenti fatti le *m D*, *m S*,
23. Resta diviso il Triangolo (*b*) in due parti uguali, cioè in un Essagono (*c*) *A B C S m D*,
24. Ed in un Triangolo [*b*] *D m S*
25. Per la divisione fatta dal dato punto *m*.

*

(b) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △.

26. Questa è la divisione in due parti uguali,
27. Per farlo in due parti diseguali di $\frac{1}{3}$ e di $\frac{2}{3}$ consideriamo la *Fig. CXLVIII. fol.* 15.
I. 28. *In cui osservato il punto O di mezzo*,
II. 29. *E divisi i tre lati di Pertiche* 90. *per* 3. *ci viene* 30 *per* $\frac{1}{3}$

(c) *Essagono è una figura di 6 angoli, o di 6 lati, come*

30. Onde applicata la solita riga al lato *A C*,
31. Ritrovansi Pertiche 30. dall'*A*,
32. Sin al *D*,
33. Per una parte, cioè per $\frac{1}{3}$
34. Ed immaginandoci le due *O A*, *O D*,

[d] *Pentagono è una figura di 5 angoli, o di 5 lati, come* ⬠.

35. Tirate dal punto di mezzo *O giusta il Probl. precedente*,
36. Sarà diviso il Triangolo [*b*] nel Triangolo (*b*) *A O D*,
37. E nel Pentagono (*d*) *A B C D O*,
38. Cioè in $\frac{1}{3}$ ed in $\frac{2}{3}$

(e) *Triangoli d'uguale altezza sono quelle figure di tre lati, le quali dalla cima fin' al lato inferiore hanno la linea Perpendicolare, o sia la linea a piombo uguale, come*

*

39. Ora per trasformar la detta divisione in un' altra uguale,
40. S' applica la riga all'*A*, ed al *m*,
41. Cioè al punto dato, ed al punto della divisione fatta su i lati,
42. Poscia avanzando colla detta riga fin all'*O* punto di mezzo, quella segherà la Base [*a*] *A C*, nel punto *F*,
43. Il quale notato, applichisi la riga al *D*, ed al *m*,

44. Cioè

44. Cioè al punto dato dal punto della divisione fatta su i lati.
45. Poscia avanzata la detta riga all' *O* punto di mezzo,
46. Si segherà la mentovata Base (*a*) *AC*, in *R*,
47. E però tirate al solito le *mF*, *mR*,
48. Dal dato punto *m* fin' ai segamenti, ec.
49. Si sarà diviso il Triangolo (*b*) nelle desiderate due parti disuguali di $\frac{1}{3}$ e di $\frac{2}{3}$,
50. Per mezzo dell' Essagono [*c*] *ABCRmF*,
51. E del Triangolo [*b*] *FmR*,
52. Ne segue

(f) *Parallele linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(g) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ———

§. LXXIII.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Questa resterà senza altre repliche chiara, qualor si rifletterà al fondamento del presente Capo V. ed ai 2. §§. precedenti 66. e 67.
2. Perocchè stando sulle cose predette, facilmente comprenderassi, che fatto il punto di mezzo in qualunque Triangolo (*b*), e misuratine i lati, si può quello dividere in parti uguali, o disuguali per mezzo di tanti Triangoli della medesima altezza (*e*) che concepiamo nel nominato Triangolo (*b*) contenuti,
3. Resta solo, che circa la trasmutazione delle divisioni fatte in amendue le Figure,
4. Ci immaginiamo, che nell' accennata *Fig. CXLVII. fol.* 15. per mezzo della Riga applicata prima alle *A*, *m*, poscia all' *O* si sieno tirate le Paralelle [*f*] *A m*, *O D*,
5. Come anche ch' applicata la detta Riga prima alle *E*, *m*, poscia all' *O* si sieno tirate le Paralelle (*f*) *E m*, *O S*,
6. Ed oltre a ciò anche le due Rette (*g*) *mo*, *ES*,
7. Che così comprenderassi essere il Triangolo (*b*) *AoD* uguale al Triangolo (*b*) *mDo*,
8. Ed il Triangolo (*b*) *OSE* uguale al Triangolo [*b*] *mOS*,
9. Per essere i detti sopra le medesime Basi (*a*) *O D*, *OS*,

10. E fra le medesime Paralelle [a] Am, Do, ed OS, mE, *giusta la* 37. *del primo*,
11. Dovendo concepire, ch' il Triangolo [b] SEC,
12. E' comune tanto all' OSE, quanto al mOS,
13. E che per la stessa ragione immaginandoci nella *Figura CXLVIII. fol.* 15. tirate per mezzo della Riga le Paralelle (a) Am, Fo,
14. Come pure le nD, oR,
15. Ed oltre a ciò anche la Om,
16. Il Triangolo (b) AoF intenderassi uguale al Fmo,
17. Ed il Triangolo (b) RoD uguale al Rmo;

*

18. Sicchè le divisioni, che si concepiscono fatte in amendue i Tirangoli (b) delle *Figure CXLVII.* e *CXLVIII. fol.* 15. dal punto di mezzo sin' ai lati,
19. Si sono trasformate in altre uguali per mezzo delle linee tirate dal punto dato sin' ai lati,
20. E ritrovate per mezzo delle Paralelle (a),

Dunque

I. Ritrovato il punto in mezzo al Triangolo (b),

II. Divisi i lati secondo la proporzione data,

III. Trasformata la detta divisione in un' altra uguale colle linee tirate dal punto dato sin' ai lati, e ritrovate per mezzo delle Paralelle (a) si fa ciò, ch' è proposto.

*

Avvertimento.

Giusta le Regole dei due precedenti Problemi facilmente si potranno i Triangoli [b] dividere in più altre parti uguali, e disuguali, da qualunque punto dato nell' Area [c] dei detti.

Per chiudere il presente Capo V. consideriamo nel

PRO-

(a) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(b) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(c) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(d) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(e) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(f) *Campo Triangolare, o sia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

PROBLEMA III.

Come in qualunque Triangolo (b) ſi ritrovino più punti, dai quali le Rette (d) tirate entro il detto, lo dividano in più parti uguali.

Sia in

I. Ipoteſi. (e)

1. Un Prato, o Campo Triangolare [f] *ABC*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura CXLIX. fol.* 15.
3. Nell' Area [c] del quale ſi debbano ritrovare due punti, da cui le Rette [d] tirate entro la detta
4. La dividano in tre parti uguali.

Dico per

II. Regola,

I. Che tirata una Perpendicolare (g) dalla cima alla Baſe (b) del Triangolo (b).

II. Diviſa quella in tre parti uguali per mezzo di due punti,

III. E tirate da queſti quattro Rette (d) agli angoli oppoſti, ſi ritrova, e fa ciò che ſi è propoſto.

Ne ſegue la

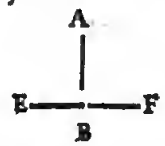
III. Pratica.

1. Qui pure dobbiamo replicare ciò, che circa la Tavoletta ne' precedenti Problemi dicemmo.
2. E per effettuare ciò, che contienſi nella Regola,

I. 3. *Tiriſi la Perpendicolare* (g) *B E*
4. *Sin' alla Baſe* (b) *A C*, *giuſta la pag.* 167. *numero* 7.

II. 5.

(g) *Linea Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*



(b) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(a) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

II. 5. *Dividaſi la detta B E*
6. *In tre parti uguali per mezzo dei due punti F, G, Giuſta il Probl. 1. Cap. 1. di queſto Libro.*
III. 7. *Tirinſi dai detti due punti agli angoli oppoſti le 4 Rette* (a) *G A, G C, F A, F C,*
8. Che il Triangolo [b] ſarà diviſo in tre parti uguali, o ſia nei due Trapezj [c] *A B C G, A G C F,*
9. E nel Triangolo [a] *A F C* uguali fra di loro dai due punti *F, G,*
10. Ritrovati nell' Area [d].

(b) *Triangolo è una figura di 3 lati, come* △

Eccone

§. LXXIV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

(c) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come*

1. I tre Triangoli [b] *A B G, A G F, A F E*
2. Sono fra di loro uguali, *per la prima del Seſto.*
3. Così anche i tre *B G C, C G F, C F E,*
4. Per la ſteſſa ragione.
5. Ora aggiungendo a ciaſcuno dei 3. primi Triangoli [b] uno dei 3 ſecondi, i quali 3. ſecondi ſono pure uguali fra loro, *per la prima del Seſto,*

(d) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ ⬡ *ec.*

6. Cioè all' *A B G* il *B G C,*
7. All' *A G F* il *C G F,*
8. Ed all' *A F E* il *C F E,*
9. Si fanno i due Trapezj [c] *A B C G, A G C F,*
10. Ed il Triangolo [b] *A F C* fra di loro uguali.
11. (Accagione, che ſe alle coſe uguali s' aggiungono coſe uguali, tutte ſono uguali fra loro, *per il ſecondo Aſſ. del Primo*).
12. Ma queſti Trapezj [c], e Triangolo [b] ſono tre parti uguali, *fatte per mezzo della Perpendicolare* (e) *B E,*
13. *Diviſa in tre parti co' due punti,*
14. *E per 4 Rette* (a), *tirate da quelli, agli angoli oppoſti,*

Dunque

I. Tirata una Perpendicolare (e) dalla cima alla Baſe (f) del Triangolo (b),

II. Di-

II. Divisa quella in tre parti uguali per mezzo di due punti,

III. E tirate da questi 4 Rette (*a*) agli angoli opposti, si ritrova, e fa ciò che si è proposto.

Il che era ec.

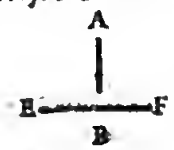
Diciamo per.

*

Avvertimento.

1. Che volendo nello stesso modo avere i punti nell' Area [*d*] d'un Triangolo [*b*], per dividerlo da quelli in 4, 5, 6, o più parti disuguali, si potrà in sostanza operare giusta la predetta Regola, dividendo la tirata Perpendicolare [*e*] nelle proposte parti a proporzione, e tirando poi le Rette [*a*] dai punti delle divisioni fin' agli angoli opposti.
2. In esempio: nel Triangolo [*b*] *A B C* della *Figura CL. foglio* 15.
3. Il quale debbasi divider in 4 parti disuguali,
4. Cioè in $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{6}$ in $\frac{1}{2}$ e nel resto,
5. Tirata, e misurata la Perpendicolare [*e*] *B F*
6. Di Pertiche 20.
7. Entrando il 5 in 20, 4 volte,
8. Il 6, tre volte ed $\frac{1}{3}$
9. Ed il 2, 10 volte,
10. Si conteranno sulla detta *B F* Pertiche 4 per $\frac{1}{5}$ dal *B* all' *O*,
11. Pertiche 3 $\frac{1}{6}$, cioè tre Pertiche, e due Piedi per $\frac{1}{6}$ dall' *O* al *G*,
12. E Pertiche 10 per $\frac{1}{2}$ dal *G* al *T*,
13. Che il residuo dal *T* al *F*
14. Sarà la quarta proposta parte.

(*e*) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*



(*f*) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominandone due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

15. Ora

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

*

15. Ora tirate da' punti agli angoli opposti le AO, OC, AG, GC, AT, TC,

16. Sarà diviso il Triangolo (*a*) nelle 4. parti disuguali dai ritrovati punti in mezz' all' Area [*b*] secondo la proposta proporzione.

(b) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* ▱ □ *ec.*

17. Che saranno ne' Trapezj [*c*] $ABCO$, $AOCG$, $AGCT$,

18. E nel Triangolo [*a*] ATC,

*

(c) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ⏢

1. Circa la ragione sua dimostrativa qui altro non si replica, perchè le due Aree [*b*] tanto del Triangolo [*a*] ABF,

2. Quanto del Triangolo [*a*] BCF, essendo divise giusta la proporzione della comune Base [*d*] BF *per la* 1. *del Sesto*,

3. A ciascun Triangolo [*a*] ABO, AOG ec. del Triangolo [*a*] ABF,

4. S' aggiunge ciascun Triangolo (*a*) proporzionale BOC, OGC, ec.

(d) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

5. Del Triangolo (*a*) BCF,

6. Essendo evidente, che *s' alle cose Proporzionali s' aggiungono cose Proporzionali, tutte sono proporzionali fra loro*,

*

7. Egli è ben vero che nella Pratica l' accennato modo di divider un Triangolo (*a*) in molte parti uguali, o disuguali non è molto accettato, accagione che l' acutezza degli angoli verso i punti A, e C, troppo confondono le divisioni;

(e) *Figura Multilatera è quella contenuta di molti lati.*

8. Ciò non ostante potrà quello servire per altri riflessi, massime, quando si trattasse di divider un Triangolo [*a*] in poche parti; come in due sole, ovvero, quando non si volessero tirar le linee divisorie fin' ai punti A, e C,

9. Ma solo fin' ad una proposta linea RD, ovvero MN.

*

10. Molti sarebbero gli altri Problemi, che circa al-

tre

tre divisioni de' Triangoli (*a*) proporre si potrebbero,

11. Ma a noi basta d' aver al Principiante Geometra insegnati solo quelli, che ci pajono necessarj tanto per divider gli stessi Triangoli (*a*) quanto le altre Figure Multilatere (*e*) e però avanziamo al

(f) *Paralellogrammo è una figura di quattro lati, dei quali gli opposti sono fra di loro ugualmente distanti, come* ▭ ▱

CAPO VI.

Delle divisioni de' Paralellogrammi (f).

(g) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

VEdute le divisioni delle figure di 3 lati, ora ci porremo avanti gli occhi quelle di 4 lati, ed in questo Capo quelle de' Paralellogrammi, (*f*) per le quali premettesi il

(h) *Diametrale Linea è quella, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta* a b *è una linea Diametrale.*

*

Fondamento delle Regole del presente Capo.

Inculcata qui di nuovo per la prima cosa la *prima del Sesto, giusta il Fondamento del Cap. I.*

Si dee osservare, che

1. Nel Rettangolo (*g*) *AD* della *Fig. CLI. fol.* 15.
2. Tanto la Diametrale (*b*) *AD*,
3. Quanto la *IS*,
4. Tirata dal mezzo lato *ED*;
5. Sin' al mezzo lato *AF*,
6. Divide l' Area [*b*] per metà, *giusta il* §. 12. e *la prima del Sesto*,

*

7. Quindi comprenderassi, ch' i due Triangoli (*a*) *IOD*, *SOA*,
8. Sono uguali fra loro;
9. Poichè essendo, tanto il Triangolo (*a*) *ADF*,
10. Quanto il Rettangolo (*g*) *SD*,
11. La metà di tutt' il Rettangolo (*g*) *AD*,
12. E perciò uguali fra loro,
13. Se dal Rettangolo (*g*) *SD*,

14. E dal Triangolo (*a*) *A D F*,
15. Si leverà lo ſteſſo Trapezio [*b*] *S O D F*,
16. Rimaranno i detti due Triangoli (*a*) *I O D*, *S O A*,
17. Uguali fra loro, *giuſta il 2. aſſ. del Primo*.

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

*

18. Queſto è il fondamento, ſu cui ſi ſono fabbricati i ſeguenti Problemi nel preſente Capo.

Vediamo dunque nel

PROBLEMA I.

Come ſi divida qualunque Rettangolo (*c*) *in più parti uguali, o diſuguali.*

(c) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

Sia in

I. Ipoteſi. [*d*]

1. Il Prato, o Campo Rettangolare (*e*) *A B C D*,
2. Rappreſentatoci dalla *Fig. CLII. fol.* 15.
3. Il quale debbaſi prima dividere in 3 parti uguali, e poſcia anche in 3. diſuguali,

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Dico per

II. Regola.

I. Che diviſi i qualunque due lati oppoſti nelle parti uguali, o diſuguali propoſte.
II. E tirate le Rette (*f*) dai punti delle diviſioni fin'agli oppoſti, ſi fa ciò che richiedeſi.

(e) *Campo Rettangolare, o ſia Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

Eccone la

III. Pratica.

1. Ne' prati ſi potrà agevolmente operare ſenza la Tavoletta, ma ne' Campi folti di piante e biade ci vuole la detta.

*

I. 2. Per la divisione delle parti uguali,
3. *Si dividono i due lati opposti AB, CD,*
4. *In tre parti uguali ne' punti E, F, del lato AB,*
5. E *G, H, del lato CD,*
II. 6. E tirate le *EG, FH,*
7. *Dai punti opposti delle divisioni,*
8. I tre Rettangoli [*c*], *CE, GF, HB,*
9. Sono le tre parti uguali del Rettangolo [*c*] proposto,

(f) *Linea Retta quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(g) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ □ ◁ *ec.*

*

10. Per la divisione delle parti disuguali:
11. Debbasi il Rettangolo (*c*) *CB,*
12. Nella *Fig. CLIII. fol.* 15.
13. Dividere in 3 persone, di cui la prima n' abbia $\frac{1}{3}$, la seconda $\frac{1}{4}$, e la terza il resto.
14. Divisi i due lati opposti *AB, CD,*
15. Secondo la detta proporzione ne' punti *M, O,* del lato *AB,*
16. E ne' punti *N, P,* del lato *CD, giusta il Probl. 1. Cap. 1. di questo Libro.*
17. E tirate le *MN, OP,*
18. Dai punti opposti delle divisioni,
19. I tre Rettangoli (*c*) *CM, NO, PB,*
20. Sono le richieste 3 parti disuguali.

Facile è

§. LXXV.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Perocchè avendo i lati d'un Rettangolo [*c*] proporzione all' Area (*g*), *giusta la 1. del Sesto,*
2. Ed essendosi i lati opposti divisi in 3 parti uguali, e poi anche in tre parti disuguali,
3. Si farà anche l' Area (*g*) partita dai punti delle divisioni in 3 parti uguali e disuguali a proporzione, per mezzo di tanti Rettangoli (*e*) per la *detta 1. del Sesto.*
4. Sicchè

I. Diviſi i qualunque due lati oppoſti nelle parti uguali, o diſuguali,

II. E tirate le Rette (*a*) dai punti delle diviſioni fin' agli oppoſti, ſi divide il Rettangolo (*b*), come ſi è detto.

(a) *Retta Linea è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

Il che era ec.

Si vede nel

PROBLEMA II.

Come ſi divida un Rettangolo (b) in parti uguali, o diſuguali da qualunque due punti dati ſullo ſteſſo lato.

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

Sia in

I. Ipoteſi (c)

(c) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

1. Il Prato, o Campo Rettangolare (*d*) *ABCD*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura CLIV. fol.* 15.
3. Il quale debbaſi prima in 3 parti uguali,
4. E poſcia in 3 diſuguali dai due punti dati *F*, *G*,
5. Dividere ſullo ſteſſo lato *CD*.

(d) *Rettangolare è ciò, che è fatto in figura di Rettangolo, cioè d' una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

Dico per

II. Regola.

I. Che tirate le linee dai punti dalle diviſioni di 3 parti dell' uno, e l' altro lato oppoſto, *giuſta il Probl. precedente*,

II. Traſportati ſul lato oppoſto i punti dati o ſieno le diſtanze compreſe fra i punti delle dette diviſioni ed i punti dati,

III. E tirate le Diagonali (*e*) dai punti dati, ai punti traſportati, ſi divide il Rettangolo (*b*) in 3 parti uguali, o diſuguali,

Ciò ſi chiariſce colla ſeguente

III.

II. Pratica.

1. Qui pure vedesi che nel Rettangolo (*b*) da dividersi o in prato, o in campo la Tavoletta presterà il miglior servigio, come dicemmo alla *pag.* 338.

I. 2. *Divisi dunque i due lati opposti* AB, CD,

3. *In tre parti uguali per mezzo delle* RO, SP, *giusta il Probl. I. Cap. I. di questo Lib. ed il Cap. VII. Lib. I. Parte I.*

II. 4. Trasportansi i punti dati F, G,

5. *O sieno le distanze* PG, OF, *comprese fra i punti delle divisioni, ed i punti dati*,

6. Sul lato opposto dal S in N,

7. E dal R in M,

8. Cioè parimente fra i punti delle divisioni ed i punti dati, cioè trasportati.

9. In modo però, che se il punto dato è alla destra della linea divisoria, debbasi trasportare sul lato opposto alla sinistra della detta linea.

10. Come il punto G ch' è alla destra della linea divisoria SP,

11. Trasportasi sul lato opposto in N ch' è alla sinistra della detta linea.

12. All' incontro, se il punto dato fosse alla sinistra, come il Q nella *Fig. CLV. fol.* 15.

13. Trasportasi sul lato opposto alla destra cioè in X,

III. 14. E con ciò intenderassi per qual cagione dica la Regola che *si tirino le linee Diagonali* (*c*) *dai punti dati ai punti trasportati*,

15. Cioè le MF, NG,

16. Poichè se i dati e trasportati non fossero dalla destra alla sinistra, e dalla sinistra alla destra, non si potrebbero tirare le richieste Diagonali (*e*)

17. Ed in tal modo si è diviso il Rettangolo (*b*) dai due punti dati sullo stesso lato in 3 parti uguali,

18. Che sono $CAMF$, $FMNG$, $GNBD$.

[c] *Diagonale è una linea, per mezzo della quale due lati d' un angolo si congiungono insieme, come nella qui soggiunta figura la a b è Diagonale, poichè per mezzo d'essa si congiungono insieme i due lati a c, c b dell' angolo c, ed i due a d, d b dell' angolo d.*

19. S'

(a) *Diagonale è una linea, per mezzo della quale due lati d' un angolo ſi congiungono inſieme, come nella qui ſoggiunta figura la a b è Diagonale, poichè per mezzo d'eſſa ſi congiungono inſieme i due lati a c, c b dell' angolo c, ed i due a d, d b dell' angolo d.*

*

19. Se ora lo vogliamo divider in tre parti diſuguali.

I. 20. *Dividanſi i due lati oppoſti A B, C D,*
Nella *Figura CLV. foglio* 15.

21. *Nelle tre propoſte parti diſuguali per mezzo delle T u, f z, giuſta il Probl.* 1. *Cap.* 1. *di queſto Libro.*

II. 22. *E traſportate le diſtanze U Q, z o,*

23. (*Compreſe fra i punti delle diviſioni, ed i punti*)

24. Sul lato oppoſto dal *T* in *X*,

25. E dal *f* in *E*, *giuſta i numm.* 9. 10. 11 *ec.*

III. 26. *E tirate le Diagonali* (*a*) *X Q, E O,*

27. Sarà il Rettangolo (*b*) diviſo nelle tre parti diſuguali propoſte.

Eccone

§. LXXVI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come*

1. Che tanto l'uno, quanto l'altro Rettangolo (*b*) in amendue le Figure

2. Si ſieno per mezzo delle linee diviſorie *R O*, *S P* nell' una,

3. E per le *T u*, *f z* nell' altra Figura

4. Partiti in tre parti uguali, e diſuguali,

5. Ciò riluce dal §. precedente.

*

6. E che per mezzo delle Diagonali (*a*) *M F*, *N G*

7. Si ſia nella *Figura CLIV. foglio* 15. traſportato il Triangolo [*c*] *a M R*

8. Sopra il Triangolo [*c*] *a O F*,

9. L'uno uguale all' altro,

10. Come anche il Triangolo [*c*] *b P G* ſopra il *b S N*,

11. Iſteſſamente nella *Figura CLV.*

12. Il *d u Q*

13. Sopra il *d T x*,

14. E l' *e z O*

15. Sopra l' *e f C*,
L'uno ſempre uguale all' altro.

16. Ciò

16. Ciò riluce pure dal Fondamento del preſente Capo alla *pag.* 337.
17. Sul quale rifleſſo comprendeſi, che le tirate Diagonali (*a*) dividono il Rettangolo [*b*] in 3 parti uguali, o diſuguali dai punti dati ſullo ſteſſo lato,
18. Come lo dividono le ordinarie linee diviſorie del Problema precedente.
19. Dunque

I. Tirate le linee dai punti delle diviſioni di 3 parti dell' uno e l'altro lato oppoſto.
II. Traſportati ſul lato oppoſto i punti dati, o ſieno le diſtanze, compreſe fra i punti delle dette diviſioni, ed i punti dati.
III. E tirate le Diagonali (*a*) dai punti dati ai punti traſportati, ſi divide il Rettangolo (*b*) in tre parti uguali, o diſuguali.

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(d) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

Il che era ec.

Diciamo per

*

Avvertimento.

1. Che volendoſi partire un Rettangolo (*b*) in più parti uguali, o diſuguali da più punti dati ſopra uno ſteſſo lato, agevolmente ſi potrà farlo per mezzo della precedente Regola.
2. Lo ſteſſo diciamo anche circa la diviſione d' un Quadrato (*d*), a cui interamente applicaſi la ſteſſa Regola.

*

3. Se poi non ſolamente foſſero nelle diviſioni da farſi dati più punti, ma anche ſu' lati oppoſti, come nella *Figura CLVI. fol.* 15.
4. In cui vedeſi il Rettangolo (*b*) *A B C D*
5. Diviſo, al ſolito delle prime Regole, in cinque parti per mezzo delle linee punteggiate *P O*, *M R*, *X Z* ec.
6. E ſu i lati oppoſti *C D*, *A B*
Dati i tre punti *F*, *G*, *Q*.

7. Dai

(a) *Diagonale è una linea, per mezzo della quale due lati d' un angolo ſi congiungono inſieme, come nella qui ſoggiunta figura la a b è Diagonale, poichè per mezzo d'eſſa ſi congiungono inſieme i due lati a c, c b dell' angolo c, ed i due a d, d b dell' angolo d.*

7. Dai quali debbaſi per mezzo delle linee Diagonali (*a*) far la ſteſſa diviſione di 5. parti, uguale alla prima.
8. Stando ſul ſolito fondamento della precedente Regola,
9. *Si traſportano le diſtanze, compreſe dai punti delle diviſioni fin' ai punti dati, ſul lato oppoſto,*
10. Cioè la VG, in TE,
11. La MQ in RS.
12. La XQ, in χI,
13. La OF, in PH,
14. E tirate dai punti dati, e traſportati ec.
15. Le Diagonali (*a*) HF, SQ, QI, GE,
16. Reſta per mezzo di queſto diviſo il Rettangolo (*b*) nelle 5 parti, come prima.

*

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

17. Qui deeſi oſſervare, che ſiccome nella diviſione ordinaria ſenza punti dati ſu i lati, ſi ſono tirate per far il Rettangolo (*b*) in 5 parti le quattro linee già accennate PO, MR, XZ, TV,
18. Così pure quando dai dati, e traſportati punti ſi tirano le Diagonali (*a*) debbono iſteſſamente eſſere quattro.
19. E benchè i punti dati ſieno ſolo tre, F, G, Q,
20. Con tutto ciò dallo ſteſſo punto dato Q,
21. Si ſono tirate due Diagonali (*a*) QS, QI,
22. Con eſſerſi prima traſportate, come ſi è detto, le diſtanze MQ in RS,
23. E XQ, in χI.
24. Il che dovrà in ſimili caſi ſempre eſſer oſſervato.

*

25. Oltre a ciò avverrà alcune volte, che non ſi potrà divider alcun Rettangolo (*b*) nelle parti propoſte *col traſporto delle diſtanze* (*compreſo fra i punti delle diviſioni ed i punti dati*) *ſul lato oppoſto*, e col tirarvi le Diagonali (*a*) come ſin ora ſi è fatto.

*

26. In eſempio nella *Fig. CLVII. fol.* 15.
27. Vedeſi il Rettangolo (*b*) $ABCD$,
28. Diviſo in tre parti per le linee ordinarie ZT, VX.

29. E dovendolo divider nelle dette 3 parti dai due punti dati *G*, *F*,
30. Giusta la Regola del precedente Problema,
31. Fatto il solito trasporto della distanza *VF*.
32. Sul lato opposto dal *X*, in *R*,
33. Si fa bensì la parte *RBDF*,
34. Uguale alla *VXDB*, *per il* §. 71.
35. Ma, essendosi parimente trasportata la distanza *TG*,
36. Sul lato opposto dal ϰ in *O*, *giusta la precedente Regola, e Pratica*,
37. La Diagonale [*a*] *GO*,
38. Che giusta il solito doverebbe per la proposta divisione tirarsi, taglia la divisione già fatta,
39. Dell' accennata parte *RBDF*,
40. E vi fa entro il Triangolo (*c*) *rRo*,
41. Già appartenente alla detta parte.
42. Onde per non commetter simile sbaglio:

*

43. Conviene bensì, *giusta la Regola* trasportar la distanza *TG*,
44. Sul lato opposto dal ϰ in *O*,
45. E tirar anche al solito la Diagonale (*a*) *GO*,
46. Ma punteggiata, poichè quella non fa la ricercata divisione,
47. Oltre a ciò si tirerà anche la *GR*,
48. *Cioè dal punto dato fin' al punto della tirata Diagonale* (*a*) *FR*, *sul lato opposto, che fa una delle proposte parti*,
49. Poscia la *SO*,
50. Paralella (*d*) alla detta *GR*, *giusta la pag.* 172. *num.* 1.
51. Con notar il punto *S*,
52. E finalmente anche la *GS*,
53. Ch' il Triangolo [*c*] *GSF*,
54. Sarà uguale alla parte ϰ*x*, *TV*,
55. Ed il Pentagono [*e*] *CGSRAC*,
Alla parte *AϰcT*.

*

56. La Ragione dimostrativa si fa chiara dai due Triangoli (*c*) *RGO*, *RSG*,

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(d) *Paralelle Linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nelle stesse piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(e) *Pentagono è una figura di 5 angoli, e di 5 lati, come* ⬠

57. I quali ſono ſulla ſteſſa Baſe (*a*) *R G*,
58. E fra le medeſime Paralelle [*b*] *O S*, *R G*,
59. Poichè eſſendo i detti Triangoli [*c*] uguali fra loro, *giuſta il Fondamento della pag.* 291.
60. Aggiungendovi il Trapezio (*d*) *A R G C*
61. La parte, *A O G C*, e la *C G S R A*
62. Sono fra loro uguali, *giuſta il ſecondo Aſſiom. del Primo*.

*

63. Laſciati alcuni altri modi di divider un Rettangolo [*e*], o Quadrato [*f*], per eſſer facilmente compreſi dai Principianti, vediamo nel

PROBLEMA III.

Come ſi divida un Rettangolo (e) in più parti diſuguali da qualunque punto dato nell' Area (g).

Sia in

I. Ipoteſi. (*b*)

1. Il Prato, o Campo Rettangolare [*i*] *A B C D*,
2. Rappreſentatoci dalla *Figura CLVIII. foglio* 15.
3. Il quale debba eſſer diviſo fra cinque perſone diſugualmente,
4. Cioè, che la prima n'abbia $\frac{1}{5}$, la ſeconda $\frac{1}{8}$, la terza $\frac{3}{8}$, la quarta $\frac{1}{9}$, e la quinta il reſto.
5. Ed avendo il detto Fondo Rettangolare (*i*) una Fontana rotonda nel punto *r* dell'Area [*g*],
6. Si deſidera, che la diviſione ſia fatta in tal modo, che ciaſcuna perſona abbia la ſua parte confinante alla detta Fontana; ch' è lo ſteſſo che dire, che il Rettangolo [*e*] ſia diviſo dall' accennato punto *r*.

Dico per

II. Regola.

I. Che

(a) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(b) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(d) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

(e) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

I. Che misurata l'Area (g) del Rettangolo (e),
II. Tirata per il punto dato una Paralella (b) ai lati più lunghi,
III. Divisi tutt' i lati secondo la proporzione delle parti proposte,
IV. E tirate le Rette (k) dal punto dato sin' a quelli delle divisioni, si divide il Rettangolo (e) come ricercasi.

Ne segue la

III. Pratica.

1. Anche in questa Ipotesi (b) ci vuole la Tavoletta, *giusta tutto il Cap. 7. del Libro primo Parte prima.*
I. 2. *Misurato dunque il proposto Rettangolo* (e), *giusta il §. 6.*
3. Sia di Pertiche 600.
II. 4. *E la Paralella* (b) *dal punto r*
5. *Ai lati più lunghi A B, C D,*
6. Tirisi dal *m* al *n*, *giusta la pag. 172. n. 1.*
III. 7. *Ora per divider tutti i lati secondo la proporzione delle parti proposte,*
8. Cercasi qual sia la prima delle dette parti proposte, partendo Pertiche 600,
9. (Ch'è tutta l'Area Rettangolare [*l*]) per 5,
10. Ed avremo nel Quoziente [*m*] Pertiche 120,
11. Ch'è appunto la prima parte di $\frac{1}{5}$
12. Parimente, se divideremo le dette Pertiche 600
13. Per 6, per 8, e per 9,
14. Avremo il Quoziente (*m*) di 100 per la seconda parte di $\frac{1}{6}$
15. Di 75 per la terza parte di $\frac{1}{8}$
16. Di Pertiche 66, e Piedi 4 per la quarta parte di $\frac{1}{9}$
17. E di Pertiche 238 : 2 per la quinta parte, che è il resto.

(g) *Area presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3. o più linee, come* △ □ *ec.*

(h) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(i) *Rettangolare è ciò ch' è fatto in figura di Rettangolo, cioè d' una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro ugnali, come* ▭

(k) *Retta Linea d'quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(l) *Area Rettangolare, o sia Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro ugnali, come* ▭

(m) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(a) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(c) *Perpendicolare linea à una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*

*

19. Avendo ora tutte le proposte parti, e sapendo dalla misurazione già fatta, che ciascun lato più corto del Rettangolo [*a*] cioè l'*AC*, o *BD*,
20. E di Pertiche 10.
21. Considerasi il taglio che fa la Paralella [*b*] *mn*,
22. Su i detti lati, poichè li divide in due parti disuguali, cioè in Pertiche 6. dal *n* in *B*, o *m* in *A*.
23. Ed in Pertiche 4 dal *n* in *D*, o *m* in *C*,
24. Ciò inteso: cercasi su qualunque lato, come sul *CD*,
25. La divisione proporzionale della prima parte di Pertiche 120.
26. Partendo 120 per la *r S*, o sia *n D* di Pertiche 4.
27. (Ch' è la Perpendicolare (*c*) fatta dal taglio della detta Paralella (*b*) fin sul lato *CD*,)
28. Ed avremo il Quoziente (*d*) di 30. Pertiche,
29. Le quali debbonsi raddoppiare contandone sul lato *CD*, 60.
30. Che sono appunto tutt' il detto lato.
31. E ciò accagione, che dovendo far la divisione dal punto *r*,
32. In vece d'un Rettangolo (*a*) che comprenda le mentovate Pertiche 120,
33. Si fa il Triangolo [*e*] *CrD*,
34. Di cui s'intenderà l'Area (*f*) dai §§. 8. e 9.

*

35. Per la seconda parte di Pertiche 100.
36. Si continua la divisione sul congiunto lato *DB*,
37. Partendo al solito 100. per la Perpendicolare (*c*) *rn*,
38. Ch' è di Pertiche 20.
39. Ed il Quoziente (*d*) sarà di 5 Pertiche,
40. Le quali debbonsi raddoppiate (per la ragione predetta) contare su tutt' il lato *DB*,
41. Il quale appunto è di Pertiche 10.

*

42. Per la terza parte di Pertiche 75.
43. Si continua pure la divisione sull' altro lato contiguo, ch' è il *B A*,
44. Partendo Pertiche 75 per la Perpendicolare (*c*) *rO*,

45. Di

45. Di Pertiche 6,
46. Ed il Quoziente (*d*) ſarà di Pertiche 12, e Piedi 3,
47. Le quali raddoppiate, cioè 25 ſi contano ſulla detta *B A*
48. Dal *B* in *F*.

*

49. Per la quarta parte di Pertiche 66, e Piedi 4.
50. Si continua la diviſione ſullo ſteſſo lato *B A*,
51. Partendo Pertiche 66 : 4 per la detta Perpendicolare [*e*] *r O* di Pertiche 6,
52. Che il Quoziente (*d*) ſarà di Pertiche 11, e Piedi 4,
53. Le quali raddoppiate, cioè Pertiche 23, e Piedi 2,
54. Si contano ſulla *B A*
55. Dal *F* in *R*.

*

56. Fatta ora la diviſione giuſta la proporzione delle parti propoſte.

IV. 57. *Si tirano dal punto r*
58. *Su i punti delle diviſioni le C r, D r, B r, F r, R r,*
59. Che il Triangolo [*e*] *C r D* ſarà un quinto,
60. Il *D r B* un ſeſto,
61. Il *B r F* un ottavo,
62. L' *F r R* un nono,
63. Ed il Trapezio [*g*] *r R A C* il reſto del diviſo Rettangolo [*a*] nelle propoſte parti.

(d) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quarto n' è il Quoziente.*

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(f) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(g) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

Eccone

§. LXXVII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Queſta è fondata ſu i §§. 8, e 9,
2. Perocchè, ſe vogliamo conſiderare nell' accennata *Figura CLVIII.*
3. Il Triangolo [*e*] *C r D* di Pertiche 120,
4. Queſto ſi è ritrovato partendo le dette Pertiche 120 per la Perpendicolare [*e*] *S r*,

5. Ch'è

5. Ch'è lo ſteſſo che dire:
6. Partendo il Rettangolo [a] *A F* della *Figura CLIX. foglio* 15,
7. Ch'è di 120 Pertiche,
8. Per la Perpendicolare [b] *G A*, di Pertiche 4,
9. Perocchè il Quoziente (c) ſarà evidentemente la *A P* di Pertiche 30,
10. Cioè l'altro lato del Rettangolo [a], ſu cui cade la Perpendicolare [b];
11. E raddoppiata la detta *A P*
12. Dal *P* in *M*,
13. Si fa il Triangolo (d) *G A M*
14. Uguale al Rettangolo [a] *A F*, *giuſta i detti* §§. 8, *e* 9.

*

15. Lo ſteſſo è chiaro anche circa le altre diviſioni fatte nel propoſto Rettangolo (a),
16. Supponendo anche il Trapezio (e) *r R A C*
17. Diviſo in due Triangoli (d) *A r R*, *A r C*.
18. Ma le mentovate diviſioni ſi ſono fatte

I. *Con miſurar il Rettangolo (a),*
II. *Con tirar la Paralella (f) ec.*
III. *Con divider i lati a proporzione ec.*
IV. *E con tirar le linee dal punto dato ec.*

Giuſta la Regola.

Dunque

I. Miſurata l'Area del Rettangolo (a)
II. Tirata per il punto dato una Paralella (f) ai lati più lunghi,
III. Diviſi tutti i lati ſecondo la proporzione delle parti propoſte,
IV. E tirate le Rette (g) dal punto dato ſin' a quelli delle diviſioni, ſi divide il Rettangolo (a) come ricercaſi.

Il che era ec.

Opportuno ſoggiungiamo un

Avver-

(a) *Rettangolo è una figura di 4. angoli a ſquadra, e di 4 lati, de' quali ſolo i 2 oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Perpendicolare è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F.*

(c) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quarto n' è il Quoziente.*

(d) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(e) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

(f) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall'altra, in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

*

Avvertimento.

1. Qui s'inculca ai Principianti,
2. Che dovendoſi partire alcun numero d'Interi (*b*) e Rotti (*i*) per un' altro d' Interi (*b*) oppure anche d' Interi (*b*) e Rotti [*i*] o un numero di ſoli Interi (*b*) per uno d'Interi (*b*) e Rotti (*i*),
3. Sul rifleſſo dell' antedetta Ragione Dimoſtrativa ciaſcun numero da dividerſi (*k*) viene rappreſentato in Figura di Rettangolo [*a*] o anche di Quadrato, (*l*)
4. Il Partitore (*m*) forma uno de' lati, ed il Quoziente (*c*) un' altro di quelli, che fanno l' angolo Retto (*n*),
5. Come nella veduta *Fig. CLIX, fol.* 15.
6. Tutt' il Rettangolo (*a*) *AF*,
7. E il numero da dividerſi,
8. Il Partitore (*m*) è il lato *AG*,
9. Ed il Quoziente (*c*) è il lato *AP*, del che più diffuſamente favelleremo nell' Aritmetica Geometria della Parte terza,

*

10. Su queſto fondamento vedraſſi, che le Pertiche, o Piedi, Oncie ec. del numero da dividerſi (*k*) conſiſtono in tanti Quadrati, [*l*] cioè in una Superficie piana, (*o*)
11. Ma quelle del Partitore (*m*), e Quoziente (*c*) conſiſtono in Pertiche (o altre miſure) ſemplici (*p*) cioè in linea.
12. E però propoſto che ſia un numero da dividerſi d' Interi (*b*) e Rotti (*i*),
13. Conviene quello ridur in una Superficie piana (*o*), cioè in tanti Quadretti dell' ultima ſpecie di Rotti [*i*],
14. Che ſono aggiunti o al detto numero, o al Partitore (*m*),
15. Ed il Partitore (*m*) nell' ultima ſpezie di Rotti (*i*) ſemplici, cioè in linea.
16. In eſempio: debbanſi partire Pertiche quattro ed 1 Piede,
17. Per pertiche due.

18. Eſ-

(g) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(h) *Numero Intero è quello, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(i) *Numero rotto è un'unità diviſa in parti, v. gr.* —— *due terzi ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* —— *tre quarti ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(k) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro; come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(l) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, o di quattro lati uguali, come* □

(m) *Partitore, o ſia diviſore è quel numero, che contiene ſi in un altro numero da dividerſi; come ſe ſi divideſſe il numero 12 per tre, queſto tre ne ſarà il Partitore.*

[n] *Angolo Retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come* └

(o) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura,*

(p) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

18. Eſſendo alle 4 Pertiche da dividerſi anch' aggiunto un Piede, e niente più,
19. Conſideraſi il Piede per l'ultimo Rotto, (*a*)
20. Giacch' il Partitore (*b*) non ha preſſo gli Interi (*c*) di Pertiche due, aggiunti altri Rotti (*a*),
21. Onde conviene ridurre le 4 Pertiche in tanti Piedi Quadri (*d*),
22. Delli quali ciaſcuna ne contiene 36, *giuſta la pag. 33. n. 3.*
23. Sicchè 4 volte 36 ſono 144,
24. A cui s' aggiunge il Piede, il quale contiene 6. Piedi Quadri (*d*), *giuſta la detta pag.* 33. ec.
25. Che tutta la Superficie (*e*) del num. da dividerſi conſiſterà in Piedi Quadri (*d*), 150.
26. Come vedeſi nella *Fig. CLX. fol.* 16.
27. In cui col Quadrato (*f*) *A B C D*,
28. Rappreſentanſi le dette 4 Pertiche,
29. E col Rettangolo (*g*) *D r* il Piede aggiunto alle dette,
30. Il quale conſiſte in 12 Rettangoletti (*g*),
31. Dei quali ciaſcuno è mezzo Piede Quadrato (*d*).

*

32. Ora conviene parimente ridurr' anch' il Partitore (*b*) di 2 Pertiche in Piedi, cioè negli ultimi Rotti (*a*),
33. Ma queſti debbono eſſer ſemplici (*b*), come dicemmo,
34. Sicchè il detto Partitore (*b*) ſarà di 12. Piedi ſemplici (*i*), come vedeſi nella linea *A B*, della detta *Fig. CLX.*

*

35. Ora partita tutta la detta Superficie (*e*) di Pertiche 4 ed un Piede, cioè Piedi Quadri (*d*) 50.
36. Per 12 Piedi il Quoziente [*k*] ſarà di 12 Piedi, e mezzo, ma ſemplici (*i*),
37. Come vedonſi ſul lato *A r*,
38. Il quale forma colla *A B*,
39. L' angolo Retto (*l*) *A*,
40. Come al num. 4. dicemmo.

*

41. Sapendo poi che 6 Piedi ſemplici (*i*) hanno una Pertica ſemplice (*m*), *giuſta il num. IX. dell' Introd.*

42. Ri-

(a) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(b) *Partitore, o ſia diviſore è quel numero, che contien ſi in un altro numero da dividerſi; come ſe ſi divideſſe il numero dodici per tre, queſto tre ne farà il Partitore.*

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(d) *Piede quadrato è un quadrato, o ſia figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno lunge un piede* □

(e) *Superficie è un eſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(f) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(g) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

42. Riduconſi i detti 12 e mezzo del Quoziente [*k*] in Pertiche 2 ed Oncie 6.
43. Il che dovrà ſempre oſſervarſi in qualunque riduzione che faſſi dei Rotti (*a*) d' un Quoziente (*k*),
44. Perocchè ſe i Rotti [*a*] del Quoziente [*k*] foſſero 12. Oncie, e mezza,
45. Si ridurebbero in un Piede e Punti 6.
46. Se foſſero 12 Punti, e Mezzo,
47. Si ridurebbero in un' Oncia, ed Atomi 6.
48. E così diſcorrendo.
49. Replicando, come già accennammo, ch' in ſimili caſi il num. da dividerſi conſiſterà ſempre in quelli ſteſſi Rotti [*a*] ne' quali conſiſte il Partitore [*b*],
50. Con queſta differenza però, che quelli ſaranno ſuperficiali Quadrati [*n*], o Rettangoli [*g*] e queſti ſempre ſemplici [*b*],

*

51. Per maggior lume di queſta diviſione ſoggiungeſi in ſollievo de' Principianti un' altro eſempio:
52. Debbanſi dividere Pertiche 4 Piedi 2 ed Oncie 6.
53. Per Pertiche due, e tre Piedi.
54. Qui eſſendo l' ultimo Rotto [*a*] d' uno dei due numeri, d' Oncie,
55. Converrà ridur tutto il numero da dividerſi, quanto il Partitore [*b*] nell' ultimo Rotto [*a*] d' Oncie, *giuſta ciò che dicemmo ai numm.* 14 15 ec.
56. Cioè quello in oncie ſuperficiali Quadrate (*o*) e queſto in oncie ſemplici [*p*],
57. E però fattane la riduzione e conſiderando, che una Pertica ſuperficiale Quadrata [*q*] contiene 5184 Oncie ſuperficiali Quadrate (*o*), *giuſta la pag.* 35.
58. Ch' un Piede ſuperficiale [*r*] contiene 864. Oncie ſuperficiali Quadrate [*o*], *giuſta la detta pag.*
59. E ch' un Oncia ſuperficiale [*s*] contiene 72 Oncie ſuperficiali Quadrate (*o*),

(h) *Rotto ſemplice è una parte di qualche grandezza in linea. Come un Piede in linea è una parte d'una Pertica in linea, cioè d'una Pertica ſemplice.*

(i) *Piede ſemplice è un piede in linea, come* ——

(k) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(l) *Angolo retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come* L

(m) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(n) *Superficiale Quadrato noi chiamiamo volgarmente quello, che ha lunghezza, e larghezza in modo, che il di lui contenuto ſia veramente d' un propoſto Quadrato, benchè i di lui lati non ſieno tutti uguali.*

[o] *Oncia Superficiale Quadrata è un Quadrato, o ſia una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, dei quali ciaſcuno è lungo un' Oncia, come* □

(p) *Oncia ſemplice dicesi un' Oncia in linea, come* ——

(q) *Pertica Superficiale quadrata, o ſia quadrato è una figura di 4 angoli, e di 4 lati uguali, ciaſcuno lungo una Pertica.*

(r) *Piede Superficiale noi chiamiamo quella figura, ch' è la ſeſta parte d' una Pertica quadrata, cioè d' una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

(s) *Oncia Superficiale noi chiamiamo quella figura, ch' è la ſeſſantaſeſima ſeconda parte d'una Pertica quadrata, cioè d'una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

60. Il numero da dividerſi ſarà d' Oncie ſuperficiali Quadrate [a] 22896.

61. E riflettendo ch' una Pertica ſemplice [b] è di 72. Oncie ſemplici [c], *giuſta il num. IX. dell' Introd.*

62. E che un Piede ſemplice [d] di 12 Oncie ſemplici (c), *giuſta il detto num. IX.*

63. Il Partitore (e) ſarà d'Oncie 180 ſemplici [c],

64. Onde fatta l'operazione avremo per il Quoziente (f)

$$127\ \tfrac{1}{5}$$

65. Che ſono tante Oncie ſemplici (c) e d'un quinto.

66. Queſte ridotte in Pertiche (b), Piedi (d), Oncie ſemplici (c) ec.

67. Ovvero partite prima per 72.

68. Ed il reſiduo per 12.

69. Ne proviene d' una Pertica 4 Piedi e di $7\ \frac{1}{5}$ Oncie ſemplici [c] il Quoziente [f],

70. Riducendoſi poi anch' il $\frac{1}{5}$ d' Oncia nell' ulteriore Rotto (g), *giuſta il detto num. IX. dell' Introd.*

71. Il Quoziente [f] ſarà più eſpreſſo di Pertiche 1, Piedi 4, Oncie 7, ed Atomi 4 tutti ſemplici,

72. La Ragione Dimoſtrativa è fondata ſulle precedente Figura, e ſu i §§. 8. e 9.

*

73. Ciò inteſo non ſembrerà ſtrano ad un Principiante l' udire che ſi poſſa partire un num. minore per un num. maggiore, come Pertiche 3 Piedi 4 ed Oncie 11.

74. Per Pertiche 5 Piedi 2 ed Oncie 6.

75. E ſimili altri; perocchè in tali Ipoteſi [h], il numero da partirſi non è meno d' alcuna delle parti, come forſe qualche Principiante potrebbe concepire.

76. E tutt' il fondamento di ciò conſiſte in conſiderare che qualunque numero da dividerſi ſempre in Superficie [i], e le parti che ſe ne fanno ſono le linee ſemplici.

77. In Eſempio:

78. Sieno da dividerſi Pertiche 2 e Piedi 3 per Pertiche 5.

79. Come vedeſi nella *Fig. CLXI. fol.* 16.

80. In

(a) *Oncia Superficiale Quadrata è un Quadrato, o ſia una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, dei quali ciaſcuno è lungo un' oncia, come* □

(b) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

[c] *Oncia ſemplice è un' Oncia in linea, come* ——

(d) *Piede ſemplice è un Piede in linea, come* ——

(e) *Partitore, o ſia diviſore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi; come ſe ſi divideſſe il numero 12 per tre, queſto tre ne ſarà il Partitore.*

(f) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(g) *Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* —— *terzi ſono due parti d' un' unità diviſa in tre, ere* —— *ſono tre parti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(h) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

80. In cui il detto numero è diſteſo in Superficie Rettangolare (*k*) *AB*,
81. Ove la *Ab* è la miſura della Pertica,
82. E la *Ae* del Piede.
83. Quivi chiaramente vedeſi ch' il Rettangolo [*l*] *AB*,
84. Di Pertiche 2 : 3 Superficiali (*m*), che rappreſenta il detto num. da dividerſi,
85. Comprende aſſai più di ciò che può comprendere la ſemplice linea *AC* di Pertiche 5.
86. La quale rappreſenta il Partitore (*e*)
87. Perocchè il nominato Rettangolo (*l*) *AB*, ſi ſtende in 5 Pertiche di lunghezza,
88. Ed in 3 Piedi di larghezza, come le *AC*, *AD*, lo moſtrano,
89. All' incontro la *AC* è una lunghezza ſemplice ſenza larghezza.
90. Così parimente la *AD*, che rappreſenta il Quoziente (*f*) di Piedi 3.
91. Non può mai comprendere ciò che comprende il detto Rettangolo (*l*) *AB*,
92. Ch' è il num. da dividerſi.
93. Si favellerà di queſta materia a luogo più opportuno verſo la fine dell' Opera, ove tratteraſſi di divider i Rotti (*g*) ſenza l' uſuale Aritmetica.

*

94. Non poſſiamo chiuder il preſente Avvertimento ſenza aggiungervi, per maggior chiarezza due altri punti,
95. De' quali l' uno ſi è ch' avendo ai numeri 48. e 49. ec. favellato, come qualunque Superficie piana [*n*] d' Interi (*o*) e Rotti [*g*] ſi divida (*p*) per Interi (*o*) e Rotti (*g*),
96. Cioè con ridur il numero da dividerſi (*p*) negli ultimi Rotti (*g*) propoſti, ma Superficiali (*q*),
97. Ed il Partitore (*e*) pure negli ultimi Rotti (*g*) propoſti, ma in linea,
98. Ed avendone dato l' eſempio ſolo in miſure del noſtro paeſe,

(i) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(k) *Superficie Rettangolare, o ſia Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati, de' quali ſolo i 2 oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

(l) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

(m) *Pertica Superficiale noi chiamiamo volgarmente quella, che ha lunghezza, e larghezza, in modo, che il di lei contenuto ſia lo ſteſſo d' una Pertica quadrata, benchè i di lei lati non ſieno tutti ugnali.*

[n] *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo ai Geometri pratici una pianura.*

(o) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(p) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro; come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(q) *Rotto Superficiale è una parte di qualche grandezza, che ha lunghezza, e larghezza. Come una figura, che in lunghezza, e larghezza comprende un Piede diceſi Rotto d' una Pertica Superficiale.*

99. Potrà facilmente il Principiante da se stesso applicar la nostra Regola a tutte le misure dell' universo.

100. Vediamone un Esempio nelle misure di Venezia.

101. Delle quali 12 Oncie fanno un Piede, e 5 Piedi una Pertica.

*

102. Debbasi dividere la Superficie piana (a) *A B* della *Figura CLXII. fol.* 17.

103. Ch'è di Pertiche 2, Piedi 4, Oncie 4,

104. Per Pertiche due,

105. Giacchè l'ultimo Rotto [b] consiste in Oncie,

106. Riducasi la Superficie [c] *A B*,

107. Cioè il numero da dividersi in tante Oncie Superficiali [d], *giusta il numero* 53. *ec.*

108. Sicchè ciascuna delle dette due Pertiche sarà ridotta in Oncie Quadrate [e] 3600,

109. [Giacchè ciascuna Pertica contiene 5 Piedi, e ciascun Piede Oncie 12.]

110. Ciascuno dei detti due Piedi in Oncie Quadrate (e) 720.

111. Sul fondamento, che ciascun Piede rappresenti un Rettangolo [f], di cui un lato sia d' Oncie 60, cioè la lunghezza della Pertica, e l' altro d' Oncie 12, cioè la lunghezza del Piede.

112. E ciascuna delle dette Oncie in Oncie Quadrate [e] 601.

113. Sul riflesso che ciascun' Oncia rappresenti un Rettangolo, [f] di cui un lato sia parimente d' Oncie 60. ch' è la lunghezza mentovata della Pertica, e l'altro d'un Oncia, *giusta un simile computo della pag.* 35. *n.* 4.

114. Onde tutt' il Rettangolo (f) *A B*,

115. Sarà di 10320. Oncie Quadrate [e],

116. Parte delle quali se ne vede nel Rettangolo [f] *C D*,

*

117. Questa è la riduzione d' Oncie Quadrate [e] contenuta nel num. da dividersi, o sia nella Superficie (c) *A B*,

118. Ora anch' il Partitore [g] *C B* di Pertiche due sarà ridotto in 120. Oncie, ma in linea, *giusta un simile*

(a) *Superficie piana è volgarmente presso i Geometri pratici una pianura.*

(b) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(c) *Superficie è una estensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(d) *Oncia Superficiale noi chiamiamo quella figura, ch' è la 72 parte d' una Pertica Quadrata, cioè d'una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una Pertica.*

(e) *Oncia Quadrata, o Oncia Superficiale Quadrata è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, dei quali ciascuno è lungo un' Oncia, come* □

(f) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(g) *Partitore, o sia divisore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, co-*

mile computo veduto nella pratica della pagina 51.

119. Riflettendo che contenendo la Pertica Piedi 5 ed il Piede Oncie 12.

120. Dodici volte 5 fa 60 per ciaſcuna Pertica, e due Pertiche fanno 120.

121. E però diviſo il num. di 10320. per 120. Partitore [*g*],

132. Ne proviene il Quoziente [*b*] di 86, cioè d' 86 Oncie in linea per il lato *CA giuſta la pag.* 349. *n.* 10.

123. Queſte faranno una Pertica, due Piedi, e due Oncie in linea.

124. Conſiderando che la Pertica è di Oncie 60 ciaſcun Piede d' Oncie 12 e ciaſcun' Oncia d' Onc. 1. in linea.

*

125. L' altro punto, con cui chiudeſi queſt' Avvertimento ſi è, che la Regola data nel precedente Problema III. può eſſer applicata a qualunque altro Paralellogrammo (*i*) non Rettangolo (*f*), purchè s' oſſervi di tirar dal punto dato le Perpendicolari (*k*) ſu i lati in eſempio:

126. Sia il Paralellogrammo (*i*) *AC*,

127. Rappreſentatoci dalla *Figura CLXIII. fol.* 17.

128. Il quale eſſendo un Romboide (*l*),

129. Non ha verun angolo retto (*m*),

130. Quello debbaſi dividere in qualunque modo per mezzo de' Triangoli [*n*],

131. I quali, come nel detto Probl. III. abbiano la Baſe (*o*) ſu i lati, e la cima nel punto dato *r*.

132. Già dal mentovato Probl. è noto, che per la diviſione ci vogliono le Perpendicolari (*k*) dalla cima ſin' alla Baſe (*o*) dei nominati Triangoli (*n*),

133. Come ſono le *rf*, *rm*, *rg*,

134. E caſo che ſopra ogni lato, o Baſe (*o*) le dette Perpendicolari (*k*) tirar non ſi poteſſero,

135. Come ſull' *AB*,

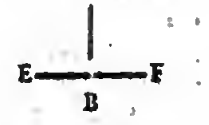
136.

me ſe ſi divideſſe il numero dodici per tre, queſto tre ne ſarà il Partitore.

(h) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(i) *Paralellogramme è una figura di quattro lati, dei quali gli oppoſti ſono fra di loro ugualmente diſtanti,*

(k) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la AB è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*



[l] *Romboide è una figura di 4 angoli, e di 4 lati, de' quali angoli, e lati ſolo i due oppoſti ſono ugnali fra loro, come*

[m] *Angolo Retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come*

(n) *Triangolo è una figura di 3 lati, come* △

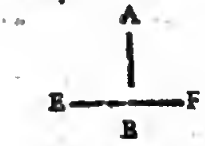
(o) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d'una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

136. Prolungasi la nominata *AB*,
137. A beneplacito in *K*,
138. E tirasi la Perpendicolare (*a*) *rs*, fuori della figura, giacchè entro a quella non si è potuto tirare.
139. Perocchè trasportata la Base (*b*) *AB* del Triangolo (*c*) *BrA*,
140. Dall' *u* in *s*,
141. Quello sarà uguale al Triangolo (*c*) *sru*,
142. Per esser amendue sulla Base (*b*) uguale, e fra le medesime Paralelle (*d*) *BA*, *IM*, *giusta il Fondamento della pag.* 291.
143. Il qual modo dovrà esser osservato in altri simili casi.

*

144. Le Regole poi del I., e II. Problema del presente Capo potranno in simili Ipotesi (*e*) esser applicate anche agli altri Paralellogrammi (*f*), benchè non abbiano gli angoli Retti (*g*),
145. Egli è finalmente tempo di porre fine al presente Avvertimento, in cui forse troppo siamo stati proliffi e tedioſi al discreto leggittore.
146. Onde passiamo al

(a) *Perpendicolare Linea è una Resta, la quale stando sopra d'un' altra Resta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F*



(b) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

(d) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme; come* ═══

(e) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(f) *Paralellogrammo è una figura di quattro lati, dei quali gli opposti sono fra di loro ugualmente distanti, come* ▭ ▱

CAPO VII.

Delle Divisioni delle Figure Trapezie (b).

Già nel Libro primo abbiamo imparato a conoscer i Trapezj (*b*) de' quali alcuni hanno i lati opposti Paralelli (*i*), ed altri no, noi si per la divisione degli uni che degli altri ne soggiungiamo al solito il

*

Fondamento delle Regole del presente Capo.

1. Il quale consiste nella 37, e 38 del Primo d' Euclide, già più volte in quest' opera mentovata, ed

ed ispiegata; ed in ispezie nel Fondamento del Capo Secondo di questo Libro.

2. Oltre a ciò inculcasi quì per il detto Fondamento ciò, che già avvertimmo nel fondamento del *Capo Terzo del presente Libro*,
3. Cioè il *Corollario della 19. del Sesto*, cioè che se nella *Figura CLXIV. foglio* 17.
4. Dal punto *E* della Mezza Proporzionale [*l*] sia tirata la *E*,
5. Paralella (*d*) alla *B C*,
6. Lato del Triangolo [*c*] *A B C*,
7. Allora il Triangolo [*c*] *A E I*
8. E' verso il Triangolo [*c*] *A B C*,
9. Come la *A D*
10. A tutt' il lato *A C*.

E in questo Fondamento vedasi nel

PROBLEMA I.

Come si divida un Trapezio (i) di due lati opposti Paralelli (k) in più parti uguali, o disuguali.

Sia in

I. Ipotesi. (e)

1. Il Trapezio [*i*] Prativo, o Campestre *A B C D*,
2. Rappresentatoci dalla *Figura CLXV. fol.* 16,
3. Il quale abbia i due lati *A B*, *C D* Paralelli (*k*),
4. E debbasi dividere prima in 4 parti uguali,
5. Poi anche in 4 parti disuguali.

Dico per

II. Regola,

I. Che divisi i due lati Paralelli (*k*) nelle quattro parti uguali, o disuguali,

II. E tirate le linee dai punti delle divisioni, si divide il Trapezio (*i*) come richiedesi.

Ecco-

(g) *Angolo retto è volgarmente un angolo a squadra, come* ⌞

(h) *Figura Trapezia, o sia Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ◁

(i) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ◻

(k) *Lati Paralelli, o siano linee Paralelle sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(l) *Mezza Proporzionale è quella, la quale è tirata da un angolo Retto d' un Triangolo Rettangolo sin alla Base divisa in due linee nel segamento, come nella quì soggiunta figura la a b è Linea Proporzionale fra le c b, b d, segate in b, potendosi dire, come la c b alla a b, così la a b alla b d.*

(a) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ◻

(b) *Parallele linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l' una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(c) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quarto n' è il Quoziente.*

Eccone la

III. Pratica.

1. Se il Trapezio (*a*) è Prativo, agevolmente se ne può fare l' operazione senza Tavoletta,
2. Ma se è campestre, deesi portarlo sulla detta Tavoletta, *giusta il Cap. VII. del Libro I. Parte I.*

I.
3. Supposto, che sia Prativo; *divideſi* primieramente *tanto la AB*,
4. *Quanto la CD Paralelle* [*b*],
5. In 4 parti uguali, cioè la *AB* in *Af*, *fb*, *bm*, *mB*,
6. E la *CD*, in *Cg*, *gi*, *in*, *nD*,
7. Il che potrà effettuarsi con misurar prima le dette *AB*, *CD*, *giusta il num. XVII. della pag.* 13.
8. (Delle quali la prima sia di Pertiche 20.
9. E la seconda di Pertiche 28)
10. E con partirle per 4 ch' il Quoziente (*c*) darà 5 per ciascuna parte della *AB*,
11. E 7 per ciascuna parte della *CD*,

II.
12. *Tirate poi dai punti delle divisioni le fg*, *bi*, *mn*,
13. Il Trapezio (*a*) sarà diviso in 4 parti uguali,
14. Che sono i Trapezj (*a*) *ACfg*, *fgbi*, *bimn*, *mnBD*.

*

15. Volendo poi dividere l'accennato Trapezio [*a*] in 4 parti disuguali,
16. Cioè in $\frac{1}{4}, \frac{2}{6}, \frac{1}{5}$ e nel resto.
17. Dividasi [*d*] nella *Figura CLXVI. fol.* 16.
18. La *AB* di Pertiche 20 per 4 ch' il Quoziente (*c*) di 5 sarà la prima parte d' $\frac{1}{4}$
19. Da contarsi dall' *A* in *f*,
20. Dividasi (*d*) la stessa *AB*,
21. Cioè Pertiche 20. per 6.
22. Ch' il Quoziente (*c*) di Pertiche 3 e due Piedi, raddoppiato, per esser $\frac{2}{6}$, sarà di 6. Pertiche, e 4 Piedi,

23. Da

23. Da contarſi dal *f* in *b*.

Per la ſeconda parte di $\frac{2}{6}$

24. Diviſe di nuovo le Pertiche 20 per 3.
25. Il Quoziente (*c*) ſarà di Pertiche 6 e 4 Piedi,
26. Da contarſi dall' *b* in *m*,

Per la terza parte d'un terzo,

27. E per conſeguenza la *m B*,

Sarà la quarta parte del reſto.

28. Si faccia la ſteſſa diviſione anche ſul lato *C D* di Pertiche 28,
29. Che ritroveranſi 7 Pertiche dal *C* in *g*,

Per la prima parte di $\frac{1}{4}$

30. Pertiche 9, e Piedi due dal *g* in *i*,

Per la ſeconda parte di $\frac{2}{6}$

31. Pertiche 9, e Piedi due dall' *i* in *n*,

Per la terza parte di $\frac{1}{3}$

32. E la *n D* ſarà la quarta parte del reſto.
33. Ora tirate, come prima, le *f g*, *b i*, *m n*,
34. Si è diviſo il Trapezio (*a*) nelle propoſte 4 parti diſuguali.

Circa

(d) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come tre nel ſei ſi contien tre volte.*

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(f) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

§. LXXVIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Conſiderando nella *Fig. CLXV. fol.* 16.
2. I 4 Triangoli [*e*] *A C f*, *f g b*, *b i m*, *m n B*,
3. Tutti uguali,
4. Accagione che ſono ſulle Baſi [*f*] uguali *A f*, *f b*, *b m*, *n B*,
5. E fra le medeſime Paralelle [*b*] *A B*, *C D*, *giuſta il fondamento del preſente Capo.*
6. E gli altri 4 Triangoli [*e*] *C f g*, *g b i*, *i m n*, *n B D*,
7. Pure uguali fra loro, per la ſteſſa ragione.
8. Se ai primi 4 aggiungeremo i ſecondi 4.
9. Faremo 4 Trapezj (*a*) evidentemente uguali,
10. Accagione, che s' alle coſe uguali s' aggiungono coſe uguali, tutte ſono uguali fra loro, *giuſta il* 2. *Aſſi. del Primo*,

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

*

11. Considerando poi nella *Figura CLXVI.*
I quattro Triangoli [*a*] *A f C*, *f b g*, *b m i*, *m B n*,
12. Tutti della stessa altezza,
13. Le Basi [*b*] de' quali hanno fra di loro la proporzione di $\frac{1}{4}$, di $\frac{2}{6}$, di $\frac{1}{3}$, e del resto di tutta la *A B*;
14. Come anche gli altri quattro Triangoli [*a*] *C f g*, *g b i*, *i m n*, *n B D*
15. Tutti della medesima altezza,
16. Le Basi (*b*) de' quali hanno pure fra loro la predetta proporzione di $\frac{1}{4}$, di $\frac{2}{6}$, di $\frac{1}{3}$, e del resto di tutta la *C D*, *per la prima del Sesto.*
17. Se ai primi 4 aggiungeremo i secondi 4
18. Faremo 4 Trapezj [*c*], i quali avranno fra loro la mentovata proporzione di $\frac{1}{4}$, di $\frac{2}{6}$ ec.
19. Poichè se alle cose proporzionali s' aggiungono cose proporzionali, tutte si fanno proporzionali,
20. Come ne' due numeri 20, e 30,
21. De' quali il primo è due terzi del secondo;
22. Aggiungendo al primo 4,
23. Ed al secondo 6,
24. Cioè quello parimente di due terzi rispetto a questo,
25. Si fanno i due numeri 24, 36,
26. Istessamente il primo di due terzi rispetto al secondo;
27. Perocchè il 24 contiene due volte, ed il 36 tre volte 12.
28. Ed essendosi fatta la veduta operazione *con divider i lati ec. e tirar le linee ec.* giusta la Regola premessa.

(b) *Base è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(c) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ⏢

(d) *Lati Paralelli, o siano linee Paralelle sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(e) *Ipotesi diceşi volgarmente caso supposto.*

Dunque

I. Divisi i due lati Paralelli (*d*) nelle 4 parti uguali, o disuguali,

II. E tirate le linee dai punti delle divisioni, si divide il Trapezio (*c*) come richiedesi.

Il che era ec.

Seguiamo a vedere nel

PRO-

PROBLEMA II.

Come ſi divida un Trapezio (c) di lati paralelli (d) in due parti uguali, per mezzo d' una linea tirata da qualunque angolo.

Sia in

I. Ipoteſi. (e)

1. Il Trapezio (c) prativo, o campeſtre *ABCD*,
2. Rappreſentatoci dalla *Fig. CLXVII. fol.* 16.
3. Il quale abbia i due lati *AB*, *CD*, Paralelli (d),
4. E debbaſi dividere in due parti uguali, dall' angolo *A*,

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata una Retta (f) dall' angolo propoſto all' angolo oppoſto del lato Paralello (d),

II. Su queſto prolungato tiraſi una Paralella (g) alla detta Retta (f) dal fine del lato oppoſto,

III. Divideſi in due parti uguali il lato prolungato,

IV. E tirata dal propoſto angolo fin' alla diviſione una Retta (f), s' effettua ciò che richiedeſi,

1. Oſcura certamente ſembrerà queſta Regola, ma la chiariremo colla

III. Pratica.

1. S' il Trapezio [c] è prativo, ſi può farne l' operazione ſul terreno,

(f) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(g) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giamai inſieme, come* ═══

(a) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

2. Ma s' è campestre conviene servirsi della Tavoletta, *giusta il Cap. VII. Lib. I. Parte I.*

*

I. 3. Tirisi dunque dall' *A angolo proposto*,
4. *La Retta* (a) *AD*,
Sin all' angolo opposto D,
5. *Del lato Paralello* (b) *CD*,

(b) *Lati Paralelli, o siano Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

II. 6. Prolunghisi questo lato, a beneplacito in *E*,
7. *E sopra d' esso così prolungato tirisi* la *BE*,
8. *Paralella* (c) *alla detta Retta* (a) *AD*,
9. *Dal fine B*,
10. *Del lato opposto AB*,

III. 11. *Dividasi il* detto *lato prolungato CE*,
12. *In due parti uguali* in *M*, *giusta la pag.* 216. *n.* 26.

IV. 13. E tirata la *AM*,
14. *Dal proposto angolo sin' alla divisione M*,
Il Trapezio (d) *ABCD*,
Sarà diviso in due parti uguali,
Cioè nel Triangolo [e] *ACM*,
E Trapezio (d) *MABD*,
Eccone

(c) *Paralelle Linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l' una dall'altra, in modo, che, se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

§. LXXIX.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Il Triangolo (e) *ADE*,
2. E' uguale al Triangolo [e] *ADB*,
3. Per esser sulla stessa Base [f] *AD*,
4. E fra le medesime Paralelle [c] *AD*, *BE*, *giusta i fondamenti della pag.* 359.
5. Ed essendo il Triangolo (e) *ACD*,
6. Aggiunto tanto al detto *ADE*,
7. Quanto al detto *ADB*,
8. Tutt' il Trapezio (d) *ABCD*;
9. E' uguale a tutt' il Triangolo [e], *ACE*, *per il* 2. *Assioma del Primo*,
10. Ed essendo la Base [f] *CE*,
11. Divisa in due parti uguali nel punto *M*,
12. Sarà anche per la *AM*,
13. Diviso in due parti uguali il Triangolo [e] *ACE*, (*Per la* 1. *del Sesto*)

(d) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ⏢

14. Cioè

14. Cioè il Trapezio (*d*) *ABCD*,
15. A quello uguale;
16. Ma queſta diviſione ſi è fatta,
    I. *Con tirar la Retta* (*a*) *dall' angolo propoſto ec.*
    II. *Con tirar la Paralella* (*c*) ec. *ſul lato prolungato*,
    III. *Con divider in due parti uguali il detto lato*,
    IV. *E con tirar dal propoſto angolo la Retta* (*a*) *ec.* giuſta la premeſſa Regola,

Dunque

I. Tirata una Retta (*a*), dall' angolo propoſto all' angolo oppoſto del lato Paralello (*b*),
II. Su queſto prolungato tirata una Paralella (*c*) alla detta Retta (*a*) dal fine del lato oppoſto,
III. Diviſe in due parti uguali il lato prolungato,
IV. E tirata dal propoſto angolo fin' alla diviſione una Retta (*a*), ſi divide il Trapezio (*d*) in due parti uguali,

Il che era ec.

Diciamo nel ſeguente

*

Avvertimento.

1. Che ſi potrebbe bensì divider in più parti il mentovato Trapezio (*d*) da qualunque angolo,
2. Ma riflettendo, che reſtringendoſi le linee diviſorie in un ſolo angolo, troppo confuſa ſi farebbe la diviſione, come altrove dicemmo.
3. Facile poi ſarà il dividere ſimili Trapezj (*d*) in due parti diſuguali, purchè la Baſe [*f*] prolungata ſia partita ſecondo la proporzione data, *giuſta il Probl. I. Cap. I. di queſto Libro*,

(*c*) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

[*f*] *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

*

4. Oltre a ciò arricordiamo che ne' Trapezj (*a*) di due lati Paralelli, (*b*) ſi può uſare la Regola inſinuata nel Problema II. del precedente Capo VI.
5. Cioè che dai punti dati ſopra l' un' o l' altro dei detti lati Paralelli (*b*) ſi può divider un Trapezio [*a*] in parti uguali, o diſuguali operando, come ivi, ed oſſervando l' avvertimento, che ſegue il nominato Problema.

Avanziamo a vedere nel

PROBLEMA III.

Come ſi divida un Trapezio (a) di lati Paralelli (b) da qualunque punto dato nell' Area (c) in due parti uguali.

Sia in

I. Ipoteſi. (d)

1. Il Trapezio (*a*) prativo, o campeſtre *ABCD*,
2. Rappreſentatoci dalla *Fig. CLXVIII. fol.* 16.
3. Il quale abbia i due lati *AB*, *CD* Paralelli [*b*].
4. E debbaſi dividere in due parti uguali dal punto *m*,

Dico per

II. Regola,

I. Che diviſo il Trapezio (*a*) in due parti uguali, *giuſta il Probl. precedente* per mezzo d' una Retta (*e*),
II. Tirate dal punto dato agli angoli oppoſti, fatti dalla detta Retta (*e*), due altre Rette (*e*),
III. A queſte due Paralelle (*f*) dal punto di mezzo della mentovata Retta (*e*),

IV. E

(a) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

(b) *Lati Paralelli, o ſiano Linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(e) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

IV. E finalmente 2 altre Rette (*e*) dal punto dato fin' ai ſegamenti delle dette Paralelle (*f*), s'effettua l'intento,

(f) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall'altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

Vediamone la

III. Pratica.

1. S' il Trapezio (*a*) è campeſtre, replichiamo ciò che dicemmo ne' precedenti Problemi,
2. Ma s'è prativo,

I. 3. Prolungata la *C D* verſo l' *F*,
4. *Tirata dall' angolo A la A D*, fin' all'angolo *D* oppoſto,
5. Ed a queſta la Paralella [*f*] *B S*.
6. Divideſi la *C S*,
   Per metà in *E*.
7. *E per la A E*,
8. *Viene diviſo il Trapezio* (*a*) *in due parti ugua-li, giuſta il Probl. precedente*,

II. 9. Tiranſi poi *dal m punto dato*,
10. *Le Rette* [*e*] *m A*, *m E*,
11. Sin' all' *E*, ed *A*,
12. Cioè *fin' agli angoli oppoſti fatti dalla detta Retta* [*e*] *A E*,

III. 13. E poi *le due n r*, *n D*,
14. *Paralelle* (*f*) *alle predette m A*, *m E*,
15. *Dal n punto di mezzo, della mentovata Retta* [*e*] *A E*,

IV. 16. Finalmente tiranſi le due *m r*, *m D*,
17. *Cioè dal punto dato fin' ai ſegamenti delle dette Paralelle* (*f*)
18. Ch' il Trapezio (*a*) *A B C D*,
19. Sarà diviſo dal punto dato nell' Area (*c*), in due parti uguali,
20. Le quali ſono il Pentagono (*g*) *r A C E m*,
21. Ed il Trapezio (*a*) *r m*, *D B*,

Ne ſegue

[g] *Pentagono è una figura di 5 angoli, o di 5 latì, come* ⬠

§. LXXX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Egli è noto per il precedente §. 74,
2. Che l'Area [a] del Triangolo [b] *A C E*
3. E' la metà del Trapezio (c) *A B C D*,
4. Egli è altresì noto per i *Fondamenti del Capo* 2. *e del Capo preſente*,
5. Che i due Triangoli (b) *m A r*, *m E D*
6. Sono uguali agli *A m n*, *m E n*,
7. Per eſſer ſulle ſteſſe Baſi (d) *m A*, *m E*,
8. E fra le medeſime Paralelle (e) *A m*, *r n*, *m E*, *n D*.
9. Dal che ſi farà anche noto,
10. Che il Triangolo (b) *A i r*
11. E' uguale al Triangolo [b] *m i n*,
12. Ed il *m o n*, all' *E o D*,
13. Poichè ſe dai detti due Triangoli (b) uguali *m A r*, *m E D*
14. Leveremo la parte uguale *A i m*,
15. Reſteranno i detti *A i r*, *m i n* uguali, *per l' Aſſio. 2. del Primo*.
16. Lo ſteſſo comprenderaſſi anche circa i due Triangoli [b] *m o n*, *E o D*.

*

17. Ciò inteſo : Se l'Area [a] *A C E*
18. E' la metà del Trapezio [c] come dicemmo,
19. Anche l'Area [a] *C A r m D*
20. Sarà la ſteſſa metà,
21. Poichè il Triangolo [b] *m i n*
22. Levato all'Area [a] *A C E*
23. Si rimette coll' *A i r*;
24. E l' *m o n*,
25. Che levaſi dalla detta Area [a],
26. Si rimette coll' *E o D*;
27. E per conſeguenza : Se l'Area [a] *C A r m D* è una metà,
28. L'Area [a] *m r B D*
29. Sarà l'altra metà del Trapezio (c),
30. Ma queſta diviſione ſi è fatta

I. *Con*

[a] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(b) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(c) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ▱

(d) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

I. *Con operar giuſta il Probl. II. ec.*
II. *Con tirar due linee dal punto dato ec.*
III. *Con tirar le Paralelle* (e) *dal punto di mezzo ec.*
IV. *E con tirar due Rette* (f) *dal punto dato fin' a' ſegamenti ec.*

Giuſta la Regola.

Dunque

I. Diviſo il Trapezio (c) in due parti uguali, *giuſta il Problema precedente*, per mezzo d'una Retta (f).
II. Tirate dal punto dato agli angoli oppoſti, fatti dalla detta Retta (f), due altre Rette (f).
III. Tirate a queſte due Paralelle (e) dal punto di mezzo della mentovata Retta (f),
IV. E finalmente due altre Rette (f) dal punto dato fin' ai ſegamenti delle dette Paralelle, (e) s'effettua l'intento.

Il che era ec.

Col ſeguente

*

Avvertimento.

1. Compiamo ciò, che alquanto toccato abbiamo nell' Avvertimento dietro al Probl. 2. Capo 6. del preſente Libro.
2. Cioè, che dovendoſi ne' Trapezj (c) di lati Paralelli [g], come anche ne' Rettangoli [h], o altre Figure, di cui ſi favellerà qui appreſſo, prolungare qualche lato, *giuſta il Probl. 2. precedente*,
3. E dividere tutt' il prolungato per metà,
4. Se la linea della diviſione cade fuori del detto Trapezio (c) ſulla prolungata,
5. Tiraſi dal punto della diviſione una Retta (f) Paralella (e) alle altre due, che ſuppongonſi tirate, *giuſta il Problema* 2.
6. E finalmente una Retta (f) dall' angolo propoſto fin' al ſegamento della detta Paralella (e).

(e) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

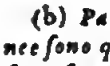
(f) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(g) *Lati Paralelli, o ſiano linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(h) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(a) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come*

7. Che il Trapezio [*a*] sarà fatto in due parti.
8. In Esempio: Dovendosi nella *Figura CLXIX. foglio 16.*
9. Divider il Trapezio [*a*] *A B C D*
10. Per metà, dall'angolo *A*,
11. La *A F*, che, *giusta il precedente Problema* 2, è tirata fin' alla mezza *C R* prolungata,
12. *Cade fuori del Trapezio* (*a*) *A B C D*
13. In *F*,

(b) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* 

14. E però tirasi dal detto *F*,
Come punto della divisione, la F O,
15. *Paralella* (*b*) *alla A D, o B R,*
Che supponsi tirate, giusta il Prob. II.
16. E poi anche la *A O*
17. *Dall' angolo proposto fin' al segamento della detta Paralella* (*b*) *F O,*
18. Che il Trapezio (*a*) sarà diviso in due parti uguali, cioè nel Trapezio (*a*) *A C D o,*
19. E nel Triangolo (*c*) *A o B.*

*

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

20. La dimostrazione si fa evidente dal precedente §. 75.
21. Poichè in ordine a quella, il Triangolo (*c*) *D m F,*
22. Che fassi fuori del Trapezio (*a*),
23. Viene rimesso nel detto Trapezio [*a*] per il Triangolo (*c*) *m O A.*

*

(d) *Lati Paralelli, o siano Linee Paralelle sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l' una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come*

24. Dal che si deduce, che volendosi divider simili Trapezj (*a*) di lati Paralelli (*d*) in due parti diseguali, come in $\frac{1}{3}$ ed il resto, in $\frac{2}{7}$ ed il resto ec.
25. Ne' casi, che la linea della divisione tirata da un angolo, cade fuori del Trapezio (*a*);
26. Questo sarà parimente diviso secondo la proposta proporzione per mezzo della linea tirata dall' angolo fin' al segamento del lato,
27. Che fa la veduta Paralella (*b*) tirata dal punto della divisione.
28. In Esempio: Debbasi nella *Figura CLXX. fol. 16.*
29. Divider il Trapezio (*a*) *A B C D*
30. Di due lati Paralelli (*d*) in $\frac{2}{3}$ ed il resto.

31. Ti-

31. Tirata la *A C*,
32. La Paralella (*b*) *B F*,
33. E prolungata la *D C* in *F*, *Giusta il precedente Problema* 2.
34. Trattandosi ora della divisione di terzi, e non di metà,
35. Deesi divider in tre parti uguali la *D F*, *giusta il Probl.* 1. *Cap.* 1. *di questo Libro*.
36. E notate due parti in *E*
37. Tirasi la *A E*, *giusta il detto Prob.* 2.
38. *Poi al solito la E O*
39. *Paralella* (*b*) alla *A C*, o *B F*.
40. E finalmente la *A O*,
41. *Tirata dall' angolo A fin' al Segmento* (*e*) *del lato*, *che fa la detta Paralella* (*b*) *E O*,
42. Che per mezzo di quella il Trapezio [*a*] sarà diviso in $\frac{2}{3}$ ed il resto.
43. Nello stesso modo con cui si divide per metà.

(*e*) *Segmento, o sia porzione d'un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d'un Cerchio.*

(*f*) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(*g*) *Trapezio Irregolare è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, dei quali nessuno è all' altro equidistante.*

*

44. Stando su questa Ipotesi (*f*), che in un Trapezio (*a*) la linea divisoria sopra una prolungata cada fuori della Figura,
45. Si può applicar il modo di divider la detta, ora veduto nell'ultimo esempio, anche ai Trapezj Irregolari (*g*), che non hanno lati Paralelli (*d*).
46. Il che, senz' altra dichiarazione, appariſce nella *Figura CLXXI. fol.* 16.
47. Del Trapezio Irregolare (*g*) *A B C D*,
48. In cui la divisione si è fatta uniforme a quella della precedente Figura,
49. Benchè il presente Trapezio (*a*) non abbia lati Paralelli (*d*),
50. Ove parimente la *A O*
51. Fa le due parti disuguali del detto Trapezio (*a*), come nell' esempio precedente.

Avanziamo a vedere nel

(a) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ◻

(b) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(c) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(d) *Lati Paralelli, o siano Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(e) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* ◺ ◻ *ec.*

(f) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(g) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviso in sette parti.*

PROBLEMA IV.

Come si divida qualunque Trapezio (a) in più parti uguali, o disuguali per mezzo delle Rette (b) tirate o dagli angoli, o dai lati.

Sia in

I. Ipotesi. [c]

1. Il Trapezio (*a*) prativo, o campestre *ABCD*,
2. Rappresentatoci dalla *Fig. CLXXII. fol. 16.*
3. Il quale non ha verun lato Paralello (*d*),
4. E debbasi divider in $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{8}$, e nel resto.
5. Per mezzo delle linee tirate o dagli angoli *A* ovvero *B*,
6. Ai lati *AD*, *BC*,
7. Ovvero dal lato *AD* al lato *BC*,

Dico per

II. Regola.

I. Che misurata l' Area (*e*) di qualunque Trapezio (*a*),

II. E divisala in tanti Triangoli (*f*), o Trapezj, (*a*) secondo la proporzione data, s' effettua l' intento.

Eccone la

III. Pratica.

1. Ch' il Trapezio (*a*) sia Prativo, o Campestre l' operazione fatta colla Tavoletta sarà agevole,
2. Potendo poi portar la divisione fatta nella detta, sul Terreno stesso. *Giusta il Probl. VI. Cap. I. di questo Lib.*

I. 3. Misurato dunque il detto Trapezio [*a*], *giusta il Probl. III. IV. V. ec. Cap. IV. Lib. I. Parte I.*

4. Sia di Pertiche 450.

5. Queste si divideranno nel modo detto in $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{8}$ ed il resto, nella maniera seguente,

6. Si partisca prima la somma di tutta l' Area [*e*], cioè Pert. 450.

7. Per 4 per 5 e per 8,

8. Cioè per i Denominatori (*g*) dei Rotti (*b*)

9. Ch' i Quozienti (*i*) saranno, di Pertiche 112. e Piedi 3 per la prima parte, ch' è $\frac{1}{4}$

10. Di Pertiche 90 per la seconda parte, la quale essendo di $\frac{2}{5}$, si raddoppia con far 180.

11. Di Pertiche 56 Piedi 1 ed Onc. 6, per la terza parte, ch' è $\frac{1}{8}$

E la quarta parte sarà il resto.

*

II. 12. Tirata poi la *Ab*,

13. A beneplacito da qualunque angolo al lato opposto,

14. *Si fa il Triangolo* (*f*) *ABb*,

15. Questo misurato, *giusta il Cap. 3. Lib. 1. Parte 1.*

16. Multiplicando (*k*) al solito la mezza *Ab* di Pertiche 14.

17. Per la Perpendicolare (*l*) *By* di Pertiche 6.

18. Si fanno Pertiche 84 per la di lui Area (*e*),

19. Ma dovendo esser la prima parte d' $\frac{1}{4}$ cioè di Pertiche 112, e Piedi 3 come dicemmo,

20. Mancano alla detta somma ancora Pertiche 28 e Piedi 3.

21. Onde per aggiunger questo resto al detto Triangolo (*f*) *ABb*,

22. Deesi partirlo per la mezza *Ab* di Pertiche 14.

23. Ed avendo il detto resto presso le Pertiche 28 anche Piedi 3,

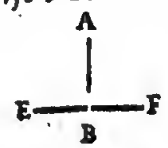
24. Con-

(h) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(i) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(l) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la AB è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*



24. Conviene ridur tutto queſto numero da dividerſi [a] in tanti Piedi Quadrati (b), *giuſta la pag.* 350. *n.* 21.
25. Che ſaranno 1026.
26. Ed il Partitore [c] di Pertiche 14. in tanti Piedi ſemplici (d), *giuſta la pag.* 349. *n.* 11. ec.
27. Che ſaranno 84.
28. Onde partendo 1026.
29. Per 84.
30. Avremo il Quoziente (e) di $12\frac{18}{84}$
31. Cioè due Pertiche ſemplici (f) ed il Rotto (g) di $\frac{18}{84}$ *giuſta il num. IX. dell' Introd.*
32. Ora per ragione d' eſattezza dovrà il Principiante ridurr' il detto ne' Rotti [g] di minori ſpezie, che dopo le Pertiche ſono (come è noto) *i Piedi, Oncie, Punti, Atomi, Minuti, e Momenti,*
33. E però avendo il detto Principiante qui campo d' eſercitarſi, ridotto ch' abbia il Rotto (g) $\frac{18}{84}$ in minori termini, *giuſta la pag.* 60. *n.* 2.
34. Ritroverà il diſtinto Quoziente (e),
35. Di Pertiche 2, Piedi 1, Oncie 3, Punti 5, Atomi 1, Minuti 8, Momenti 6, ed il Rotto (g) di $\frac{72}{84}$

*

36. Ora deeſi ergere ſulla tirata *Ab*,
37. Una Perpendicolare (b) della miſura del detto Quoziente (e),
38. Cioè di Pertiche 2, Piedi 1, Oncie 3, ec.
39. Ma conviene, che quella ſia prolungata in *m*,
40. (Di cui ne ſoggiungeremo poi la ragione)
41. Sicchè operando colla ſquadra, *giuſta la pag.* 68. *n.* 4. ec.
42. La detta Perpendicolare [b] ſarà la *op*,
43. E tirata la *ob*,
44. Cioè *dal punto del Segmento* (i) *che fa la Perpendicolare* (b) *ſul lato AD*,
45. *Sin' al* b, *fine della prima tirata*,
46. *Faſſi il Triangolo* (k) OAb, *il quale congiunto al*

Tri-

(a) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro; come due nel 6 ſi contiene 3 volte.*

(b) *Piede Quadrato è un Quadrato, o ſia una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo un Piede, come* □

(c) *Partitore, o ſia diviſore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi; come ſe ſi divideſſe il numero 12 per tre, queſto tre ne ſarà il Partitore.*

(d) *Piede ſemplice è un Piede in linea, come* ——

(e) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(f) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(g) *Numero rotto è un unità diviſa in due parti, v. gr.* —— *terzi ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* —— *tre ſono tre parti quarti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

Triangolo (*k*) *ABb, forma il Trapezio* (*l*) *ABob,*

Per la prima parte d' $\frac{1}{4}$

*

47. Per le altre 3 parti *converrà fare* (*giusta la Regola*) *degli altri Triangoli* (*k*) *o Trapezj* (*l*) nel modo precedente,

48. Onde per la seconda parte di $\frac{2}{5}$,

49. Cioè di Pertiche 180.

50. Misurata l'ultima tirata *Ob* di Pertiche 34.

51. Si prende la metà di queste, cioè Pertiche 17. per Partitore (*c*),

52. E la metà di quelle, cioè Pertiche 90 per il num. da dividersi (*a*),

53. E partendo (*a*) 90. Pertiche Quadrate (*m*) per 17. Pertiche semplici (*f*), *giusta la pag.* 350. *n.* 13.14. *ec.*

55. Si cava il Quoziente (*e*) di Pertiche $5\frac{5}{17}$ semplici (*f*), *giusta la pag.* 350. *n.* 6.

56. Il qual Rotto [*g*] dovendosi ridurre negli ultimi termini, *giusta la pag.* 60. *n.* 2. *ec.*

57. Il distinto Quoziente [*e*] sarà di Pertiche 5, Piedi 3, Oncie 6, Punti 3, Atomi 6, Minuti 3, Momenti 6, $\frac{6}{17}$

58. La misura del quale sarà le Perpendicolare (*b*) *Rm*,

59. Tirata sulla *ob* prolungata in *R*,

60. Come si è fatto colla *Op*,

61. Nella parte precedente.

62. Onde tirata la *mb*,

63. (*Cioè dal punto del Segmento* (*i*), *che fa la Perpendicolare* (*b*) *Rm*,

64. *Sul lato AD*,

65. Sin' al *b*, fine dell' ultima tirata)

66. Il Triangolo (*k*) *mob*,

67. Sarà la metà della seconda parte, cioè di Pertiche 90

*

68. Per l' altra metà, misurata la *mb*,

69. Ultimamente tirata di Pertiche 36.

70. Presane la metà [come si è fatto per l' addietro] cioè Pertiche 18.

71. E

(b) *Perpendicolare è una retta, la quale stando sopra d' un' altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la AB è perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F.*

(i) *Segmento, o sia porzione d' un Cerchio è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(k) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(l) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come*

(m) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di 4 lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una Pertica.*

71. E con queſte partita (a) l'altra metà della detta parte ſeconda, cioè Pertiche 90 Quadrate (b),
72. Avremo il Quoziente (c) di cinque Pertiche ſemplici (d),
73. Le quali dovranno eſſer la miſura della Perpendicolare [e] $F K$,
74. Eretta ſulla $m b$, prolungata in F,
75. E tirata la $m K$,
76. *Cioè dal punto del Segmento* (f) *della Perpendicolare* (e) $F K$
77. *Sin' all' ultima tirata.*
78. Che il Triangolo (g) $m b k$
79. Sarà l'altra metà della nominata ſeconda parte di Pertiche 90,
80. E tutto il Trapezio (b) $m O b k$
81. Sarà l'intera ſeconda parte di Pertiche 180, o ſia di $\frac{2}{5}$

*

82. Per la terza parte di Pertiche 56, Piedi 1, ed Oncie 6, ch'è $\frac{1}{8}$
83. Potrebbero ſervir per Regola le operazioni fatte delle due prime parti, ſenz' altra diffuſa dichiarazione,
84. Ma riflettendo, che nel preſente Problema ſi debbono eſercitar i Principianti nel partir (a) i Rotti (i),
85. Proſeguiamo con miſurar al ſolito la $m k$
86. Ultimamente tirata, ch' è di Pertiche 38, ed Oncie 8.
87. Per la metà di queſte, cioè per Pertiche 19, ed Oncie 4 ſemplici, (k),
88. Si divide (a) la metà della mentovata terza parte, cioè Pertiche 28, ed Oncie 9 Quadrate (l),
89. Che il Quoziente (c) ſarà al ſolito la Perpendicolare (e) $T S$
90. La quale per eſſere ritrovata,
91. Deeſi prima ridurr' in tante Oncie Quadrate (l) le dette Pertiche 28, Oncie 9,
92. Ch'è il numero da dividerſi,
93. Poſcia le Pertiche 19, ed Oncie 4 in tante Oncie ſemplici (k),

94. Ch'è

(a) *Partire, o ſia Dividere nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come 2 nel 6 ſi contiene 3 volte.*

(b) *Pertica Quadrata è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, claſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

(c) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(d) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(e) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*

(f) *Segmento, o ſia porzione d' un Cerchio è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

94. Ch'è il Partitore (*m*) *giusta la pag.* 349. *numero* 10, 11 *ec.*
95. Onde fatta la riduzione, il numero da dividersi sarà d'Oncie Quadrate [*l*] 145800.
96. Ed il Partitore (*m*) d'Oncie semplici (*k*) 1372.
97. Partito dunque quello per questo, s'avrà il Quoziente (*c*) di 106. $\frac{368}{1372}$
98. Che sono Oncie semplici (*k*) col Rotto [*i*], *giusta la detta pag.* 350. *n.* 11. *ec.*
99. Ora ridotto il detto num. in Pertiche semplici [*d*],
100. Sarà di Pertiche 1, 2 Piedi, e 10 Oncie semplici (*k*),
101. Giacchè (come è noto) la Pertica semplice (*d*) contiene 72, ed il Piede 12 Oncie semplici [*k*], *giusta il num. IX. dell' Introd.*
102. Ora convenendo ridurr'il Rotto [*i*] $\frac{368}{1372}$ ne' termini minori, *giusta la pag.* 60. *n.* 2.
103. Avremo per il distinto Quoziente [*c*] Pertiche 1, Piedi 2, Oncie 10, Punti 3, Atomi 2, Minuti 7, Momenti 5 $\frac{1024}{1372}$
104. Che sarà la misura della mentovata Perpendicolare (*e*) *T S*,
105. Eretta sulla *m k*, prolungata in *S*,
106. E però tirata la *T K*,
107. *Cioè dal punto del segamento* della Perpendicolare [*e*] *S T*,
108. Sin' all'ultima tirata,
109. Il Triangolo [*g*] *T m K*,
110. Sarà la metà della detta terza parte, cioè Pertiche 28, ed Oncie 9 Quadrate [*l*],

*

111. Per l' altra metà, misurata la *T K*,
112. Ultimamente tirata, di Pertiche 39.
113. Per la metà di queste, cioè per Pertiche 19 Piedi 3,
114. Dividesi [*a*] la già mentovata metà della parte terza di Pertiche 28 ed Oncie 9,
115. Ch' avremo il Quoziente (*c*) della Perpendicolare [*e*] *X V*,

(g) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(h) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ⏢

(i) *Rotto, o sia Numero rotto è unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{\text{——}}$ *sono tre parquarti d'un' unità divisa in quattro ec.*

[k] *Oncia semplice è un' Oncia in linea, come* ——

(l) *Oncia Quadrata, o Oncia Superficiale Quadrata è un quadrato, o sia una figura di quattro angoli a squadra, e di 4 lati uguali; dei quali ciascuno è lungo un' Oncia; come* □

(m) *Partitore, o sia divisore è quel numero, che sostiene, si in un altro numero da dividersi; come se si dividesse il numero dodici per tre, questo tre ne sarà il Partitore.*

116. La quale per essere ritrovata, essendosi già il numero da dividersi (*a*) prima ridotto in Oncie Quadrate (*b*) 145800, come abbiamo fatto.

117. Dovrassi anche il Partitore [*c*] di Pertiche 19, e Piedi 3 ridurre in tante Oncie semplici (*d*).

Giusta la pag. 349. num. 15. ec.

118. Che saranno 1404, *Giusta il num. IX. dell' Introd.*

119. Sicchè partito 145800

120. Per 1404,

121. Si ha il Quoziente (*e*) di $103\ \frac{1188}{1404}$

122. Che sono Pertiche (*f*) 1, Piedi (*g*) 2, Oncie 7 semplici (*d*) col Rotto (*h*) $\frac{1188}{1404}$

Giusta il num. IX. dell' Introduzione.

123. Il quale ridotto negli ulteriori minori termini,

Giusta la pag. 59. num. 2. ec.

124. Sarà tutt' il distinto Quoziente (*e*) di Pertiche 1, Piedi 2, Oncie 7, Punti 10, Atomi 1, Minuti 10, Momenti 1 $\frac{1188}{1404}$

125. Ch'è la misura della detta Perpendicolare (*i*) $X\,V$.

126. Eretta sulla $T\,K$, prolungata in V,

127. Onde tirata la $X\,T$,

128. *Cioè dal punto del segamento della Perpendicolare* (*i*) $X\,V$

129. *Sin' all' ultima tirata*,

130. Il Triangolo [*k*] $T\,K\,X$

131. Sarà l' altra metà della nominata terza parte di Pertiche 28, ed Oncie 9,

132. E tutt' il Trapezio [*l*] $T\,m\,K\,X$

133. Sarà l'intera terza parte di Pertiche 56, Piedi 1, ed Oncie 6, o sia di $\frac{1}{8}$

134. E per conseguenza il Trapezio [*l*] $D\,T\,X\,C$ sarà il resto.

135. Con che si è finita la divisione del proposto Trapezio [*l*] in $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{8}$, ed il resto.

Eccone

§. LXXXI.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Che multiplicando (*m*) la mezza Base $A\,b$ di Pert. 14

2. Per

(a) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dirsi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come tre nel sei si contien tre volte.*

(b) *Oncia Quadrata, o Oncia Superficiale Quadrata è un quadrato, o sia una figura di 4 angoli asquadra, e di 4 lati uguali, de' quali ciascuno è lungo un' Oncia, come* □

(c) *Partitore, o sia divisore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi; come se si dividesse il numero 12 per tre, questo tre ne farà il Partitore.*

(d) *Oncia semplice è un' Oncia in linea, come* ——

(e) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(f) *Pertica semplice è una Pertica in linea, come* ——

(g) *Piede semplice è un Piede in linea, come* ——

(h) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* —— *due terzi sono due parti d'un'*

2. Per la Perpendicolare (*i*) *B y* di Pertiche 6
3. Si produca l'Area [*n*] del Triangolo [*k*] *A B b* di Pertiche 84,
4. Ciò è noto dai §§. 8. 9. e 77.
5. E che partendo l'Area [*n*] del conceputo Triangolo [*k*] *A o b* di Pertiche 28, Piedi 3.
6. Per la mezza Baſe [*o*] *A b* di Pertiche 14
7. Si ritrovi la Perpendicolare [*i*] *p o*
   Di Pertiche 2 : 1 : 3 : 5 ec.
8. Cioè la Perpendicolare (*i*) *A r* del Triangolo (*k*) *A r b*
9. Uguale al Triangolo (*k*) *A o b*,
   Giuſta il §. 19.
10. Ciò riluce dal §. 77.
11. Sicchè ſi ſono ritrovate la Baſe (*o*) *A b*,
12. E la Perpendicolare (*i*) *p O*, ovvero *A r*,
13. Che ſono le linee neceſſarie per formar il Triangolo [*k*] *A o b*, ovvero *A r b*, di Pertiche 28 : 3.
   Giuſta il §. 77.
14. Le quali aggiungendo alle Pertiche 84 del congiunto Triangolo [*k*] *A B b*,
15. Ne riſulta il Trapezio [*l*] *O A B b* di Pertiche 112 : 3
16. Che ſono $\frac{1}{4}$ di Pertiche 450 per la prima parte.

*

17. Sullo ſteſſo fondamento ſi ſono fatti anche gli altri Triangoli [*k*], o Trapezj [*l*], che formano le altre 3 parti.
18. Ma queſte operazioni ſono ſeguite
   I. *Con miſurar prima l'Area* (*n*) *del propoſto Trapezio* (*l*),
   II. *E con dividerla in tanti Triangoli* (*k*), *o Trapezj* (*l*), *ſecondo la proporzione data.*

Dunque

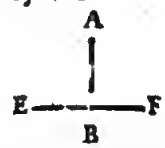
I. Miſurata l' Area (*n*) di qualunque Trapezio (*l*),

II. E diviſala in tanti Triangoli (*k*), o Trapezj (*l*) ſecondo la proporzione data, s'effettua l'intento.

Il che era ec.

unità diviſa in tre, tre $\frac{}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(i) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F*



(k) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(l) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come*

(m) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(n) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(o) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

Nel ſeguente

*

Avvertimento

1. Arricordiamo, che molti altri ſarebbero bensì i modi di dividere qualunque Trapezio (*a*) in parti uguali, o diſuguali,
2. Maſſime per mezzo delle linee Paralelle [*b*] a qualunque lato, come ne dà il documento il Guarini *nel ſuo Euclide accreſciuto al Trattat.* 29. *propoſiz.* 24.
3. Ma eſſendo ſimili modi difficili ai Principianti, qui per ora ſi tralaſciano, e s'avanza al

CAPO VIII.

Delle Diviſioni de' Pentagoni (*c*).

1. Nelle diviſioni di queſti poco ci diffonderemo a cagione che n' abbiamo i fondamenti ſufficienti ne' precedenti Capi, in cui delle diviſioni delle Figure Triangolari (*d*), e Quadrilarere (*e*) trattato abbiamo.
2. Ciò non oſtante ſoggiungeremo al ſolito con brevità il

*

Fondamento delle Regole del preſente Capo.

1. Queſte conſiſtono nel §. 77.
2. Ove abbiamo moſtrato che dividendo l' Area [*f*] d' un Triangolo (*g*) per la mezza Baſe [*b*],
3. Si ritrova la Perpendicolare [*i*] cadente ſulla detta Baſe [*b*] dall'angolo oppoſto,
4. E che per conſeguenza dividendo [*k*] l'Area [*f*] d' un Triangolo [*g*] per la Perpendicolare [*i*] ſi ritrova la mezza Baſe [*b*],

5. E

(a) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢

(b) *Linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall'altra, in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(c) *Pentagono è una figura di 5 angoli, o di 5 lati, come* ⬠

(d) *Figura Triangolare, o ſia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(e) *Figura Quadrilatera è una figura di quattro lati, come* □

[f] *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(g) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(h) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

*

5. E ch' i Triangoli [*g*] ſulle medeſime, o uguali Baſi (*b*) e fra le medeſime Paralelle [*b*] ſono uguali fra loro.
6. Come nelle Figure citate nel *fondamento del Cap. II. di queſto Libro* veder ſi può.
7. Su queſto fondamento facilmente comprenderaſſi nel

PROBLEMA I.

Come un Pentagono Regolare (l) ſi divida in più parti uguali, o diſuguali.

E però ſia in

I. Ipoteſi. (*m*)

1. Il Pentagono Regolare [*l*] *A B C D E*,
2. Prativo, o Campeſtre,
3. Rappreſentatoci dalla *Fig. CLXXIII. fol.* 18.,
4. Il quale debbaſi prima partire in 4 parti uguali,
5. E poi anche in 4 parti diſuguali,

Dico per

II. Regola,

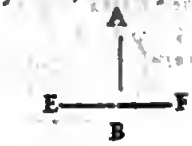
I. Che ritrovato il Centro (*n*) d' un Pentagono Regolare (*l*),
II. Diviſo l' ambito di tutti i lati in 4 parti uguali, o diſuguali,
III. E tirate dal detto Centro (*n*) ai punti delle diviſioni le Rette (*o*), divideſi il Pentagono (*c*), come ſi è detto.

Eccone la

III. Pratica.

1. S' il

(i) *Perpendicolare è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



(k) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro; come due nel 6 ſi contiene 3 volte.*

[l] *Pentagono regolare è una figura di cinque lati, o di cinque angoli uguali, come* ⬠

(m) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(n) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(o) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

[a] *Pentagono è una figura di 5 angoli, o di 5 lati, come* ⬠

1. S' il Pentagono (*a*) foſſe campeſtre deeſi portarlo ſulla Tavoletta, *giuſta il Cap. VII. Lib. I. Parte I.*
2. E traſportarne le diviſioni ſul terreno, *giuſta il Cap. 1. Probl. 6. di queſto Lib.*

(b) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.* I.

3. Se poi è prativo, s' opererà ſullo ſteſſo Terreno, onde ritrovaſi il Centro (*b*) *m*, *giuſta la pag. 92. n. 2.*
4. E vi ſi pone qualche ſegno.

(c) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——— II.

5. Miſurato poi tutto l' ambito dei lati *AB*, *Bc*, *CD*, *DE*, *EA*, *giuſta il n. XVII. pag.* 13.
6. Sia di Pertiche 60.
7. *Onde divideſi* 60. *per* 4.
8. *E ritrovaſi* 15 *per ciaſcuna parte*,
9. Poſti perciò i ſegni dopo ciaſcuna parte di 15 Pertiche miſurate,
10. In *o*, in *r*, in *D*, in *f*,

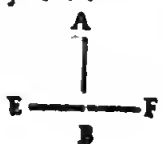
(d) *Trapezio è una figura di quattro lati, e di quattro angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ⏢ III.

11. *Tiranſi le Rette* [*c*] *m o*, *m r*, *m D*, *m f*, *cioè dal Centro* [*b*] *m*, *ai punti delle fatte diviſioni*,
12. Ch' il Pentagono [*a*] ſarà diviſo in quattro parti uguali,
13. Che ſono i Trapezj (*d*) *m O B r*, *m r C D*, *m D E f*, *m f A O*.
14. Queſte ſono le 4 parti uguali,
15. Circa le quattro parti diſuguali, ſieno queſte d' $\frac{1}{4}$, di $\frac{2}{5}$ d' $\frac{1}{5}$ e del reſto,
16. E però diviſo l' ambito di Pertiche 60 per 4 e per 5.
17. Avremo le diviſioni di 15, di 24, di 12, e del reſto,
18. Da farſi ſu i lati come ſi è veduto.
19. Dovendoſi poi tirar le linee dal Centro (*b*) alle dette diviſioni, come ſi è fatto nelle parti uguali.

Ne ſegue

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(f) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.



§. LXXXII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Conſiderate le *m A*, *m B*, *m C*, *m D*, *m E*,

2. Ti-

2. Tirate dal Centro [*b*] fin' agli angoli del Pentagono (*a*),
3. Vedesi questo diviso in tanti Triangoli [*e*]
4. I quali sono tutti della medesima altezza,
5. Cioè della Perpendicolare (*f*) *m o*, *giusta la pag.* 92. *n.* 2. *ec.*
6. E tutti hanno le loro Basi [*g*] su i lati del detto Pentagono [*a*],
7. E però avendo i Triangoli [*e*] della medesima altezza la loro Area [*b*] proporzionale alla Base [*g*], *giusta la* 1. *del Sesto*,
8. O la Base [*g*] proporzionale all' Area [*b*],
9. Se le due Basi [*g*] unite *O B*, *B r*, dei due Triangoli [*e*] *O m B*, *B m r*, sono di Pertiche 15, cioè una quarta parte di tutto l' ambito,
10. Anche le due Aree [*b*] unite dei detti due Triangoli [*e*] saranno una quarta parte di tutt' il Pentagono [*a*],
11. La stessa ragione ci mostra l' evidenza anche delle altre 3 quarte parti uguali, come anche delle 4 disuguali,
12. Ma la divisione delle dette 4 parti si è fatta,
    I. *Con trovar il Centro* [*b*] *del Pentagono* [*a*],
    II. *Con divider l' ambito de' lati in* 4 *parti uguali, e* 4 *disuguali*,
    III. *E con tirar dal Centro* (*b*) *ai punti della divisioni le Rette* [*c*],

Dunque

I. Ritrovato il Centro (*b*) d' un Pentagono Regolare (*i*),
II. Diviso l' ambito di tutti i lati in 4 parti uguali, o disuguali.
III. E tirate dal detto Centro (*b*) ai punti delle divisioni le Rette (*c*), dividesi il Pentagono (*a*), come si è detto.

Il che era ec.

Vediamo nel

(g) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(h) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(i) *Pentagono regolare è una figura di cinque lati, o di cinque angoli, come* ⬠

(a) *Pentagono irregolare è una figura di cinque angoli, o di cinque lati, i quali non sono tutti uguali fra loro, come* ⬠

PROBLEMA II.

Come si divida in più parti uguali, o disuguali tanto un Pentagono irregolare (a), *quanto qualunque altra Figura Rettilinea* (b), *Regolare* (c), *o irregolare* [d].

(b) *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle, che immaginansi tirate come un filo teso, come* △ □ *ec.*

(c) *Figura Regolare è quella, che ha tutti i lati, e tutti gli angoli uguali, come* △ □ *ec.*

(d) *Figura Irregolare è quella, che non ha nè tutti gli angoli, nè tutti i lati uguali, come*

Sia in

I. Ipotesi. (e)

1. Il Pentagono irregolare [a] *ABCDE*,
2. Rappresentatoci o in un prato, o in un campo dalla *Figura CLXXIV. fol.* 18.
3. O anche il Rettilineo [f] *ABCDEFGH*,
4. Della *Figura CLXXV. fol.* 18.
5. I quali debbansi dividere in 4 parti uguali, e parimente in 4 disuguali.

Dico per

II. Regola.

I. Che misurata l' Area (g) del Pentagono irregolare (a), e del Rettilineo (f),

II. Divise l' una, e l' altra in tanti Triangoli (h), o Trapezj (i) secondo la proporzione data, *giusta il Probl.* 4. s' effettua l' intento,

Qui non occorrerebbe altra

III. Pratica.

1. Accagione ch' operasi nello stesso modo, come si è fatto nell' accennato Probl. IV.
2. Ciò non ostante per dar maggior lume ai Principianti, diremo in succinto,

(e) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(f) *Rettilineo ciò ch' è fatto con linee rette, cioè da quelle, che immaginansi volgarmente tirate come un filo teso, come*

(g) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

3. *Che nel Pentagono* (*k*) *misurata l'Area* (*g*) *E A B*
Giusta il Probl. 2. *Cap.* 4. *Lib.* 1. *Parte* 1.
4. O ch' è minore d' una proposta quarta parte, o uguale, o maggiore.
5. Supponiamo, che sia minore,
6. E che al compimento vi manchino Pertiche 36.
7. Presa dunque la metà di 36, cioè 18,
8. E divisa per la mezza *E B*,
9. (Che supponiamo di Pertiche 20)
10. Ne viene il Quoziente (*l*) di $1\frac{8}{10}$
11. Cioè di Pertiche 1, Piedi 4, Oncie 9, Punti 7, Atomi 2, Minuti 4,
12. Che sarà la Perpendicolare [*m*] *B f*,
13. Alzata dal punto *B* sulla *E g*, prolungata in *f*,
14. Che si sarà fatto il Triangolo (*b*) *E B g*
15. Per la metà delle mancanti Pertiche 36,
16. Cioè per Pertiche 18.
17. Potendosi, *giusta il Problema* 4, formar l'altro Triangolo [*b*] *u E g*
18. Per l'altra metà.
19. Che in tale guisa il Pentagono [*k*] *u E A B g*
20. Sarà una delle proposte quarte parti.
21. Se poi la detta Area [*g*] *E A B* fosse maggiore d' una proposta quarta parte,
22. E che la superasse di Pertiche 36
23. Converrà formar nella mentovata Area [*g*] *E A B* lo stesso Trapezio [*i*] *E B g u* di Pertiche 36,
24. Ch'ora si è fatto,
25. Cioè il Trapezio [*i*] *E p q B*,
26. Che così il Triangolo [*b*] *p A q*
27. Sarà una delle proposte quarte parti.
28. Nel resto operasi come nell'accennato *Prob.* 4.

*

29. Sin' a quì del Pentagono irregolare (*q*).
30. Ora favellando del Rettilineo (*f*) *A B C D E F G H* *della Figura CLXXV. foglio* 18.
31. Dovendo anche questo essere diviso in 4 parti uguali, o disuguali, come dicemmo.
32. Misurata l' Area [*g*] *H A B*
33. O ch'è maggiore, o minore d' una delle proposte quarte parti.

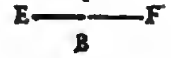
(h) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(i) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come* ⏢

[k] *Pentagono è una figura di 5 angoli, o di cinque lati, come* ⬠

(l) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(m) *Perpendicolare linea ad una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*



34. Tanto nell' uno, quanto nell' altro caſo operaſi, come nel Pentagono [a] detto abbiamo.

(a) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di 5 lati, come* ⌂

35. E ſupponendo ch' una delle dette 4 parti ſia contenuta nel Trapezio (b) *HABC*,

36. Si troveranno le altre tre parti ne' due Trapezj [b] *HCGF*, *FCDE*,

37. Nel già veduto modo nel nominato *Probl. IV.* a cui ci rapportiamo.

(b) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti quelli, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ◁

Per

§. LXXXIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

Soggiungiamo un

*

Avvertimento.

1. Che nelle predette, e ſimili altre operazioni, nelle quali ſi ritrova difficoltà tanto ne' prati, quanto ne' campi,

2. Converrà ſempre ricorrer alla Tavoletta,

3. Delinear, e divider la Figura ſulla detta, e poi traſportar ſul terreno le diviſioni, *giuſta il Probl. VI. Cap. I. di queſto Lib.*

4. Senza che ne facciamo altra replica.

*

(c) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

5. Eſſendoſi poi tanto nel preſente, quanto nel *Probl. IV.* veduti, nelle linee tirate per le diviſioni, molti Rotti [c],

6. Come nell' antecedente num. 11.

(d) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura,*

7. I quali per portarli ſu i terreni, non ſi ritrovano ſegnati ſugli ſtrumenti,

8. Eſſendo noto (come già dicemmo) eſſer l' oncia l' ultima miſura che comunemente ſugli ſtrumenti ſi ſegna, *giuſta la pag. 8. n. 7.*

(e) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

9. E di rado avvenendo che la miſura de' Punti ſugli ſtrumenti accennati ſi ritrovi,

10. Per conſiſter in particelle troppo minute,

12. In ſimili caſi ſi porteranno ſu i terreni ſe non tutte almeno le minuzie poſſibili, che ſi vedono ſugli ſtrumenti,

13. Su

13. Su i quali io conſiglierei, ch' oltre le Oncie ci ſieno anch' i punti nel modo accennato alla *pag.* 21. *n.* 34.

14. Perocchè miſurando i terreni, come ivi moſtrammo, ſempre c' accoſteremo all' ultima eſattezza.

15. Ed avendo in queſto *primo Libro* della preſente ſeconda Parte fin' ora favellato delle diviſioni ch'occorrer poſſono nelle *Superficie piane* (*d*) *terminate da linee Rette* [*e*],

16. Tratteremo con brevità nel Libro ſeguente di quelle che terminano da linee Curve (*f*), e Miſte (*g*).

(f) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

(g) *Linea Miſta è quella, che è compoſta da una linea Retta, e da una Curva, come* ⌐

LIBRO SECONDO.

Delle Diviſioni delle Superficie piane (a) terminate da Linee Curve (b), e Miſte (c).

CAPO PRIMO.

Delle diviſioni d'un Cerchio e delle ſue parti.

1. EGli è vero, che nella ſocietà umana di rado avvenga la diviſione de' terreni fatti a Cerchj,
2. Con tutto ciò eſſendo però coſa poſſibile non manchiamo di conſiderare le diviſioni, e di premettere al ſolito,

*

Il Fondamento delle Regole del preſente Capo.

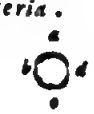
1. Il quale conſiſte nel prendere le parti della Periferia (*d*) d' un Cerchio a proporzione delle propoſte diviſioni, per le quali tiranſi le linee dal detto Centro (*e*) fin' alla detta Periferia [*d*],
2. E nel ſaper l' Area (*f*) del ſuddetto, per poterla poi partire dietro le Regole dei precedenti Capi, ove ſi è trattato delle Diviſioni de' Triangoli (*g*) e Rettangoli (*b*) onde vediamo nel

[a] *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo ai Geometri pratici una pianura.*

(b) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

(c) *Linea Miſta è quella, ch' è compoſta da una linea Retta, e da una Curva, come*

(d) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*



(e) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(f) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

PROBLEMA I.

Come ſi divida un Cerchio in più parti uguali, o diſuguali.

Sia in

I. Ipoteſi. (*i*)

1. Un Prato, o Campo *ABCD*,
2. Fattò a Cerchio, come ce lo rappreſenta la *Figura CLXXVI. fol.* 18.
3. Il quale debbaſi partire prima in 4 parti uguali,
4. Poſcia in 4 parti diſuguali,

Dico per

II. Regola.

I. Che ritrovata la Periferia (*d*) del propoſto Cerchio,
II. Partitala ſecondo la data proporzione delle 4 parti uguali, o diſuguali,
III. E tirate le linee dal Centro (*e*) fin'ai punti delle diviſioni, s' effettua l' intento.

Veniamo alla

III. Pratica.

I. 1. *Ritroviſi il Centro* (*e*) *F del propoſto Cerchio*,
2. *Ed anche il ſuo Diametro* (*k*) *A M, giuſta la pag.* 185. *n.* 2.
3. *Ch' a proporzione ſi ſarà ritrovata anche la Periferia* (*d*), *giuſta la Pratica della pag.* 215.
4. *Diviſa poi queſta in 4 parti uguali, giuſta il Prob. VI. Cap.* 1. *Lib.* 2. *Parte* 1.

II. 5. In *A*, *B*, *M*, *D*,
6. *E tirate ai punti delle diviſioni dal Centro* (*e*) *F*,
7. Le *FA*, *FB*, *FM*, *FD*,
8. Reſta diviſo il Cerchio in 4 parti uguali, o ſieno 4 Quadranti (*l*), *giuſta il detto Probl. VI.*

(g) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(h) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(i) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(k) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(l) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un Cerchio, come*

*

I. 9. Toccante poi le 4 parti diſuguali,

10. Sieno queſte $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{4}$ ed il reſto.

11. E la già ritrovata Periferia [*a*] ſia di Pertiche 220.

II. 12. Diviſo queſto num. per i Denominatori (*b*) degli antecedenti Rotti (*c*),

13. Cioè per 6, 5, e 4,

14. S'avranno i Quozienti (*d*) di Pertiche 36, Piedi 4 per $\frac{1}{6}$

15. Di Pertiche 88 per $\frac{2}{5}$

16. E di Pertiche 55 per $\frac{1}{4}$

17. Ed il reſto ſarà l'ultima parte.

III. 18. E però ſegnati ſulla detta Periferia (*a*) i punti, ove cominciano e finiſcono le nominate parti di Pertiche 36 : 4,

19. Di Pertiche 88,

20. E di Pertiche 55,

21. In *A*, in *P*, in *C*, in *O*,

22. E tirate le *F A*, *F P*, *F C*, *F D*

23. *Dal Centro* (*e*) *F ſin' ai punti delle diviſioni*

24. Si ſarà diviſo il Cerchio nelle deſiderate parti diſuguali.

*

25. Noi abbiamo nella preſente operazione ſuppoſto, che il diviſo Cerchio ſia Prativo. E però n'abbiamo fatta la diviſione ſullo ſteſſo terreno.

26. E ſe foſſe Campeſtre, ſuppoſto che ſenza entrarvi dentro, ſe lo poſſa circondare,

27. Diviſo prima il detto Cerchio ſulla Tavoletta tanto nelle 4 parti uguali, quanto nelle 4 diſuguali, come ſi è fatto nel Prato.
Giuſta il Probl. 6. Cap. 1. Lib. 1. di queſta Parte.

28. Si traſportano le diſtanze delle diviſioni fatte ſulla Periferia [*a*],

29. Cioè le quattro uguali *A B*, *B M*, *M D*, *D A*,

30. E le quattro diſuguali *A P*, *P C*, *C O*, *O A*

31. Dal-

(a) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d'un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*

(b) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il numero di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviſo in ſette parti.*

(c) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in* $\frac{due}{terzi}$ *parti, v. gr. ſono due parti d'un' unità diviſa in tre* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(d) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

31. Dalla Tavoletta proporzionalmente ſulla Periferia [*a*] del terreno, *giuſta il detto Probl. VI.*
32. Su cui ſi potranno poi dal Centro [*e*] tirar le linee diviſorie, come ſi è fatto diſſopra,
33. Quando raccolte le entrate ſenza danno ſarà agevole il fare,
34. E ſe la diviſione non ammetteſſe indugio, dovendo forſe ſubito il Campo Circolare [*f*] eſſer partito fra più perſone,
35. Dall' accennata diviſione prima fatta ſulla detta Tavoletta ſi potrà a ciaſcuna moſtrar in proporzionata quantità ciò che le tocca, *giuſta il più volte mentovato Probl. IV.*

(e) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(f) *Campo Circolare è lo ſteſſo, che un Campo, fatto a Cerchio.*

Eccone

§. LXXXIV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Si conſiderano tanto le parti uguali fatte nel Cerchio,
2. Cioè le *FAB*, *FBM*, *FMD*, *FDA*,
3. Quanto le diſuguali,
4. Cioè le *FAP*, *FPC*, *FCO*, *FOA*,
5. Uguali ad altrettanti Triangoli (*g*) d' uguale altezza, la cui Baſe (*b*) è ſulla Periferia (*a*), *giuſta la pag.* 186. *n.* 15.
6. Ma queſti hanno la loro Area (*i*) proporzionata alla Baſe (*b*), *giuſta il fondamento del Cap. 6. Prob. I.*
7. Dunque anche le dette parti uguali e diſuguali ec. avranno la loro Area (*i*) proporzionata alla loro Baſe [*b*] *AP*, ec.
8. Ed eſſendoſi le Baſi (*b*) ſulla Periferia (*a*) diviſe ſecondo la data proporzione delle 4 parti uguali $\frac{1}{6} \frac{2}{5} \frac{1}{4}$ ed il reſto delle 4 diſuguali,
9. Per mezzo delle linee tirate dal Centro (*e*) fin' ai punti delle diviſioni.

(g) *Triangolo, o Triangoli d' uguale altezza ſono quelle figure di tre lati, le quali dalla cima fin' al lato inferiore hanno la linea Perpendicolare, o ſia la linea a piombo uguale, come* △ △

(h) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(i) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ □ *ec.*

Perciò

I. Ritrovata la Periferia (*a*) del propoſto Cerchio,

II. Partita ſecondo la data proporzione delle 4 parti uguali, o diſuguali,

III. E

III. E tirate le linee dal Centro (*a*) fin'ai punti delle divisioni, si divide il Cerchio in 4 parti uguali, ed in 4 disuguali secondo la data proporzione,

Il che era ec.

Diciamo poi per

*

Avvertimento.

1. Che dal precedente Probl. facilmente si scorgerà, come dal Centro [*a*] si possa dividere qualunque mezzo Cerchio in più parti uguali, o disuguali,

Vediamo nel

PROBLEMA II.

Come si divida un Cerchio in più parti uguali, o disuguali per mezzo delle linee Paralelle (b).

1. Questo è un Problema difficile,
2. E d' un uso non troppo frequente,
3. Poichè (come dicemmo al principio del presente Capo) di rado occorrono nell' umana società Figure Circolari [*c*] Prative, o Campestri da dividersi,
4. Ciò non ostante, potendo ciò o per necessità o per curiosità avvenire,

Sia in

I. Ipotesi. (*d*)

1. Un Prato, o Campo Circolare (*e*) *AGBMOCED*
2. Rappresentatoci dalla *Fig. CLXXVII. fol.* 18.
3. Il quale debbasi per linee Paralelle [*b*] dividere in 4 parti uguali,

8. Po-

(a) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(b) *Paralelle Linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giamai insieme, come* ═══

(c) *Figura Circolare è quella fatta a Cerchio.*

(d) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(e) *Campo Circolare è lo stesso, che un Campo fatto a Cerchio.*

(f) *Diametro è una linea, la quale intendesi cirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(g) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella quì soggiunta figura la a b c d' dicesi Periferia.*

(h) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ □ *ec.*

8. Poscia in 4 parti disuguali, che sieno $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$, ed il resto.

Dico per

II. Regola.

I. Che tirati nel Cerchio due Diametri (*f*) a squadra,

II. Divisa la Periferia (*g*) nelle parti che le convengono, e cercatane l' Area (*b*),

III. Ritrovata pure l' Area (*b*) d' ognuna delle 4 parti per mezzo di due Settori (*i*) uguali, e d' un Isoscele (*k*), la cui Base (*l*) sia una Corda (*m*) Paralella (*b*) al Diametro (*f*),

IV. Si partisce il Cerchio in 4 parti uguali, o disuguali, ec.

La Regola è oscura; e però

Eccone la

III. Pratica.

1. Ch' il Cerchio sia prativo, o campestre, sarà sempre necessario l' uso della Tavoletta, *giusta la Pratica della pag.* 220.

I. 2. Sicchè delineato che sia il Cerchio sulla Tavoletta, *giusta la detta Pratica*,

3. *Tiransi nel detto i due Diametri* (*f*) *a squadra*, *AO*, *EB*, *giusta la pag.* 167. *n.* 7.

4. E supposto (solo per l' intelligenza della presente Regola) che *giusta il Probl.* 3. *della pag.* 215. *la Periferia* (*g*) *si sia ritrovata di Piedi* 44.

II. 5. *In altrettante parti si divide anche sulla Tavoletta*, *giusta la Pratica della pag.* 227.

6. Come vedesi in *A*, *b*, *c*, *d*, ec.

7. Che l' Area (*b*) sua sarà di 154.

III. 8. Ora prima *di far l'Isoscele* (*k*), *ed i due Settori* [*i*] *ec.* giusta la Regola,

(i) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(k) *Isoscele Triangolo è una figura di tre lati, de' quali due sono uguali, come* △

[l] *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(m) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva come la a b qui apposta chiamasi corda.*

(n) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

9. Conſiderasi in quante parti ſi voglia divider il Cerchio,
10. Ed eſſendo nella noſtra Ipoteſi (*a*) 4 parti uguali, e poſcia anche 4 parti diſuguali,

*

11. Cercheraſſi per le 4 uguali un quarto dell' accennata Area [*b*] di 154 Piedi,
12. Che ſarà di $38\frac{1}{2}$

Giuſta la detta Pratica, pag. 227.

13. Queſto deeſi poi partir per il mezzo Diametro (*c*), che noi ſupponiamo nella noſtra Ipoteſi (*a*) eſſere di 7,
14. Che il Quoziente (*d*) ſarà di $5\frac{1}{2}$
15. *E queſto Quoziente* (*d*) *dovraſſi appunto ritrovare per mezzo d' un Iſoſcele* (*e*), *ch' abbia la Baſe* (*f*) *ſua ſopra una Corda* (*g*), *Paralella* (*b*) *al Diametro* (*c*),
16. *E per mezzo di due Settori* (*i*) *uguali*, nel modo ſeguente:

*

17. Faccianſi al ſolito le due Paralelle (*b*) *E B*, *D G* colla Riga, *giuſta la Pratica della pag.* 170, *e pag.* 172. *num.* 1.
18. La quale applicata prima al Diametro (*c*) *E B* Nella *Figura CLXXVII.*
19. Poſcia al punto *D*
20. Dall' arco *E D*,
21. Cioè alle tre parti della Periferia (*k*),
22. Che val a dire alla metà incirca del detto Quoziente (*d*) $5\frac{1}{2}$
23. E tirata poſcia la *D F*,
24. Cioè dal Segmento (*l*), che fa la Paralella (*b*) *D G*
25. Sull'arco *E D* fin'al Centro (*m*) *F*,
26. Faſſi ſu quella la Perpendicolare (*n*) *u t*, *giuſta la pag.* 167. *num.* 7.
27. Tirata dal punto *t*, cioè dal Segmento (*l*), che fa la detta Paralella (*b*) ſul mezzo Diametro (*c*) *A F*,
28. E miſurata la detta *u t*,
29. La quale è di Piedi due $\frac{1}{2}$

30. Ed

(a) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

(c) *Diametro è una linea la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin'al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(d) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(e) *Iſoſcele Triangolo è una figura di tre lati, de' quali 2 ſono uguali, come* △

(f) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(g) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva, come la a b*

30. Ed unita ai tre Piedi dell'arco *E D*,
31. Fa la misura del Quoziente (*d*) di 5 e mezzo.
32. *E però tirata dal punto D*
33. *La Corda* (*g*) *D G*
34. *Paralella* (*b*) *al Diametro* (*c*) *E B*
35. L'operazione sarà per una quarta parte finita.
36. Immaginandosi però, che anche nello spazio *F t G B*
37. Si sia fatta la stessa operazione con tirar la *G F*, uguale alla *D F*,
38. E su questa la Perpendicolare (*n*) *t z* Uguale alla *u t*,
39. Che così si sarà fatto il mezzo Cerchio *E D A G B* in due parti uguali.
Come vedesi nella *Figura CLXXVII. foglio* 18.

*

40. Se poi fra l'Arco *D E*,
41. E la Perpendicolare (*n*) *u t*
42. Non vi fosse la precisa misura del Quoziente (*d*) $5\frac{1}{2}$
43. Forse che la *D E* contenesse più, o meno di 3,
44. E che la *u t* avesse più, o meno di 2 e mezzo,
45. Allora movesi la Riga *D G* o un poco più in sù verso l'*A* della detta *Figura CLXXVII. foglio* 18,
46. O un poco più in giù verso la *F*
47. Sin' a tanto che coll' arco *E D*
48. Segato da una Paralella (*b*),
49. E colla Perpendicolare (*n*) *u t*,
Tirata, come si è detto,
50. Si conseguisca il preciso numero del nominato Quoziente (*d*).

quì apposta chiamasi Corda.

(h) *Linee Paralelle sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l' una dall'altra, in modo, che, se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(i) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fano un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(k) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella quì soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*

(l) *Segmento, o sia porzione d' un Cerchio è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(m) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(n) *Perpendicolare linea è una retta, la quale stando sopra d' un'altra retta, non inclina più dall' una, che dall'altra parte, come nella quì soggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F.*

*

51. Ora per le altre due parti uguali ſi porta la diſtanza *E D*
52. Sull' altro mezzo Cerchio dall' *E* in *C*,
53. E dal *B* in *M*,
54. E tirata la Corda (*a*) *C M*,
55. Si farà diviſo tutt' il propoſto Cerchio in 4 parti uguali,

*

56. Colla quale operazione vedeſi *formato l' Iſoſcele* (*b*) *D F G*,
57. *Ch' ha la Baſe* (*c*) *ſopra una Corda* (*a*) *D G*, *Parallella* (*d*) *al Diametro* (*e*) *E B*,
58. *Ed i due Settori* (*f*) *F D E*, *F G B*, uguali.
59. *Che ſono la norma della fatta diviſione*,

*

60. Circa poi le 4 parti diſuguali d' $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{2}$, e del reſto,
61. Per la prima d' $\frac{1}{4}$ operaſi, come ſi è fatto nella Figura precedente,
62. Che nella *Fig. CLXXVIII. fol.* 18.
63. Vedraſſi nel mezzo Cerchio *F S D O T W R*,
64. Tirata la Corda (*a*) *D T*,
65. La quale fa il Segmento [*g*] *D O T D* d' $\frac{1}{4}$

*

66. Per la ſeconda d' $\frac{1}{8}$
67. Suppoſto, come dicemmo, che l'Area (*b*) del Cerchio ſia di 154. Piedi,
68. Si partiſce la detta per 8,
69. Che s' avrà per Quoziente (*i*) Piedi 19, ed Oncie tre,
70. Queſto deeſi (come ſi è fatto diſſopra) divider (*k*) per il mezzo Diametro (*e*), ch' è di 7. Piedi,
71. Ch' il Quoziente (*i*) ſarà di Piedi 3 : 2 : 3 : 3 : 5 : 1 $\frac{48}{84}$.

72. Que-

(a) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva come la a b qui appoſta chiamaſi Corda.*

(b) *Iſoſcele Triangolo è una figura di tre lati, de' quali due ſono ugnali, come* △

(c) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(d) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(e) *Diametro è una linea la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(f) *Settore è una Figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal*

72. Questo Quoziente (*i*) dee esser portato in parte sull' Arco *F S* della detta Figura,
73. Ed in parte sulla Perpendicolare (*l*) *P Q* (come dicemmo)
74. E non potendo minutamente esser sulle dette *F S*, *P Q*, distinto con tutti i suoi Rotti (*m*), basta segnarvi li 3 Piedi e le due Oncie con il Rotto (*m*) $\frac{16}{84}$
75. Sicchè applicato (come si è fatto) la Riga *S W*,
76. All' Arco *F S*,
77. Cioè sulle 2 $\frac{1}{2}$ parti della Periferia (*n*),
78. Che sono la metà del Quoziente (*i*) incirca.
79. Tirasi la *S V*,
80. Dal Segmento [*g*] che fa la Paralella [*d*] *S P*,
81. Sull' Arco *F S* sin' al Centro (*o*) *V*,
82. E poi sulla detta *S V*,
83. Accomodasi la Perpendicolare (*l*) *P Q*, *giusta la pag. 167. n. 7.*
84. Tirata dal Segmento (*g*), che fa la Paralella (*d*) *S P*,
85. Sul mezzo Diametro (*e*) *O V*,
86. In modo che quella unita all' Arco *F S*,
87. Faccia la misura del Quoziente (*i*) di Piedi 3 Oncie 2 $\frac{16}{84}$

88. Co-

punto di mezzo di un Cerchio sin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.

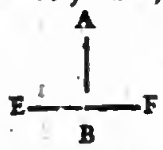
(g) *Segmento, o sia porzione d' un Cerchio è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(h) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ □ ◇ *ec.*

(i) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(k) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come tre nel sei si contiene tre volte.*

(l) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F.*



(m) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d' un' unità divisa in tre,* $\frac{ere}{quarti}$ *sono tre parti d' un' unità divisa in quattro ec.*

(n) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*

(o) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

88. Come dicemmo al numero 79.
89. Onde tirata la Corda (a) *S W*,
90. Dal Segmento (b) *S*, che fa la Paralella (c) *S P*,
91. Paralella (c) al Diametro (d) *F V*,
92. Questa fa la porzione di $\frac{1}{8}$ rinchiusa fra le *F S W R*.

*

93. Per la terza parte, ch'è $\frac{1}{2}$
Servirà tutt' il mezzo Cerchio *F p R V*.

*

94. E per la quarta parte, ch' è il resto, sarà la porzione *S D T W*,
95. Che in tale guisa si sarà diviso tutto il Cerchio *O T W R p F S D* in 4 parti disuguali.
96. Di $\frac{1}{4}$ *D o T*, di $\frac{1}{8}$ *F S W R*, di $\frac{1}{2}$ *F p R V*, e del resto *S D T W*.
97. Eccone

§. LXXXV.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Considerandosi i due Settori [e] *F E D*, *F B G*, nella *Fig. CLXXVII. fol.* 18.
2. Come Triangoli (*f*), i quali hanno il mezzo Diametro [*d*] per la loro Base [*g*],
3. E gli Archi *E D*, *B G*,
4. Per le loro Perpendicolari [*b*], *giusta la pag.* 186. *num.* 12. *ec.*
5. Ed avendo anch' i due Triangoli [*f*], *D F t*, *G F t*,
6. L' uguale Base [*g*] ne' mezzi Diametri (*d*) *F D*, *F G*,
7. Si formerà coi detti due Settori (*e*), e due Triangoli [*f*],
8. Il Rettangolo [*i*] *A D*, della *Fig. CLXXIX. fol.* 18. *giusta la detta pag.* 186.
9. Il quale abbia per il lato *A B*, il nominato mezzo Diametro (*d*) di Piedi 7.
10. E per il lato *A C*,
11. L' Arco *E D*, o *B G*,

12. U-

(a) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva, come la a b qui apposta chiamasi Corda.*

(b) *Segmento, o sia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(c) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(d) *Diametro è una Linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(e) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

12. Unito alla Perpendicolare [*b*] *u t*, o *z s*.
13. Che ſono inſieme di Piedi 5 e mezzo,

*

14. Sicchè multiplicando (*k*) Piedi 7 del lato *AB*, per Piedi 5 e mezzo del lato *AC*,
15. Si fa tutta l' Area (*l*) del Rettangolo [*i*] *A D* di Piedi 38 e mezzo,
16. Uguale a tutta l' Area [*l*] della porzione *E D G B*, della *Fig. CLXXVII. fol.* 28. *giuſta il* §. 6.
17. E però partendo il nominato Rettangolo (*i*) per il lato *AB*,
18. O ſia per il mezzo Diametro (*d*) di 7 Piedi,
19. S'avrà per il Quoziente (*m*) l' altro lato *AC* di Piedi 5 e mezzo, *giuſta la pag. 349. n. 3. ec.*
20. Cioè l'Arco *E D*, o *B G*, unito alla Perpendicolare (*b*) *u t*, o *z s*,
21. Ed in tale maniera ſi ſono ritrovati i lati del detto Rettangolo (*i*), che fanno l'Area (*l*) di Piedi 38 e mezzo,
22. Cioè d' una quarta parte di tutto il Cerchio.
23. La ſteſſa dimoſtrazione ſerve anche per le 4 parti diſuguali,
24. Ma queſta operazione di divider il Cerchio in 4 parti uguali, e 4 diſuguali ſi è fatta,
    - I. *Con tirar nel Cerchio due Diametri* (*d*) *a ſquadra*,
    - II. *Con divider la Periferia* (*n*) *nelle ſue parti, e cercarne l' Area* [*l*],
    - III. *E con ritrovar l'Area* [*l*] *d' una delle parti per mezzo di due Settori* (*e*) *uguali, e d' un Iſoſcele* (*o*), *la cui Baſe* [*g*] *fu una Corda* (*a*) *Paralella* [*a*] *al Diametro* (*d*).

Dun-

(f) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(g) *Baſa è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(h) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*

(i) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(l) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ ▭ ▷ *ec.*

(m) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(n) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d'un Cerchio, come nella qui ſoggiunta figura la* a b c d *diceſi Periferia.*

(o) *Iſoſcele Triangolo è una figura di tre lati, de' quali due ſono uguali, come* ◁

Dunque

I. Tirati nel Cerchio due Diametri (*a*) a ſquadra,

II. Diviſa la Periferia (*b*) nelle parti, che le convengono, e cercatane l'Area (*c*),

III. Ritrovata pure l'Area (*c*) di ciaſcuna delle 4 parti per mezzo di due Settori (*d*) uguali, e d'un Iſoſcele (*e*), la cui Baſe (*f*) ſia una Corda (*g*) Paralella (*b*) al Diametro (*a*),

IV. Si partiſce il Cerchio in 4 parti uguali, o diſuguali colle Paralelle (*b*) linee.

Il che era ec.

Dobbiamo ſoggiungere un

*

Avvertimento I.

1. Nel punto III. della precedente Pratica dicemmo al numero 11. che per cercar le 4 parti uguali d' un Cerchio deeſi indagar un quarto della di lui Area (*c*),

2. Poſcia al numero 55 diceſi, che per aver un ottavo del detto Cerchio conviene partir la di lui Area (*c*) per 8.

3. Ciò dee intenderſi nelle diviſioni di qualunque altra Area (*c*), che conſiſtono in Rotti (*i*),

4. Perocchè divideraſſi ſempre la detta Area (*c*) per il Denominatore (*k*) d'un Rotto (*i*),

5. V. g. Ne' Rotti (*i*) $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ ec. il 2, il 3, il 5, ſerviranno per Partitori (*l*) d' un' Area [*c*] propoſta.

Diciamo per

*

Avvertimento II.

1. Ch' avendo nel detto Punto III. della mentovata Pra-

(a) *Diametro è una Linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(b) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella qui ſoggiunta figura la a b c d dicaſi Periferia.*

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

(d) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(e) *Iſoſcele Triangolo è una figura di tre lati, de' quali due ſono uguali, come* △.

(f) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nomina-*

Pratica inſinuato al numero 22, 30, e 31, come anche ai numeri 45, 46, 47, e 48, che *ſ' Arco DE della Figura CLXXVII.*

2. *Unito alla Perpendicolare* (*m*) *u t debba preciſamente contenere il Quoziente* (*n*),
3. Si è a bella poſta detto, che l'Arco *D E* debba eſſere *la metà del Quoziente* (*n*) *incirca*,
4. Perocchè non ſi può dare la preciſa Regola della metà accagione, che non ſi può al principio ſapere la grandezza della Perpendicolare (*m*) *u t*,
5. Sino che non viene miſurata;
6. E però oſſerviſi ch' il detto Arco unito alla mentovata Perpendicolare (*m*) contenga il preciſo Quoziente (*n*), ch' eſattamente ſi farà fatta una propoſta diviſione per mezzo di linee Perpendicolari (*m*) come ai nominati numeri 45, 46, 47, e 48, dicemmo,

Ulteriormente diciamo per

*

Avvertimento III.

1. Da ciò che nel precedente Problema ſi è ragionato riluce, come ſi poſſa per mezzo di linee Paralelle (*b*) divider un mezzo Cerchio in qualunque parti uguali, o diſuguali,
2. Imperciocchè oſſervaſi anche per il mezzo Cerchio la Regola del precedente Problema,

E e e 3. Ca-

ſi due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe; benchè non ſia lato inferiore.

(g) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva, come la a b quì appoſta chiamaſi Corda.*

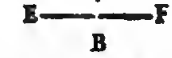
(h) *Linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall'altra, in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prelungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(i) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro, ec.*

(k) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il numero di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviſo in ſette parti.*

(l) *Partitore, o ſia diviſore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi; come ſe ſi divideſſe il numero 12 per tre, queſto tre ne ſarà il Partitore.*

(m) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta, non inclina più dall' una, che dall'altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



(n) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

*

3. Caſo poi che ſi voleſſe dividere qualunque Segmento (*a*) d' un Cerchio per mezzo di linee Paralelle (*b*) alla Corda (*c*) oſſervaſi pure in ſoſtanza la predetta Regola con far [come ſi diſſe] *due Settori* (*d*) *uguali, ed un Triangolo Iſoſcele* (*e*) *entro la Figura ec.*

4. Ma avendo l' operazione qualche circoſtanza differente, è d'uopo vedere la cosa in eſempio:

5. Sia dunque nella *Figura CLXXX. fol.* 18. il Segmento (*a*) *A x S B T b C*,

6. Il quale debbaſi dividere in tre parti uguali per mezzo di linee Paralelle (*b*) alla Corda (*c*) *A C*,

7. Compiuto prima tutt' il mezzo Cerchio *F A x S B T b C G*, *giuſta il Probl. IV. pag.* 218.

8. Miſurata poi tanto l'Area (*f*) del Segmento (*a*) *A x S B T b C*

9. Quanto l'Area (*f*) *F A C G*, *giuſta il Problema VIII. pag.* 237.

10. Quella di Pertiche 30, queſta di Pertiche 47,

11. E per conſeguenza tutt' il mezzo Cerchio di Pertiche 77.

12. Volendo divider [come dicemmo] il Segmento (*a*) *A x S B T b C* di Pertiche 30 in tre parti uguali, Pertiche 10 ſarà una delle parti,

13. Onde ſottratte 10 Pertiche da tutte le Pertiche 77 del mezzo Cerchio, rimangono Pertiche 67.

14. Sicchè deeſi nel detto mezzo Cerchio tirar una linea Paralella (*b*) alla Corda (*c*) *A C*,

15. La quale faccia la diviſione di Pertiche 67 per una parte,

16. Che per conſeguenza avrà fatta anche la diviſione di Pertiche 10 per l'altra,

17. La quale ſarà una delle propoſte tre parti del Segmento [*a*].

*

18. Laonde dovraſſi per tal effetto divider Pertiche 67 per il mezzo Diametro (*g*) del detto mezzo Cerchio *F A x S B T b C*.
Giuſta i numeri 13. *e* 59. *della precedente Pratica*.

19. Che s'avrà per Quoziente (*b*) 9 Pertice, e $\frac{4}{7}$

20. Que-

(*a*) *Segmento, o ſia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(*b*) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(*c*) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva, come la a b qui appoſta chiamaſi Corda.*

(*d*) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(*e*) *Iſoſcele Triangolo è una figura di tre lati, de' quali 2 ſono uguali, come* △

(*f*) *Area ſ preſſo ſ Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ □ *ec.*

20. Questo Quoziente (*b*) ritrovasi coll' applicazion delle Paralelle (*b*) *F G*, *S T*,
21. Per mezzo dell'arco *F S* di Pertiche 6,
22. E della Perpendicolare (*i*) *m n* alzata sul tirato mezzo Diametro [*g*] *S O*, di Pertiche $3\ \frac{4}{7}$
23. Come si è fatto al numero 18.
24. Contenendo il detto Arco *F S*,
25. E la Perpendicolare (*i*) *m n* uniti insieme il preciso Quoziente [*b*] di Pertiche $9\ \frac{4}{7}$

Come avvertimmo al numero 6. dell' Avvertimento II.

26. Sicchè tirata la *S T* Paralella (*b*) alla *F G*, o *A C*. *Giusta la pag.* 172. *num.* 1.
27. Questa avrà diviso tutt' il mezzo Cerchio nella parte *F A x S T b C G* di Pertiche 67.
28. E nel Segmento (*a*) *S B T* di Pertiche 10,
29. Il quale sarà una proposta terza parte di tutt' il Segmento [*a*] *A x S B T b C* di Pertiche 30.

*

30. Per un' altra terza parte s'uniscono due delle proposte parti insieme, che sono 20 Pertiche,
31. Queste si sottraggono da tutt' il mezzo Cerchio di Pertiche 77,
32. E rimarranno Pertiche 57,
33. Le quali partite per il mezzo Diametro [*g*] di Pertiche 7, *giusta la pag.* 394. *n.* 13.
34. S'avrà il Quoziente (*b*) di Pertiche $8\ \frac{1}{7}$
35. Il qual Quoziente [*b*] deesi ritrovare (come mostrammo al num. 15. pag. 394.) sull' Arco *F X* per una parte,
36. E sulla Perpendicolare [*i*] *z u* per l'altra, *giusta la pag.* 394. *num.* 26. *ec.*
37. E tirata la *x b* Paralella [*b*] alla *F G ec. Giusta la pag.* 172. *num.* 1.
38. Si sarà fatta l' altra parte terza *A x b C* di altre Pertiche 10.
39. E per conseguenza si sarà fatta nell'Area [*f*] *x S T b* anche l'ultima terza parte.
40. Se ne veda la Ragione Dimostrativa nell' antecedente §. 85.

(g) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin'al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(h) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

(i) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l'E, che verso l'F.*

*

41. Toccante il Rotto (*a*) di $\frac{4}{7}$ nella prima delle tre parti,

42. Ed il Rotto [*a*] d' $\frac{1}{7}$ dell' ultima parte ci rimettiamo a ciò che dicemmo al *numero* 63. *della pag.* 397. circa la riduzione, che di quello ſi può fare in minori termini.

Paſſiamo al

CAPO II.

Delle diviſioni delle Eliſſi (*b*).

1. Egli è bensì vero, ch' in pratica poche Superficie piane (*c*) occorrano, le quali rappreſentino perfette Eliſſi (*b*),
2. Ciò non oſtante potendo peravventura ciò avvenire, diremo qualche coſa circa il

*

Fondamento delle Regole di queſto Capo.

1. Il quale conſiſte nella proporzione ch' ha un Eliſſe [*b*] con un Cerchio il quale abbia lo ſteſſo Diametro (*d*) che quella ha per il ſuo maggiore,
2. In eſempio ſia il Cerchio *A B C D* della *Fig. CLXXXI. fol.* 19.
3. Di cui il Diametro (*d*) *A C* ſia il maggior Diametro [*d*] dell' Eliſſe (*b*) *A F C G*,
4. In queſta Figura ſiccome il detto Cerchio viene diviſo in 4 parti uguali per mezzo delle Paralelle [*e*] *m p*, *B D*, *g f*, *giuſta il precedente Probl.*
5. Le quali ſono Perpendicolari [*f*] al Diametro (*d*) *A C*,
6. Così le ſteſſe linee, cioè *r s*, *F G*, *t u*,
7. Dividono la detta Eliſſe [*b*] in 4 parti altresì uguali a proporzione.

8. Di-

(a) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(b) *Eliſſe è una figura chiamata volgarmente Ovale, come* ⬭

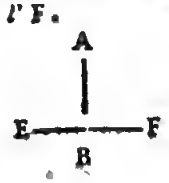
(c) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura.*

(d) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(e) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

8. Dicendo in oltre che qualunque figura o ripartizione fatta in un Cerchio ha proporzione con una simile Figura fatta nell' Eliſſe [*b*],
9. *La Ragione Dimoſtrativa* di queſto fondamento è alquanto proliſſa, e però potrà il leggitore vederla a bell' aggio nell' *Euclide accreſciuto del Guarino nel Trattato XXX. alla propoſizione* 28, *come anche nella ſuſſeguente propoſ.* 29. *e Corollar.* In ordine a queſto fondamento vediamo nel

(*f*) *Perpendicolare linea ad una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.



PROBLEMA I.

Come ſi divida un' Eliſſe (*b*) *in cinque parti diſuguali per mezzo di linee Paralelle* (*e*).

Sia in

(g) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

I. Ipoteſi (*g*).

1. L'Eliſſe [*b*] *FSEODMQPRX*, prativa, o campeſtre,
2. Rappreſentataci dalla *Fig. CLXXXII. fol.* 19.
3. La quale debbaſi dividere in 5 parti diſuguali, cioè in $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{8}$, ed il reſto,
4. Per mezzo di linee Paralelle [*e*], o Perpendicolari [*f*] al Diametro [*d*],

Dico per

II. Regola.

I. Tirato nell' Eliſſe (*b*) il Diametro (*d*) maggiore,
II. Deſcritto intorno allo ſteſſo un Cerchio,
III. Queſto diviſo nelle propoſte parti colle linee Paralelle (*e*), *giuſta il Probl. precedente*,
IV. Divideſi per mezzo delle medeſime linee anche l' Eliſſe (*b*) a proporzione,

Ecco-

Eccone la

III. Pratica.

1. Sia l'Eliſſe (*a*) Prativa, o Campeſtre, deeſi l'operazione fare colla Tavoletta, e fatta la diviſione traſportarla ſul terreno.
Giuſta il Problema VI. Cap. I. Lib. I. di queſta Parte.
2. Sicchè portata la propoſta Eliſſe (*a*) ſulla Tavoletta,
Giuſta la Pratica della pag. 250.

I. 3. *E tirato in quella il Diametro* [*b*] *maggiore F M,*
Giuſta la detta Pratica.

II. 4. *Deſcriveſi intorno al detto Diametro* [*b*] *il Cerchio F W K.*

III. 5. La cui Area (*c*) divideſi nelle cinque parti diſuguali per mezzo delle Paralelle (*d*) *n q, W k, y z, d r.*
Giuſta il Probl. 2. *Cap.* 1. *di queſto Libro.*

6. Cioè in $\frac{1}{5}$ *F n q,*

7. In $\frac{1}{6}$ *n W q k,*

8. In $\frac{2}{7}$ *W k y z*

9. In $\frac{1}{8}$ *y d z r,*

10. E nel reſto *d M r.*

IV. 11. *Perocchè per mezzo delle medeſime Paralelle* (*d*) *ſarà parimente diviſa la propoſta Eliſſe* (*a*) *iſcritta nel medeſimo Cerchio in* $\frac{1}{5}$ *nello ſpazio F s x*

12. *In* $\frac{1}{6}$ *nello ſpazio S E X R,*

13. *In* $\frac{2}{7}$ *nello ſpazio E O R P,*

14. *In* $\frac{1}{8}$ *nello ſpazio O P D Q,*

15. *E nel reſto nello ſpazio D M Q.*

Circa

(a) *Eliſſe è una Figura chiamata volgarmente Ovale, come* ○

(b) *Diametro è una Linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta* a b *chiamaſi Diametro.*

(c) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ □ *ec.*

Circa

§. LXXXVI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

Ci rapportiamo al Fondamento del preſente Capo, ed all' *Euclide accreſciuto* del *Guarini* al luogo ivi citato.

Sappiaſi per

*

Avvertimento.

Che nulla qui ſi favella circa la diviſione d' un' Eliſſe [*a*] da farſi in parti uguali per mezzo delle Paralelle [*d*), poichè già ſe n' è moſtrato il modo nel nominato fondamento.

Segue nel

PROBLEMA II.

Come ſi poſſa divider un' Eliſſe (a) nelle parti uguali, per mezzo di linee non Paralelle (d).

Sia in

I. Ipoteſi. (e)

1. L' Eliſſe [*a*] *ABCDEF*, prativa, o campeſtre,
2. Rappreſentataci dalla *Fig. CLXXXIII. fol.* 19.
3. La quale debbaſi dividere in 6 parti uguali, per mezzo di linee non Paralelle [*d*],

Dico per

II. Regola.

I. Che tirato nell' Eliſſe (*a*) il Diametro (*b*) maggiore,

II. De-

(d) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(e) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

II. Descritto intorno allo stesso un Cerchio.

III. Divisa di questo la mezza Periferia (*a*) in 3 parti uguali,

IV. Tirate dai punti delle divisioni le Perpendicolari (*b*) al Diametro (*c*) che seghino nelle parti opposte l' Ellisse (*d*),

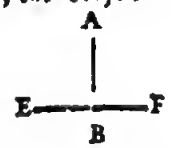
V. E tirate pure dai segamenti al Centro (*e*) le Rette (*f*), s' avrà l' intento.

(a) *Periferia è quella linea curva, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*

Questa lunga Regola si chiarisce colla

III. Pratica.

(b) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F.*



1. Sia l' Ellisse [*d*], prativa, o campestre si ricorre all' uso della Tavoletta, e fatta su quella la proposta divisione, questa trasportasi al solito, dalla Tavoletta sul terreno, *giusta il Probl. VI. Cap. I. Lib. I. Parte I.*

2. Delineata dunque che sia sulla mentovata Tavoletta l' Ellisse (*d*), *giusta la Pratica della pag.* 250.

I. 3. *Tirasi in questa il Diametro* [*c*] *maggiore A D, giusta la detta Pratica,*

II. 4. *Descrivesi intorno al detto Diametro* [*c*] *il Cerchio A m n D o p,*

III. 5. *Di cui dividesi la mezza Periferia* [*a*] *A m n D, nelle tre parti uguali A m, m n, n D, giusta il Probl. VI. pag.* 226.

IV. 6. *Tiransi poi dai punti delle divisioni m, n, Le m p, n o,*
Perpendicolari [*b*] *al Diametro* [*c*] *A D,*

7. *Le quali segano l' Ellisse* [*d*] *nelle parti opposte B F, C E,*

V. 8. E finalmente *tirate le Rette* (*f*) *B X, C X, E X, F X,*
Dai segamenti B, C, E, F,
Al Centro X,

9. Dividesi l' Ellisse (*d*) in 6 parti uguali, che sono le *A x B, B x C, C x D, D x E, E x F, F x A.*

(c) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(d) *Ellisse è una Figura chiamata volgarmente Ovale, come* O

Circa

Circa

§. LXXXVII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Queſta pure conſiſte nella proporzione ch' ha un Cerchio, non un' Eliſſe [*d*] iſcritta ſullo ſteſſo Diametro [*c*], ch' è il maggiore della detta Eliſſe (*d*), e nella proporzione ch' ha qualunque Figura iſcritta nel Cerchio a qualunque altra ſimile iſcritta in un' Eliſſe [*d*],
2. Come diffuſamente lo dimoſtra il *Guarini* nel precedente fondamento, citato, nel ſuo *Euclide accreſciuto nel Trattato XXX. alla propoſizione* 29. ec., a cui per iſchivare la proliſſità ci rapportiamo: E frattanto paſſiamo al

(e) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(f) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(g) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

PROBLEMA III.

Come ſi divida un' Eliſſe (d) nelle parti diſuguali per mezzo di linee non Paralelle (g).

Sia in

(h) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

I. Ipoteſi. [*h*]

1. L' Eliſſe [*d*] *A g b i D n m*, Prativa, o Campeſtre,
2. Rappreſentataci dalla *Fig. CLXXXIV. fol.* 19.
3. La quale debbaſi dividere in 6 parti diſuguali per mezzo di linee non Paralelle [*g*].
4. Cioè $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{4}$ ed il reſto.

Dico per

II. Regola.

I. Che tirato nell' Eliſſe (*d*) il Diametro (*c*) maggiore,

II. Descritto intorno allo stesso un Cerchio,

III. Divisa di questo la Periferia (*a*) in 6 delle parti proposte,

IV. Tirate dai punti delle divisioni le Perpendicolari (*b*) al Diametro (*c*), che seghino l' Ellisse (*d*),

V. E tirate pure dai segamenti al Centro (*e*) le Rette (*f*) s' avrà l' intento.

Ne segue la dichiarazione nella

III. Pratica.

1. Qui replicasi ciò che più volte si è detto, cioè che nelle Pratiche di simili Problemi si debba ricorrer all' uso della Tavoletta,
2. Sulla quale fatta che sia la divisione, se la trasporta dalla Tavoletta sul terreno, *giusta il Probl. VI. Cap. I. Lib. I. Parte I.*
3. Delineata dunque che sia sulla Tavoletta l' Ellisse (*d*), *giusta la Pratica della pag.* 250.

I. 4. *Tirasi in questa* il Diametro [*c*] *maggiore AD, giusta la detta Pratica della pag.* 250.

II. 5. *Descrivesi intorno al detto Diametro* [*c*] *il Cerchio ABCGDEF,*

III. 6. Divideſi tutta la Periferia (*a*) *ABCGDEFA* nelle 6 parti proposte, *giusta il Probl. della pag* 226.

7. Cioè dall' *A* sin' alla *B* un sesto,
Dalla *B* sin' alla *C* un settimo,
8. Dalla *C* sin' alla *G* un ottavo,
9. Dalla *G* sin' all' *E* un quinto,
10. Dall' *E* sin' all' *F* un quarto,
11. E dall' *F* sin' all' *A* il resto.

IV. 12. *Tiransi poi dai punti delle divisioni B, C, G, E, F,*
Le *BQ*, *CS*, *GP*, *ER*, *FO*,
13. *Perpendicolari* [*b*] *al Diametro* [*c*] *AD,*
14. *Le quali segano l' Ellisse* [*d*] in *g*, in *b*, in *i*, in *n*, in *m*,

V. 15. *E finalmente tirate le Rette* (*f*), *gT*, *bT*, *iT*, *nT*, *mT*,

16. *Dai*

(a) *Periferia è quella linea curva, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d' un Cerchio, come nella qui soggiunta figura a b c d e f dicesi Periferia.*

(b) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F.*

(c) *Diametro è una linea, la quale intendesi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto opposto, come la qui soggiunta a b chiamasi Diametro.*

(d) *Ellisse è una Figura chiamata volgarmente Ovale, come* O

16. *Dai ſegamenti g, b, i, n, m,*
Al Centro (e) *F,*
17. Divideſi l' Eliſſe (*d*) nelle propoſte 6 parti diſuguali d' $\frac{1}{6}$, d' $\frac{1}{7}$, d' $\frac{1}{8}$, d' $\frac{1}{5}$ d' $\frac{1}{4}$ e del reſto,
18. Che ſono le *A T g, g T b, b T i, i T n, n T m, m T A.*

(e) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

Toccante

§. LXXXVIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Queſta conſiſte, come già dicemmo, nella proporzione ch' ha qualunque Figura iſcritta nel Cerchio a qualunque altra ſimile iſcritta in un Eliſſe (*d*), di cui vedaſi il *Guarini* nel §. 81. citato.
2. Perocchè il detto moſtra ſin ſoſtanza che tutta la Figura *A B T* del Cerchio *A B C G D E F*,
3. Sia proporzionale a tutta la Figura *A g T*, dell' Eliſſe (*d*),
4. Ma la detta Figura *A B T* del Cerchio,
   E' $\frac{1}{6}$ di tutto il Cerchio,
   Giuſta la ſtruttura della Figura,
5. Dunque anche la detta Figura *A g T*, dell' Eliſſe (*d*),
   E' $\frac{1}{6}$ di tutta l' Eliſſe.
6. Lo ſteſſo ragionamento corre circa le altre 5 vicendevoli parti del Cerchio e dell' Eliſſe (*d*).

(f) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

Serva per

*

Avvertimento.

Che molti altri ſarebbero i Problemi, i quali circa le diviſioni dell' Eliſſi (*d*) proporre ſi potrebbero, ma riflettendo, come altrove detto abbiamo, che nell' umana ſocietà di rado occorrono Eliſſi (*d*) perfette da dividerſi, non giudichiamo neceſſario il diffonderſi ulteriormente in queſto Capitolo, paſſiamo dunque al Capo Terzo.

(a) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo ai Geometri pratici una pianura.*

(b) *Linea Miſta è quella, che è compoſta da una linea Retta, e da una Curva, come*

(c) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come*

(d) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(e) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza faño un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(f) *Segmento, o ſia porzione d' un Cerchio è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

CAPO III.

In cui trattaſi delle diviſioni delle Superficie piane (a), terminate da linee Miſte (b), cioè da Curve (c), e Rette (d),

1. Ciò che non ſi è toccato nel *Capo I. del preſente Libro* (in cui trattato abbiamo con brevità delle diviſioni d' un Cerchio) intorno ai partimenti d' un Settore (*e*), d'un Segmento (*f*), e d'altre porzioni d' un Cerchio terminate da linee Curve (*c*), e Rette (*d*),
2. Si riferirà colla detta brevità in queſto luogo.
3. E dovendoſi in oltre favellare della diviſione d' altre Superficie piane (*a*) terminate pure da linee Miſte (*b*), e compoſte da parti di Periferie (*g*) de' Cerchj diverſi, e da Rette (*d*) diſuguali,
4. Si premetterà al ſolito il

*

Fondamento di tutte le ſeguenti Regole del preſente Capo.

Il quale conſiſte nel computar l' Area (*b*) di qualunque Figura di linee Miſte (*b*), prendendo partitamente in una propoſta Superficie le porzioni Rettilinee (*i*), e le porzioni Curvilinee (*k*), e poi anche nel partire le dette Aree (*b*) giuſta i Problemi precedenti di queſta Parte ſeconda.

Vediamo dunque nel

PRO-

PROBLEMA I.

Come ſi divida un Segmento (f) d' un Cerchio in parti 4 uguali per mezzo di linee che non ſieno Paralelle [l] alla Corda [m].

Sia in

I. Ipoteſi. (n)

1. Il Segmento (*f*) di Cerchio *ABC*,
2. Rappreſentatoci dalla *Fig. CLXXXV. fol.* 19.
3. Il quale debbaſi dividere in 4 parti uguali,
4. Per mezzo di linee non Paralelle (*l*) alla Corda (*m*) *AFC*,

Dico per

II. Regola,

I. Ch' alzata una Perpendicolare (*o*) dall' Arco ſulla mezza Corda (*m*),

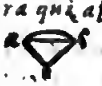
II. Iſcritti nel Segmento (*f*) due Triangoli (*p*) uguali, ciaſcuno d' $\frac{1}{4}$ d'Area (*h*),

III. Le

(g) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d' un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*

(h) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ◇ *ec.*

(i) *Porzione Reſtilinea è una parte d'una figura deſcritta da linee reſte, cioè da quelle, che volgarmente immaginanſi tirate come un filo teſo, come la Porzione a b c della Figura quì appoſta.*



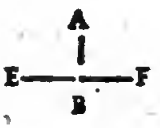
(k) *Porzione da noi chiamata Curvilinea è una parte d' una figura deſcritta da una linea torta, e una retta, come la Porzione a b c della Figura quì appoſta.*

(l) *Linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(m) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva, come la a b qui appoſta chiamaſi Corda.*

(n) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(o) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella quì ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



(p) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

III. Le cui Baſi (*a*) uguali comincino dal punto della detta mezza Corda (*b*) s' effettua l' intento.

Eccone la

III. Pratica.

1. Se la Figura è Prativa potraſſi nel Campo far l' operazione,
2. Ma ſe è Campeſtre ſi porterà quella ſulla Tavoletta,
3. E diviſala ſi traſporterà ſul terreno, *giuſta il Probl. 6. Cap. 1. Lib. 1. di queſta parte*,

I. 4. *Alzaſi dunque nel propoſto Segmento* (*c*) *la Perpendicolare* (*d*) *B F*,

5. *Dall' Arco B ſulla mezza Corda* (*b*) *A F, giuſta la pag. 167. n. 7.*

II. 6. E miſurata l' Area (*e*) di tutt' il Segmento (*c*) *A B C, giuſta il Probl. 8. della pag. 237.*

7. Sia di Pertiche 80, la cui quarta parte ſi è di Pertiche 20.
8. Onde *per iſcriver nel propoſto Segmento* (*c*) *due Triangoli* (*f*) *uguali, de' quali ciaſcuno ſia un quarto d' Area* (*e*) *del nominato Segmento* (*c*),
9. Miſurata la Perpendicolare (*d*) *B F*, di Pertiche 5, ſi partiſce (*g*) tutta la detta quarta parte cioè Pertiche 20 per la nominata Perpendicolare [*d*] di Pertiche 5,
10. Ch' il Quoziente (*b*) ſarà 4.
11. Queſto Quoziente [*b*] ſi raddoppia facendo 8,
12. E portaſi dal punto *F* della mezza Corda [*b*] verſo l' Arco *C*,
13. Dal *F* in *g*,
14. E verſo l' Arco *A*,
15. Dal *F* in *f*,

III. 16. Che così *ſi ſaranno fatte le Baſi* (*a*) *uguali dei due Triangoli* (*f*),

17. *Le quali incominciano dal detto punto F della mezza Corda* (*b*).
18. E tirate le Rette [*i*] *B f*, *B g*,
19. *Si ſaranno iſcritti nel Segmento* (*c*) *A B C, due Triangoli* (*f*) *uguali, ciaſcuno d' un quarto d' Area* (*e*), *le cui Baſi* (*a*) *uguali F f*, *F g*, co-

min-

(a) *Baſe è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(b) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva, come la a b quì appoſta chiamaſi Corda.*

(c) *Segmento, o ſia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(d) *Perpendicolare linea d' una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*

(e) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

minciamo (come ſi è detto) *dal punto F della mezza Corda* (*b*),

20. Ed in tal modo ſarà diviſo il Segmento (*c*) nelle propoſte 4 parti uguali,
21. Che ſono le *B E g*, *g B F*, *F B f*, *f B A*.
Per mezzo di linee, che non ſono Paralelle [*k*] alla Corda (*b*).
Eccone

§. LXXXIX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Eſſendo lo ſpazio *F B C* la metà di tutt'il Segmento (*s*) *A B C*, per eſſerſi la Perpendicolare [*d*] *B F* alzata ſulla metà della *A C*,
2. Sarà per conſeguenza di Pertiche 40,
3. Giacchè ſupponiamo tutt'il Segmento [*c*] di Pertiche 80;
4. Ed eſſendo la Perpendicolare [*d*] *B F* di Pertiche cinque,
5. E la Baſe [*a*] *F g* di Pertiche otto,
6. Il Triangolo [*f*] *F B G*
Sarà di Pertiche 20, cioè d'un quarto d' Area [*e*],
Giuſta la Regola della pag. 64.
7. Sicchè anche lo ſpazio *B C G*
Sarà di Pertiche 20, ch'è un altro quarto d' Area (*e*)
8. Sul rifleſſo [come già dicemmo] che tutto lo ſpazio *F B C*
Sia di Pertiche 40.

*

9. La ſteſſa ragione corre anche circa l'altra metà del Segmento [*s*], cioè circa l'*A B F*,
10. Eſſendo il Triangolo [*f*] *f B F*
Uguale al Triangolo [*f*] *F B g*,
Giuſta la 4. *del Primo d' Euclide.*
11. Accagione che la Baſe [*a*] *f F*
E' uguale alla Baſe [*a*] *F g*,
12. E la Perpendicolare [*d*] *B F*
E' comune ad amendue i Triangoli [*f*]
13. Per conſeguenza anche lo ſpazio *A f B*
Sarà uguale allo ſpazio *g B C*,
Ciaſcuno d'un quarto d'Area [*e*];

14. Sic-

(f) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(g) *Partire, o ſia Dividere nell' Aritmetica diceſi a quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come 2 nel 6 ſi contiene 3 volte.*

(h) *Quozzente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quozzente.*

(i) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(k) *Linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall'altra, in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ——
——

14. Sicchè essendo tanto ogn' uno dei due Triangoli (*a*) FBg, fBF, quanto ogn'uno dei due spazj AfB, gBC, d' un quarto d' Area (*b*),

15. Il Segmento (*c*) tutto sarà diviso in 4 parti uguali per mezzo di linee non Paralelle (*d*) alla Corda (*e*) AC,

Dunque

I. Alzata una Perpendicolare (*f*) dall' Arco sulla mezza Corda (*e*),

II. Iscritti nel Segmento (*c*) due Triangoli (*a*) uguali, ciascuno d' $\frac{1}{4}$ d' Area (*b*),

III. Le cui Basi (*g*) uguali comincino dal punto della detta mezza Corda (*e*), divideſi quello in 4 parti uguali ec.

Il che era ec.

Diciamo per

*

Avvertimento.

1. Che facilmente colla precedente Regola potrassi dividere qualunque altro Segmento (*c*) in tre, o più parti uguali per mezzo di linee non Paralelle (*d*) alla Corda (*e*),
2. Poichè, supponiamo che l' Area (*b*) del proposto Segmento (*c*) sia di Pertiche 60.
3. Se si faranno i due Triangoli (*a*) in quello iscritti, ciascuno di Pertiche 10.
4. Saranno necessariamente gli altri due spazj del detto Segmento [*c*], ciascuno di Pertiche 20, che val a dire ciascuno d' un terzo. Con che si sarebbe quello diviso in 3 parti uguali,
5. Da ciò potrassi pure comprendere, come il nominato Segmento [*c*] in più parti anche disuguali, per mezzo di linee non Paralelle (*d*) alla Corda (*e*) divider si possa, senza che sopra di ciò ci diffondiamo ulteriormente.

6. Le

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

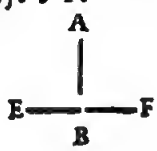
(b) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ ⬡ *ec.*

(c) *Segmento, o sia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(d) *Paralelle Linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giamai insieme, come* ═══

(e) *Corda è una linea retta tirata dall' uno all' altro punto d' una linea curva come la a b qui apposta chiamasi corda.*

(f) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*



6. Le divisioni poi tanto dei Settori [*b*] quanto degli altri spazj d' un Cerchio rappresentatici dalle *Figure CLXXXVI.*, e *CLXXXVII. foglio* 19. hanno pure luogo nel presente Capo, per esser composti da linee Miste [*i*].
7. E le loro divisioni facilmente si faranno, qualor si osservi ciò che abbiamo premesso nel Fondamento del presente Capo.
8. Sicchè volendo divider il detto Settore [*b*] *A B C D* della *Figura CLXXXVI.* in cinque parti uguali, o disuguali in modo, che le linee divisorie non concorrano con confusione nel punto, o centro.
9. Cercasi in ordine al detto Fondamento prima la *Porzione Rettilinea* (*k*) del Triangolo (*a*) *A D C*,
10. Poi la *Porzione Curvilinea* [*l*] del Segmento [*c*] *A B C*,
11. E sia quella di Pertiche 350,
12. E questa di Pertiche 150,
13. Cioè tutta l'Area (*b*) del Settore [*b*] di Pert. 500.
14. Ora supposto, che debbasi dividere in cinque parti uguali,
Cento Pertiche sarà una di quelle,
15. Cominciando dunque nel detto Triangolo (*a*) *A D C* la divisione,
Giusta il Problema II. della pag. 271.
16. Faremo in quello 4 altri Triangoli [*a*], 3 de' quali, cioè il *D b g*, *g b f*, *f g C* sono di cento Pertiche ciascuno,
17. Ed il quarto *f C A* è di Pertiche 50,
18. Sicchè ciascuno dei primi tre Triangoli (*a*) è una delle proposte cinque parti uguali,
19. Ed il nominato *f C A* una mezza delle mentovate cinque parti,
20. E perciò dovrassi il Segmento [*c*] *A B C*,
Il quale [come dicemmo] è di Pertiche 150, divider in una parte e mezza per compiere il numero delle proposte cinque parti uguali.
21. Il che effettueràssi tirando la *s u*
Paralella (*d*) alla Corda (*e*) *A C*,
Che divida il detto Segmento (*c*) in due parti *S B u*, *A S u C*. *Giusta la pag.* 402. *num.* 5.
22. Quella di Pertiche 50, questa di 100, amendue una e mezza delle proposte cinque parti uguali,

(g) *Base è communemente il lato inferiore di qualunque Triangolo* (*cioè d' una figura di tre lati*) *ovvero nominati due lati, il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(h) *Settore è una Figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo di un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(i) *Linea Mista è quella, che è composta da una linea Retta, e da una Curva, come*

(k) *Porzione Rettilinea è una parte d'una figura descritta da linee rette, cioè da quelle, che volgarmente immaginansi tirato come un filo teso, come la Porzione a b c della Figura quì apposta.*

(l) *Porzione da noi chiamata Curvilinea è una parte d' una figura descritta da una linea torta, e una retta, come la Porzione a b c della Figura quì apposta.*

23. Ch' in tal modo tutt' il Settore [*a*] ſarà partita nelle mentovate 5 parti.

*

24. Con pari modo ſarà anche diviſa la porzione del Cerchio *A B G C D F*,
Rappreſentataci dalla *Fig. CLXXXVII. fol.* 19.
25. Poichè giuſta il premeſſo Fondamento di queſto Capo,
26. Miſurato il Rettilineo (*b*) *A B C D*,
27. Come anche i due Segmenti (*c*) *D F A*, *B G C*, *giuſta queſto Avvertimento*.
28. Si cercano le propoſte parti tanto in quello, quanto in queſti, come ſi è fatto nel precedente Settore (*a*) ec.

*

29. Noi meditavamo di moſtrar qui la diviſione anche delle Superficie piane (*d*) *Paraboliche* (*e*), ed *Iperboliche* (*f*) eſſendo il preſente Capo il proprio ſuo luogo,
30. Ma conſiderando che potremmo forſe apportar alcuna tedioſa difficoltà ai Principianti, riſerbiamo tal fatica a luogo e tempo più opportuno, e frattanto chiudiamo queſto Capo col

PROBLEMA II.

Come ſi divida una Superficie piana [*d*] *compoſta da diverſe Rette* (*g*), *e diverſe Curve* (*h*).

Sia in

I. Ipoteſi. (*i*)

1. La Superficie piana (*d*) *A m B s C w D E G F*,
2. Rappreſentataci dalla *Fig. CLXXXVIII. fol.* 20.
3. La quale ſia terminata parte con linee Rette (*g*), e parte con linee Curve (*h*),
4. E debbaſi dividere in ſei parti uguali, o diſuguali.

Dico

(a) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(b) *Rettilineo ciò ch' è fatto con linee rette, cioè da quelle, che immaginanſi volgarmente tirate come un filo teſo, come*

(c) *Segmento, o ſia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(d) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura.*

(e) *Parabolica Figura intendeſi la qui ſoggiunta f s o, quando un Cono d c b immaginaſi ſegato dal Piano f s o, la cui linea di mezzo n s è ugualmente diſtante dal lato b c del detto Cono, come*

Dico per

II. Regola.

I. Che tagliato fuori il Rettilineo (*b*) contenuto nella propoſta Superficie (*k*), e miſuratolo,

II. Miſurate pure le porzioni di linee miſte (*l*) o ſieno Segmenti (*c*) di Cerchj.

III. E tirate le linee, *giuſta il Probl. IV. del Cap. VII. Lib. I. di queſta Parte* divideſi la detta Superficie (*k*) nelle parti propoſte,

Ne ſegue la

III. Pratica.

1. Che la Superficie (*k*) propoſta ſia Prativa, o Campeſtre, converrà dilinearla, e dividerla ſulla Tavoletta, e poſcia portarne le diviſioni ſul terreno, *giuſta il Probl. 6. Cap. 1. Lib. 1. di queſta Parte*,
2. Delineata dunque che ſia la detta Superficie (*k*) ſulla Tavoletta,

I. 3. *Tagliaſi fuori da quella il Rettilineo* (*b*) per mezzo delle Rette (*g*) *AB, BC, CD, DE, EG, GF*,

4. *E miſuratolo*,
Giuſta il Probl. 2. *della pag.* 384.
5. Sia di Pertiche 500.

II. 6. *Miſurate pure le porzioni delle linee Miſte* (*l*), *o ſieno Segmenti* (*c*), *di Cerchj*,
7. Cioè le *A m B, B s C, C w D*,
Giuſta il Probl. VIII. pag. 237.
8. Sia la *A m B* di Pertiche 30.
9. La *B s C* di Pertiche 50.
10. E la *C w D* di Pertiche 20.
11. Sicchè tutta la Superficie (*k*) di Pertiche 600.
12. Ed una delle ſei parti uguali ſarà di Pertiche 100.

(f) *Iperbolica figura intendeſi la qui ſoggiunta f a e, quando un Cono d c b immaginaſi ſegato dal Piano f a e, la cui linea di mezzo x a concorre colla b c lato del Cono d c b prolungato in z; come:*

(g) *Retta Linea è quella che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(h) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

(i) *Ipotſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(k) *Superficie è una eſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(l) *Linea Miſta è quella, ch' è compoſta da una linea Retta, e da una Curva, come*

*

13. Ora cominciando la divisione dal Segmento (*a*) *A m B* di Pertiche 30.
Richiedonsi presso a queste ancora Pertiche 70 per compiere una delle proposte sei parti,
14. Sicchè partite le dette Pertiche 70 per la Perpendicolare [*b*] *B q*,
Alzata sul lato *A F*,
15. La quale misurata è di Pertiche 10,
16. Avremo il Quoziente [*c*] di Pertiche 7 da prendersi colla solita Riga,
17. Raddoppiate sul detto lato *A F*, *giusta la pag.* 348. *n.* 29. ec.
18. Sicchè contate Pertiche 14 dall' *A* in *z*,
19. E tirata la *B z*,
20. Avremo nello spazio *A m B z q* una delle proposte sei parti,

*

21. Proseguendo poi la divisione del Segmento [*a*] *B s C* di Pertiche 50,
Si richiedono ancora presso le dette altre Pertiche 50 per compire un' altra sesta parte,
22. Sicchè alzata la Perpendicolare (*b*), *C O* di Pertiche 10 sul lato *B z*,
23. (Il quale prolungasi in *O* accagione che la detta Perpendicolare (*b*) cade fuori della Figura, *giusta la pag.* 374. *n* 36. *ec.*)
24. E partite Pertiche 50 per Pertiche 10, avremo il Quoziente (*c*) di Pertiche 5,
25. Le quali raddoppiate prendonsi colla Riga sul lato *B z*,
Dal *B* in *c*, *giusta la pag.* 348. *n.* 29. *ec.*
26. E tirata la *C c*,
Avremo nello spazio *B S C c*,
Un' altra sesta parte,

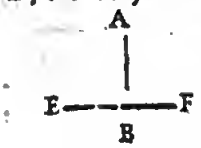
*

27. Nello stesso modo aggiungendo al Segmento [*a*] *C W D*,
Di Pertiche 20, altre Pertiche 80,
28. Che ritrovansi per mezzo della Perpendicolare [*b*] *D y* di Pertiche 8,
29. E del lato *C E*,

30. Di

(a) *Segmento, o sia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(b) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F.*



(c) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici', il quattro n' è il Quoziente.*

(d) *Pentagono è una figura di cinque angoli, o di 5 lati, come* ⌂

(e) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ ⌓ *ec.*

30. Di Pertiche 20 ritrovate come ſopra,
31. Avremo nello ſpazio *C W D E y*, una terza delle propoſte parti,

*

32. Le altre tre parti poi ritroveranſi al ſolito nel Pentagono (*d*) *C c z F G C*, *giuſta il Probl. II. della pag.* 384.
33. Che ſaranno gli ſpazj *C g c*, *c g F z*, *g F G*,
34. Queſte ſono le 6 parti uguali,
35. Circa le 6 diſuguali l' operazione è la ſteſſa, *giuſta il Probl. II. della pag.* 384.
36. Eccone

(f) *Rettilinea ciò che è fatto da linee rette, cioè da quelle, che immaginanſi volgarmente tirate come un filo teſo, come* □

(g) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(h) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ◁

§. LXXXX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Che miſurata l' Area [*e*] d' un Rettilineo (*f*), quella ſi poſſa dividere per mezzo de' Triangoli (*g*), e Trapezj [*b*], in qualunque propoſte parti, ciò riluce dal §. 80.
2. E come ſi poſſano ſapere le Aree (*e*), e le diviſioni dei Segmenti [*a*] de' Cerchj, ciò appariſce dai *Probl.* 8., 9. *Lib.* 2. *Cap.* 1. *Part.* 1. *e dal Probl.* 1. *Cap.* 3. *Part.* 2.
3. Ma nella precedente Pratica ſi è effettuato ciò, che contienſi nel mentovato §. 80, e negli accennati Problemi.

(i) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(k) *Linea Miſta è quella, ch' è compoſta da una linea Retta, e da una Curva, come* ⌒

Dunque

I. Tagliato fuori il Rettilineo (*f*) contenuto nella propoſta Superficie (*i*), e miſuratolo,
II. Miſurate pure le porzioni di linee Miſte (*k*),
III. E tirate le linee, *giuſta il Probl. IV. del Cap. VII.* divideſi la detta Superficie (*i*) nelle parti propoſte,

Il che era ec.

Con-

Conchiudiamo per

*

Avvertimento.

1. Che le linee Curve (*a*), le quali in una propoſta Figura Miſtilinea [*b*] occorrer potranno, non ſolo poſſono eſſere porzioni di Periferie (*c*) diverſe, cioè di Cerchj diverſi, come nella preſente *Figura CLXXXVIII. fol.* 20. veduto abbiamo,
2. Ma che eziandio una ſola Curva (*a*) poſſa eſſere porzione di Periferie [*c*] diverſe,
   Come la *m r o g* della *Figura CLXXXIX. fol.* 20.
   Conſiſte in due porzioni di Periferie [*c*] diverſe unite inſieme,
3. Poichè [come vedeſi nella *Figura CXC. fol.* 20.]
   L'Arco *m c r*
   E' una porzione della Periferia [*c*] *m c r D*,
4. E l Arco *r o g*
   E' una porzione d'una Periferia [*c*] diverſa *r o g p u*.

*

5. In ſimili caſi per ritrovare diſtintamente le Corde [*d*] *m u r*, *r s g*
   Dei diverſi Cerchj *m c r D*, *r o g p u*,
6. Conviene ſotto qualunque Curva [*a*] tirar due Corde [*d*] a beneplacito, in modo che ove l'una finiſce, l'altra incominci,
7. Come ſotto all'accennata Curva [*a*] *m c r o g*
   Le due Corde (*d*) *m u r*, *r s g* tirate ſono,
8. Poſcia alzar dal mezzo di ciaſcuna delle Corde [*d*] una Perpendicolare [*e*], *giuſta la pag. 68. num. 4. ec. ovvero la pag. 167. num. 7. ec.*
9. Come nella detta *Figura CXC.* ſono le *u f*, *s f*
10. E dal Segmento (*f*) coll'intervallo *f m*, ovvero *f g*
    Deſcriver un Cerchio
11. Come è il Cerchio *m w g q*
    Deſcritto coll'intervallo *f m*.
12. Perocchè, quando il detto Cerchio non paſſa ſopra la propoſta Curva [*a*] *m c r o g*,
    Come effettivamente nella preſente *Figura* non vi paſſa ſopra,

13. Egli

(a) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea che è fatta adarco, come* ⌒

(b) *Figura Miſtilinea è quella contenuta da linee rette, e torte, come* ⌓

(c) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in ſe ſteſſa, e comprende lo ſpazio d'un Cerchio, come nella quì ſoggiunta figura la a b c d diceſi Periferia.*

(d) *Corda è una linea retta tirata dall'uno all'altro punto d'una linea curva, come la a b qui appoſta chiamaſi Corda.*

13. Egli è ſegno, che quella conſiſte in più porzioni di diverſe Periferie (*c*),

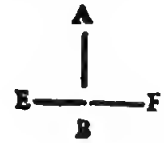
*

14. Onde per ritrovar le dette Corde (*d*) *m u r*, *r s g* (come dicemmo)
Conviene tirar ſotto alle due già tirate *m u r*, *r s g* altre due Corde [*d*] più corte,
15. Come vedonſi nella vicina altra *Figura CXCI. foglio* 20.
Le *m z*, *z r*, *r o*, *o g*,
16. Poſcia alzate in mezzo a quelle le due Perpendicolari (*e*) *f s*, *y s*,
17. E le due *q d*, *k d*
18. Dai punti dei Segmenti [*f*] *s*, *d*
Deſcrivonſi di nuovo cogli intervalli *s m*, *d r*
I due Cerchj *m z r t*, *r o g e*,
19. I quali vedonſi paſſare ſopra le due diſtinte Curve [*a*] *m z r*, *r o g*
20. E però egli è ſegno, che quelle ſono due porzioni delle diverſe due Periferie [*c*] *m z r t ec. r o g e*.
21. Sicchè tirate ſotto le dette Curve (*a*) *m z r*, *r o g*
Le *m F r*, *r G g*,
22. Queſte ſaranno le ricercate Corde (*d*),
23. E gli ſpazj *m z r F*, *r o g G* ſaranno due Segmenti (*f*) da dividerſi (*g*).
Giuſta il Problema I. della pag. 413. *ed il di lui ſuſſeguente Avvertimento pag.* 416.

*

24. Dal che comprendeſi, che fin' a tanto, che i Cerchj, che deſcrivonſi, non paſſano ſopra una propoſta Curva (*a*), o ſopra delle porzioni d' eſſa, debbonſi ſott' alle tirate Corde (*d*) tirarne delle altre più corte, alzare ſopra di quelle le ſolite Perpendicolari (*e*), e deſcriver gli accennati Cerchj fino che ſi giunge al ſuo intento.
25. Come poi ſi portino le Figure terminate da Linee Curve (*a*), che ſono porzioni di diverſe Periferie, (*c*) dal terreno ſulla Tavoletta, ciò moſtreraſſi nella Parte Terza, come altrove abbiamo accennato.

(e) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſeggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.



(f) *Segmento, o ſia porzione d' un Cerchio, è una figura contenuta da una linea retta, e dalla circonferenza d' un Cerchio.*

(g) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come tre nel ſei ſi contiene tre volte.*

*

(a) *Geodesia è communemente quella scienza, che insegna a dividere le Superficie piane, cioè le Pianure ec.*

26. E quì poniamo frattanto termine al corso fatto nella Geodesia (*a*), il quale sembrerà senza dubbio troppo lungo, e nojoso agli avveduti ingegni, che nelle discipline Matematiche appieno versati sono,

Ma essendo stato il nostro principale scopo di giovar ai Principianti, abbiamo giudicato bene di peccare piuttosto in prolissità, che in oscurità.

27. Ora giacchè la Geodesia (*a*) è un considerabilissimo oggetto anche della Giurisprudenza, noi da questa allettati non manchiamo d'ispiegare debolmente col seguente Trattatello le Leggi a questa materia attinenti; e però passiamo al Terzo Libro.

LIBRO TERZO.

In cui trattasi delle divisioni ordinate dalla Giurisprudenza circa le Alluvioni (b), Isole, Letti de' Fiumi ec.

(b) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell'accrescimento di Terreno, che insensibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

Evvi una

I.

Fatalità incontrata nella Giurisprudenza.

1. PEròcchè tutto che sia cosa incontrastabile, essere le Leggi uno de' principali sostegni del Mondo, ella è però cosa deplorabile ch' alcune di quelle, concernenti le Alluvioni (*b*), le Isole, e Letti de' Fiumi contenute nel Digesto nuovo di Giustiniano sieno state dagli Interpreti tanto poco considerate, e per conseguenza tanto poco chiarite al Mondo, ch' Aimo Giurisconsulto Parmeggiano con ragione esclama (*c*),

(c) *Nella Prefazione al Lettore nel Trattato de Alluv. Jur. Univ.*

2. *Inter multa, quæ sunt exquisitæ subtilitatis in Jure Civili, nec satis adhuc explorata studiosis, universi Alluvionum Juris cognitionem omnium esse difficillimam, nec adhuc perfectè enarratam*, Poi segue (*d*) *Super hac cognitione qui scripserint, paucos invenio, qui perfectè adhuc neminem.*

(d) *Nel Proem. del Lib. III. del detto Trattato.*

3. Ma quanto è facile il conoscere questa fatalità, tanto è altresì facile il conoscere

II.

La ſua Cagione.

1. Dal mentovato Digeſto nuovo riluce, che la cognizione delle accennate Leggi, non ſolo conſiſte nelle Leggi, come Leggi, ma eziandio negli Elementi Geometrici. Onde continua il mentovato Autore (*a*) *utpote quæ cognitio & Juris Civilis, & Geometricæ Artis peritia conſtat.*

(a) *Nella detta Prefazione dell' accennato Trattato.*

2. E poſcia con parole ancora più eſpreſſive nell' interpretazione della *Leg. Adeo §. Inſula ff. de A. R. D.* lo conferma dicendo: *Cujus Legis verbis non ſolùm mens Legis, ſed dimenſionis quoque artificium breviter aperitur.*

3. Sicchè dando la Legge ad intendere non ſolo la ſua diſpoſizione, ma eziandio l' artifizio Geometrico, e ritrovandoſi fra gli Interpreti legali molto pochi, amanti dell' erudizione Matematica, indi è avvenuto ch' in tanta moltitudine di Giuriſconſulti dai primi natali de' Digeſti fin' alla noſtra età non vi ſia ſtato neſſuno che ſi ſia meſſo all' impreſa d' iſpiegare una parte del *Jus* tanto neceſſaria, toltone il ſolo *Bartolo*,

4. *Cum Geometricæ eruditionis plerique ex noſtris Interpretibus penitus expertes eſſe conſueverint, factum eſt, ut in tanta Doctorum multitudine nemo ab ipſis legum incunabulis, ſive ab ipſa Pandectarum inventione uſque adhuc extiterit, qui tam neceſſariam Juris partem explicandam aggredi ſit auſus, uno Bartolo excepto* (*b*) *ec.*

(b) *Il citato Autore nella mentovata Prefazione.*

5. La qual Cauſa ha poi prodotto

III.

Il ſuo effetto infelice.

Non eſſendo maraviglia, ſe la Repubblica letteraria è poſcia rimaſta per lo corſo di tanti ſecoli alquanto al bujo d' una materia tanto neceſſaria, e tanto ſoggetta alle guerre del Foro.

6. E

6. E ſe al dire del predetto Autore dopo eſſere avanti i Tribunali creſciuti con lunghiſſimo tempo in gran mole i Proceſſi ſenza certa deciſione di legge, o che per la famoſa difficoltà delle conteſe ne viene appoggiata la deciſione all' arbitrio degli ignoranti Agrimenſori, o che le parti finalmente iſtancate dalla grevezza de' diſpendj ſi mettono a tacere per non aver più forza di parlare.

7. *Lites non certa Juris pronunciatione &c. ſed ob rei hucusque famoſam difficultatem vel imperitorum arbitrio Agrimenſorum vel mutua contendentium pactione ab ipſa litium & diſpendiorum longæva gravitate veluti extorta finem accipiunt* (c). E' d' uopo, affinchè ſia ſupplito a ciò che può mancare al Mondo Letterario in ordine alla deciſione delle controverſie così frequenti, e conſiderabili, andar in traccia del

(c) *Nell' accennata Prefazione.*

IV.

Suo Rimedio.

1. Il quale o che conviene ritrovarlo preſſo gli Interpreti ch' hanno chiarite le Leggi diſpoſitive nel punto dol dividere le Alluvioni, Iſole, e Letti de' Fiumi, o ſe quelli non n' hanno fatta la ſpiegazione, fa di meſtiere rintracciarlo nelle Leggi ſteſſe.

2. Anticamente al tempo di *Nerva* Imperadore un tale *Giulio Frontino* ha bensì ſcritto *de Jure, & Controverſiis limitum*, ma ciò avvenne 433. anni incirca prima che *Giuſtiniano* promulgaſſe i ſuoi *Digeſti*,

3. E dopo tal promulgazione il primo ch' abbia ritrovato il modo di chiarire le Leggi circa l' accennata materia, per mezzo di Figure Geometriche fu probabilmente l' inſigne *Bartolo*, il quale riflettendo egli ſteſſo all' inſolita novità della coſa aveva della ripugnanza a farlo, dicendo nella ſua Tiberiade (d) *abſit, ut ea quæ ad jura pertinent, per Figuras ſignem, ſi enim facerem, longè plures eſſent deriſores, quàm laudatores* ec. Ma eſſendo in ciò fare ſtato incoraggito da un Uomo d' aſpetto piacevole, che gli apparve nel ſogno (come egli più

(d) *Al principio.*

ampiamente racconta [a]) e da quello assicurato, che nel proseguimento dell' opera il Signore sarebbe con esso, [b] s' accinse alla fatica, e chiamò la detta opera *Tiberiade*.

(a) *Ivi : Cujus aspectus mihi placidus erat ec.*

(b) *Ivi : Incipias secure, quia in ejus operis prosecutione Dominus tecum eris ec.*

4. Egli ha bensì in questo Trattato delineato 39 Figure, ma essendo quello comparso sott' agli occhi del Mondo alquanto contrafatto con alcune delle Figure istroppiate, e parte del Testo adulterato, molti Giurisconsulti durano fatica a ravvisarlo per parto legittimo del sublime ingegno di Bartolo. Tanto più per non vedervi il desiderato fondamento tanto circa le Leggi, quanto circa la Geometria.

5. Oltre la detta *Tiberiade* data in luce l' anno 1355. per lunghissima serie d' anni, niffuno Giurisperito [per quello che ci è noto] si è messo ad illustrare le Leggi dispositive circa la più volte mentovata divisione delle *Alluvioni*, *Isole*, e *Letti* de' Fiumi.

6. Onde i Dottori posteri poco dilettanti delle discipline Matematiche, come accennammo, avendo forse osservato la Superficie del detto Trattato, atterriti dalla difficoltà dell' opera, hanno da lungi adorata l'unica Tiberiade, come quell' IGNOTO DEO degli Atenieſi, senza penetrar punto più innanzi. (c) *Operis difficultate perterriti, uni Tyberiadi, tanquam illi Athenienſium* DEO IGNOTO *admirabundi quodammodo, nihil interiora ſcrutantes, penitus deferre conſueverunt.*

(c) *L'Aimo nella più volte citata Prefazione.*

7. BALDO poscia discepolo di Bartolo ha [d] toccato, per così dire, colla sola stremità della penna, qualche cosa; ma anche quel poco, al dire dell' *Aimo*, *del Fritschio*, e d'altri, quasi in Enimma, e senza fondamento.

(d) *In fine Rubricæ de Rer. Diviſ.*

8. BUTEONE *de Fluviaticis Inſulis*, ovvero *Incrementis ſecundum Jus Civile dividendis* ha scritto d'avvantaggio con opporsi a Bartolo; ma, se crediamo al detto Aimo, oscuramente, e non con tutto il fondamento.

9. GIROLAMO MAGIO ha scritto alquanto, ma secondo il giudizio fatto dal detto Autore più per confutare la *Tiberiade* di Bartolo, che per insegnare cosa migliore alla Posterità.

10. CARLO CARAZZI ha consegnato al Pubblico un Trattato, o sia *Modo di dividere le Alluvioni da*

quello

quello di Bartolo, e dagli Agrimensori diverso, ma il di lui fondamento non sembrà incontrastabile.

11. Finalmente dopo di questi BATTISTA AIMO Parmeggiano Giurisconsulto celeberrimo ha diffusamente l'anno 1581. nel suo *Lib. 3. de Alluvionum Jure Universo* dato splendore a questa materia tanto col mezzo Legale, quanto col mezzo Matematico con tanta chiarezza ed erudizione, che sembra non potersi desiderare d'avvantaggio; ma per grande sventura, pare al nostro debole giudizio, che ad una tanto dotta e bella fabbrica manchi ancora il fondamento, come quì sotto si chiarirà.

12. Gli altri Autori poi più vicini alla nostra età, che hanno trattato delle *Alluvioni*, *Isole* ec. o ch' hanno avuti gli stessi intoppi, come i precedenti, come è avvenuto ad *Assuero Fritschio*, e a *Gian Federigo Polack*, o sono passati avanti senza toccare il più difficile, ch' è la divisione, rimettendosi, rispetto a quella all'accennato *Aimo*, come hanno fatto il *Gobio* nel suo Trattato *de Aquis*, il *Leissero* nel suo *Jus Georgico*, ed altri.

13. Sicchè, per quello che sinora ci è comparso sott' agli occhi, ritroviamo essere stato il gran Bartolo primo *Tifi* di questa Nave, ritroviamo pure essere stato da molti impugnato non senza ragione, ma non ritroviamo ancora verun Interprete delle Leggi, che ci additi la strada appieno certa e fondamentale per giugnere alla vera divisione delle più volte nominate *Alluvioni*, *Isole* ec. in ordine al comando delle dette Leggi.

14. E però, giacchè andiamo in traccia del rimedio a questa sventura, fa d'uopo cercarlo principalmente nelle Leggi stesse, e chiarirlo con quella interpretazione d'Autori, che sembreracci più opportuna.

15. Onde mettendo mano a questa difficilissima materia, la divideremo in tre Capi differenti, che sono

I. Il Capo I. Delle Divisioni delle Alluvioni (*c*).
II. Il Capo II. Delle Divisioni delle Isole.
III. Il Capo III. Delle Divisioni dei Letti dei Fiumi pubblici.

E principieremo dal Capo primo

(*c*) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell' accrescimento di Terreno, che insensibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

CAPO

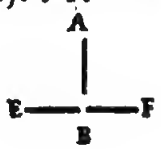
CAPO PRIMO.

Delle diviſioni delle Alluvioni (a) ordinate dalla Giuriſprudenza.

(a) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell'accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

1. UN'*Alluvione* (*a*) preſſo i Giuriſconſulti *è quell'accreſcimento di terreno, ch' inſenſibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

(b) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*



2. E giuſta la Legge *Adeo ff. de acq. Rer. Dom.* diceſi, che per mezzo dell'Alluvione (*a*) s' aggiunge ai Fondi tanto poco alla volta, che comprender non ſi poſſa quanto ogni momento di tempo vi ſia aggiunto.
3. E perciò viene dai Giuriſconſulti l' Alluvione (*a*) appellata *Incrementum latens*, cioè un accreſcimento naſcoſto.
4. *La mentovata Alluvione* (*a*) *intendeſi ancora, quando il Fiume pubblico va notabilmente recedendo dalle Rive di qualche Fondo, in modo, che laſci attaccata a quello una parte di quel terreno, che li ſerviva di letto*; come chiaramente ricavaſi dalla Legge *Martius ff. de acq. Rer. Dom.*
5. Benchè da alcuni ſia una tale Alluvione (*a*) chiamata impropria.
6. Avvenendo dunque alla giornata, ch' alle Rive de' Fiumi pubblici venga attaccato del terreno, ed avendo ordinato le Leggi a chi tal aggiunta di terreno appartenere debba, conviene chiamar in ajuto la Geometria, affinchè ci inſegni il modo di dividere le Alluvioni (*a*), ch' ai Fondi di più Padroni s' attaccano.
7. E ſi premetterà al ſolito

(c) *Linee Parallele ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall'altra, in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

*

Il Fondamento di tutte le Regole del preſente Capo.

8. *Il quale conſiſte nel ritrovare la larghezza dei Fondi preſſo le Rive in una ſola linea,*
9. *E ſu queſta tirare delle Perpendicolari* (*b*) *dai punti dei*

dei confini dei detti Fondi fin' al Fiume, giusta il comando delle Leggi nel §. 91. citate.

10. Del qual Fondamento ne vedremo l'evidenza ne' seguenti Problemi.

11. Osserviamo dunque nel

(d) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

PROBLEMA I.

(e) *Retta, o sia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

Come si divida un' Alluvione (a) fra tre differenti Padroni, quando la linea delle Rive sia per così dire Paralella (c) a quella del corso del Fiume:

Sia in

I. Ipotesi. (d)

1. Nella *Figura CXCII. del foglio* 18. il Fiume *ABCD*,
2. Il cui corso sia dietro la *F G* incirca,
3. Che per quello che si vede sia Paralella (*c*) alla *O M*, linea delle Rive dei tre fondi *O R*, *R S*, *S M*,
4. Appartenenti a *Cajo*, *Mevio*, e *Sempronio*,
5. I quali 3 Fondi abbiano attaccata l'Alluvione [*a*] *OCDM*,
6. La quale debbasi dividere fra le mentovate tre Persone.

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata una Retta (*e*) dal punto, ove l'Alluvione (*a*) incomincia fin'al punto, ove essa finisce,

II. Tirate sulla detta dai punti dei confini dei tre fondi le Perpendicolari (*b*) fin' al Fiume,

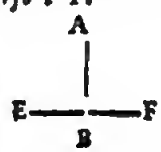
III. Queste dividono l' Alluvione (*a*) fra i tre differenti Padroni.

Ecco-

(a) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell'accrescimento di Terreno, che insensibilmente s'attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

(b) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

c *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un'altra Retta non inclina più dall'una, che dall'altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l'E, che verso l'F.*



Eccone la

III. Pratica.

1. E prima di mettervi mano è d'uopo considerare, se tutta la distesa della proposta Alluvione (*a*), e Fondi apparisca con tutti i suoi confini così chiara alla vista come in questa Figura rappresentasi,
2. In modo che la detta vista non venga impedita da alberi, sementi, o d'altro;
3. Perocchè supposto che sia tale, facile ne sarà sullo stesso terreno, l'operazione;
4. Ma nel caso, che la vista fosse impedita, e ch'i punti tanto del principio, e fine dell'Alluvione (*a*), quanto dei confini de' Fondi non si vedessero,
5. Allora converrebbe disegnare tutta la distesa della presente Ipotesi (*b*) in carta per mezzo della Tavoletta, ne' precedenti Problemi più volte nominata, e di cui spezialmente trattasi nella Parte terza, e poi operare nel modo qui soggiunto.
6. Vedendosi dunque il principio dell'Alluvione (*a*) nel punto *O* termine del Fondo di Cajo.
7. Ed il di lei fine nel punto *M* termine del fondo di Sempronio.

I. 8. Tirasi la *O M* sul terreno, *giusta il num. XVII. dell'Introd.* e sulla Carta, *giusta il Probl. 1. Cap. 7. Part. 1.*

II. 9. Poscia tiransi su i punti dei confini *O*, *R*, *S*, *M*, le Perpendicolari (*c*) *O C*, *R V*, *S N*, *M D*, per mezzo della squadra, *giusta il num. 4. del Probl. 2. Cap. 3. Lib. 1.*

10. In modo che giungano sin' al Fiume,

III. 11. Che quelle divideranno l'Alluvione (*a*) fra i tre differenti Padroni,
12. Perocchè la parte *O C V R* sarà di Cajo,
13. La parte *R V N S* di Mevio,
14. E la parte *S N D M* di Sempronio.

Ecco-

Eccone

§. XCI.

La ſua Ragione Legale Geometrica.

(d) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

1. La Legge *Adeo ff. de acq. Rer. Dom.* è del ſeguente tenore: *Quod per Alluvionem agro noſtro flumen adjecit, jure Gentium acquiritur nobis &c.*
2. Cioè: *ciò che il fiume aggiunge al noſtro Fondo per mezzo d' Alluvione* (*a*) *è di noſtro acquiſto giuſta il Dritto delle Genti.*
3. Ed avendo nell' Ipoteſi [*b*] del preſente Problema il fiume aggiunta una continuata Alluvione [*a*] ai tre Fondi, che formano una ſola Riva,
4. Per attribuire, giuſta la detta Legge, a ciaſcun Fondo la ſua porzione d' Alluvione (*a*) c' inſegna *Bartolo nella ſua Tiberiade Fig. I. Verſ. Quia circa* a dover tirare una linea Retta [*d*] ſopra quella parte, la quale per mezzo dell' Alluvione [*a*] è ſtata aggiunta ai Fondi,
5. Cioè (come egli s' eſprime) *ducendo lineam per directum per illam partem, quæ adjecta eſt per Alluvionem*, ch'è lo ſteſſo che dire: *dal principio ſin'al fine dell' Alluvione* [*a*], della qual linea ſi favellerà d' avvantaggio in altro luogo,
6. Su queſta linea Retta [*d*] conſiderata come linea delle Rive che fa la *largheZZa* dei Fondi, *giuſta l'accennato Bartolo Tiberiad. Fig. VI.* deeſi tanto per neceſſità Legale, quanto per neceſſità Geometrica, ergere le Perpendicolari [*c*] ſui punti dei confini dei Fondi ſin' al fiume per la giuſta diviſione dell' Alluvione [*a*],
7. *Per neceſſità Legale*, accagione che eſpreſſamente lo comanda la Legge: *Inter eos ff. de acq. Rer. Dom.* colle parole: *Linea in directum transducta* &c. la quale giuſta la comune interpretazione de' Giuriſconſulti, e maſſimamente dell' Aimo *de Alluv. jure unico Lib. 3 Cap. 1. Probl. 14.* altro non può eſſere che una linea Perpendicolare (*c*),
8. *Per neceſſità Geometrica*, accagione, che ſe le dette linee Perpendicolari [*c*] non doveſſero ſervire per fiſſa Regola delle diviſioni nella noſtra Ipoteſi [*b*],

(a) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell'accrescimento di Terreno, che insensibilmente s'aggiugne ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

9. E che forse si volesse dividere l'Alluvione [*a*] per mezzo delle linee dei confini dei Fondi,
10. Come nella presente *Figura CXCII.* se si volesse dividere l'Alluvione [*a*] attaccata ai Fondi di Cajo, e di Mevio per mezzo delle linee *P R*, *Q S*,
11. Queste finalmente verrebbero a concorrere nel punto *X*,
12. Senza arrivare sin' al Fiume,
13. Cioè senza arrivare alla fine dell'Alluvione [*a*],
14. E per conseguenza resterebbe indivisa una porzione dell'Alluvione [*a*] *V R X S N*,
15. Non sapendosi, se quella debba appartenere a Cajo, a Mevio, o a Sempronio.
16. Come lo conferma lo stesso *Bartolo* nella *mentovata Figura VI.*

(b) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un'altra Retta non inclina più dall'una, che dall'altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l'E, che verso l'F.*

17. E se dai punti dei confini si volessero tirare altre linee a capriccio, le quali non fossero alla nominata *O M* Perpendicolari [*b*],
18. Non mai s'avrebbe una fissa, ed uniforme divisione sulla Riva dei Fondi,
19. E però *per necessità Geometrica* deesi sempre osservare, che le Linee divisorie facciano sempre gli stessi angoli retti, cioè che sieno Perpendicolari [*b*] alla linea della larghezza dei Fondi,
20. Vogliamo dire: alla Linea Retta [*c*] tirata dal principio sin' al fine dell'Alluvione [*a*].

Dunque

I. Tirata una Retta (*c*) dal punto, ove l'Alluvione (*a*) incomincia sin' al punto, ove essa finisce,
II. Tirata sulla detta dai punti dei confini dei Fondi le Perpendicolari (*b*) sin' al Fiume,
III. Queste dividono l'Alluvione (*a*) fra i tre differenti Padroni.

Il che era ec.

Diciamo per necessario

*

Avvertimento.

1. Che trattandosi di dividere le Alluvioni (*a*), insegni bensì

bensì *Battiſta Aimo*, che le Rive debbano conſiſtere in una ſola linea, come diffuſamente vedeſi nel ſuo Trattato *de Alluvionum Jure univerſo Lib. III. Cap. V. num.* 18. ivi: *Hæc porrò linea ibi conſtituenda eſt, ubi ductus linearum exorditur in ipſa ſcilicet prædiorum latitudine propè ripam &c.* E poi ancora al *numero* 25. ivi: *Ergò unica erit recta linea ipſa latitudo regularis, & legitima.*

(c) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

2. Ma toccante la detta linea di *largbezza*, egli non è della noſtra opinione circa il doverla tirare *dal punto ove principia l'Alluvione* (*a*) *ſin' al punto, ove eſſa finiſce.*

(d) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

3. Ma vuole piuttoſto, che ſi cerchi la detta *Linea di largbezza* in altro modo.

4. Cioè, che per ritrovarla ſi debba tirare una Retta [*c*] per mezzo al fiume, chiamata *Linea di metà*,

5. E che ſulle Rive, ſu cui è attaccata l' Alluvione (*a*) ſi debba tirare una Paralella [*d*] alla predetta *Linea di metà*, ſulla qual Paralella (*d*) s' ergino poi le Perpendicolari [*b*], che arrivino al fiume, o che oltrepaſſino per dividerne l' Alluvione [*a*]. Come ſi può diffuſamente vedere nel nominato *Lib. III. del citato Autore Cap. VIII.*

6. Ma quantunque noi abbiamo la dovuta ſtima per l' accennato *Aimo*, con tutto ciò ci ſembra, che il di lui ſentimento non poſſa eſſere fondato nè ſulla Giuriſprudenza, nè ſulla Geometria, come ne daremo diffuſa Ragione a ſuo luogo.

*

7. Oltre a ciò non manchiamo d' avvertire, che non oſtante che *Bartolo* inſegni nella ſpiegazione della ſua prima Figura, *che ſi debba tirare una Linea Retta* (*c*) *ſopra quella parte, la quale per mezzo dell' Alluvione* (*a*) *è ſtata aggiunta ai Fondi*, come quì addietro dicemmo,

8. Egli però non oſſerva ſempre queſta ſua dottrina, come nella *Figura XII. e XIII. della ſua Tiberiade* ſi può vedere, ove con più Linee Rette [*c*] determina le Rive.

9. Per lo che viene *Bartolo* ripreſo dall' *Aimo nel citato Lib. III. Cap. X.* nella rifutazione ch' eſſo fa della *Figura VIII. della detta Tiberiade.*

(a) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell'accrescimento di Terreno, che insensibilmente s' attacca ai Fondi, e Rive di qualche Fiume pubblico.*

10. Ed in questo punto ci sembra, che l'*Aimo* non abbia fatta la mentovata rifutazione senza ragione, come meglio chiariraffi ne' Problemi fussegueuti,
11. E per meglio intendere la divisione dell' Alluvione (*a*) giusta la Regola del precedente Problema vedremo nel

PROBLEMA II.

Come si divida un' Alluvione (a) fra più Fondi, quando la Riva consiste in più linee.

(b) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

Sia in

I. Ipotesi. (*b*)

1. Nella *Fig. CXCIII. fol.* 18. il Fiume *ABCD*,
2. Il quale abbia la Riva di più linee Rette (*c*) *BE*, *EF*, *FG*, *GD*,
3. Le quali terminano i Fondi di Tizio, Paolo, Cajo, e Sempronio,
4. Confinanti all' Alluvione (*a*) *BEFGD*,
5. La quale debbasi dividere fra i suddetti.
6. Questo Problema si scioglie colla stessa.

(c) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

II. Regola.

E la stessa

III. Pratica.

7. Del precedeute Problema quantunque la Riva consista in più linee Rette (*c*);
8. Perocchè giusta il §. precedente, tirasi la *BD* dal principio fin' al fine dell' Alluvione (*a*),
9. E su la detta *BD* ergonsi le Perpendicolari (*d*) *BA*, *ES*, *FR*, *GO*, *DC*,
10. Dai confini de' Fondi di Tizio, Paolo, Cajo, e Sempronio,

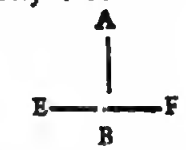
11. Che

11. Che dietro le nominate Perpendicolari (*d*) si farà fatta la divisione dell' Alluvione (*a*) proposta.
12. Con attribuire a Tizio la porzione *B E S*;
13. A Paolo la *E S F*,
14. A Cajo la *F O G*,
15. Ed a Sempronio la *G O D*.

*

16. Da questo Problema si deduce come si debba procedere nella divisione di qualunque altra Alluvione (*a*) terminata o da linee Rette (*c*), o da linee Curve (*e*), o da amendue insieme.
17. Come anche ne' casi quando la linea tirata dal principio sin' al fine della detta Alluvione (*a*) sia sotto, ovvero sopra i Fondi, come nelle *due Figure CXCIV., e CXCV. fol.* 20. si vede.
18. Imperciocchè la stessa Regola, e la stessa Pratica dell' accennato Problema I. osservasi per tutto, giacchè vi milita la stessa,

(d) *Perpendicolare linea è una retta, la quale stando sopra d'un' altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la* A B *è perpendicolare, poichè non inclina più verso la* E, *che verso l' F.*



(e) *Linea Curva intendesi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

§. CXII.

Ragione Legale Geometrica.

19. Onde tanto nell' una, quanto nell' altra delle *due Figure CXCIV., CXCV.* la linea della *larghezza* dei Fondi tirata dal principio sin' al fine dell' Alluvione (*a*) sarà la *B D*,
20. E le Perpendicolari (*d*), che ne fanno la divisione su i confini dei detti Fondi, saranno le *B A, E S, F T, G O, D C*,

*

21. Giacchè *Bartolo* fa singolare riflesso sopra un' Alluvione (*a*) aggiunta ai Fondi, la quale si è col tratto del tempo poi dilatata, vogliamo considerare nel

(a) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell' accrescimento di Terreno, che insensibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

PROBLEMA III.

Come si divida un' Alluvione (a), la quale considerata picciola al principio si è poi notabilmente dilatata.

Sia in

I. Ipotesi. [b]

1. Nella *Fig. CXCVI. fol.* 21. il Fiume *ABCD*,
2. A cui facciano la Riva *OE*, *EG*, i tre Fondi di Mevio, Lucio, e Tizio.
3. E supponiamo, ch' al principio siasi attaccata l' Alluvione (a) *OSE* al Fondo di Lucio,
4. E che col tratto del tempo quella si sia dilatata in una estensione *OMQPNEO*,
5. Talmente che la parte *OMQ* di questa estensione si sia avanzata sopra il Fondo di Mevio,
6. E la parte *ENP* sopra il Fondo di Tizio,
7. E però dimandasi come tale Alluvione [a] divider si debba?

Dico per

II. Regola.

Che quando un' Alluvione (a) s'attacca al Fondo d'alcuno, e che poscia dilatandosi, s' estenda sopra i Fondi d' altri, non sia d' uopo di veruna divisione, ma che tutta l' Alluvione (a) appartenga a quel Fondo, a cui al principio erasi attaccata.

E però quì non farà di mestiere altra

III. Pratica.

Dovendosi tutta l' Alluvione (a) *OMQPNESO* a Lucio senza contrasto.

Ecco-

Eccone

(b) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

§. XCIII.

La ſua Ragione Legale.

1. Nella Legge *Inſula ff. de acq. Rer. Dom. Proculo* ſi ſpiega colle ſeguenti parole: *Inſula ſi initio proprior fundo tuo fuit, quam ejus qui trans flumen habeat, tota tua facta eſt: & quod poſtea ei Inſulæ Alluvione acceſſit, id tuum eſt, etiam ſi ita acceſſiſſet, ut procederet Inſula contra frontem vicinorum ſuperioris, & inferioris &c.*
2. Cioè a dire: *ſe un' Iſola è ſtata più vicina al tuo Fondo, ch' al Fondo di quello che poſſiede di là dal Fiume, la detta Iſola appartiene interamente a te, e ciò che poſcia ſi è ad eſſa per Alluvione (a) aggiunto, ciò è tutto tuo, benchè ſi foſſe aggiunto in modo, che l' Iſola ſi ſtendeſſe contro la fronte de' tuoi vicini ſuperiore, ed inferiore ec.*
3. Eſſendo tale la mente, e diſpoſizione della Legge, egli è chiaro, che tutta l' Alluvione [a] della preſente Ipoteſi (b) appartenga ſolo a Lucio.
4. *Bartolo nella Fig. XI. della ſua Tiberiade* è dello ſteſſo ſentimento,
5. E quantunque l' *Aimo* nel *Lib. III. del dritto univerſale delle Alluvioni (a) nella rifutazione, ch' egli fa della XI. Fig. di Bartolo* ſia a queſto alquanto contrario,
6. Egli ſembra però, che ſufficientemente non iſpieghi il ſuo ſentimento.
7. Tanto più perocchè *nel Cap. 6. §. 1. Canon. 6. del citato Lib.* 3. egli s' eſprime colla ſeguente dottrina contraria: *Incrementum, quod meo adjicitur, paulatim meum eſt citra diviſionis miniſterium, etiam ſi contra frontem aliorum proceſſerit, vel etiam ſi alteri propius accedat.*
8. Che val a dire: *l' accreſcimento aggiunto al mio ſenza il miniſtero della diviſione, anche ſe s' avanzaſſe contro la fronte degli altri, o ſe anche ad un' altro più s' avvicinaſſe.*
9. Il qual ſentimento è lo ſteſſo tenore della già citata Legge *Inſula &c.*

10. On-

(a) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

10. Onde facilmente comprenderà il Leggitore la differente diſpoſizione delle Leggi circa le Ipoteſi (*a*) propoſte nel *Probl. I. e II.* e circa l'Ipoteſi (*a*) del preſente,

11. Perocchè in quelle ſupponeſi, che nel tempo che trattavaſi di dividere un' Alluvione [*b*] fra più Perſone, queſta foſſe allora effettivamente attaccata ai Fondi loro, ſenza ſaperſi il principio di tale attaccamento.

12. E nella preſente Ipoteſi [*a*] ſupponeſi, che l'Alluvione [*b*] attaccata al ſolo Fondo di Lucio, ſi ſia poſcia ſteſa contro i Fondi di Mevio, e di Tizio ſenza toccarli. Si veda in queſto propoſito *Paolo de Caſtro Conſil.* 373. *verſ. Licet Judex in fine ec.*

13. E perciò replicheremo

Che quando un' Alluvione (*b*) s'attacca al Fondo d'alcuno, e che poſcia dilatandoſi s'eſtenda ſopra i Fondi d'altri, non ſia d' uopo di veruna diviſione, ma che tutta l' Alluvione (*b*) appartenga a quel Fondo, a cui al principio eraſi attaccata.

*

14. Quì ci opporrà forſe l'avveduto Leggitore, che giacchè nella precedente Ipoteſi (*a*) non fa d' uopo di veruna diviſione Geometrica, perchè dunque ſe ne ſia inſerito il Problema in queſto Libro, in cui trattaſi della Geometria?

15. A cui riſpondiamo, che trattandoſi in queſto Libro non della Geometria comune, ma della Geometria Legale, ſi è quì appoſtatamente inſerito queſto Problema, affinchè ſi ſappia, eſſervi nelle conteſe dell' Alluvioni [*b*] dei caſi, nei quali l'opera Geometrica non c'entra;

16. Imperciocchè potrebbe forſe il principiante Geometra immaginarſi il contrario.

17. Conſiderando ulteriormente le diſpoſizioni delle Leggi in queſta materia, ſi dimanda nel

PRO-

PROBLEMA IV.

Come ſi divida un' Alluvione (b) attaccata alla via pubblica?

(b) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell' accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

Sia in

I. Ipoteſi (*a*).

1. Propoſto un caſo giuſta il tenore della Legge *Martius ff. de acq. Rer. Dom.* come vedeſi nella *Fig. CXCVII. fol.* 21.
2. Ove ſupponiamo, che Marzio abbia un Fondo confinante colla pubblica via,
3. Alla quale pubblica via ſia aggiunto il Fondo di Lucio Tizio,
4. Confinante al Fiume *ABCD*,
5. La cui ulterior Riva *AB* ſia formata dal Fondo d' un Anonimo.
6. Supponiamo ancora che creſciuto pianpiano il fiume abbia prima innondato, ed occupato il Fondo di Lucio Tizio,
7. E poi col tratto del tempo anche la via pubblica con laſciare dell' Alluvione (*b*) preſſo il Fondo dell' Anonimo;
8. E che finalmente recedendo l' acqua pianpiano, e laſciando l' Alluvione (*b*), ove erano la via pubblica, ed il Fondo di Lucio Tizio, ſiaſi di nuovo riſtretta nel ſuo vaſo *ABCD*,
9. Dimandaſi dunque in qual modo le dette Alluvioni (*b*) divider ſi debbano?

Dico per

II. Regola.

Che le Alluvioni (*b*) ſi dividono a benefizio de' Fondi, a cui eſſe ſono attaccate, *giuſta il Probl. I. di queſto Capo*, figurandoci come ſe la via pubblica non ci foſſe.

(a) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

Eccone la

III. Pratica.

1. Considerando dunque nella proposta Ipotesi (*a*), ch' il fiume abbia prima lasciata l' Alluvione (*b*) attaccata al Fondo dell' Anonimo, mentre pianpiano si è avanzato ad occupare il Fondo di Lucio Tizio, e poi anche la pubblica via,
2. Dovevasi allora tirar la linea *AB* dal principio sin' al fine dell' Alluvione (*b*), *giusta la Pratica del mentovato Probl.* 1.
3. E su quella dai punti dei confini del detto Fondo ergere per mezzo della squadra, *giusta la detta Pratica*, le Perpendicolari (*c*) *AO*, *BG*.
4. Senza toccar punto la via pubblica, *immaginandosi come quella non ci fosse*.
5. Ch' allora la porzione *AOGB* si sarebbe appartenuta all' Anonimo.

(b) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell' accrescimento di Terreno, che insensibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

*

6. Considerando ancora come col tratto del tempo recedendo il fiume, e ristringendosi nel suo primiero vaso *ABCD*,
7. Abbia lasciata l'Alluvione [*b*] *CKSD*, ov'erano il Fondo di Lucio Tizio, e la via pubblica, come dicemmo,
8. Dovrassi al solito tirar la *CD* dal principio sin' al fine della detta Alluvione (*b*) presso il fiume,
9. Ed ergervi sopra le Perpendicolari (*c*) *CK*, *DS*,
10. Sin' ai punti *K*, *S*, che sono i confini del Fondo di Marzio,
11. Ch' *immaginandosi come se la via pubblica non ci fosse*,
12. La porzione *OCDG* apparterrà a Marzio.
13. Considerandosi la detta via sempre pubblica, come essa era per l' addietro.

(c) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l' F.*

Eccone

§. XCIV.

La sua Ragione Legale Geometrica.

1. La già accennata Legge *Martius ff. de acq. Rer. Dom.* canta come segue:

Mar-

Martius fundum habebat, ſecundum viam publicam, ultra viam publicam flumen erat, & ager Lucii Titii, ovvero *ultra viam publicam ager Lucii Titii, & flumen erat. Flumen fluit paulatim; primum omnem agrum, qui inter viam, & flumen eſſet, abolevit, deindè & viam ſuſtulit... Poſtea rurſus minutatim receſſit, & alluvione in antiquum locum rediit. Reſpondeo: cum flumen agrum, & viam publicam abſtuliſſet; eum agrum ejus factum eſſe, qui trans flumen fundum habuiſſet. Poſteà cum paulatim retrò rediiſſet; & ademiſſet ei, cujus factus eſſet, addidiſſe ei, cujus trans viam ager eſſet; quantum ejus fundus proximus flumini eſſet: id autem quod publicum fuiſſet, nemini acceſſiſſet, ne tamen impedimento viam eſſe, quo minus ager, qui trans viam alluvioni fluminis relictus eſſet, Martii fieret* &c.

(d) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——.

(e) *Angolo retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come* ⌞.

2. Che val a dire (laſciando la narrazione del caſo già fattaſi nell' Ipoteſi (*a*) e ſtando ſulla ſola diſpoſizione della Legge) *che dopo ch' il fiume aveva tolto via il fondo, ed anche la ſtrada, il detto fondo, cioè la laſciata Alluvione* [*b*] *ſiaſi fatta di quello, che aveva il ſuo fondo di là dal fiume, vogliamo dire dell' Anonimo,*

3. *Poſcia eſſendo riceduto il fiume, ed avendo tolto il Fondo o ſia l' Alluvione* [*b*] *a chi l' aveva prima laſciata, cioè al detto Anonimo, la abbia poi data a quello, che ha il Fondo di là dalla ſtrada, cioè a Marzio,*

4. *Tanto quanto ſi ſtende il detto Fondo ſe foſſe preſſo al fiume,*

5. *E che di quello che era pubblico neſſuno ſe ne foſſe fatto Padrone...*

6. *E che nè meno la ſtrada abbia potuto impedire, ch' il Fondo laſciato per Alluvione* (*b*) *di là dalla ſtrada non ſia di Marzio.*

7. Così parla la mentovata Legge,

*

8. E toccante la Ragione Geometrica già dall' antecedente §. noi ſupponiamo coſa nota, che volendo dividere un' Alluvione [*b*] giuſta la larghezza de' Fondi, a' quali eſſa aggiace, determinata che ſia la di lei lunghezza per mezzo d' una linea Retta [*d*], debbanſi ſu queſta tirare le linee Perpendicolari [*c*] dai confini dei Fondi, cioè fare ſempre nelle diviſioni di più Padroni gl' angoli Retti (*e*).

9. Perocchè in tale guisa le dette divisioni saranno sempre regolari, ed uniformi; lo che in caso contrario non potrebbe effettuarsi.

10. Circa la qual materia alla Geometria attinente noi avremo maggior campo di favellare nel proseguimento di questo Trattato.

*

11. Frattanto però toccante l' accennata Ragione Legale; benchè questa sia chiaramente fondata sulla Legge *Martius* ec. già addotta,

12. Con tutto ciò potendo alcuni opporci una disposizione molto differente dalla insinuata nella Legge *Adeo* §. *Insula in fin.*, e nella Legge *Ergo* §. *Alluvio ff. de acq. Rer. Dom.*

13. Nella prima delle quali s' ordina bensì, che quando un Fiume abbia occupato tutto un Fondo, e poscia recedendo da questo, sia il mentovato Fiume ritornato nel primiero suo vaso, nulla possa pretendere il Padrone del Fondo occupato,

14. Ma soggiungesi poi: *Sed vix est, ut id obtineat*: cioè, *ma difficilmente ciò potrassi ammettere;*

15. E nella seconda dicesi, che avendo il Fiume occupato il mio Fondo, il quale era situato fra la via pubblica, ed esso Fiume; questo poscia recedendo, il Fondo prima occupato debba restituirsi al suo Padrone.

16. Rispondiamo perciò alla Legge *Adeo* oppostaci, che *difficilmente potrà ammettersi ciò, che la detta Legge ha ordinato*, quando il Fiume abbia occupato il Fondo in modo, che dopo essersi ristretto nel primiero suo vaso appariscа in qualche modo ancora la qualità del detto Fondo,

17. Ma se sia stato occupato in modo, che non se ne veda più nè qualità, nè forma, talmente che, *giusta Bartolo de Alveo nel Vocabolo: Sed vix est*: siasi fatto un Alveo per dieci anni *inter præsentes*, e venti *inter absentes*, allora la Legge vuole, giusta la sua formale disposizione, che *nulla possa pretendere il Padrone del Fondo.*

18. La quale risposta noi crediamo fondata sulla Legge *Quod in litore* §. *fin. ff. de acq. Rer. Dom.*

19. Rispondiamo pure alla Legge *Ergo* oppostaci colle formali parole della stessa Legge, la quale non dice come nella Legge *Martius &c.* che *flumen minutatim recessit*, cioè, *che il fiume sia receduto a poco a poco*,

20. Ma

20. Ma : *eodem impetu receſſu fluminis reſtitutus ager* : cioè, *che col medeſimo impeto, col quale il fiume ha occupato il Fondo, ſia da eſſo receduto.*

(a) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

21. Sicchè dunque diverſo è il caſo della Legge *Ergo* oppoſtaci dal caſo da noi propoſto nella noſtra Ipoteſi (*a*);

22. Imperciocchè in quella collo ſteſſo impeto è ſtato occupato, ed abbandonato il Fondo, e per conſeguenza la di lui forma poco, o nulla ſarà ſtata mutata;

(b) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell'accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s'attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

23. Ed in queſta eſſendo a poco a poco receduto il fiume, n'avrà conſeguentemente mutata la qualità, e la forma, giuſta il ſenſo della già addotta Legge *Quod in Littore* §. *fin. ff. de acq. Rer. Dom.*

24. Sicchè la diſpoſizione della Legge *Martius* addotta nel preſente Problema dovrà avere il ſuo effetto.

Diciamo per

*

Avvertimento.

25. Che grande ſtrepito aveva ſinora fatto nella materia delle Alluvioni [*b*] la Quiſtione dei così nominati *Fondi limitati*,

26. I quali erano certi Fondi, che con determinate porzioni s'aſſegnavano dai Romani a' loro Soldati.

27. Queſti tali *Fondi limitati* non avevano verun dritto d'Alluvione (*b*), avendo diſpoſto le Leggi, che quella che vi ſi attaccava foſſe del primo occupante, *giuſta la Legge* 1. §. *Si Inſula de Flumin.* e come lo ſpiega *Battiſta Aimo nel ſuo Dritto Univerſo delle Alluvioni* (*b*) *Lib. II. Capo I. num.* 1. *e* 2.

28. Ma tenendo gran parte de' Giuriſconſulti, fra i quali lo *Struvio Jur. Civ. Exercit.* 41. *Theſ.* 26., ed il *Griſiandro de Inſul. Cap.* 27. *num.* 52., che queſti Agri limitati oggidì *receſſerint ab aula*, cioè che ſieno andati in diſuſo,

29. Noi non ne faremo altra menzione, giacchè nè la la Giuriſprudenza, nè la Geometria appena v'hanno che fare.

30. Da ciò che fin'ora ſi è detto circa le Alluvioni, (*b*) potrà il Principiante comprendere, come negli altri caſi regolare ſi debba intorno alle diviſioni delle dette;

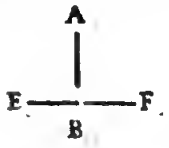
dette; purchè abbia fiſſo nella memoria ciò, che nel Fondamento premeſſo agli antecedenti Problemi accennammo.

31. Cioè, *che ſi debba ritrovare la largbezza dei Fondi preſſo le Rive in una ſola linea*,

32. E che *ſu queſta ſi debbano tirare delle Perpendicolari* (a) *dai punti dei confini dei detti Fondi ſin' al Fiume*, giuſta il comando delle Leggi nel §. 91. citate.

33. Onde noi non ci diffonderemo d' avvantaggio intorno alle così nominate Alluvioni [b], e paſſeremo ulteriormente al

(a) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura. la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*



CAPO II.

Delle diviſioni delle Iſole ordinate dalla Giuriſprudenza.

(b) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell' accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s'attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

1. UN' Iſola è preſſo i Giuriſconſulti *una porzione di terra per tutto circondata dall' acqua*, come s'eſprime la *Gloſſa intorno al §. Inſula. Inſtit. de Rer. Diviſ.*

2. Ovvero giuſta la Legge *Inſula ff. de acq. Rer. Dom.* *egli è un luogo circondato dall' acque, il quale non eſſendo più circondato, ceſſa d' eſſer Iſola*;

3. Ma perchè ſovente avviene, che in alcuni Paeſi farà una porzione di terra più circondata dall'acqua nella State, che nell' Inverno, ed in altri più nell' Inverno, che nella State,

4. E per conſeguenza potendo alcuni aver motivo di nominarla Iſola nella State, ma non nell'Inverno, ed altri al contrario nell' Inverno, ma non nella State,

5. Dovraſſi un' Iſola conſiderare in quella ſtagione, in cui il fiume è più ſcarſo d'acqua;

6. Perocchè ſe una porzione di terra è circondata dall' acqua in tempo ch' il fiume n' ha poca, tanto più ne ſarà circondata in tempo che quello n' ha aſſai.

7. E quantunque la Legge *Ait Prætor. §. Is autem. ff. Ne quid in flumine publico*, inſegni doverſi conſiderare l'acqua d'un fiume piuttoſto nella State, che nell' Inverno, accagione, ch' il corſo del fiume è più certo in quella, che in queſta ſtagione; Ivi: *Sem-*

per,

per certior eſt naturalis fluminum curſus æſtate quam hyeme.

8. Con tutto ciò inſegnandoci la ſperienza, che in quelli paeſi, che di montagne abbondano, ſieno i fiumi maggiori la State, che l'Inverno,

9. Ed all' incontro ne' paeſi piani ordinariamente ſieno i fiumi maggiori l'Inverno che la State, noi crediamo che la Legge parli per lo più de' fiumi dell' Italia, paeſe in gran parte piano,

10. A cui pare accomodarſi lo ſteſſo *Bartolo nel ſuo Trattato de Alveo nel Vocabolo Relicto*, dichiarandoſi, che nella State *flumina perennia exareſcant*, che i fiumi d'acqua viva s' aſciughino nella State,

11. E perciò quando la Legge dice: *non eſſendo più circondato dall' acqua, ceſſa d' eſſere Iſola*: intendeſi non eſſendo più circondato dall'acqua nel tempo, in cui il fiume è più ricco d'acque:

12. Come chiaramente dall' interpretazione che fa *Bartolo* circa i Letti de' Fiumi derelitti nel citato *Tratt. de Alveo* all' accennato Vocabolo *Relicto* ſi può raccorre.

13. Avendoci dunque inſinuato la Gloſſa, *che un' Iſola altro non ſia, ch' una porzione di terra circondata dall' acqua*, come accennammo,

14. Eſſa ha parlato dell' Iſole in generale, cioè tanto di quelle che naſcono nel Mare, quanto di quelle che naſcono ne' Fiumi,

15. Toccante le prime, noi quì non ne faremo ulterior menzione; imperciocchè non ſoggiacciono alle diviſioni, che noi ricerchiamo in queſto luogo, e vengono ſenza contraſto acquiſtate dal primo occupante, *giuſta la Legge Adeo §. Inſula ff. de acq. Rer. Dom., ed il §. Inſula Inſt. de Rer. Diviſ.*

16. Ma intendiamo favellare di quelle Iſole, che naſcono ne' fiumi pubblici, come ricavaſi dalla *Legge penul. §. fin ff. de acq. Rer. Dom.*

17. Le quali naſcere in tre modi apprendiamo dalla Legge *Ergo §. Tribus ff. de acq. Rer. Dom.* cioè:

I. Quando un Fondo, il quale non era per l' addietro letto del fiume, dallo ſteſſo viene circondato.

II. Quando il fiume ha laſciato in ſecco una parte del ſuo letto cominciando a ſcorrergli allo intorno.

III.

III. Quando il fiume aggiungendo pianpiano delle particelle di terreno, o ſia dell' Alluvione (*a*) ad un luogo lo va rendendo più eminente ſopra il letto,

18. Ai quali tre modi ſi può aggiungere il quarto ſecondo la dottrina di *Bartolo nella ſua Tiber. Part.* 2. gloſsando le parole : *in flumine nata*; cioè :

IV. Quando un' Iſola non ſi fa per mezzo della forza del fiume, ma per mezzo dell' umano artifizio.

19. Inteſo dunque di quali ſorte d' Iſole noi meditiamo di trattare;

20. Ci accingiamo bensì a moſtrarne le diviſioni ordinate dalla Giuriſprudenza ne' ſeguenti Problemi, ma giuſta tutti gl' Autori da noi fin' ora veduti, non ritroviamo il modo dell' accennate diviſioni appoggiato al *rigore Geometrico*, come già altrove favellamo.

21. E queſto è quello ſcoglio del Mare Letterario, in cui le Navi de' più valenti Nocchieri ſi ſono ſpezzate.

22. Noi già al *num. IV. di queſto Libro* accennammo i ſudori di *Bartolo*, di *Baldo*, di *Buteone*, di *Girolamo Magio*, di *Carlo Carazzi*, di *Battiſta Aimo*, di *Aſvero Fritſchio*, di *Giovanni Fedrigo Polack* ec. ſenza aver' eſſi potuto giugnere al ſoſpirato ſcopo di determinare Legalmente, e Geometricamente come ſi debbano dividere le mentovate Iſole.

23. Della quale materia noi faremo particolare eſame nel Cap. 3. di queſto Trattato,

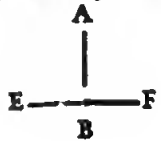
24. E frattanto inſinueremo debolmente al Leggitore il modo più poſſibile, e più proſſimo alla verità Geometrica, con cui nel bujo della nominata materia noi giudichiamo di poter operare; imperciocchè come già dicemmo, il vero Geometrico non lo poſſiamo ritrovare;

25. E quantunque noi non lo ritroviamo, ſperiamo però d' apportare qualche emolumento al principiante Geometra con additargli i luoghi pericoloſi di queſto Mare, affinchè egli non vi s' accoſti,

26. Ed a queſto oggetto noi premetteremo al ſolito

(a) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell' accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

(b) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



*

Il Fondamento di tutte le Regole del preſente Capo.

27. *Il quale conſiſte nel ritrovare la vicinanza delle Iſole alla fronte, ovvero largbezza dei Fondi ſulle Rive dei fiumi,*

28. *Il che faſſi con determinare il mezzo del fiume coll' ajuto di più Perpendicolari (b) tirate dai confini dei fondi delle rive ſulla linea della lunghezza dell' Iſola, le quali Perpendicolari (b) ſieno tagliate per metà.*

E perciò vediamo nel

(c) *Linee Paralelle ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall'altra, in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

PROBLEMA I.

Come ſi divida un' Iſola ſituata in mezzo ad un fiume, le cui Rive ſono Paralelle (c) fra loro.

(e) *Retta è quella Linea, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

Sia in

I. Ipoteſi. (d)

1. Nella *Fig. CXCVIII. fol.* 21. il fiume *A B C D*,
2. Il quale abbia le Rive *A B*, *C D* Paralelle (c) fra loro.
3. L' Iſola *F b* ſia ſituata nel mezzo.
4. Sulla riva *C D* ſiano i Fondi di Mevio, e Tizio,
5. Sulla Riva *A B* i Fondi di Cajo, e Sempronio.
6. E debbaſi Legalmente, e Geometricamente dividere la mentovata Iſola.

Dico per

II. Regola.

Che tirata una Retta (e) per mezzo al fiume, ovvero una Retta (e) dietro la lunghezza dell' Iſola, ed alzate ſulla detta delle Per-

pendicolari (*a*), che terminino ſui confini dei Fondi delle rive, faraſſi la giuſta diviſione dell' Iſola ſecondo la larghezza dei detti Fondi per quelli che li poſſeggono.

Eccone la

III. Pratica.

1. Veramente ſimili caſi, ove un fiume abbia le Rive eſattamente Paralelle (*b*) fra loro, e nel mezzo d' eſſo vi ſia ſituata un' Iſola, di rado, o non mai naſcono,
2. Con tutto ciò noi abbiamo propoſta la preſente Ipoteſi [*e*] per dare lume a ciò che ne' Problemi ſuſſeguenti eſporremo,
3. E dovendoſi giuſta la Regola, *tirare una Retta* (*d*) *per mezzo al fiume*, ciò effettueraſſi con facilità, quando prima il fiume, l' Iſola, ed i Fondi, ovvero le Rive d' amendue le parti ſi ſaranno delineate ſulla Tavoletta, *giuſta il Probl.* 2. *del Lib.* 3. *Cap.* 3. *Part.* 3.
4. Perocchè allora agevolmente ſulla carta accomodato un braccio della ſquadra ſopra l' una, o l' altra riva AB, CD,
5. Tirate dietro l' altro due Rette (*d*) da diverſi punti a piacere come le OS, KQ,
6. Diviſe queſte per metà in F, G,
7. E tirata per i punti delle dette metà la MN,
8. *Queſta ſarà la Retta* (*d*) *tirata per mezzo al fiume*,
9. Sulla quale dovendoſi alzare delle Perpendicolari (*a*), che terminino ſui confini dei Fondi delle Rive,
10. Le FK, GO tirate colla ſquadra nel modo accennato, ſaranno le Perpendicolari (*a*), che terminano ſu i confini dei Fondi di Mevio, e Tizio ſulla Riva CD,
11. E le PR, FQ, tirate come s'è detto, ſaranno le Perpendicolari (*a*) che terminano ſui confini dei Fondi di Cajo, e Sempronio ſulla Riva AB,
12. Le quali Perpendicolari (*a*) inſieme colla mentovata linea in mezzo al fiume faranno la deſiderata diviſione della propoſta Iſola;

13. Im-

(a) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſogginnea figura la* A B *è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l' F.*

(b) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano ſoſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* =

13. Imperciocchè per mezzo della linea di mezzo ſi conoſce, che la parte *F z r n b G P F* dell' Iſola appartiene ai Fondi di Cajo, e Sempronio di là dal fiume,

14. E che la parte *F V i y b G P F* appartiene ai Fondi di Mevio, e Tizio di qua dal fiume,

15. E per mezzo delle Perpendicolari (*a*) ſi conoſce, che la porzione *FVG* dell' Iſola verſo la fronte, o ſia larghezza *K O* del Fondo di Mevio, appartiene a Mevio,

16. E la porzione *G i y b* verſo la fronte, o ſia larghezza *O D* del Fondo di Tizio, appartiene a Tizio,

17. Che la porzione *F z P* verſo la fronte, o ſia larghezza *Q R* del Fondo di Cajo, appartiene a Cajo,

18. E la porzione *P G b n r* verſo la fronte, o ſia larghezza *R u* del Fondo di Sempronio, appartiene a Sempronio.

Eccone

(c) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(d) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

§. XCV.

La ſua Ragione Legale Geometrica.

I.

1. Che per la diviſione delle Iſole dovute ai Fondi delle Rive più vicine ſi debba dividere il fiume per mezzo per cercarne la vicinanza, ciò riluce dalle Legge *Adeo ff. de acq. Rer. Dom.* come anche *dal §. Inſula Inſt. de Rer. Diviſ.* ivi : *Siquidem Inſula mediam partem fluminis tenet ec.*

2. Lo ſteſſo ricavaſi dalla Legge *Inſula in fin. ff. de acq, Rer. Dom.* parlando del letto del fiume ivi : *Sed Alveus medius dividi debet &c. ita ut pars proprior Inſulæ tuæ tua ſit.*

3. Il che ſcorgeſi pure dalla Legge *Inter eos ff. de acq. Rer. Dom.*

4. Toccante poi le Perpendicolari (*a*), che *ſulla linea di mezzo s' alzano, e che terminano ai confini dei Fondi delle Rive*, che è lo ſteſſo che dire le Perpendicolari [*a*], che dai confini dei Fondi delle

Rive Paralelle (*a*) alla linea di mezzo s' inalzano fin' alla detta linea,

5. Ciò viene ordinato dalla Legge *Inter eos ff. de acq. Rer. Dom.* ivi : *quantum ante cujuſque eorum juxta ripam eſt, tantum veluti linea in directum per Inſula tranſducta, quiſque eorum in ea habebit certis regionibus ;*

6. Perocchè *linea in directum tranſducta*, altro non può eſſere, che una *Perpendicolare* (*b*) Geometricamente parlando, giuſta *Buteone preſſo l'Aimo nel Libro* 3. *Cap.* 1. *Probl.* 14. *del Dritto univerſo delle Alluvioni* (*c*),

7. E come quì ſotto, ſtando ſulla ragione Geometrica, moſtreremo.

8. E finalmente, che la diviſione dell' Iſola ſi faccia ſecondo la larghezza, o ſia fronte de' Fondi ſulle Rive, ciò riluce dal §. *Inſula Inſt. de Rer. Diviſ.* ivi: *pro modo latitudinis cujuſque Fundi, quæ latitudo prope ripam ſit.*

9. E poi dalla Legge *Ergo in princ. ff. de acq. Rer. Dom.* ivi : *ad cujus frontem &c.* e dalla Legge *Inſula ff. eod.* ivi : *quæ contra frontem agri mei nota eſt &c.*

II.

10. Toccante poi la Ragione Geometrica, egli è certo, che la linea *M N* è tirata in mezzo al fiume, giuſta il comando delle Leggi;

11. Perocchè ſupponendo le due *A B*, *C D* Paralelle (*a*),

12. E concependo fatto il Paralellogrammo (*d*) *Q O* per le Perpendicolari [*b*] *O S*, *K Q*,

13. La *F G* tirata dalle metà delle *O S*, *K Q* divide il detto Paralellogrammo [*d*] evidentemente in due parti, ovvero in due Paralellogrammi [*d*] *F S*, *K G* uguali fra loro,

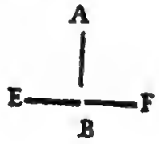
14. E per conſeguenza la detta *F G* dividente, ovvero la prolungata *M N* ſarà la linea di mezzo fra le due *A B*, *C D*,

15. Cioè la linea di mezzo del fiume *A B C D*.

16. Toccante poi le linee *F K*, *G O*, *P R*, *F Q* (le quali tirate dai punti, ovvero ſu i punti dei confini dei Fondi dimoſtrano le larghezze, ovvero fronti dei detti Fondi verſo l'Iſola) che quelle ſieno Perpendico-

(a) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(b) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.



(c) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell' accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

dicolari [*b*], l' evidenza dell' angolo Retto (*e*), che fa la ſquadra nel punto *c*, non richiede altra dimoſtrazione,

17. Onde moſtrando la Linea di mezzo del fiume quale ſia la vicinanza dell' Iſola ai Fondi delle Rive,

18. E le Perpendicolari [*b*] la certa larghezza, o ſia fronte, ch' ha l' Iſola verſo i Fondi delle Rive, ed i Fondi delle Rive verſo l' Iſola, reſterà per Regola fiſſa, che per dividere l' Iſole ne' Fiumi

Tirata una Retta (*f*) per mezzo al Fiume, ovvero una Retta (*f*) dietro la lunghezza dell' Iſola, ed alzate ſulla detta delle Perpendicolari (*b*), che terminino ſu i confini dei Fondi delle Rive, faraſſi la giuſta diviſione dell' Iſola, ſecondo la larghezza dei detti Fondi, per quelli che li poſſeggono.

Il che era ec.

*

1. Appena letto queſto §., ſembrami udire l' avveduto Leggitore, qualunque Principiante ch'egli poſſa eſſere, prorompere nelle ſeguenti parole:

2. Veramente ſe tutt'i Fiumi foſſero obbligati dalla natura a correre fra due Rive Paralelle [*a*], e ſe tutte le Iſole in eſſo ſituate vi ſi ritrovaſſero in mezzo, come noi le vediamo delineate in carta, anche i ciechi, per così dire, potrebbero farne la giuſta diviſione, tanto ſecondo la Giuriſprudenza, quanto ſecondo la Geometria.

3. Ma non avvenendo nel Mondo quaſi mai caſi conſimili, e moſtrandoci piuttoſto l' eſperienza, che i Fiumi hanno le Rive differentiſſime le une dalle altre,

4. Cioè terminate alle volte da Linee Rette (*f*) ſenza verun Paralleliſmo (*g*), alle volte da Curve (*b*), e fleſſuoſe, alle volte da Miſte [*i*]; e con una parola quaſi ſempre in figura irregolare.

5. Nemmeno avendo veduto, che la natura da ſe ſteſſa tanto bene colpiſca nel ſegno, che ſappia ſituare Geomerricamente in mezzo ad alcun Fiume le Iſole,

6. Al-

(d) *Paralellogrammo è una figura di quattro lati, dei quali gli oppoſti ſono fra di loro ugualmente diſtanti, come* ☐ ▭

(e) *Angolo Retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come* ∟

(f) *Retta, o ſia Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(g) *Paralelliſmo noi chiamiamo volgarmente il modo di fare due linee, o due piani ugualmente diſtanti fra loro.*

(h) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea che è fatta ad arco, come* ⌒

(i) *Linea Miſta è quella, che è compoſta da una linea Retta, e da una Curva, come*

(a) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

6. Altri riflefſi, ed altre Regole ſi richiederanno per ſciogliere le Quiſtioni, che in diverſiſſime Ipoteſi (*a*) ſi poſſono proporre.

7. Alla qual ſavia oppoſizione riſpondiamo, eſſer noi interamente del parere dell' intelligente Leggitore;

(b) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

8. E giacchè queſto è quello ſcoglio, in cui molti Nobili ingegni ſono urtati come al num. 16. del preſente Capo dicemmo, noi c' affaticheremo di moſtrarne la verità, e vedremo nel

PROBLEMA II.

(c) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco* ⌒ *come*

Come ſi divida un' Iſola, che non ſia ſituata in mezzo ad un fiume, le cui rive ſieno terminate da linee Irregolari, Rette (b), e Curve (c).

Sia in

I. Ipoteſi. (*a*)

1. Nella *Figura CXCIX. fol.* 21. l' Iſola *AMFTB SRA*, ſituata in un fiume, le cui Rive ſieno irregolari,
2. Cioè terminate da linee Rette (*b*), e Curve (*c*),
3. Sulle quali ſieno i Fondi di Cajo, e Lucio da una parte,
4. E dall' altra i Fondi di Alfeno, e Proculo,
5. Fra i quali Legalmente, e Geometricamente ſi debba dividere la mentovata Iſola.
6. Dico che non potendoſi con tutt' il rigore Geometrico dare una certa,

II. Regola,

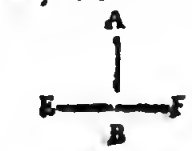
1. Oſſervati gli eſtremi punti dell' Iſola, che ordinariamente vedonſi ſecondo il corſo del fiume, e tirata una Retta (*b*) dall' uno all' altro, la quale determini la lunghezza della detta Iſola,

II. Cer-

II. Cercato il mezzo del fiume coll' ajuto di più Perpendicolari (*d*) divise per metà, e tirate sulla detta Retta (*b*) dall' una all'altra Riva,

III. Se ne fa la divisione *giusta il Probl. precedente*.

(d) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un'altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui seggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*



Eccone la

III. Pratica.

1. Trattandosi di dividere Isole nate ne' fiumi, egli è ben chiaro, che dovendosi Geometricamente tirar linee, descrivere Archi, e Cerchj,
2. Egli è molto difficile effettuarlo su i terreni sovente d' alberi ripieni, ed affatto impossibile nell' acqua,
3. E però converrà (come altre volte dicemmo) far la delineazione in carta tanto dell' Isola, quanto del Fiume, e Rive dirimpetto a quella, per mezzo della solita Tavoletta, *giusta i Problemi II. e III. del Libro Terzo della Terza Parte*,
4. Supposto dunque che tale delineazione si sia fatta.

I. 5. Osserviamo in primo luogo i due estremi punti *A*, *B* dell' Isola *AMFTBSRA*,

6. I quali due punti vedonsi ordinariamente dietro il corso del fiume,
7. E dietro quelli ne *determineremo la lunghezza nel modo seguente*:
8. Piantato un piede del compasso in *A* (cioè in uno di que' punti estremi dell' Isola, che dietro il corso del fiume l' occhio può discernere)
9. Si fa coll' altro piede un' arco, che tocci accuratamente l' altra estremità dietro il detto corso,
10. Che così ritroverassi l' altro punto estremo *B*, che dee segnarsi.
11. Poscia piantato un piede in *B*, steso l' altro fin' all' *A*, e fatto parimente un' arco, che

toc-

tocchi l' eſtremità dell' *A*, vi ſi farà pure un ſegno,

12. E dall' *A* al *B* ſi tirerà la *A B*, colla quale ſi determinerà la lunghezza dell' Iſola.

*

II. 13. Ora dovendoſi ritrovare il mezzo del Fiume,

14. Si tireranno più linee dall' una all' altra Riva Perpendicolari (*a*) alla detta *A B* linea di lunghezza, *giuſta alla pagina 167. numeri 7. e 15. ec.*

15. In modo, che la prima paſſi per il punto eſtremo *A*, e l' ultima per il punto eſtremo *B* della detta lunghezza,

16. Le quali Perpendicolari (*a*) ſaranno le *c d*, *e f*, *g h*, *i k*, *l m* ec. fin' alla *z B y*.

17. Poſcia facendo ciaſcuna delle dette Perpendicolari (*a*) in due parti uguali, *giuſta la pag. 216. n. 26. ec.*

18. Se ne ſegneranno i punti della metà in *A*, in *n*, in *o*, in *p*, in *q*, in *r*, in *s*, in *t*, in *u*, in *w*,

19. E tirata diligentemente dai detti punti la *A n o p q r s t u w*.

20. Queſta ſarà quella linea, la quale moſtrerà il mezzo del Fiume, ove la propoſta Iſola ritrovaſi ſituata,

21. E con più Perpendicolari (*a*) ſi tireranno, ſempre più eſatta faraſſi la detta linea in mezzo al Fiume.

*

III. 22. Ora ritrovato il mezzo del Fiume, facile ſarà il ſapere la vicinanza dell' Iſola alla fronte, ovvero larghezza dei Fondi delle Rive,

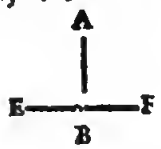
23. E per conſeguenza vedraſſi, che la parte *A R t s r q p o n A* ſia più vicina alle Rive di Cajo, e Lucio,

24. E la parte *A M B t q A* ſia più vicina alle Rive d' Alfeno, e Proculo,

25. E perciò queſta dovrà eſſere diviſa, *giuſta il precedente Probl. I.* fra Alfeno, e Proculo, e quella fra Cajo, e Lucio.

26. Sul

(a) *Perpendicolare linea è una retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſeguente figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



26. Sul fondamento dunque del detto Problema I. tiressi dalla *Q*, cioè dal punto dei confini fra Alfeno, e Proculo la *Q S* Perpendicolare [*a*] alla *A B* linea di lunghezza dell' Isola,
27. E dalla *P* punto dei confini fra Cajo, e Lucio, la *P r* Perpendicolare [*a*] alla detta *A B*,
28. Che così apparirà appartenere di là dal fiume la porzione *A M F s r q p o n A* ad Alfeno,
29. E la porzione *s F T B a t s*, a Proculo,
30. Apparirà pure appartenere di qua dal Fiume la porzione *A R t r q p o n A* a Cajo,
31. E la porzione *S t s r S* a Lucio.

(b) *Superficie terrena s' intende un piano di qualunque terreno.*

Eccone

§. XCVI.

La sua Ragione Legale Geometrica.

I.

1. Egli è naturale, che volendo dividere alcuna Superficie terrena (*b*) debbasi questa considerare secondo la lunghezza, e larghezza *come abbondantemente s' è dimostrato in tutta questa Parte II. dell' Opera.*
2. E perciò nella divisione delle Isole volendo la Giurisprudenza considerare prima la lunghezza, essa nel più volte citato *Tit. ff. de acq. Rer. Dom.* s'esprime con diversi termini, ch' in sostanza sono gli stessi.
3. Perocchè nella Legge *Insula* volendo dare ad intendere a chi un' Isola nata, e poi accresciuta in un Fiume appartenga, subito ne tocca la lunghezza dicendo: *Insula est nata in flumine contra frontem agri mei, ita ut nihil excederet longitudo regionem prædii mei* ec.
4. Poscia ritoccando pure la detta *lunghezza* segue dicendo: *si initio nata ejus longitudinis fuisset.*
5. Ulteriormente nella stessa Legge discorrendo il Giurisconsulto intorno al dominio della detta Isola, che supponesi nata contro la fronte d' un Fondo, prosegue toccando anche la *lunghezza* del Fondo ivi: *ita, ut non excederet longitudinem agri tui.*

6. Finalmente ſtando ſulla *lungbezza*, queſta viene nella ſteſſa Legge nominata con altro termine equivalente al primo,
7. Cioè a quello, ch' è ſtato chiamato *lungbezza* del Fondo, chiamaſi anche *fronte* del Fondo ivi: *contra frontem agri tui natam eſſe ſcripſimus, ita ut non excederet longitudinem agri tui.*
8. Oltre a ciò la più volte mentovata *lungbezza*, ovvero *fronte* de' Fondi nominaſi preſſo i Giuriſconſulti anche col termine di *regione* che vale a dire *parte dirimpetto*,
9. Come appariſce nella citata Legge *Inſula* ivi: *quæ contra frontem prædii mei nata eſt, ita ut nihil excederet ragionem prædii mei* &c.
10. Sicchè dunque volendo le Leggi diſporre circa le diviſioni delle Iſole ſubito toccano la *lungbezza* delle dette Iſole, e dei Fondi ſulle Rive, come dicemmo,
11. La qual *lungbezza* è lo ſteſſo che la *fronte*, ovvero la *parte dirimpetto*, o dell' Iſola, o delle Rive del Fondo,
12. Come ce lo ſignifica anche l' *Aimo nel Libr. 3. del dritto univerſo delle Alluvioni Cap. 5. num. 7.* ivi: *Longitudo Regio, Frons in unum conveniunt &c.*

*

13. Se dunque le Leggi vogliono, che nelle diviſioni delle Iſole nate ne' Fiumi ſi debba oſſervare la *lungbezza* o delle dette Iſole o dei Fondi, col rifleſſo, che gli uni ſieno a *fronte*, ovvero *divimpetto* agli altri,
14. Egli è incontraſtabile, che, o la *lungbezza* d' un' Iſola debbaſi conſiderare *dirimpetto*, ovvero a *fronte* della lunghezza dei Fondi ſulle Rive,
15. O la *lungbezza* dei Fondi ſulle Rive, debbaſi conſiderare *dirimpetto*, o a *fronte* della lunghezza d'un Iſola;
16. E per conſeguenza o che la linea della *lungbezza* d' un' Iſola dee ſervire di fondamento, affinchè la linea della *lungbezza* dei Fondi le ſia tirata *dirimpetto*, o a *fronte*,
17. O che la linea della *lungbezza* dei Fondi dee ſervire di fondamento; affinchè la linea della *lungbezza* dell' Iſola le ſia tirata *dirimpetto*, o a *fronte*.

*

18. E però a noi ſembra che piuttoſto la linea di *lungbezza* dell' Iſola debba ſervire di fondamento a quella dei Fondi ſulle rive,
19. Che la linea di *lungbezza* dei Fondi a quella dell' Iſola;
20. Imperciocchè non ſignificando i termini di *dirimpetto*, ed a *fronte* altro che una linea ſia Paralella (*a*) ad un' altra, come diffuſamente lo moſtra l' *Aimo nel citato Lib. 3 Cap. 5 num. 17, 18, 23* ec. e come la ragione naturale ce lo ſuggeriſce.
21. Suppoſto che le linee delle Rive doveſſero ſervire di fondamento, affinchè la *lungbezza*, o linea dell' Iſola foſſe a quelle tirata Paralella (*a*),
22. Per due ragioni ciò non potrebbe avvenire, come per mezzo della *Fig. CC. fol. 22.* lo moſtriamo.

(a) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(b) *Paralelliſmo noi chiamiamo volgarmente il modo di fare due linee, o due piani ugualmente diſtanti fra loro.*

*

23. Primieramente non ſi può determinare, ſe nei due Fondi delle Rive *S D*, *K O*, ſituati per contro l' Iſola *A B C M A*.
24. Si debba tirare dai punti *S*, *D* la linea di *lungbezza*; affinchè ſerva di fondamento per tirarvi Paralla (*a*) quella della Riva oppoſta,
25. Ovvero ſe ſi debba tirare la detta linea fondamentale dai punti *H*, *D*,
26. Non potendoſi diſcernere dirimpetto a quali punti delle Rive ſieno accuratamente le ſtremità dell' Iſola.
27. Lo ſteſſo diceſi della Riva oppoſta non ſapendoſi, ſe i punti *K*, *O*, ovvero *F*, *o*, oppure *F*, *X* debbano eſſere i termini della mentovata linea.
28. Secondariamente non ſi ſa, ſe prima ſi debba tirare la linea *S D* di là dal Fiume, la quale ſerva di fondamento alla Parallela (*a*), che deeſi tirare ſulla Riva oppoſta,
29. Ovvero ſe ſi debba tirare la *K o* di qua dal Fiume, alla quale come fondamento ſi faccia Parallela (*a*) la linea della Riva oppoſta, per poter poi ſullo ſteſſo Paralleliſmo (*b*) tirare anche la *lungbezza* dell' Iſola,

(a) *Paralelle linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

*

30. Allo incontro ſe ſtabiliremo la linea di *lunghezza* dell' Iſola per fondamento, a cui le linee delle Rive debbano eſſere tirate Parallele [a],

31. Il detto fondamento ſarà ſempre fiſſo; perocchè tirata la linea della *lunghezza* dell' Iſola dai punti delle due ſtremità, quella ſempre ſi farà fatta, giuſta la naturale ſtenſione della detta Iſola, nè più lunga, nè più corta.

32. E perciò conchiudiamo, ch' egli è ſoſtenibile, che la linea di *lunghezza* d' un' Iſola ſerva di fondamento; affinchè le linee della *lunghezza* dei Fondi delle Rive ſieno a quella tirate Paralelle (a), cioè *a fronte*, o *dirimpetto* le une alle altre, come le già citate Leggi s' eſprimono.

*

33. E ſe l' avveduto Leggitore ci opponeſſe, che non ſia coſa infallibile, che giuſta il corſo del Fiume ſi ſtenda ſempre la *lunghezza* d' un Iſola cogli eſtremi ſuoi punti, potendo avvenire, che la detta *lunghezza* ſi ſtenda forſe circa al traverſo del detto Fiume,

34. E che per conſeguenza non eſſendo la *lunghezza* d' un' Iſola ſempre dietro alla linea della *lunghezza* del Fiume, non avrebbeſi fondamento fiſſo per cercare dietro alla detta *lunghezza* la metà del fiume Geometricamente, come nella Pratica s' è fatto.

35. Alla quale oppoſizione noi riſpondiamo, che nel preſente Trattato delle Iſole non compariamo ſu queſte pagine come ſemplici Geometri, ma come Geometri Legali:

36. Onde quantunque avveniſſe (lo che da noi non mai è ſtato veduto) ch' un' Iſola non aveſſe i ſuoi due punti eſtremi di *lunghezza* giuſta il corſo del Fiume, eſſendo ciò coſa ſtraordinaria, la quale non mai, o molto di rado avviene,

37. Giacchè le *Leggi ſono ſtate coſtituite intorno a ciò, che ordinariamente, e frequentemente accader ſuole, e non intorno a ciò, che di rado avviene, giuſta la Legge Quoniam, la Legge Jura conſtitui, e la Legge Nam adeo ff. de L. L.*

38. Ta-

38. Tale caſo ſtraordinario non fa veruna impreſſione ai Legali Geometri,

39. Del qual ſentimento è l'*Aimo nel citato Lib. 3. Cap. 8. verſo il fine*, ivi : *Legislatorum mos eſt ejuſmodi caſus contemnere.*

*

40. E ſe forſe avveniſſe il caſo, che un'Iſola non foſſe cogli eſtremi punti della ſua *lunghezza* diſteſa [per quello che l'occhio può diſcernere] dietro al corſo del fiume,

41. Come appariſce nell'Iſola *a b* della *Figura CXCIX. foglio* 21.

42. La cui *lunghezza a b* ſembra piuttoſto eſſere diſteſa verſo le rive, che verſo il detto corſo del fiume :

43. In tale caſo ſtraordinario potremo ben dire coll'*Aimo*, che *certa in hac re non poteſt aſſignari regula*,

44. E che perciò ſi debba operare *juſtius quam fieri poteſt ;*

45. Imperciocchè allora converrebbe accoſtarſi alla diſpoſizione delle Leggi, e della Geometria al meglio che ſi può,

46. E però portato che foſſe in carta [come già dicemmo] il diſegno dell'Iſola, e delle Rive, converrebbe ſegnare dietro al corſo del fiume due punti *c*, *d*, i quali foſſero a diſcrezione dell'occhio in mezzo al fiume preſſo l'Iſola,

47. E dall'uno all'altro tirare la *c d*,

48. La quale potrebbe ſervire per la ſolita linea di *lunghezza*, che nelle Iſole ricercaſi, *giuſta il Probl. 2. Cap. 2. di queſto Libro*,

49. E dietro a quella tirar poi le altre Linee per la diviſione, *giuſta la Regola del detto Problema.*

50. E giacchè la ſperienza c'inſegna, che di rado tali caſi avvengono, noi confermiamo la Regola tale quale dell'accennato Problema;

51. Poichè, come dicemmo, *Jura conſtitui oportet in iis, quæ plerumque accidunt. Leg. Quoniam ff. de L. L.*

52. Tanto più, poichè come dice l'*Aimo nel citato Lib. 3. ec. Cap. 8. credibile non eſt Juriſconſultos uti longo rerum uſu edoctos, & multorum rerum ſcientia excellentes, aut fluviorum naturam non noviſſe, aut quidquam*

(a) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

quam, quod hujus perfectæ cognitioni necessarium esset, prætermisisse.

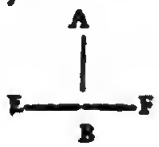
53. Sicchè dunque, giacchè le Leggi vogliono, che nelle divisioni delle Isole si debbano osservare i Fondi delle Rive, che le sono a *fronte*,

54. E che il fondamento di stabilirne la fronte verso i Fondi altro non sia, che la Linea della *lunghezza* dell' Isola tirata dagli estremi punti, che sono ordinariamente secondo il corso del Fiume.

55. Ci sembra di poter replicare,

I. 56. Che osservati gli estremi punti dell' Isola, che ordinariamente vedonsi secondo il corso del fiume, si debba dall' uno all' altro di quelli tirare una Retta (*a*) per il detto fondamento.

(b) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l'* E, *che verso l'* F.



I I.

57. Sin' ora s'è data la probabile ragione intorno al primo punto della già veduta Regola.

58. E perciò passeremo a provare il secondo punto, il quale si è,

II. 59. Che debbasi cercare il mezzo del fiume coll' ajuto di più Perpendicolari (*b*) divise per metà tirate sulla detta Retta (*a*) dall' una all' altra riva.

60. Essendo la vicinanza de' Fondi delle Rive all' Isola il fondamento della divisione, che se ne dee fare, come noi al principio di questo Capo dicemmo,

61. E come ce l'insegnano la Legge *Adeo §. Insula*, la Legge *Inter eos ff. de acq. Rer. Dom.*, e l'*Instituta de Rer. Divis. §. Insula ivi* : *Siquidem mediam partem fluminis tenet*, ed ivi : *Quod si alteri parti proximior sit &c.*

62. La Glossa nel Vocabolo *Mediam partem* mostra, che per ritrovare la mentovata vicinanza dei Fondi situati *a fronte* dell' Isola, *si debba cercare*

care il mezzo del fiume per mezzo d' una corda ec.

(c) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

63. Onde noi supplendo all' incomodo, ed all' impossibilità, che tale corda alle volte apportar ci potrebbe.

64. Portata in carta la figura dell'Isola, e dei Fondi delle Rive, come nella Pratica accennammo; noi per mezzo di più Perpendicolari [*b*] divise per metà tirate come s'è detto, e come s'è fatto nella Pratica, proviamo che ritrovasi il mezzo del fiume.

65. Facciasi dunque nella *Figura CCI. foglio* 21. il Rettangolo [*c*] *A B*,

66. I cui lati *A C*, *D B* sieno divisi per metà nei punti *a*, *f*,

67. E dal lato *A D* al lato *C B* sieno tirate più Perpendicolari [*b*] *o r*, *m n*, *p q ec.*

68. Diciamo, che siccome la *a f* è evidentemente tirata per il mezzo al detto Rettangolo [*c*],

69. Accagione, che quella passa per la metà di ciascuna delle dette Perpendicolari [*b*] tirate sulla Retta [*a*] *C B*,

70. Così la *a u r* della *Figura CCII. fol.* 21. è parimente in mezzo al fiume *S V R T*;

71. Accagione, che quella passa per la metà di ciascuna delle Perpendicolari [*b*]

72. Tirate sulla Retta (*a*) *C B*, ch' è la *lunghezza* dell' Isola.

73. Dunque resta fisso

III. 74. Che coll' ajuto di più Perpendicolari (*b*) divise per metà, e tirate dall' una all' altra riva sulla Retta (*a*) della lunghezza dell' Isola, si ritrova il mezzo del fiume, come nell' antecedente Regola dicemmo.

III.

75. Ora dopo essersi date le ragioni del primo, e secondo punto dell' antecedente Regola,

76. Essendosi nel precedente Problema già provato il terzo, il quale consiste

Nel

Nel dividere l'Isola fra i Padroni dei Fondi per mezzo delle Perpendicolari (*a*) alzate sulla Retta (*b*) della lunghezza dell'Isola, che terminano su i confini dei Fondi.

77. Se ne può vedere la ragione al §. 95.

*

78. Ed appunto per mezzo dell'accennato punto terzo della mentovata Regola, ritrovasi la divisione anche della larghezza d'un' Isola, dopo essersi ritrovata la di lei *lunghezza* nel modo addotto quì addietro;

79. Onde giacchè la divisione di qualunque Superficie terrena [*c*] deesi considerare secondo la di lei *lunghezza*, e *larghezza*, come al num. 1. di questo §. 96. dicemmo, si è osservata e l'una, e l'altra nella divisione delle Isole, mostrata per mezzo dei tre punti della più volte nominata Regola tale quale;

80. E perciò noi la confermiamo dicendo:

I. Che osservati gli estremi punti dell'Isola, che ordinariamente vedonsi secondo il corso del fiume, e tirata una Retta (*b*) dall'uno all'altro, la quale determini la lunghezza della detta Isola,

II. Cercato il mezzo del fiume coll'ajuto di più Perpendicolari (*a*) divise per metà, e tirate sulla detta Retta (*b*) dall'una all'altra riva,

III. Se ne fa la divisione, *giusta il Problema precedente*.

81. Quì non manchiamo di soggiugnere il seguente

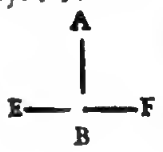
*

Avvertimento.

82. Cioè ch'eramo intenzionati per dare maggior lume al Leggitore nella materia delle Isole, di proporre con distinti Problemi alcuni casi contenuti nelle Leggi, cioè:

I. 83.

(a) *Perpendicolare linea è una retta, la quale stando sopra d'un'altra retta, non inclina più dall'una, che dall'altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l'F.*



(b) *Retta linea è quella che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(c) *Superficie terrena s'intende un piano di qualunque terreno.*

I. 83. Come ſi debba operare circa la diviſione d' un' Iſola, la quale [*giuſta la Legge Adeo ff. de acq. Rer. Dom.*] ſiaſi fatta d'un fiume, ch' ha circondata qualche parte d' un Fondo, come vedeſi nella citata *Figura CCIII. foglio* 21.

84. In cui figuriamoci, che l' ordinario corſo del fiume ſia nel vaſo *B C D A*,,

85. E che eſſendoſi poi del detto fiume fatto il ramo *k r F ſ R K*,

86. Il quale di nuovo congiungeſi col corpo del fiume in *ſ R*,

87. Siaſi circondato il ſondo *K s R* di Mevio, e Cajo,

88. In modo che ſiaſi fatta un' Iſola *K S R*.

II. 89. Come ſi debba operare circa la detta diviſione, quando un' Iſola (*giuſta la Legge Inſula ff. de acq. Rer. Dom.*) ſia nata vicina al mio ſondo, come vedeſi nella *Figura CCIV. fol.* 21.

90. E che poſcia il fiume abbandonando il ſuo letto maggiore *A Q D B* cominci a ſcorrere fra l'Iſola *a b*, ed il detto mio Fondo *S T E*.

III. 91. Come ſi debba operare circa la mentovata diviſione, quando l'Iſola *e f* della *Figura CCIV. foglio* 21. ſiaſi fatta mia [*giuſta la Legge Epiſtolam ff. de acq. Rer. Dom.*]

92. Poſcia fra la detta Iſola, e la contraria riva ne ſia nata un' altra *c d*.

IV. 93. Come ſi debba operare circa la diviſione d' un' Iſola, quando queſta foſſe nata *a fronte* del mio Fondo [*giuſta la Legge Inſula ff. de acq. Rer. Dom.*] in modo che la di lei *lunghezza* non foſſe oltrepaſſata la fronte del mio Fondo, ma poſcia dilatataſi ſi foſſe ſteſa contro la fronte dei vicini inferiore, e ſuperiore, quaſi nello ſteſſo modo, come n'abbiamo propoſto il caſo nell' Alluvione [*d*] della *Figura CXCVI. Probl.* 3. *Cap.* 1. *di queſto Libro*.

(d) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell' accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

*

I. 94. E però toccante il primo caſo diciamo, non eſſere neceſſaria veruna diviſione Geometrica, giacchè la mentovata Legge *Adeo* &c. vuole, ch' un Fondo così circondato da un fiume rimanga

dello ſteſſo Padrone, di cui egli era al principio : ivi : *Ejus eſt, cujus & fuit.*

*

II. 95. Toccante il ſecondo caſo, diciamo pure non eſſer d'uopo di veruna diviſione dell'Iſola, ma bensì del letto del fiume abbandonato, nello ſteſſo modo come nel ſeguente Capo terzo ſi dirà.

96. Poichè l'addotta Legge *Inſula* &c. vuole, che l'Iſola rimanga di quello, di cui è il Fondo più vicino, benchè fra la detta Iſola, e Fondo abbia poi incominciato a ſcorrer il fiume. Ivi : *Nihilominus Inſula tua manet, ſed Alveus qui fuit inter eam Inſulam, & vicini Fundum, medius dividi debet* &c.

*

III. 97. Toccante il terzo caſo diciamo, che la ſeconda Iſola nata fra la prima, e la riva contraria ſi debba Geometricamente dividere prendendo la miſura della vicinanza dalla prima Iſola alla riva contraria, cioè dall'Iſola *e f* alla riva *Q R* collo ſteſſo metodo già moſtrato nel Probl. 2. di queſto Capo : Giacchè così diſpone l'addotta Legge *Epiſtolam* ivi : *Menſura erit inſtruenda*, ovvero, *inſtituenda a tua Inſula, non ab Agro tuo.*

*

IV. 98. Toccante il quarto caſo, queſto ſi è già deciſo nel Problema 2. Capo 1. di queſto Libro ſopra citato, e perciò non fa d'uopo quì ripetere ciò, che già in queſta materia a ſufficienza ſi è detto.

Onde avenzeremo al Capo Terzo.

CAPO

CAPO III.

Delle diviſioni de' Letti de' Fiumi pubblici ordinate dalla Giuriſprudenza.

1. CIò che ſia un LETTO d' un Fiume nominato ALVEO (*a*) dai Legali è comunemente noto a tutti.
2. Ma non trattandoſi in queſto luogo ſemplicemente d'un ALVEO (*a*), ma d'un ALVEO DERELITTO, che val a dire: d' un *Letto d' un Fiume abbandonato dall' acqua*, per farne in tal caſo la diviſione dalle Leggi preſcritta.
3. Noi intendiamo aver luogo la mentovata diviſione, quando l' *Alveo* (*a*) ſia perfettamente abbandonato dall' acqua, *giuſta Bartolo de Alveo nel Vocabolo relicto*.
4. Imperciocchè ſi danno de' Fiumi, i quali abbandonano per qualche tempo il Letto, e poi lo riempiono d'acqua, come ce lo inſegna *Bartolo nel luogo citato* circa un Fiume di Nurſia nell' Italia.
5. Intendiamo ancora avere luogo la nominata diviſione, benchè qualche poca d' acqua vi ſi ritrovaſſe ancora nell' *Alveo* (*a*), in modo però che ſia tanto poca, ch' abbia perduto il nome di Fiume,
6. Come il più volte citato *Bartolo* nel luogo accennato s' eſprime.
7. Dovendoſi dunque fare la diviſione d' un *Alveo* (*a*), o ſia *Letto de' Fiumi* abbandonato dall' acqua premettiamo al ſolito

(a) *Alveo intendeſi volgarmente il Letto di qualunque Fiume.*

*

Il Fondamento della Regola del preſente Capo.

Il quale *conſiſte nel dividere per mezzo l' Alveo* (*a*), *ed aſſegnarne le porzioni ai Fondi più vicini ſituati ſulle Rive dirimpetto al detto.*

E perciò vediamo nel ſeguente

(a) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

PROBLEMA UNICO.

Come ſi divida un Letto d' un Fiume abbandonato dall' acqua.

Sia in

(b) *Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

I. Ipoteſi. (*a*)

1. Nella *Fig. CCIII. fol.* 21. il Fiume *A B C D* il quale avendo prima avuto il ſuo Letto *B C F D R S K*,
2. L' ha poi abbandonato interamente ſcorrendo da un' altra parte, e facendone un nuovo, cioè l' *A B C K R D*,
3. Talmente che ſulle Rive del letto abbandonato ſono da una parte i Fondi di Sempronio, Tizio, e Lucio,
4. E dall' altra i Fondi di Mevio, e Cajo:
5. Onde dimandaſi a chi appartenga il primo letto, ed in qual modo divider ſi debba?

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata una Retta (*b*) dall' una all' altra metà delle due larghezze, che ſono al principio, ed al fine del Letto abbandonato dall' acqua,

II. Cercato il mezzo d' eſſo Letto coll' ajuto di più Perpendicolari (*c*) diviſe per metà, e tirate ſulla detta linea Retta (*b*) dall' una all' altra Riva aſciutta del nominato Letto fra li confini degli accennati Fondi, *giuſta il Probl. I. del Capo precedente.*

III. Se ne fa la dovuta diviſione.

Ecco-

Eccone la

III. Pratica.

1. Noi replichiamo quì per la prima cosa, ciò che ne' precedenti due Capi dicemmo circa il delineare prima in carta il Letto abbandonato insieme colle Rive contigue per farne l' agevole divisione.

I. 2. Supposta dunque una tale delineazione già fatta, e *dovendosi tirare una Retta* (*b*) *dall' una all' altra metà delle due larghezze, che sono al principio, ed al fine del Letto abbandonato*,

3. Le due larghezze saranno le Kr, fR,

4. Delle quali cercate le metà in a, ed in b, *giusta la pag. 216. n. 26. ec.*

5. Tirasi la $a\,b$,

II. 6. Poscia *tirate più Perpendicolari* (*c*) *sulla detta a b dall' una all' altra Riva asciutta*,

7. Cioè le Ro, cd, mn, pq, ec.

8. E queste divise per meta, *giusta la detta pag. 216. n. 26.* ec. se ne segneranno i punti in z, in y, in x, in W, in T, in M, in N, in O, in V,

9. E tirata diligentemente per i detti punti la $zyxWTMNOV$,

10. Questa sarà quella linea, la quale mostrerà il mezzo del letto asciutto,

11. E con più Perpendicolari (*c*) si tireranno sempre più esatta farassi la detta linea in mezzo al letto, come già favellammo nella Pratica del *Probl. II. Cap. II.*

III. 12. Ciò fatto operando giusta il Probl. I. del Capo precedente,

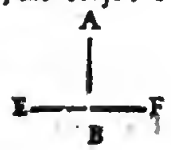
13. E tirando la Perpendicolare (*c*) dalla d, cioè dal punto dei confini fra Sempronio, e Tizio sulla $a\,b$ linea di lunghezza del letto,

14. E dalla u punto dei confini fra Tizio, e Lucio la Perpendicolare (*c*) $u\,g$;

15. Così si sarà fatta la divisione del letto fra i Fondi di Sempronio, Lucio, e Tizio di qua dal Fiume,

(c) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l'* E, *che verso l'* F.

(a) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l'* F.



16. Appartenendo, *giuſta il citato Probl. I. del Capo precedente* a Sempronio la porzione *f a z y d*,
17. A Tizio la porzione *d y x w T M N s F q n d*,
18. Ed a Lucio la porzione *u N O V E b r u*,
19. E toccante la diviſione di là dal fiume,
20. La porzione *a R c S M T W x z a* apparterrà a Mevio,
21. E la porzione *S K b V O M N* a Cajo *giuſta il detto Probl.* 1.

Eccone

§. XCVII.

La ſua Ragione Legale Geometrica.

1. Diciamo prima circa la diſpozione Legale,

*

2. Che per fare la diviſione d' un Letto d' un Fiume abbandonato dall' acqua, fra i Padroni ch' hanno i Fondi ſulle Rive ſi debba dividere per mezzo il mentovato Letto, ciò chiaramente riluce dalla già altrove citata Legge *Inſula verſo il fin ff. de acq. Rer. Dom.* Ivi: *Alveus medius dividi debet* &c.
3. E che fatto il fondamento della diviſione coll'accennata linea di mezzo, ſi *tirino poi le Perpendicolari* (a) *ſulla linea di lungbezza* del mentovato letto dai confini dei Fondi, per aſſegnarne le porzioni *giuſta* la larghezza dei detti Fondi a chi ſi deve,
4. Ciò già è ſtato da noi dedotto parte nel §. 95. *della pag.* 451. e parte nel §. 96. *della pag.* 457. mentre s' è favellato delle diviſioni delle Iſole.
5. Avendo noi per fondamento delle Perpendicolari (a) da tirarſi, la legge *Inter eos ff. de acq. Rer Dom.* Ivi: *Linea in directum transducta*: come più diffuſamente ſi è favellato al detto §. 95. *num.* 5. ec.

*

Diciamo poi intorno al Fondamento Geometrico.

I. 6. Che la linea *a b* della *Fig. CCIII. fol.* 21. tirata dall' una all' altra metà delle due larghezze, che ſono al principio, ed al fine del letto del fiume,

la qua-

la quale moſtra la lunghezza, ci ſembri eſſere tirata con fondamento certo;

7. Imperciocchè, giacchè una linea di lunghezza dell' Alveo (*b*) è neceſſaria per tirare ſu quella le Perpendicolari [*a*] dai confini dei Fondi, affine di determinare la larghezza, e conſeguentemente per fare la diviſione dell' accennato Alveo (*b*) dietro la larghezza di ciaſcun Fondo, come al §. 95. favellammo,

8. In neſſun modo più certo noi non vediamo come tirarla, ſe non dall' uno all' altro punto delle metà delle due larghezze, che ſono (come dicemmo) *al principio*, *e fine* del mentovato Alveo, o ſia letto del fiume,

9. Perocchè, ſe forſe noi nell' accennata figura voleſſimo tirare la detta linea dall' uno all' altro punto eſtremo delle dette larghezze,

10. Non potremmo con ſicuro metodo determinare, ſe quella ſi debba tirare dall' uno all' altro eſtremo punto al di ſopra,

11. Cioè dal *R* ſin' al *K*,

12. Ovvero dall' uno all' altro punto al diſotto,

13. Cioè dal *f* ſin' al *r*,

14. Atteſo che diverſi effetti farebbe l' una delle dette due linee riſpetto all' altra circa il determinare ſu quelle per mezzo delle Perpendicolari (*a*) le larghezze de' Fondi ſituati dirimpetto all' Alveo (*b*).

15. Come il Leggitore lo potrà a bell' agio da ſe ſteſſo provare;

16. E perciò qualunque ſituazione poſſa avere l' Alveo (*b*), il metodo reſterà ſempre certo, quando dai punti delle mentovate metà della di lui larghezza ſi tirerà la linea di *lunghezza*, o ſia linea fondamentale, ſu cui dai confini de' Fondi ſull' una, e l' altra Riva ſituati, ſi tirano le Perpendicolari (*a*) per la deſiderata diviſione,

17. Tanto più perchè ſembra che la legge ſteſſa ce ne dia qualche lume; mentre avendo comandato, che per metà ſi debba dividere l' Alveo (*b*),

18. Giudichiamo che pure dietro la ſcorta della metà delle

(b) *Alveo intendeſi volgarmente il Letto di qualunque Fiume.*

delle due larghezze ſi debba tirare la mentovata linea di lunghezza.

II. 19. Che poi tirando più Perpendicolari (*a*) ſull'a detta linea di lunghezza, e diviſe per metà ſi ritrovi il mezzo dell' Alveo (*b*), ciò s'è provato al §. 96. *n.* 58. ec.

III. 20. E finalmente, che dietro il mezzo dell'Alveo [*b*], e le Perpendicolari [*a*] tirate dai confini dei Fondi dell' una, e l'altra riva ſi facciano le dovute diviſioni del detto Alveo [*b*], ciò ſi è pure provato al §. 91. *num.* 8.

21. E però ci ſembra di poter replicare

I. Che tirata una Retta (*c*) dall' una all' altra metà delle due larghezze, che ſono al principio, ed al fine del letto abbandonato dall' acqua.

II. Cercato il mezzo d' eſſo letto coll' ajuto di più Perpendicolari (*a*) diviſe per metà, e tirate ſulla detta Linea Retta (*c*) dall' una all' altra Riva aſciutta del nominato letto fra i confini degli accennati Fondi, *giuſta il Probl. I. del Capo precedente.*

III. Se ne fa la dovuta diviſione.

*

22. In queſto unico Problema noi crediamo d'aver propoſto ciò, che la Legge *Adeo* §. *Quod ſi toto*, e la Legge *Inſula al fin. ff. de acq. Rer. Dom.* ordinano circa le diviſioni de' letti dei fiumi interamente abbandonati dall'acqua;

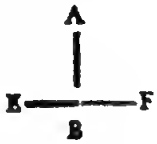
23. Imperciocchè ſembraci, che gli altri caſi, che intorno alle già mentovate Alluvioni (*d*) proporre ſi poteſſero, ſi poſſano in ſoſtanza alla precedente Ipoteſi (*e*) ridurre.

*

24. Sin' ora noi abbiamo debolmente rappreſentata al Leggitore la noſtra opinione circa le diviſioni Legali Geometriche intorno alle ALLUVIONI [*d*], ISOLE, e LETTI de' FIUMI pubblici,

25. Dal-

(a) *Perpendicolare linea à una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.



(b) *Alveo intendeſi volgarmente il Letto di qualunque Fiume.*

(c) *Retta è quella Linea, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

25. Dalla qual opinione essendo molto differente quella di *Battista Aimo* Giurisconsulto Parmeggiano da noi entro quest' opera molto citato, ci sembra cosa necessaria il fare un

(d) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell' accrescimento di Terreno, che insensibilmente s'attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

*

Esame intorno al metodo proposto dal detto Battista Aimo per dividere Legalmente, e Geometricamente le Alluvioni (d), Isole, e Letti de' fiumi.

(e) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

26. Questo celebre Giurisconsulto tiene una strada tutta differente dalla nostra nel far le divisioni delle mentovate Alluvioni (*d*), Isole, e Letti de' Fiumi, come alquanto favellammo nell' Avvertimento dopo il §. 91.

(f) *Parallelogrammo Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, come* □

27. Imperciocchè egli per fare le divisioni tanto delle Isole, quanto delle Alluvioni (*d*) non prende il fondamento dalla *linea di lungbezza* delle une, e delle altre come ne' precedenti Problemi noi abbiamo fatto,

28. Ma per l' accennato fondamento egli vuole, che per la prima cosa si divida il Fiume, in cui sono situate le Isole, o l' Alluvione [*d*], in due parti uguali per mezzo d'una linea Retta (*c*),

29. La quale linea Retta [*c*] serve ad esso di fondamento tanto rispetto alla divisione delle Isole, quanto delle Alluvioni (*d*), o anche Letti de' Fiumi.

30. Ma per meglio dare ad intendere la mente del nominato Autore noi abbiamo copiata la di lui Figura, ch' è la *CCV. fol.* 23. fra le nostre, e che ora mettiamo sotto gli occhi del Leggitore, e trascritte quì le di lui precise parole tradotte in volgare, le quali leggonsi nel *Lib.* 3. *Cap.* 7. *de Alluv. jur. univ.* e sono le seguenti:

31. *Il misuratore racchiuderà quella parte del Fiume, in cui è nato l' accrescimento, o sia l' Isola, l' Alluvione (d) ec. entro la Figura d'un Parallelogrammo Rettangolo (f) per mezzo della linea E F, la quale partisce tutto il corpo del Fiume in due parti uguali secondo la di lui lunghezza,*

(a) Parallele linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come ═══

32. Come vedeſi nella Figura A B C D,
33. La quale Figura deſcrivesi nella ſteſſa Riva per moſtrarne più facile l' operazione;
34. Perocchè il ponere i ſegni nell' acqua è coſa molto incomoda, e difficile.
35. „ Dalla quale linea E F, da cui proviene la giuſta „ diſpoſizione di tutta la Figura, dipende interamen„ te la vera diviſione.
36. „ E perciò quella richiede una grandiſſima prudenza „ del Miſuratore, all' arbitrio del quale tutto queſto „ affare ſi commette, non potendoſene dare Regola „ certa.
37. E caſo che alcun Fiume foſſe tanto grande, che difficilmente ſi poteſſe colle dette comprendere, come ſarebbe il Pò Re de' Fiumi,
38. S' accoſterà il Miſuratore a queſta oſſervazione più appreſſo che gli ſarà poſſibile;
39. Perocchè in tal modo egli farà la diviſione ſempre più giuſta. Ritorno al propoſito:
40. Quì le linee A D, B C, ſegnano la lunghezza regolare del Fiume d' amendue i lati,
41. E le linee A B, D C la di lui larghezza.
42. Dalla linea della lunghezza prendeſi la linea della vera largbezza dei Fondi, di cui diſcorreraſſi nel Capo ſeguente.
43. E dietro la linea della largbezza del Fiume conviene cercare la linea della legittima vicinanza, della quale quì trattaſi.
44. Alla quale linea di larghezza dee eſſere Parallela (a) la linea di vicinanza, come quì addietro dicemmo.
45. Si tiri dunque dall' una, o l' altra linea della Riva di quà, o di là dal Fiume una ſune, o ſia corda maggiore, direttamente fino, che arrivi alla linea della Riva contraria,
46. In modo che ſia Parallela (a) ad amendue le linee della largbezza del Fiume,
47. Cioè alle A B, e D C,
48. E queſta ſia la ſune a b,
49. In cui ritroviſi un punto, il quale moſtri ivi il mezzo del Fiume,
50. Perciocchè per la diviſione del mezzo del Fiume deeſi cercare la vicinanza;
51. E queſto ſarà il punto c,

52. Ed

52. *Ed in queſto modo la linea a b tirata più volte ſopra l' Iſola direttamente contro le A D, B C,*
53. *È notato ſempre il punto di mezzo del Fiume,*
54. *Diſegnerà delle linee, e più punti nel loro ſito, i quali moſtreranno la mezza parte del Fiume.*
55. *Come il punto e nella linea d e,*
56. *Il punto g nella linea f g,*
57. *E ciò appartiene alla parte ulteriore.*

*

58. *Toccante la parte citeriore diſegnerà la detta linea A B il punto h nella linea b i,*
59. *Il punto k nella linea k l,*
60. *Il punto m nella linea m n,*
61. *Ed il punto p nella linea o p q,*
62. *La quale è comune ad amendue le Rive;*
63. *E più volte, che ſi diſporranno i detti punti più eſatta faraſſi la diviſione, e più giuſta la linea, che diſegnerà il mezzo del Fiume,*
64. *La quale nella preſente Figura ſarà quella, che paſſa per i punti h e k c g m p s;*
65. *E per facilitare l' operazione potrà il Miſuratore tirar prima fortemente dall' una all' altra Riva le ſue Corde, o ſuni, poſcia dupplicate, ed ove così dupplicate toccheranno l' Iſola colla loro ſtremità, vi porrà egli un ſegno.*
66. *Siccome tale operazione vedeſi fatta per mezzo della linea a b prima gagliardamente applicata, poſcia dupplicata nella linea t c u;*
67. *Perocchè in queſto modo toccherà quella in qualunque ſito il mezzo del Fiume ec.*

*

68. Queſta è la dottrina del predetto Autore quì traſcritta di parola in parola dal latino in volgare.
69. Il quale vuole, che ſia applicata alle diviſioni delle Alluvioni (*b*), delle Iſole, e dei Letti de' Fiumi per que' Fondi, che ſono da una parte del Fiume.
70. Come egli s' eſprime *al Cap. 6. Canon. 5. del Libr. 3. già citato*, e *nel Cap. 8. dello ſteſſo Libr.* nel vocabolo *Rurſus Quoniam &c.*
71. Ma quantunque il Trattato dell' *Aimo* meriti la ſua lode per l' erudizione, e chiarezza, a noi ſembra

(*b*) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell' accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

(a) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell'accrescimento di Terreno, che insensibilmente s' attacca ai Fondi, e Rive di qualche Fiume pubblico.*

però (come già dicemmo) ch' alla di lui dotta fabbrica, toccante le divisioni delle Alluvioni (*a*), Isole, e Letti de' Fiumi, manchi ancora il fondamento tanto circa la GIURISPRUDENZA, quanto circa la GEOMETRIA.

Onde vediamo

*

Ciò che manchi al detto Aimo circa la Giurisprudenza intorno alla Divisione delle Alluvioni (a).

72. Lo stesso Autore insegna nel più volte citato *Lib. 3. Cap. 3. num. 11.* che le Alluvioni [*a*] debbano dividersi fra quelli, che sono dalla stessa parte del fiume, secondo la larghezza dei Fondi:

73. Ivi: *Alluvio dividitur pro modo latitudinis cujusque prædii &c.*

74. E toccante le divisioni delle Isole egli vuole, che quelle debbansi fare sulla ragione della *vicinanza* de' Fondi, che sono sull'una, e l'altra riva, come appunto vogliono anche le già citate Leggi *Adeo §. Insula, Inter eos princ. ff. de acq. Rer. Dom. L' Instit. de Rer. Divis. §. Insula*, e la Glossa nel Vocabolo *Mediam partem*,

75. Lo che in tutto il di lui mentovato Libro 3. si può vedere.

76. E se il fondamento delle divisioni delle Alluvioni (*a*) consiste nella *Largbezza de' Fondi*, e quello delle divisioni delle Isole *nella Vicinanza*, noi non sappiamo per qual cagione il detto Autore voglia, che quella Linea fondamentale, cioè la *E F*, che serve nella *Figura CCV. foglio* 23. per dividere il fiume in due parti,

77. E per conseguenza quella Linea, che serve per farci conoscere la *vicinanza* dei Fondi ad un' Isola, debba anche servire per un fine tutto diverso, che è quello della larghezza dei Fondi?

78. Egli manifesta questa sua intenzione chiaramente nel già citato *Cap. 8. del lib. 3.* colle seguenti parole: *Quoniam Insularum, Alvei, & Alluvionis par est, & uniformis divisio, ab eadem parte fluminis eisdem-*

met

met lineis inſtituenda, ita ſemper lineas duximus in dividenda Alluvione, uti ſi Inſula in medio fluminis conſtituta fuiſſet dividenda, ac eiſdem lineis Alluvionem, & Inſulam ſimul diviſimus; ubi extitit utrumque incrementum.

79. Cioè: *Che dovendoſi fare la ſteſſa, ed uniforme diviſione delle Iſole, dei Letti dei Fiumi, e delle Alluvioni (a) da una parte del fiume colle medeſime Linee, perciò nel dividere un' Alluvione (a) noi abbiamo ſempre tirate le Linee, come ſe un' Iſola ſituata in mezzo al fiume ſi doveſſe dividere. Onde colle ſteſſe Linee abbiamo diviſe l' Alluvione (a), e l' Iſola inſieme, quando ſi ſono preſentate e l' una, e l' altra.*

80. E peciò queſta opinione dell' *Aimo*, *che la Linea fondamentale della vicinanza debba ſervire anche per la fondamentale della Largbezza*; ſiccome *Largbezza*, e *Vicinanza* ſono diverſi oggetti avuti dalle Leggi, così noi non poſſiamo ſeguirla, ſino che alcuno non ce ne darà miglior lume.

81. Ciò inteſo circa la Giuriſprudenza intorno alla diviſione delle Alluvioni [a], vediamo

*

Il Fondamento, che manca al ſentimento del prenominato Aimo circa la Geometria intorno alla diviſione delle dette Alluvioni (a).

82. Il più volte mentovato Autore, trattando nel ſuo Libro terzo delle diviſioni delle Alluvioni [a], Iſole, e Letti de' Fiumi, pone tutto il ſuo fondamendo nel modo Geometrico.

83. Accagione, come egli inſegna nella Prefazione al Lettore, e come noi nel Preambolo di queſto Libro già dicemmo, *che la cognizione del dritto univerſo delle Alluvioni (a) conſiſte tanto nelle Leggi, quanto nella perizia dell' Arte Geometrica.*

84. Onde parlando egli ulteriormente delle diviſioni da farſi circa la Larghezza de' Fondi ſulle rive dice: *Che, ſe non cercaſi la Largbezza, e riſpettivamente Lungbezza de' Fondi con modo Geometrico, cioè con modo certo, un altro modo di Largbezza ſarà ſempre incer-*

(a) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell'accrescimento di Terreno, che insensibilmente s'attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

incerto, e ad ogni varietà delle Larghezze infinitamente variabile, e perciò sarà infinito, anzi nullo, ed indarno, ed ignorantemente costituito dalle Leggi ec.

85. Ivi : *Cujus rei investigatio nisi Geometrico more, id est certo constitutoque suscipiatur, modus hic latitudinis semper erit incertus, & ad omnem latitudinum, positionumque varietatem in infinitum variabilis, & ob id infinitus, immo vero nullus fruſtraque, & insciente a Lege positus, quod a Jurisprudentia Veterum J. C. prorsus est alienum &c.*

86. Dello stesso tuono parla egli nel *Capo* 9. *dell'accennato Libro* 3. riprendendo *Bartolo* colle seguenti parole : *Necessarium fuit Bartolo unicam methodum &c. nobis exponere, & adeo stratam, & universalem, ut nulla positionum varietate possit variari, & omni varietati deservire, hoc est, oportuit secundum Geometricum morem propinquitatis normam, & modum latitudinis inquirere &c.*

(b) *Paralellogrammo Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, come*

87. Volendo dunque l'accennato Autore, che la scorta delle divisioni delle Alluvioni (*a*), Isole, e Letti de' Fiumi sia la Geometria,

88. Pone per fondamento delle sue operazioni tanto rispetto alle Alluvioni (*a*), quanto rispetto alle Isole, la Linea *E F* già veduta nella Figura,

89. *La quale Linea* egli chiama *il mezzo Regolare*, dietro al quale vuole, che si faccia un Paralellogrammo Rettangolo (*b*), i cui due lati opposti debbano essere sulle rive del fiume.

90. Come vedesi *nel Cap.* 5. *Lib.* 3. *num.* 31. ivi : *inventa medio regulari &c.* e *nel Cap.* 7. ivi : *intra Paralellogrammi Rectanguli figuram &c. adjumento linea* E F, *quæ totum fluminis corpus in partes æquas dispertitur &c.*

*

91. Ma dopo essersi dichiarato, che l'unico modo certo per fare le mentovate divisioni è il modo Geometrico, come dicemmo,

92. E ch' egli chiama la sua Linea *E F il mezzo regolare, dietro al quale si debba costruire tutto il resto.*

93. A noi non reca poca maraviglia, che trattandosi poi di tirare la detta Linea regolare *E F*,

94. *Da*

94. „ *Da cui* (come l' Autore dice al numero 11.)
„ *proviene la giuſta diſpoſizione di tutta la Figura,*
„ *e la vera diviſione interamente ne dipende.*

95. Soggiunge poi al numero 12, che circa il tirare la mentovata Linea *E F* „ *queſta richieda una grandiſ-*
„ *ſima prudenza del Miſuratore, all' arbitrio del qua-*
„ *le tutto queſto affare ſi commette, non potendoſene*
„ *dare regola certa,*

96. Replicando nel *Capo* 8. ciò ch' egli aveva premeſſo *nel citato Capo 5. num.* 31., cioè, *che debbaſi tirare la detta linea juſtius quam fieri poteſt*, che val a dire; *più giuſtamente, che ſarà poſſibile.*

97. Onde noi non ſappiamo come delle quattro ſeguenti dottrine ſi poſſano combinare le due prime colle due ſeconde,

I. Cioè: *Che il modo di fare l' accennate diviſioni debba eſſere certo, e Geometrico, altramente egli ſarà nullo,*

II. *E che per il mezzo regolare ſi debba tirare la E F nella veduta Figura CCV. dalla qual Linea la vera diviſione interamente dipende,*

E poi

I. *Che la detta Linea ſi debba tirare più giuſtamente, che ſarà poſſibile,*

II. *E rimetterla all' arbitrio del Miſuratore, non potendoſene dare regola certa.*

98. E perciò ſul rifleſſo di queſta conſiderabile contrarietà; giacchè l' Autore vuole, che per fondamento delle diviſioni delle Alluvioni (*a*) ſi debba tirare la nominata Linea *F F* a caſo ſenza veruna certezza Geometrica, ſembraci di poter dire, che anche circa la Geometria manchi all' *Aima* il fondamento di dividere le Alluvioni (*a*).

99. La mancanza del detto fondamento vedraſſi più chiaramente quì appreſſo, mentre lo moſtriamo anche circa le diviſioni delle Iſole tanto riſpetto alla Giuriſprudenza, quanto riſpetto alla Geometria.

E però conſideriamo

Il man-

(a) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall'altra, in modo, che, ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ——

*

Il mancamento dell' Aimo circa la Giuriſprudenza intorno alla diviſione delle Iſole.

100. Inſegna il montovato Autore *nel Cap. 8. del più volte citato Lib. 3. che non potendoſi cavare coſa regolare da una Figura irregolare,*

101. *Abbiano i Giuriſconſulti circa le largbezze dei Fondi* (i quali giuſta ciò che per l'addietro dicemmo debbono avere le Rive Paralelle (*a*) alla più volte nominata linea di mezzo del Fiume, cioè alla decantata linea *E F* della Figura CCV.) *ſenza dubbio parlato d' un modo regolare, giacchè non è il loro coſtume d' inſegnare coſa vaga, ed incerta, come altrove dicemmo.*

(b) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell'accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

102. Ivi : *De regulari certa, conſtitutaque latitudine agrorum ſunt procul dubio locuti J. C. quorum mos eſt nihil incertum, nihil vagum nobis tradere &c.*

103. Ma, ſe la più volte mentovata linea *E F*, che ſegni il mezzo del fiume è il fondamento della diviſione delle Iſole come già moſtrammo,

104. E ſe il modo di tirarla è affatto vago, ed incerto, come dicemmo nella diviſione delle Alluvioni (*b*),

105. Non potrà dirſi d' operare giuſta la mente delle leggi, le quali in neſſun modo ordinano le coſe vaghe, ed incerte.

106. E per conſeguenza ſi può conchiudere che giuſta lo ſteſſo ſentimento dell' *Aimo* manchi ad eſſo il fondamento intorno alle Diviſioni delle Iſole riſpetto alla Giuriſprudenza.

*

107. Ed affinchè il leggitore poſſa vedere, quali ſtravaganze partoriſca una tale incertezza.

108. Vediamo

*

Il poco fondamento dell' Aimo anche circa la Geometria intorno alla divisione delle Isole.

Ed osserviamo la *Fig.* CC. *fol.* 22.

109. La quale rappresenta il Fiume *SVWDONK*,
110. In cui vedesi l' Isola *AOCMA*,
111. E l' Alluvione (*b*), che comincia dal punto *S*, e finisce nel punto *D*,
112. Ora, se vorremo con una linea chiamata *Regolare* dall' *Aimo*, dividere in due parti uguali il Fiume, e passando sopra d' esso tirarla dai punti, che ci sembrano essere in mezzo del detto Fiume *quò justius fieri potest*, come egli dice,
113. Quella potrebbe essere la *AB*,
114. Ovvero la *C Y*,
115. Ovvero anche la *A G*.
116. E così molt' altre tirate a capriccio, giacchè giusta l' Autore, *non se ne può dare regola certa*, e che tale operazione debba farsi più *giustamente, che sarà possibile*.
117. Imperciocchè noi non vediamo maggior ragione, per cui si debba cercare il mezzo del Fiume colla *AB*,
118. Che colla *C Y*, ovvero anche colla *A G*, stante che la *A*, e la *C* sembrano essere punti in mezzo al Fiume,
119. E per tale incertezza grande sarebbe la guerra, che fra i Padroni dei Fondi delle Rive nascerebbe,
120. Poichè Cajo direbbe, che debbasi tirare la *AB*,
121. Perocchè in tal modo egli avrebbe per mezzo delle Perpendicolari (*c*) *HT*, *VO* una buona parte dell' Isola, giusta le ragioni per l' addietro accennate;
122. Allo incontro a Mevio non toccherebbe nulla della detta Isola, accagione che il suo Fondo non è dirimpetto alla detta *AB*,

(c) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*

123. E per conſeguenza le Perpendicolari (*a*), che cadono ſulla *A B*, non paſſano per il di lui fondo.

(a) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*

124. Onde aſpra ſarebbe la conteſa fra Mevio, e Cajo,

125. Poichè quello vorrebbe piuttoſto, che ſi tiraſſe la *C Y* per mezzo della quale, e per le Perpendicolari [*a*] *W e*, *Z P*, egli acquiſterebbe una parte dell' Iſola, e n' eſcluderebbe Cajo interamente, giuſta ciò che accennammo;

126. Ed oltre a ciò anche Sempronio entrerebbe in queſta zuffa, il quale combattendo tanto contro Cajo, quanto contro Mevio, vorrebbe che ſi tiraſſe la *A G*,

127. Per mezzo della quale giuſta le ragioni già premeſſe) egli otterrebbe parte dell' Iſola, accagione del Fondo, ch' egli poſſiede di qua dal fiume.

128. Ma finalmente contro tutti e tre i combattenti Cajo, Mevio, e Sempronio uſcirebbe l' Equità, e la Giuſtizia in campo (anche ſecondo il ſentimento dello ſteſſo *Aimo*) e ſpezzate a ciaſcuno le armi, li metterebbe tutti in piena fuga,

(b) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

129. Imperciocchè in qualunque modo, che le tre Rette (*b*) *A B*, *C Y*, *A G* tirate ſieno nel fiume, non arrivano co' loro termini dal principio fin' al fine dell' Iſola, e molto meno dal principio fin' al fine dell' Alluvione [*c*] *S D*;

130. Mentre la ragione naturale ci addita piuttoſto, che volendo dividere un' Iſola, ed un' Alluvione [*c*] per mezzo d'una *Linea regolare*, queſta debbaſi ſtendere dietro tutta la lunghezza dell' Iſola, o dell' Alluvione [*c*].

131. Il che pure vuole aſſolutamente l'*Aimo*, mentre inſegna, che *quella parte di fiume, ov' è nato l'incremento, cioè ove ſi ſtende o l'Iſola, o l'Alluvione* (*c*) *debba eſſere rinchiuſo in un Paralellogrammo Rettangolo* (*d*) *per mezzo della Linea E F, la quale partiſca tutto il corpo del fiume in due parti uguali ſecondo la di lui lunghezza*: come dicemmo al num 7,

132. Sicchè per mezzo delle mentovate tre Linee tirate a ſorte (*giacchè non ſe ne può dare Regola certa*, come dice l'Autore) naſcono due ſtravaganze:

133. L'una ſi è, che per mezzo d'eſſe non ſi ha verun fondamento, ſu cui ſi poſſano fare le diviſioni delle Iſole, ed Alluvioni (*c*),

134. La

134. La ſeconda, che potendo avvenire, che le dette Linee non ſi ſtendano per tutta la lunghezza delle une, e delle altre, ſegue, che una parte d'un' Iſola, o d'un' Alluvione [c] poſſa reſtare indiviſa ſenza ſapere a qual Padrone dei Fondi ſe la debba aſſegnare.

(c) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell' accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

135. Come appariſce nella *preſente Fig. CC. fol.* 22.

136. Ove ſe ſi doveſſe tirare la *A B*, a neſſuno ſi ſarebbe aſſegnata l'Alluvione [c] *z D*,

137. Se ſi tiraſſe la *C Y*, a neſſuno ſi ſarebbe aſſegnata l'Alluvione [c] *S H*,

(d) *Paralellogrammo Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, come* □

138. E ſe ſi tiraſſe la *A G*, a neſſuno ſi ſarebbero aſſegnata l'Alluvione (c) *z D*.

139. Onde replichiamo, che manchi all'*Aimo* il fondamento anche *circa la Geometria intorno alla diviſione delle Iſole*.

*

140. Ma quì non vogliamo paſſare ſotto ſilenzio ciò, ch'è più da conſiderarſi intorno alla più volte nominata Linea *E F* della *Fig. CCV. fol.* 23.

141. L'Autore non ſolo contraddice a ſe medeſimo, chiamandola *Regolare*, volendola *Geometrica*, e poi dicendo, che debbaſi *ſecondo l' arbitrio del Miſuratore tirarla più giuſta che ſi può, non potendone dare certa regola ec.* come accennammo.

142. Ma oltre a ciò egli gravemente riprende *Bartolo*, per aver queſto nelle Figure della ſua *Tiberiade* tirate delle linee ſenza dimoſtrazione Geometrica.

143. Come ſi può vedere nel *Cap. 9. del più volte citato Lib. 3. al §. Inſuper*, ove s'eſprime colle ſeguenti parole: *Inſuper quod maximè cavendum fuit, in pleriſque figuris lineas quaſdam juxta flumen Bartolus conſtituit maximi ſane momenti, cur tamen, & qua ratione ſint ducendæ ne verbum quidem, ut non ab re liceat ſuſpicari ſenſu potius oculorum, quam Legum, artiſque ratione ad deformandas eas figuras ductum fuiſſe Bartolum.*

144. Poſcia nella rifutazione, che il mentovato *Aimo* fa della Figura 8. della *Tiberiade* di *Bartolo* s' eſprime nel modo ſeguente: *Tertium vitium eſt contra Geometricam diſciplinam: nam lineam D E ducendam jubet, cur autem, aut qua auctoritate, quove artificio id fieri debeat minimè nos docet &c.*

145. Anzi parlando l' *Aimo* precisamente della soggetta materia nel detto Lib. 3. contro la Figura IV. delle Figure delle Isole di *Bartolo*, lo riprende in ispezie, accagione che (quantunque rettamente abbia fatta la divisione dell' Isola ivi proposta, come egli dice) non abbia insegnato il fondamento, o la ragione per cui si debba tirare la linea, che fa la vera divisione della metà del fiume, la quale linea è d' una grandissima considerazione consistendo in essa la norma della retta divisione.

146. Ivi : *In hoc tantum (quod maximi tamen est momenti, & in quo rectæ divisionis norma consistit) reprehendendus est Bartolus, nam ducenda inquit linea uniformiter ab utraque parte ripæ, in qua punctum in medio ejus signatum sit, qua tamen ratione iste ductus lineæ ut uniformis sit, fieri oporteat, & quemadmodum cum ipsa ripæ linea debeat convenire, minimè docet, quod est docere sinè principiis &c.*

147. Onde noi non possiamo non maravigliarci della reiterata riprensione, che fa l' *Aimo* a *Bartolo* circa il tirare le linee senza Geometrica dimostrazione, e specialmente circa la decantata linea *E F* chiamata *Regolare*, mentre egli ritrovasi nello stesso mancamento molto ingolfato.

148. E ci sembra, ch' egli operi dietro quel sentimento d' *Ovidio al Lib. VII. delle sue Metamorfosi*,

149. Cioè - - - - - *video, meliora proboque*
Deteriora sequor.

*

150. Da ciò, che fin' ora s' è detto, facilmente si potrà comprendere, che non avendo noi veruna certezza intorno alla linea chiamata *Regolare* dall' *Aimo*, da cui tutta la vera divisione dipende,

*

Manca pure al detto Autore il Fondamento tanto circa la Giurisprudenza intorno alla divisione de' Letti dei Fiumi,

Quanto

Cir-

*

Circa la Geometria intorno alla diviſione dei detti Letti de' Fiumi,

151. Perciocchè lo ſteſſo fondamento per le diviſioni dell' Iſole richiedeſi ancora per le diviſione de' Letti de' Fiumi.

*

152. Sicchè ci ſembra di poter conchiudere che

I.

La diviſioue delle Alluvioni (a) da noi accennata poſſa eſſere ſoſtenibile.

153. Accagione che militando la ſteſſa ragione addotta nella diviſione delle Iſole circa il ritrovarne la *lunghezza*,

154. E circa il dividerne la *larghezza* a fronte dei Fondi per mezzo delle *Perpendicolari* (*b*), cioè (parlando in termini Legali) *lineis in directum transductis*, come già dicemmo circa la Legge *Inter eos* &c.

155. Non è coſa nuova, che la diſpoſizione delle Leggi intorno alle diviſioni delle Iſole s' applichi ancora alle diviſioni delle Alluvioni (*a*) Legge *Non eſt novum ff. de L. L. L.* 1. *ff. ad Leg. Aquil.*

156. Tanto più che nell' accennata Legge *Inter eos &c.* trattaſi di divider un' Iſola ſituata contro la fronte d' una ſteſſa Riva, come trattaſi di dividere le Alluvioni (*a*), le quali ſono ſempre attaccate ai Fondi della ſteſſa Riva.

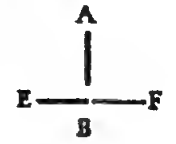
157. Onde toccante la nominata *lunghezza* delle Alluvioni (*a*) a noi ſembra piuttoſto modo certo il tirare ſempre una Retta (*c*) dal punto, ove quelle principiano fin' al punto, ove finiſcono, che il cercare una linea chiamata *Regolare*, che divida il fiume in due parti, da noi non ancora ritrovata con certezza, ed a quella far poſcia Paralelle (*d*) le Rive dei Fondi.

158. Tanto più, che ſervendo la linea di *lunghezza* delle Alluvioni (*a*) per ritrovare la *larghezza* dei Fondi.

159. E

(a) *Alluvione è preſſo i Giuriſconſulti quell'accreſcimento di Terreno, che inſenſibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

(b) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.



(c) *Retta è quella Linea, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(d) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(a) *Alluvione è presso i Giurisconsulti quell'accrescimento di Terreno, che insensibilmente s' attacca ai Fondi, o Rive di qualche Fiume pubblico.*

159. È la linea di mezzo al Fiume per ritrovarne la *vicinanza* per contro alle Isole, come s' è detto, non ha che fare la linea, per mezzo di cui si cerca la vicinanza colla linea, con cui si cerca la larghezza, come più diffusamente favellammo ai numeri 47, 48, 49, e segg.

160. E quantunque la linea di *lunghezza* d' un' Alluvione (*a*) nelle differentissime di lei situazioni non si faccia sempre Paralella (*b*) alla linea dietro il corso del Fiume (come vuole l' *Aimo* senza però effettuarlo)

(b) *Paralelle Linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giamai insieme, come* ═══

161. Noi non ne vediamo veruna necessità; imperciocchè la ragione non ci addita, che una naturale *lunghezza* delle Alluvioni (*a*) tale quale avanti gli occhi si presenta, si debba cangiare in un'altra stravagante *lunghezza*,

162. Nè vediamo, che le Leggi ciò comandino,

163. Nè meno comprendiamo in qual modo certo, e Geometrico si possa tirarla.

*

164. Ci sembra ancora di poter dire che

I I.

La divisione de' Letti de' Fiumi da noi addotta possa esser sostenibile.

165. Imperciocchè fissati i punti, fra i quali debba stendersi la linea di *lunghezza* di qualunque *Alveo Derelitto*,

166. I quali trovansi con metodo certo sempre nelle metà delle due estreme larghezze d' un proposto *Alveo*, o sia Letto d' un Fiume,

167. Come si è veduto nel §. 97. a cui ci rimettiamo,

168. Sempre tirerassi con regola certa la nominata linea di *lunghezza*, per mezzo della quale si ritroverà giusta la metà del detto *Alveo* per farne le divisioni fra i Padroni de' Fondi, che vi giacciono dirimpetto secondo la già citata Legge.

*

169. E finalmente diciamo che

III.

III.

Circa le diviſioni delle Iſole non ſembra, che le Leggi ne richiedano ſempre il rigore Matematico.

170. Imperciocchè ſiccome la ragione naturale ci addita, che ove le ſituazioni delle Iſole lo permettono, ſe ne debba fare la diviſione giuſta le Leggi nel modo più perfetto, che ſia poſſibile, che val a dire anche con rigore Matematico,

171. Così dalle ſteſſe Leggi ricavaſi, che ne' caſi, ne' quali le ſituazioni delle dette Iſole poſſono alle volte eſſere ſtravaganti, quelle non richiedono un rigore Matematico impoſſibile, ma bensì quelle diviſioni, che preſſo poco talor anche a diſcrezione dell' occhio giuſta il tenore delle dette Leggi fare ſi poſſono.

172. Vogliamo dire: che ſiccome ne' caſi delle ordinarie ſituazioni delle Iſole, ch' hanno i punti delle loro ſtremità dietro il corſo del fiume,

173. Noi in ordine alla già citata Legge *Inſula ff. de acq. Rer. Dom.* cerchiamo la Linea di *lungbezza* dell' Iſola, che ha il vicendevole ſuo riſpetto colla Linea della *lungbezza* delle rive,

174. E ſul fondamento della mentovata Linea di *lungbezza* dell' Iſola, noi giuſta l' *Inſtit. de Rer. Diviſ. §. Inſula*, e la Legge *Inter eos ff. de acq. Rer. Dom.* cerchiamo la Linea di mezzo del fiume.

175. E finalmente giuſta la ſteſſa Legge *Inter eos &c.* dividiamo col lume Geometrico una propoſta Iſola fra quelli, che ſull' una e l' altra riva hanno i loro Fondi a *fronte*, come già ſi è veduto.

*

176. Così ne' caſi, ove le ſituazioni delle Iſole poteſſero eſſere ſtraordinarie, e ſtravaganti, cioè quando gli eſtremi punti della *lungbezza* delle dette non vedonſi dietro il corſo del fiume,

177. E gli pare, che le ſteſſe Leggi inculcandoci con una ſavia generalità il mezzo del fiume ivi: *Inſula medium fluminis tenet.*

178. E

178. E con consimile generalità inculcandoci pure di dover prendere la misura dall'una all' altra, riva ivi : *eo nomine mensura instituenda est &c.* Leg. *Epistolam ff. de acq. Rer. Dom.*

179. E di dover tirare Perpendicolarmente (*a*) le Linee dall' una all' altra riva ivi : *Lineis in directum transductis &c.*

180. Senza insegnarci i modi particolari, co' quali dietro la varietà de' casi si possano tirare le dette Linee,

181. Vogliano, che dietro la discrezione dell' occhio si operi con modo più giusto, e più possibile,

182. Il che si può cavare dalla Glossa, la quale interpretando la mentovata Legge *Adeo*, e l'*Instit. de Rer. Divis.* §. *Insula*, nel Vocabolo *Mediam partem &c.* circa il ritrovare il mezzo del fiume dice *generalmente*, e *semplicemente* (senza veruna considerazione delle varie circostanze, che accompagnano le stravaganti rive de' fiumi oblique, e torte) *che prendasi una corda con un punto in mezzo, e che si stenda da una riva all' altra per ritrovarne il mezzo.*

183. E perciò da questo modo sì schietto, e semplice d' insegnare, giacchè i Giurisconsulti *varia rerum experientia edocti* (come dice l' Aimo) fanno che variissime possano essere le situazioni delle Rive, si può comprendere, che ne' casi, ne' quali non ritrovansi le ordinarie situazioni delle Isole, *giusta il Probl. 2. Cap. 2.* si possa dietro la discrezione dell' occhio al modo più giusto, che sia possibile, secondo il detto *Aimo*, *quò justius fueri potest*, tirare una linea di *lunghezza* dell' Isola.

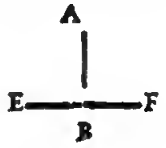
184. Ed in simili casi pare, che 'l detto *Aimo* riprenda al torto *Bartolo al Capo IX. del più volte citato Lib. III. de Alluv. Jur. Unic.*

185. Mentre gli rimprovera, che *sensu potius oculorum quam Legum, artisque ratione ad deformandas figuras ductus fuerit Bartolus.*

186. Imperciocchè ove l' Arte Geometrica non arriva, è d' uopo operare col senso dell' occhio, giacchè appunto l' occhio vuole la sua parte,

187. Tale è il debole nostro parere intorno a questa intricatissima materia fin' a tanto, che alcuno scrittore ce ne dia maggior lume.

(*a*) *Perpendicolarmente è il modo, con cui una Linea Retta, stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B diretta tirata Perpendicolarmente, poichè non inclina più verso l' E, che verso l' F.*



DELLA

DELLA

GEOMETRIA PRATICA

PARTE TERZA.

In cui trattasi della Longimetria (*b*), Solidometria (*c*), Icnografia (*d*), ed Aritmetica Geometrica (*e*) ec.

LIBRO PRIMO.

Della Longimetria (b).

CAPO PRIMO.

Della Longimetria (b) intorno alle distanze Orizzontali (f).

1. Dicemmo al principio dell' Introduzione numero II. che per ragione di metodo era d' uopo prima trattare della Longimetria (*b*), e poscia delle altre Parti Geometriche, cioè della Planimetria (*g*), e Solidometria [*c*].
2. Accagione, che essendo la Longimetria (*b*) occupata a misurar le linee, e la Planimetria (*g*) le Superficie (*b*), parea cosa naturale il dover principiar lo studio Geometrico dalle cose più semplici,
3. Ma avendo noi ciò non ostante trattato prima delle Superficie (*b*) per la ragione al detto numero II. addotta,
4. Ed essendosi nell' Introduzione toccate le linee, cioè le distanze da un luogo all' altro, in tanto solo, in quanto vi si è camminato sopra collo Strumento.

(b) *Longimetria è la Scienza, che insegna a misurar le Linee.*

(c) *Solidometria è quella Scienza, che insegna a misurar i Solidi, che val a dire ciò che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(d) *Icnografia chiamasi comunemente la notizia di portare con una delineazione proporzionale in picciolo ciò, che vedesi sopra la Terra in grande.*

(e) *Aritmetica Geometrica è quella Scienza, per mezzo della quale noi insegniamo i numeri colle sole figure Geometriche.*

(f) *Distanza Orizzontale è quella, che volgarmente ci immaginiamo per mezzo d' una Linea tirata a livello, come* ——

(g) *Planimetria è quella Scienza, che insegna a misurare le Superficie piane, dette volgarmente pianure.*

(h) *Superficie è una stensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(a) *Linea Orizzontale è quella, la quale colla linea a piombo fa un angolo a squadra, come nella qui soggiunta Figura l' angole* b *a squadra si fa dalla Linea* a b *a piombo, e dalla* c b *Orizzontale.*

5. Ora è d' uopo trattare più ampiamente delle mentovate Linee, cercandone le misure di Pertiche, Piedi, ed Oncie ec. senza camminarvi sopra col detto Strumento.
6. E quantunque infiniti Libri Geometrici sieno ripieni d'insegnamenti per misurar le Linee discoste Orizzontali [*a*], Verticali (*b*), Diagonali (*c*) ec.
7. Ciò non ostante non manchiamo di darne un saggio compendioso al Principiante nel modo, che più confacevole ci sembrerà.
8. E però premettiamo al solito

*

Il Fondamento di tutte le Regole del presente Capo.

(b) *Linea Verticale è una Linea a piombo, come nella quì soggiunta figura la* a b *è Linea Verticale.*

1. Il quale consiste in tirar dalle stremità d'una Linea discosta, di cui si cerca la misura, due altre Linee, le quali colla predetta formino un Triangolo (*d*),
2. Perocchè indagata che sarà la misura dell' una, o l'altra delle dette due Linee, ritroverassi a proporzione anche la misura della proposta Linea discosta; come meglio si chiarirà nelle seguenti Pratiche.

Vedasi dunque nel

PROBLEMA I.

Come si misura una distanza Orizzontale (e) senza camminarvi sopra.

(c) *Linea Diagonale è quella, per mezzo della quale due lati d' un angolo si congiungono insieme, come nella quì soggiunta figura la* a b *è Diagonale; poichè per mezzo d'essa si congiungono insieme i due lati* a c, c b *dell' angolo* c, *ed i due* a d, d b *dell' angolo* d.

Sia in

I. Ipotesi. (*f*)

1. La distanza *A B* rappresentataci dalla *Figura CCVI. foglio* 22,
2. Della quale si desidera sapere la misura senza camminarvi sopra.

Dico

Dico per

(d) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

II. Regola.

I. Che tirate col raggio viſuale, e per mezzo della Tavoletta due Linee dalle ſtremità della propoſta Linea Orizzontale (*a*), ſicchè ſi faccia un Triangolo (*d*),

II. E portato queſto proporzionalmente ſulla detta Tavoletta

III. Ritrovaſi per mezzo pure proporzionale la miſura della Linea propoſta.

(e) *Diſtanza Orizzontale è quella, che volgarmente c' immaginiamo per mezzo d' una Linea tirata a livello, come* ——

Eccone la

(f) *Ipòteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

III. Pratica.

I. 1. Preſa la Tavoletta alla mano, ed accomodatala ſul ſuo piede orizzontalmente [*g*],

2. Piantato il detto piede in qualunque punto comodo fuori della propoſta Linea *A B*,

3. Come ſarebbe in C,

4. *S' accomodi la Riga ſopra l' una, e l' altra ſtremità della detta propoſta Linea*, cioè ſopra il punto *B*, e ſopra il punto *A*, *giuſta la Pratica de' Problemi* 1, 2, *ec. del Cap.* 7. *Lib.* 1.

5. Ove, ſe fia d'uopo, vi ſi laſcierà qualche ſegno,

6. Guardinſi le dette ſtremità con formare per aria le due *C B*, *C A* col raggio viſuale,

7. *Così, che colla propoſta* A B *ſi ſarà fatto il Triangolo* [*d*] A B C.

II. 8. E tirinſi dietro al detto raggio viſuale ſulla Tavoletta le due indeterminate *C f*, *C g*, *giuſta i detti Problemi* 1, 2, *ec. del Cap.* 7. *Lib.* 1. *Part.* 1.

9. Traſportata poi la detta C in *A*,

10. E miſurata la *C A*, *giuſta il num. VII. dell' Introduzione*, ſia di Pertiche 8,

11. Le quali per mezzo della Riga proporzionalmente ſi traſportano ſulla *C g* dal C in *g*, *giuſta i Problemi* 1, 2, *ec. Cap.* 7. *Lib.* 1.

12. Dopo di ciò raccomodata la Tavoletta orizzontalmente [*g*], e girata la Riga ſulla già tirata *C g*,

(g) *Orizzontalmente a modo di livello.*

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

13. Giraſi ancora la detta Tavoletta colla Riga immobile fino che ſi riveda il punto *C*,
14. Poſcia laſciato il Cerchio della Tavoletta immobile, e moſſa la Riga ſul punto *g*, ove le dette 8 Pertiche finiſcono,
15. Riguardiſi il punto *B*,
16. E dietro alla Riga tiriſi la *g f*, *giuſta i detti Probl. I., II.* ec.
17. La quale ſeghi la già tirata *Cf* in *f*,
18. Che il Triangolo (*a*) *Cgf* della Tavoletta ſarà proporzionale al Triangolo (*a*) *CAB* fatto col raggio viſuale.

(b) *Linea Orizzontale è quella, la quale colla linea a piombo fa un angolo a ſquadra, come nella qui ſoggiunta Figura l' angolo* b *a ſquadra ſi fa dalla Linea* a b *a piombo, e dalla* c b *Orizzontale.*

III. 19. Ora applicata la Riga alla *g f* della Tavoletta, vedraſſi quella eſſere di particelle 9,
20. Che per mezzo proporzionale dinoterà eſſere la propoſta *AB* appunto di Pertiche 9.

Ne ſegue

§. XCVIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

(c) *Diſtanza Orizzontale è quella, che volgarmente ci immaginiamo per mezzo d' una Linea tirata a livello, come* ——

1. Queſta eſſendo ſtata a ſufficienza toccata nella *Parte Prima al* §. 35.
2. Replicheremo in compendio, che col traſporto della Tavoletta dal *C* in *A*,
3. E per mezzo delle Linee ſu quella tirate ſi ſono fatti i tre angoli del Triangolo [*a*] *g C f* della Tavoletta,
4. Uguali ai tre angoli del Triangolo (*a*) *ACB* in aria, *giuſta il detto* §. 35.
5. E per conſeguenza anche tutti i lati del Triangolo (*a*) della Tavoletta ſi ſaranno fatti proporzionali a tutti i lati del Triangolo (*a*) in aria, *giuſta la* 38. *del ſeſto d' Euclide*, ſicchè ſeguirà naturalmente,

I. Che tirate col raggio viſuale, e per mezzo della Tavoletta due Linee dalle ſtremità della propoſta Linea Orizzontale (*b*), ſicchè ſi faccia un Triangolo (*a*),

II. E portato queſto proporzionalmente ſulla detta Tavoletta,

III. Ri-

III. Ritrovasi per mezzo pure proporzionale la misura della Linea proposta.

(d) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

Il che era ec.

*

In questo Problema accostasi il Geometra sin'alla stremità della Linea, di cui si brama sapere la misura, ora vediamo nel

(c) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d'una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

PROBLEMA II.

Come si misuri una distanza Orizzontale (c) senza camminarvi sopra, e senza accostarvisi.

Sia in

I. Ipotesi. (d)

1. La distanza *A B* rappresentataci dalla *Fig. CCVII. fol.* 22.
2. La quale sia di là da un Fiume,
3. E per conseguenza non vi si possa nè camminar sopra, nè accostarsi, e ciò non ostante debbasi misurare,

Dico per

II. Regola.

I. Che elette due Stazioni,

II. Tirate col raggio visuale da ciascuna di quelle, tre Linee, due delle quali terminino nelle stremità della proposta Orizzontale (*b*), e la terza vicendevolmente dall' uno all' altro punto delle dette due Stazioni: sicchè si facciano due Triangoli (*a*) sulla stessa Base (*c*),

III. I quali sieno anche sulla Tavoletta proporzionalmente portati,

IV. Ri-

IV. Ritrovasi per mezzo pure proporzionale la misura della Linea proposta.

Già altrove dicemmo, che simili Regole proliffe difficilmente a prima vista saranno dal Principiante intese, ma richiedendo il Metodo, che per prepararne l'idea, si prepongano quelle alla Pratica nel modo, che più confacevole ci sembra.

Ecco che dilucidiamo la detta Regola colla

III. Pratica.

I. 1. *Elette di qua dal Fiume qualunque due stazioni* comode, come in *C*, ed in *m* per piantarvi la Tavoletta,

II. 2. Cominciasi l'operazione da qualsivoglia punto, come dal *C*,

3. Ed accomodata ivi la detta Tavoletta Orizzontalmente (*a*),

4. Guardasi coi traguardi della Riga da qualunque punto C eletto sulla Tavoletta la stremità *A*, la stremità *B* della Linea proposta, ed il punto *m* dell'altra stazione,

5. Facendo col raggio visuale le tre Linee *C A*, *C B*, *C m*,

6. *Due delle quali, cioè le* C A, C B *terminano nelle stremità della proposta Orizzontale* (*b*) A B,

7. *E la terza* C m *nel punto* m *dell'altra Stazione*, come si è veduto.

8. *Le quali tre Linee si tirano pure per mezzo della Riga in parte sulla Tavoletta, giusta i Prob. I., II. Cap. VII. Lib. I. Part. I. che sono le* C g, C o, C m *indeterminate*.

9. Portata poscia la detta Tavoletta sul punto *m* dell'altra Stazione,

10. E misurata la *C m*, *giusta il num. XVII. dell'Introd.* sia di Pertiche 20,

11. Le quali per mezzo della Riga proporzionalmente si trasportano sulla Tavoletta dal *C* in *m*, *giusta i detti Probl. I., II.* ec.

12. Dopo di ciò raccomodata la Tavoletta Orizzontalmente (*a*),

13. Ed aggiustata la Riga sulla già tirata *C m*,

14. Gi-

(a) *Orizzontalmente a modo di livello.*

(b) *Orizzontale Linea è quella, la quale colla Linea a piombo fa un angolo a squadra, come nella qui soggiunta figura l'angolo* b *a squadra si fa dalla Linea* a b *a piombo, e dalla* c b *orizzontale.*

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

14. Giraſi la parte mobile della detta Tavoletta colla Riga ſino che ſi riveda il punto *C*,
15. Poſcia laſciato immobile il Cerchio dello ſtrumento, replicaſi l' operazione fatta nel detto punto *C*,
16. Cioè poſta la Riga ſul punto *m*,
17. E riguardati i punti C, *A*, *B*;
18. *Si fanno col raggio viſuale le* m B, m A;
19. *Che terminano nelle ſtremità della propoſta orizzontale* (*b*) A B,
20. *E la terza* m C, *che vicendevolmente termina ſul punto* C *dell' altra Stazione*,

III. 21. *Le quali tre Linee* (come nella prima operazione) *reſtano pure tirate in parte ſulla Tavoletta per mezzo delle* m f, m g, m C,
22. *Ed in tal modo ſi ſaranno fatti col raggio viſuale i due Triangoli* (*c*) C A D, m B C *ſulla ſteſſa Baſe* (*d*) C m,
23. I quali ſi ſono proporzionalmente portati anche ſulla Tavoletta, *cioè li* C g m, m f C *ſulla ſteſſa Baſe* (*d*) C m,

IV. 24. Ciò operato anche la *g f* tirata ſulla Tavoletta ſi ſarà fatta proporzionale alla propoſta orizzontale (*b*) *A B*,
25. *E perciò anche per mezzo proporzionale ritroveraſſi la miſura della Linea propoſta* A B,
26. Se miſurata colla Riga la tirata *g f* ſulla Tavoletta, *giuſta gli accennati Probl.* 1, 2 ec.
27. Ch' è di particelle 18, diraſſi, che parimente la detta *A B* ſia di Pertiche 18,

Eccone

§. XCIX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Che col traſporto della Tavoletta dal C in *m*,
2. E per mezzo delle Linee ſu quella tirate ſi ſieno deſcritti i due Triangoli (*c*) *m g c*, *c f m* ſulla ſteſſa Baſe (*d*) *C m*,
3. Proporzionali ai due Triangoli (*c*) in aria *m A C*, *C m B* ſulla ſteſſa Baſe (*d*) *C m*,
4. Ciò riluce dal §. 35. *e ſegg.*

(d) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo* (*cioè d' una figura di tre lati*) *ovvero nominati due lati, il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia lato inferiore.*

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

5. E che la *A B* proposta sia proporzionale alla *g f* della Tavoletta, ciò riluce pure *dalla quarta del Sesto d' Euclide*.

6. Perocchè essendo i due lati *m A*, *m B* del Triangolo (*a*) *A m B* conceputo in aria

7. Proporzionali ai due lati *m g*, *m f* del Triangolo (*a*) *g m f* della Tavoletta; *giusta i §§. 35. e 36*,

[b] *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

8. E l'angolo *A m B* dell' aria comune all'angolo *g m f* della Tavoletta,

9. Anche il lato *A B* dell' aria sarà proporzionale al lato *g f* della Tavoletta,

10. E per conseguenza, se la *g f* della Tavoletta è di particelle 18,

11. Anche la *A B* dell' aria sarà di parti, ovvero di Pertiche 18.

Ma questa operazione si è fatta

I. *Con eleggere due stazioni*,

II. *E con far due Triangoli* (*a*) *ec. sulla stessa Base* (*b*)

III. *Proporzionali ai due della Tavoletta.*

Dunque

(c) *Orizzontale Linea è quella, la quale colla Linea a piombo fa un angolo a squadra, come nella qui soggiunta figura l' angolo* b *a squadra si fa dalla Linea* a b *a piombo, e dalla* c b *orizzontale.*

I. Elette due stazioni,

II. Tirate col raggio visuale da ciascuna di quelle tre linee, due delle quali terminino nelle stremità della proposta Orizzontale (*c*), e la terza vicendevolmente dall' uno all'altro punto delle dette due stazioni: sicchè si facciano due Triangoli (*a*) sulla stessa Base (*b*),

(d) *Distanza Orizzontale è quella, che volgarmente ci immaginiamo per mezzo d' una Linea tirata a livello, come* ——

III. I quali sieno anche sulla Tavoletta proporzionalmente portati,

IV. Ritrovasi per mezzo pure proporzionale la misura della linea proposta.

Il che era ec.

*

1. Nel precedente Problema, benchè il Geometra non si sia accostato alla Distanza Orizzontale [*d*], ch' egli ha misurata,

2. La

2. La poteva però da lungi vedere, ma ora conſidereremo nel ſeguente

PROBLEMA III.

Come ſi poſſa miſurar una diſtanza orizzontale (d) non veduta.

Sia in

I. Ipoteſi (e).

1. Nella Figura *CCVIII. fol.* 24. da miſurarſi la diſtanza orizzontale (*d*) *g M*,
2. Sulla cui ſtremità debba cadere una Perpendicolare (*f*) da qualche propoſta cima C del Monte *O C M*,
3. La qual diſtanza *g M* per eſſere in gran parte nelle viſcere del detto Monte non può vederſi,

Dico per

II. Regola.

I. Ch' accomodata la Tavoletta Perpendicolarmente (*g*),
II. Guardata in due Stazioni la cima propoſta,
III. Fatto dietro al raggio viſuale ſopra d' una Linea orizzontale (*c*) un Triangolo (*a*) ſullo ſtrumento;
IV. Per mezzo di quello ritrovaſi proporzionalmente la ricercata diſtanza.

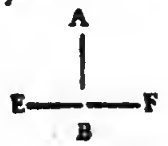
Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Ergeſi dunque la Tavoletta ſul ſuo piede al ſolito, ma Perpendicolare (*f*) al Terreno.
2. Come vedeſi nella *Figura CCVIII. foglio* 24. dovendo per tal effetto ſempre prima di far l'operazione, eſſere ſegnato un Angolo Retto (*b*) d'una

(e) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(f) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.



(g) *Perpendicolarmente è il modo, con cui una Linea Retta, ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *diceſi tirata Perpendicolarmente, poichè non inclina più verſo l'* E, *che verſo l'* F.

(h) *Angolo retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come* ⌞

arbitraria grandezza sulla Pergamena dello strumento, come apparisce nelle lettere *f b g* della detta Figura,

3. Poichè la *f b* servirà per Linea Perpendicolare (*a*), e la *g b* per Linea Orizzontale (*b*).
4. Poi dee applicarsi alla Perpendicolare [*a*] *f b* del nominato angolo Retto [*c*] il Perpendicolo *f b o*,
5. Ed accomodare la Tavoletta in modo, che il detto Perpendicolo penda esattamente dietro alla mentovata Perpendicolare [*a*] *f b*,
6. Che in tale guisa dirassi Perpendicolarmente [*d*] accomodata la Tavoletta,

*

7. Della quale volendoci nello scioglimento del presente Problema servire,

II. 8. *Eleggeremo la prima delle due Stazioni in* P *della Figura CCVIII.*

9. Osservandosi di lasciar cadere un Perpendicolo dalla Linea Orizzontale [*b*] *g b* già fatta sulla Tavoletta sin' al punto *P* dell'eletta Stazione;
10. Con far un segno nel toccamento, che fa il filo del Perpendicolo *g P* sulla della Orizzontale [*b*] *g b*, che sarà il segno *g*,
11. E guardar poi per mezzo della Riga accomodata sull' Orizzontale [*b*] *g b*, giusta qualunque punto *V*, ove la ricercata *g M* nascondesi,
12. Ed in ogni caso alzar, o abbassar lo Strumento, affinchè dietro alla *g b* si veda direttamente il detto punto *V*.
13. Ciò fatto, accomodasi la Riga sul nominato segno *g*,
14. E guardasi la proposta cima *c*,
15. Tirandosi dietro al raggio visuale la *f g* sulla Orizzontale [*b*] *g b* della Tavoletta.
16. Poscia questa trasportata sull'altra stazione *Q*,
17. [La quale dee esser eletta dirittamente dietro alla prima]
18. Misurasi la distanza dall'una all'altra stazione, che noi quì vogliamo supporre di Pertiche 15,
19. E per mezzo della Riga portansi 15. particelle dal punto *g* verso la *R* sulla detta Orizzontale [*b*] *b g* (*giusta i Problemi del Cap.* 7. *Lib.* 1. *Part.* 1.)
20. Che supponiamo finire in *R*.

21. Stan-

(a) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un'altra Retta, non inclina più dall'una, che dall'altra parte, come nella quì soggiunta figura la* A B *è perpendicolare, poichè non inclina più verso la* E, *che verso l'* F.

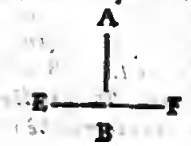
(b) *Linea Orizzontale è quella, la quale colla linea a piombo fa un angolo a squadra, come nella quì soggiunta Figura l'angolo* b *a squadra si fa dalla Linea* a b *a piombo, e dalla* c b *Orizzontale.*

(c) *Angolo Retto è volgarmente un angolo a squadra, come* L

21. Stando in queſta poſitura Perpendicolarmente [*d*] lo Strumento dal punto *R*, ove finiſce la miſura delle 15. particelle,
22. Si laſcia cadere per più ſicurezza il Perpendicolo *R Q* ſul ſegno della ſeconda ſtazione;
23. Ed accomodata per la ſeconda volta la Riga ſull' Orizzontale (*b*) *g b*; ſi riguarda il punto *V*,
24. E ſe quello dietro alla *g b* non ſi poteſſe vedere,
25. Deeſi alzare, o abbaſſare il piede dello Strumento, ſino che dietro alla detta *g b* ſi veda, come già dicemmo.
26. Finalmente riguardando la cima *c*,
27. Tiraſi dietro al raggio viſuale la *f R* ſull' Orizzontale (*b*) *g b*,
28. Che ſi ſarà fatto il Triangolo [*e*] *R f g* ſullo Strumento,
29. Proporzionale al Triangolo [*e*] *R C g* nell'aria.
30. Ora miſurata per mezzo della Riga dello Strumento la Orizzontale (*b*) *g b*,
31. La quale ſupponiamo di particelle 32,
32. Anche di Pertiche 32. ſarà la ricercata diſtanza *g M*.

Ne ſegue

(d) *Perpendicolarmente è il modo, con cui una Linea Retta, ſtando ſopra d'un'altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella quì ſoggiunta figura la A B diceſi tirata Perpendicolarmente, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l'F.*



(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

§. C.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Tutti e tre gli angoli del Triangolo (*e*) *R f b* della Tavoletta
2. Sono uguali a tutti e tre gli angoli del Triangolo [*e*] *R C M* in aria;
3. Poichè l' *b* della Tavoletta è Retto [*c*], già ſulla ſteſſa così coſtrutto,
4. E l'angolo *M* in aria è pure Retto (*c*), quando immaginaſi la Perpendicolare [*a*] cadente ſopra la *R M*,
5. L'angolo *R* è comune tanto al Triangolo (*e*) della Tavoletta, quanto al Triangolo (*e*) in aria,
6. E per conſeguenza anche l' *f*, cioè il terzo della Tavoletta
7. E' uguale al *e*, ch'è il terzo in aria, *come ſi può ricavare dalla 32. del Primo d' Euclide.*

8. Ma ſe li tre angoli del Triangolo (*a*) della Tavoletta ſono uguali ai tre angoli del Triangolo (*a*) in aria,
9. Anche i tre lati dell' uno, e dell'altro Triangolo (*a*) ſono proporzionali fra di loro, *giuſta la* 4. *del Seſto d' Euclide*,
10. Sicchè l' *R b* della Tavoletta ſarà proporzionale al *R M* nell' aria, l' *R f* al *R C*, e l' *f b* al *C M*,
11. E per conſeguenza anche ciaſcuna parte di ciaſcun lato della Tavoletta ſarà proporzionata a ciaſcuna parte di ciaſcun lato in aria, *giuſta la* 15. *del quinto d' Euclide*.
12. Ma eſſendoſi fatta la parte *R g* del lato *R b* della Tavoletta,
13. Proporzionata alla parte *R g*, o ſia *P Q* del lato *R M* in aria ciaſcuna di parti 15.
14. Anche la reſtante parte *g b* della Tavoletta,
15. Sarà proporzionata alla reſtante parte *g M* in aria,
16. E perciò ſe la *g b* della Tavoletta è di particelle 32.
17. Anche la *g M* in aria ſarà di Pertiche 32;
18. Ma la detta proporzione ſi è effettuata con
    I. *Accomodar la Tavoletta Perpendicolarmente* (*b*),
    II. *E tirar ſu quella le linee dietro al raggio viſuale ec.*
    III. *Giuſta la Regola ec.*

Dunque

I. Accomodata la Tavoletta Perpendicolarmente (*b*),
II. Guardata in due Stazioni la cima propoſta,
III. Fatto dietro al raggio viſuale ſopra d' una Linea orizzontale (*c*) un Triangolo (*a*) ſullo ſtrumento,
IV. Per mezzo di quello ritrovaſi proporzionalmente la ricercata diſtanza.

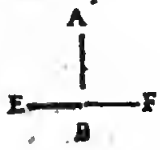
Il che era ec.

*

1. Quì altro non ſoggiungiamo circa le Diſtanze Orizzontali (*d*), tanto perchè ripieni ſono i Libri Geometri-

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Perpendicolarmente è il modo, con cui una Linea Retta, ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *diceſi tirata Perpendicolarmente, poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l'* F.



(c) *Linea Orizzontale è quella, la quale colla Linea a piombo fa un angolo a ſquadra, come nella quì ſoggiunta figura l' angolo* b *a ſquadra ſi fa dalla Linea* a b *a piombo, e dalla* c b *orizzontale.*

(d) *Diſtanza Orizzontale è quella, che volgarmente ci immaginiamo per mezzo d' una Linea tirata a livello, come* ——

metrici di tali insegnamenti, parte perchè, se il Principiante avrà gli antecedenti tre Problemi inteſi, facilmente potrà da se stesso sciorne altri simili, purchè rifletta al Fondamento a questo Capo premesso.

(e) *Longimetria è la Scienza, che insegna a misurare le Linee.*

2. Avanziamo dunque al

CAPO II.

Della Longimetria (e) intorno alle distanze Verticali (f).

(f) *Distanza Verticale è quella, che volgarmente c' immaginiamo per mezzo d' una Linea tirata a piombo, come nella qui soggiunta Figura la a b è Verticale rispetto alla c b.*

DOvendosi a questo Capo premettere al solito il suo

*

Fondamento delle Regole dei seguenti Problemi.

1. Questo intenderassi con brevità qualor faraſſi riflesso al Fondamento del Capo precedente, ed alle Ragioni Dimostrative ivi esposte,
2. Perocchè deesi ben avvertire, che tutte le operazioni consistono in formar un Triangolo (*a*) picciolo sullo strumento, proporzionale ad un Triangolo (*a*) grande in aria,
3. Perocchè un laro, o linea del Triangolo (*a*) grande in aria sarà la ricercata distanza,
4. La quale proporzionalmente ritroveraſſi sopra una Linea del Triangolo (*a*) picciolo fatto sullo strumento.
5. Vediamo dunque nel

PROBLEMA I.

Come si misuri una distanza Verticale (f), quando alla stremità di questa si può accostarsi.

Sia

Sia in

I. Ipoteſi. (*a*)

1. Nella *Fig. CCIX. fol.* 24. da miſurarſi la diſtanza, o ſia altezza Verticale (*b*) *g M*,
2. Alla cui ſtremità *g* poſſa alcuno accoſtarſi.

Dico per

II. Regola.

I. Che accomodata Perpendicolarmente (*c*) la Tavoletta,

II. Miſurata la Linea Orizzontale (*d*) che dalla Stazione va a terminare ſul fine della propoſta Verticale (*e*).

III. Guardata la cima della propoſta Verticale (*e*), e tirata una Linea dietro al raggio viſuale, la quale colle altre due, che ſullo ſtrumento ritrovanſi, faccia un Triangolo Rettangolo (*f*),

IV. Per mezzo di queſto ritrovaſi proporzionalmente la ricercata diſtanza.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. *Accomodata Perpendicolarmente* (*c*) *la Tavoletta, giuſta la precedente Pratica, ſopra il ſuo piede in qualunque punto S,*
2. *Da cui ſi poſſa liberamente accoſtarſi al punto g,*
3. Cioè alla ſtremità della *M g* verticale (*e*) propoſta.
4. Preparato ſulla detta Tavoletta un' angolo retto (*g*) *a b c*,
5. In modo, che la *a b* ſia Perpendicolare (*b*) al terreno, *giuſta la Pratica precedente*,

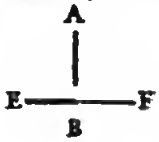
II. 6. Miſurata l'Orizzontale (*d*) *S g*,
7. Cioè *quella, che dalla Stazione S va a terminare ſul fine della propoſta Verticale* (*e*) *g M*,
8. Sia di Pertiche 20,

III. 9.

(a) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(b) *Diſtanza Verticale è quella, che volgarmente e' immaginiamo per mezzo d'una Linea tirata a piombo, come nella qui ſoggiunta Figura la a b è Verticale riſpetto alla c b.*

(c) *Perpendicolarmente è il modo, con cui una Linea Retta, ſtando ſopra d'un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B diceſi tirata Perpendicolarmente, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



(d) *Linea Orizzontale è quella, la quale colla Linea a piombo fa un angolo a ſquadra, come nella qui ſoggiunta figura l'angolo b a ſquadra ſi fa dalla Linea a b a piombo, e dalla c b orizzontale.*

III. 9. *Queſte portanſi proporzionalmente ſulla* c b *della Tavoletta* coll' applicazione della Riga, *giuſta i Problemi del Cap. 7. Libro I. Part.* 1. ſegnando il punto *o* ove finiſcono.

10. Ed accomodata la Riga ſul detto punto *o*,

11. In maniera, *che ſi guardi la cima della propoſta Verticale* (e), cioè il punto *M*,

12. *Tiraſi dietro al raggio viſuale la o r* ſulla Tavoletta,

13. La quale fa colle altre due *b a*, *b o* il Triangolo [*i*] *o b r* Rettangolo [*k*] in *b*.

14. Miſurata finalmente coll' applicazione della Riga la *b r*,

15. Cioè la Perpendicolare [*b*] della Tavoletta ſegata dal raggio viſuale *o M*,

16. Sia di parti 22,

IV. 17. *Che appunto di* 22 *Pertiche ſarà la propoſta Diſtanza Verticale* (*b*) *z M*,

18. A cui aggiungeſi l' altezza *o S* dello Strumento,

19. [Cioè l' altezza *g z* della torre].

20. Toccante

§. CI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Queſta facilmente ſarà manifeſta, qualor dal §. precedente ſi comprenderà, che ſi è portato ſulla Tavoletta il Triangolo [*i*] *o r b* proporzionale al Triangolo [*i*] *o M z* dell' aria,

2. Di cui ſiccome i due lati *o M*, *o z* ſono proporzionali ai due lati *o r*, *o b* della Tavoletta,

3. Così pure anche il lato *M z*, cioè la ricercata altezza ſarà proporzionale al lato *b r* della detta Tavoletta,

4. E ſe il lato *b r* della Tavoletta comprende 22 di quelle ſteſſe parti, di cui il lato *o b* ne contiene 20,

5. Anche il lato *M z* dell' aria conterrà 22 di quelle ſteſſe parti, di cui il lato *g S* ne contiene 20,

6. Ma la detta proporzione ſi è effettuata giuſta la Regola con

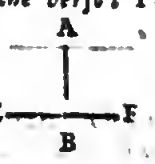
I. *Ac-*

[e] *Verticale è una Linea a piombo, come nella qui ſoggiunta figura la a b è linea Verticale.*

(f) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in ſe un angolo retto, cioè un angolo* ◥ *ſquadra, come* ◺

(g) *Angolo Retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come* ◺

(h) *Perpendicolare Linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



(i) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(k) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

I. *Accomodare Perpendicolarmente* (*a*) *la Tavoletta*,
II. *Con misurare la linea orizzontale* [*b*] *ec.*
III. *Con guardar la cima della proposta verticale* (*c*), *e tirar una Linea sullo strumento dietro al raggio visuale ec.*

Dunque

I. Accomodata Perpendicolarmente (*a*) la Tavoletta,
II. Misurata la Linea orizzontale (*b*) che dalla Stazione va a terminare sul fine della proposta Verticale (*c*),
III. Guardata la cima della proposta Verticale (*c*), e tirata una Linea dietro al raggio visuale, la quale colle altre due, che sullo strumento ritrovansi, faccia un Triangolo Rettangolo (*d*),
IV. Per mezzo di questo ritrovasi proporzionalmente la ricercata distanza,

Il che era ec.

Vediamo ulteriormente nel

PROBLEMA II.

Come si misuri una distanza verticale (*e*), *quando alla stremità di questa non si può nè accostarsi, nè vederla.*

Sia in

I. Ipotesi. [*f*]

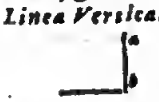
1. La distanza Verticale [*e*] *C M* della *già veduta Fig. CCVIII. fol. 24. nel Problema 3. del precedente Capo*.
2. La cui stremità *M* nelle viscere del monte *O C M*.
3. Nè si possa vedere, nè vi si possa accostare.
4. Essendo questa una Ipotesi (*f*), di cui abbiamo favellato nel mentovato Problema 3.

5. In

(a) *Perpendicolarmente è il modo, con cui una Linea Retta, stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B diceſi tirata perpendicolarmente, poichè non inclina più verſo la B, che verſo l' F.*

(b) *Linea Orizzontale è quella, la quale colla linea a piombo fa un angolo a ſquadra, come nella qui ſoggiunta Figura l' angolo b a ſquadra ſi fa dalla Linea a b a piombo, e dalla c b Orizzontale.*

(c) *Verticale è una Linea a piombo, come nella qui ſoggiunta figura la a b è Linea Verticale.*



(d) *Triangolo Rettangolo è una figura di tre lati, la quale contiene in ſe un angolo retto, cioè un angolo a ſquadra, come* ◺.

5. In cui in vece della Verticale (*c*) *C M* della presente Figura si ricercava l'Orizzontale [*b*] *g M*,
6. E potendosi applicare la

(e) *Distanza Verticale è quella, che volgarmente c' immaginiamo per mezzo d' una Linea tirata a piombo, come nella qui soggiunta Figura la* a b *è Verticale rispetto alla* c b.

II. Regola.

Ivi veduta alla nostra Ipotesi [*f*], benchè in questa si ricerchi una Linea Verticale [*c*] nascosta, ed in quella ricercavasi una Linea Orizzontale (*b*) pure nascosta, ci potremmo servire della stessa,

III. Pratica.

Giacchè anche quella può fare al nostro caso, e della stessa

(f) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

§. CII.

Ragione dimostrativa.

Soggiungiamo poi per

(g) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

*

Avvertimento.

1. Che molti altri casi si possono proporre circa la ricerca delle Linee Orizzontali [*b*], o Verticali [*c*], dei quali come dicemmo, i Libri Geometrici sono ripieni, ma noi ci contentiamo dei pochi Problemi precedenti, imperciocchè, chi n' avrà intese le Regole, facilmenre le potranno applicare alle altre Ipotesi [*f*], purchè costantemente rammentino di descrivere sulla Tavoletta un Triangolo [*g*] in picciolo proporzionale al grande, che fassi in aria per mezzo del raggio visuale, come già si è accennato.
2. E perciò facilissimo sarà il modo sul fondamento dei detti Problemi di misurare anche qualunque profondità senza rappresentarne l' Ipotesi [*f*] in uno speziale Problema.
3. Perocchè immaginandoci, che la profondità *S V* della *Figura CCX. fol.* 24. sia un' altezza inversa, operando *giusta il Problema* 1. *del precedente Capo*,

avremo il picciolo Triangolo [a] *a b c* della Tavoletta proporzionale al Triangolo (*a*) grande *B S V* dell' aria,

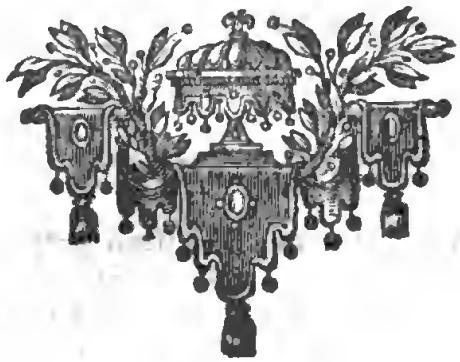
4. E perciò ſuppoſto, che ſi ſia portata la miſura dal *B* ſin' al *S* proporzionalmente dal *b* ſin'all' *a*,

5. Sapraſſi anche la miſura dal *b* ſin' al *c* proporzionale alla miſura della *S V*, cioè alla miſura della ricercata profondità.

6. E qui ponendo termine alla Longimetria (*b*) trattata in ſuccinto, avanziamo al Libro Secondo.

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Longimetria è la Scienza, che inſegna a miſurar le Linee.*



LIBRO

LIBRO SECONDO.

Della Stereometria (c), o ſia Solidometria, ch' è la miſurazione de' Corpi (d).

1. BEnchè il noſtro ſcopo principale conſiſta nella Planimetria (e), ciò non oſtante affinchè il Trattato Geometrico ſia intero, non manchiamo di ſoggiugnere un Compendio toccante la Stereometria, (c) come accennammo al *numero III. dell' Introduzione*.
2. Se dunque la detta Stereometria (c) inſegna a miſurar i Corpi (d) in generale, e ſe ritrovanſi di quelli, ch' hanno le *Superficie Piane* [f],
3. Di quelli, ch' hanno le *Superficie Curve* [g],
4. E di quelli, ch' hanno le *Superficie Miſte* [h].
5. Tratteremo in diverſi Capi

   I. De' Corpi (d), ch' hanno le Superficie Piane (f).

   II. De' Corpi (d), ch' hanno le Superficie Curve (g).

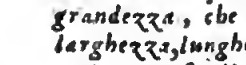
   III. De' Corpi (d), ch' hanno le Superficie Miſte (h).

6. Ma prima di paſſar ad alcuno de' detti Capi è d'uopo che i Principianti leggano, e rileggano il ſeguente Preambolo, il quale per beneficio loro ſi è a bello ſtudio diffuſamente ſcritto.

*

7. Sappiano dunque, che ſiccome la Pertica Semplice (i) (cioè in linea) o qualunque altra Miſura ſemplice [k] del Mondo, ſi divide ne' ſuoi Rotti pure ſemplici [l],
8. Che preſſo di noi ſono i *Piedi*, le *Oncie*, i *Punti*, gli *Atomi*, i *Minuti*, ed i *Momenti*. *Giuſta il num. VIII. dell' Introduzione*.

(c) *Stereometria, o ſia Solidometria, è quella Scienza, che inſegna a miſurare i Solidi, che val a dire, ciò che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(d) *Corpo è preſſo i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*  *ec.*

(e) *Planimetria è quella Scienza, ch' inſegna a miſurare le Superficie piane dette volgarmente pianure.*

(f) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura.*

(g) *Superficie Curva è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza, contenuta da linee torte, come*

(h) *Superficie Miſta è una ſtenſione in lunghezza, e larghezza contenuta da linee rette, e curve, come*

(i) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(k) *Miſura ſemplice è una miſura in linea, come* ——

[l] *Rotto ſemplice è una parte di qualche grandezza in linea. Come un Piede in linea è una parte d'una Pertica in linea, cioè d'una Pertica ſemplice.*

9. E ſiccome la Pertica Quadrata [*a*] ſi divide ne' detti Rotti, ma Superficiali (*b*) *giuſta la pag. 33. numero 5. ec.*

10. Così parimente la Pertica, ch' ha Corpo, chiamata per altro Pertica Cuba [*c*], divideſi ne' Rotti [*d*] di *Piedi* d' *Oncie*, di *Punti*, d' *Atomi* ec. ch' hanno Corpo.

*

11. Poniamone l' evidenza ſott' agli occhi per mezzo della *Figura del fol. 5.*

12. E ſiccome vedemmo *alla pag. 33. n. 5. ec.* che la Pertica Quadrata [*a*] è diviſa in ſei parti Superficiali chiamati *Piedi*.

13. Così vediamo nella preſente *Figura CCXI. fol. 26.* eſſere diviſa la Pertica Cuba [*c*] *D A H b b C k b* in ſei parti Corporee che pure chiamiamo *Piedi*.

14. De' quali il primo è la parte *p f g b b C k*,

15. Il ſecondo la parte *O o B g f p*,

16. Il terzo la parte *q d E B o O*,

17. E così di queſta uniforme diviſione anch' i reſtanti tre Piedi,

*

18. Ove oſſervaſi, che ſiccome ciaſcun Corpo ha lunghezza, larghezza, e profondità;

19. Così ciaſcun Piede Corporeo della Pertica Cuba [*c*] ha parimente lunghezza, larghezza, e profondità,

20. A differenza del Piede Superficiale (*e*) della Pertica Quadrata [*a*], il quale ha una Pertica di lunghezza, ed un Piede di larghezza ſenza profondità,

21. Come nella preſente Figura immaginandoci, che la *A D C b* ſia una Pertica Quadrata (*a*),

22. Sarà un Piede della medeſima la ſeſta parte *f b p C*,

23. La quale ha di lunghezza una Pertica *b C*,

24. E di larghezza un Piede *f b* ſenza veruna profondità.

25. Ma il Piede Corporeo della Pertica Cuba [*c*],

26. Cioè la parte *p f g b b C k* ha di lunghezza una Pertica *b b*,

27. Di larghezza un Piede *f b*,

28. E di profondità una Pertica *f p*, ovvero *b C*, o *b k*.

29. Ciò

(a) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

(b) *Rotto Superficiale è una parte di qualche grandezza, che ha lunghezza, e larghezza. Come una figura che in lunghezza, e larghezza comprende un Piede dicesi Rotto d' una Pertica Superficiale.*

(c) *Pertica Cuba dicesi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui appoſta figura, i cui lati uguali ſono d' una Pertica.*

(d) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr. — due terzi ſono due parti d' un' unità diviſa in tre, tre — ſono tre parquarti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Piede Superficiale noi chiamiamo quella figura, ch' è la ſeſta parte d' una Pertica Quadrata, cioè d' una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica*

*

29. Ciò che ſi è detto intorno ai *Piedi* Corporei [*f*] (o ſieno ſeſte parti della Pertica Cuba (*c*)) i quali hanno lunghezza, larghezza, e profondità, deeſi pure intendere degli altri Rotti Corporei (*g*) della detta Pertica Cuba (*c*),
30. Cioè delle *Oncie* de' *Punti*, degli *Atomi* de' *Minuti*, e de' *Momenti*.
31. Perocchè avendo anche queſti Corpo, hanno per conſeguenza lunghezza, larghezza, e profondità.
32. E ſott' il vocabolo di *Rotto Corporeo* (*g*) noi intendiamo ſempre una parte della Pertica Cuba [*c*], ch' ha la lunghezza, e profondità d' una Pertica, e la larghezza dello ſteſſo Rotto (*d*), di cui ſi parla;
33. Come ſi è veduto nell' accennata diviſione del Piede *p f g b b C k*,
34. Il quale ha la lunghezza, e profondità d' una Pertica, e la larghezza d' un Piede.

*

35. La diviſione poi dei detti Rotti Corporei (*g*) ſulla Superficie (*b*) della Pertica Cuba (*c*), è la ſteſſa, che noi nella Pertica Quadrata (*a*) veduta abbiamo alla *Figura del fol.* 5.
36. Con queſta differenza, ch' i mentovati Rotti [*d*] d' *Oncie*, *Punti*, *Atomi* ec. oltre la loro lunghezza, e larghezza ſulla detta Figura già vedute, hanno ancora la profondità, o ſia altezza d' una Pertica,
37. Come nella diviſione, che faſſi del nominato Piede *p f g b b C k* in Oncie Corporee (*i*),
38. Vedeſi nella *preſente Figura CCXI. fol.* 26. l' Oncia *y m b b* Superficiale (*k*), nello ſteſſo modo, come l' abbiamo veduta nella *Figura del fol.* 5. della Pertica Quadrata (*a*),
39. A cui ſe v' aggiungeremo la profondità *y z*, ovvero *b C* d' una Pertica,
40. Avremo fatta la *z y m b b C k* Oncia Corporea (*i*) della Pertica Cuba, [*c*],
41. E nello ſteſſo modo conſiderata la Superficie (*b*) *f S* dell' Oncia doppia, già veduta nella Pertica Quadrata (*a*) della *Figura del fol.* 5. alle Lettere *N P T Z*,

42. Quel-

(f) *Piede Corporeo è una ſeſta parte d'una Pertica Cuba, cioè d'una Pertica fatta a Dado.*

(g) *Rotto Corporeo è una parte d'una Pertica Cuba, cioè d'un Corpo fatto a Dado, ciaſcun lato del quale è lungo una Pertica.*

(h) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(i) *Oncia Corporea chiamiamo noi una ſeſſantageſima ſeconda parte d'una Pertica Cuba, cioè d'una Pertica fatta a Dado.*

(k) *Oncia Superficiale noi chiamiamo quella figura, ch' è la ſeſſantageſima ſeconda parte d'una Pertica quadrata, cioè d'una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

42. Quella diverrà Oncia doppia Corporea (*a*) della Pertica Cuba [*b*], ſe v' aggiungeremo la profondità *f p*, ovvero *b C*, o *t W* d' una Pertica.

43. Così ancora conſiderato il Punto doppio *S t y b*, già veduto nella Pertica Quadrata (*c*) alla *Figura nominata del fol.* 5.

44. Queſto diverrà Punto doppio Corporeo (*d*) della Pertica Cuba (*b*), ſe v' aggiungeremo la profondità *y z*, ovvero *t W*, o *b C* d' una Pertica.

45. Lo ſteſſo diraſſi dell' Atomo doppio *b i*,

46. Come anche de' Minuti doppj, e Momenti doppj, già veduti ſulla *nominata Figura del detto fol.* 5.

47. Purchè ce gli immaginiamo delineati ſulla preſente entro la Superficie [*e*] *A b*,

48. E ad eſſi aggiunta la profondità della Pertica, come vedemmo.

*

49. Ma in caſo ch' i mentovati Rotti già rappreſentatici in ſola Superficie (*e*) ſulla *nominata Figura del detto fol.* 5. non aveſſero nella Pertica Cuba (*b*), oltre la veduta Superficie (*e*), anche la profondità intera d' una Pertica,

50. Allora non ſarebbero nel noſtro ſenſo Rotti Corporei (*f*), ed il loro valore ſarebbe differente dal predetto.

51. Perocchè, ſe la Superficiale (*g*) Oncia doppia *f S* non avrà la profondità della Pertica *f p*, ovvero *b C*, o *t W*,

52. Ma ſolo la profondità d' un Piede *f a*, ovvero *b T*, o *t R*,

53. Nè meno la chiameremo Oncia doppia Corporea (*a*)

54. Ma ſolo una ſeſta parte d' eſſa, come chiaramente nella Figura ſi vede,

55. La qual ſeſta parte conterrebbe ſolo 4 Punti,

56. Accagione ch' eſſendo tutta la detta Oncia doppia Corporea (*a*) di punti 24,

57. La ſeſta parte di queſti è il num. 4.

*

58. E ſe il Punto doppio Superficiale (*h*) *S t y b* non avrà l' intiera profondità d' una Pertica,

59. Ma ſolo quello d' un Piede *y Y*, ovvero *b T*, o *t R*,

60. Al-

(a) *Oncia Corporea chiamiamo noi una ſeſtuageſima ſeconda parte d'una Pertica Cuba, cioè d' una Pertica fatta a Dado.*

(b) *Pertica Cuba diceſi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la quì appoſta figura, i cui lati uguali ſono d' una Pertica.*

(c) *Pertica Quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

(d) *Punto Corporeo è una 8641a parte d' una Pertica Cuba, cioè d' una Pertica fatta a Dado.*

(e) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(f) *Rotto Corporeo è una Parte d'una Pertica Cuba, cioè d' un Corpo fatto a Dado, ciaſcun lato del quale è lungo una Pertica.*

60. Allora non ſarà un Punto doppio Corporeo [*d*], ma ſolo una ſeſta parte di quello, come dalla Figura preſente appariſce,
61. La quale ſeſta parte contiene 4 Atomi,
62. Accagione, ch' eſſendo tutt' il detto punto doppio Corporeo (*d*) d' Atomi 24,
63. La ſeſta parte di queſti è il num 4.

*

64. E ſe l' Atomo doppio *b i* non avrà l' intera profondità della Pertica,
65. Ma ſolo quella d' un Piede *b T*, ovvero *y Y*,
66. Allora non ſarà un Atomo doppio Corporeo (*i*),
67. Ma ſolo una ſeſta parte d' eſſo, come la Figura lo dimoſtra,
68. La qual ſeſta parte contiene 4 Minuti,
69. Accagione ch' eſſendo tutto il detto Atomo doppio Corporeo (*i*) di Minuti 24,
70. La ſeſta parte di queſta è il num. 4.

*

71. Lo ſteſſo diraſſi de' Minuti doppj, e Momenti doppj, già veduti nella *Figura dell' accennato fol.* 5. alle lettere *i q* ed alle *m q*,
72. I quali non potendoſi per la troppo loro minutezza rappreſentare ſulla preſente Figura,
73. C' immagineremo ch' il Minuto doppio *i q* della *Figura del fol.* 5.
74. Lo vediamo ſulla preſente Figura alle lettere *S t y b*,
75. Ch' il Momento doppio *m q*, della *Figura mentovata*,
76. Lo vediamo ſulla preſente Figura alle lettere *b i*,
77. E diremo, che s' il così conceputo Minuto doppio Superficiale *S t y b* non avrà l' intera profondità d'una Pertica,
78. Ma ſolo quella d' un Piede *y Y*, ovvero *b T*, o *t R*,
79. Allora non ſarà un Minuto doppio Corporeo (*k*),
80. Ma ſolo una ſeſta parte d' eſſo, come chiaramente lo rappreſenta la Figura,
81. La qual ſeſta parte contiene 4 Momenti,
82. Accagione ch' eſſendo tutto il detto Minuto doppio Corporeo [*k*] di Momenti 24.
83. La ſeſta parte di queſti è il num. 4.

84. E

(g) *Oncia Superficiale noi chiamiamo quella figura, ch' è la ſeſſantageſima ſeconda parte d'una Pertica Quadrata, cioè d' una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, uguali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

(h) *Punto Superficiale noi chiamiamo quella figura, ch' è la centeſima quadrageſima quarta parte d'una Pertica quadrata, la quale Pertica quadrata ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati lunghi una Pertica, come* □

(i) *Atomo Corporeo è una 13824 parte d'una Pertica Cuba, cioè d' una Pertica fatta a Dado.*

(k) *Minuto Corporeo è una 124416 parte d'una Pertica Cuba, cioè d' una Pertica fatta a Dado.*

(a) *Momento Corporeo è una 149292 parte d'una Pertica Cuba, cioè d'una Pertica fatta a Dado.*

(b) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(c) *Corpo Cubo è un Cubo, o ſia una figura fatta a Dado, come*

(d) *Rotto Corporeo è una parte d' una Pertica Cuba; cioè d' un Corpo fatto a Dado, ciaſcun lato del quale è lungo una Pertica.*

(e) *Pertica Cuba diceſi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui appoſta figura, i cui lati uguali ſono d' una Pertica.*

(f) *Piede Cubo è una figura ſolida fatta a Dado, del quale ciaſcun lato uguale è lungo un Piede, come*

*

84. E ſe finalmente il così conceputo Momento doppio Superficiale *b i* non avrà l'intera profondità d'una Pertica,
85. Ma ſolo quella d'un Piede *y Y*,
86. Allora non ſarà un Momento doppio Corporeo (*a*),
87. Ma ſolo una ſeſta parte d'eſſo, come la Figura lo moſtra,
88. La qual ſeſta parte contiene quattro porzioni di Momento,
89. Accagione, che dividendo noi tutto il detto Momento doppio Corporeo (*a*) in porzioni 24,
90. La ſeſta parte di queſte è il numero 4.

*

91. Se poi tutti i detti Rotti [*b*] non aveſſero la lunghezza, e profondità della Pertica, oltre la loro propria larghezza, come al *num.* 32. dicemmo,
92. Ed aveſſe piuttoſto ciaſcuno d'eſſi la ſteſſa lunghezza, larghezza, e profondità, ſicchè foſſero Corpi Cubi (*c*),
93. Allora certamente, ſecondo il noſtro ſenſo, non chiamerebbonſi Rotti Corporei [*d*] d'una Pertica Cuba (*e*);
94. Ma ſemplicemente Corpi Cubi [*c*], come ſi è detto.
95. Ed il Piede Cubo [*f*] conterrebbe 4 Punti, come al *num.* 47. accennammo.
96. E l'Oncia Cuba [*g*] 4 Momenti;
97. Accagione, che la ſeſta parte d'un Atomo doppio Corporeo [*b*] *b i b T*,
98. Che concepiamo in 12 Oncie Cube [*g*] diviſo,
99. E' di 4 Minuti, *giuſta il numero 60. ec.*
100. Cioè di Momenti 48, *giuſta il numero IX. dell' Introduzione.*
101. De' quali Momenti 48 ſcompartiti nelle nominate 12 Oncie Cube [*g*],
102. Toccano 4 a ciaſcun' Oncia.

*

103. Finalmente il Punto Cubo [*i*] conterrà una parte delle 432 d'un Momento,

104. Ac-

104. Accagione, che concependo un lato dell'Oncia Cuba [*g*] diviſo in Punti 12, *giuſta il detto numero IX. dell' Introduzione.*

105. E multiplicando [*k*] l' uno con l' altro lato, ſe ne produce la Superficie [*l*] di 144 Punti Quadrati (*m*), *giuſta il* §. 5.

106. I quali multiplicati [*k*] ancora per 12, lato della profondità, ſi producono 1728 Punti Cubi (*i*), *giuſta il Problema* 1. *del ſeguente Capo.*

107. I quali Punti Cubi (*i*) 1728. ſono contenuti da tutta l' Oncia Cuba [*g*],

108. Ma queſta è di 4. Momenti, *giuſta il num.* 87.

109. Dunque ſcompartendo i detti 1728. Punti Cubi [*i*] in 4, toccano a ciaſcun Momento 432. Punti Cubi [*i*],

110. Sicchè un Punto Cubo [*i*] è una delle dette 432. parti d'un Momento Corporeo [*a*].

*

111. Ci poſſiamo poi per chiarezza di queſta materia immaginare la diviſione della Pertica Cuba [*e*] ne' ſuoi Rotti [*b*] ancora in altro modo, *giuſta il numero* 32.

112. Cioè, che ciaſcun Rotto (*b*) abbia la lunghezza, e profondità d'una Pertica, e la larghezza della ſua propria ſpecie. I quali Rotti [*b*] così diviſi noi chiamiamo Rotti Corporei [*d*], come dicemmo.

113. N'abbiamo veduto il chiaro eſempio nel diviſo Piede Corporeo [*n*] *p f g b b C K*,

114. E nell'Oncia Corporea [*o*] *z y m b b C K*,

115. Ove nelle *f g*, *f p* la lunghezza, e profondità del Piede Corporeo [*n*],

116. E nella *f b* la di lui larghezza veduta abbiamo,

117. Così la *b b*, *b C* ci moſtra la lunghezza, e profondità dell' Oncia Corporea (*o*),

118. E la *b y* la di lei larghezza.

119. Lo ſteſſo effettueraſſi cogli Atomi, Minuti, e Momenti, quando tireranſi le lunghezze, e profondità d'una Pertica dietro alle dette *b b*, e *b C*, e ciaſcuna loro larghezza ſulla *y b*.

(g) *Oncia Cuba dicesi un Corpo fatto come un Dado, cioè come*

i cui lati uguali ſano d' un' Oncia.

(h) *Atomo Corporeo è una 10368ma parte d' una Pertica Cuba, cioè d' una Pertica fatta a Dado.*

(i) *Punto Cubo è la miſura d'un Punto fatta a Dado, come*

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(l) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(m) *Punto Quadrato è la miſura d' un Punto fatta a quadrato, cioè in forma d'una figura, la quale ha quattro angoli a ſquadra, e quattro lati uguali, ciaſcuno d' un punto, come* □

(n) *Piede Corporeo è una ſeſta parte d' una pertica Cuba, cioè d' una pertica fatta a Dado.*

(o) *Onela Corporea chiamiamo noi una ſeſſantageſima ſeconda parte d' una pertica Cuba, cioè d' una pertica fatta a Dado.*

(a) *Pertica Cuba dicesi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui apposta figura, i cui lati ugnali sono d' una pertica.*

(b) *Corpo Cubo è un Cubo, o sia una figura fatta a Dado, come*

(c) *Intero è que Numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(d) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di quattro lati ugnali, ciascuno de' quali è lungo una pertica.*

(e) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati ugnali, come* □

(f) *Piede quadrato è un quadrato, o sia una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati ugnali, ciascuno lungo un piede, come* □

[g] *Piede Cubo è una figura solida fatta a Dado, del quale ciascun lato ugnale è lungo un piede, come*

(h) *Piede Corporeo è una sesta parte d'una pertica Cuba, cioè d'una pertica fatta a Dado.*

*

120. Dalle divisioni sinora fatte della Pertica Cuba [*a*] in Piedi, Oncie, Punti ec, *dal numero* 11. *sin' al* 39. comprendesi non essere quelle Corpi Cubi (*b*), benchè il loro Intero [*c*], cioè la Pertica, sia Cuba [*a*].

121. Alla somiglianza delle divisioni fatte della Pertica Quadrata (*d*), le quali non si sono fatte tutte Quadrate [*d*], benchè il loro Intero [*c*] della Pertica, Quadrato [*e*] sia,

122. Perocchè se la Pertica Quadrata (*d*) si dovesse divider in Piedi Quadrati (*f*), quella non si farebbe di sei parti, *giusta la Regola alla pag.* 32.

123. Ma di parti 36, come chiaramente nel qui apposto Quadrato (*e*) *A D b C* della *presente Figura CCXI.* si vede.

124. E se la Pertica Cuba (*a*) si dovesse divider in Piedi Cubi (*g*), quella non si farebbe in parti sei, *giusta il num.* 13. *pag.* 508.

125. Ma in parti 216,

126. Come appariſce nella *presente Figura*,

127. Ove considerando il già veduto Piede Corporeo (*b*) *p f g h b C K*,

128. Questo vedesi diviso in 36 Corpi Cubi (*b*), uno de' quali si è il *a f n v b T R s*;

129. E ritrovandosi sei simili Piedi Corporei (*b*) nella Pertica Cuba (*a*), ciascuno di Piedi Cubi (*g*) 36,

130. Sei volte 36 fanno 216,

*

131. In tale guisa se vogliamo considerare il già accennato Piede Corporeo (*b*) *p f g h b C K* diviso in rante Oncie Cube (*i*),

132. Queste non saranno dodici, *giusta il numero* 36, *e* 37.

133. Ma bensì 62208,

134. Perocchè multiplicando (*k*) la *f b*, cioè la larghezza d' Oncie 12. del detto Piede Corporeo [*b*] per la lunghezza *f g* d' Oncie 72 *giusta la pag.* 35.

135. Ne provengono Oncie 864,

136. E di nuovo multiplicato (*k*) questo Prodotto (*l*) d' Oncie 864 per la profondità *f p* ch' è d' Oncie 72, *giusta la detta pag.* 35.

137. Si

137. Si producono Oncie Cube (*i*) 62208 del che ſene vedrà la dimoſtrazione al §. 103.

138. Sicchè il detto Piede Corporeo [*b*] *p f g b b C K* della Pertica Cuba (*a*) tiene 62208 Oncie Cube (*i*),

139. E per conſeguenza tutta la detta Pertica Cuba (*a*), eſſendo di ſimili ſei Piedi Corporei (*b*) conterrà 373248 Oncie Cube (*i*),

240. Quando il nominato Piede di 62208 Oncie Cube (*i*) ſarà multiplicato (*k*) per 6,

*

141. Volendoſi poi ridurre *giuſta il nominato* §. 103.

142. La già accennata Oncia Corporea (*m*) *z y m b b C K* in tanti Punti Cubi (*n*) queſti non ſaranno 12, *giuſta la pag. 33. n. III.*

143. Ma bensì 8957952,

144. De' quali tutt' il Piede Corporeo (*b*) ne conterrà 107495424,

145. E tutta la Pertica Cuba (*a*) 644972544, *giuſta il più volte mentovato* §. 103.

*

146. Così paſſando alla diviſione d' un Punto Corporeo [*o*], queſto faraſſi in tanti Atomi Cubi [*p*],

147. I quali non ſaranno 12, *giuſta la detta pag. 33. n. IV.*

148. Ma bensì 1289745088,

149. De' quali l' Oncia Corporea (*m*) *z y m b b C K* ne conterrà 15479347056,

150. Il Piede Corporeo [*b*] *p f g b b C K* 185752692672,

151. E tutta la Pertica Cuba [*a*] 11145161536032, *giuſta il già inſinuato* § 103.

*

152. Ulteriormente dividendo un Atomo Corporeo [*q*] della Pertica Cuba (*a*), queſto faraſſi in tanti Minuti Cubi, (*r*)

153. I quali non ſaranno 12, *giuſta il num. IX. dell' Introduz.*

(i) *Oncia Cuba dicesi un Corpo fatto come un Dado, cioè come*

i cui lati uguali ſono d' un' oncia.

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(l) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(m) *Oncia Corporea chiamiamo noi una ſeſſantageſima ſeconda parte d' una pertica Cuba, cioè d' una pertica fatta a Dado.*

(n) *Punto Cubo è la miſura d' un Punto fatto a Dado, come*

(o) *Punto Corporeo è una 864. parte d' una pertica Cuba, cioè d' una pertica fatta a Dado.*

(p) *Atomo Cubo intendeſi una miſura d' un Atomo fatto a Dado, come*

(q) *Atomo Corporeo è una 10368ma parte d' una pertica Cuba, cioè d' una pertica fatta a Dado.*

(r) *Minuto Cubo è una miſura d' un Corpo fatto a Dado, come*

154. Ma bensì 185752092672,

155. De' quali il Punto Corporeo (*a*) della Pertica Cuba (*b*) ne conterrà 2229025110064,

156. L' Oncia Corporea (*c*) 26738301320768,

157. Il Piede Corporeo [*d*] 3108596758492l6,

158. E tutta la Pertica Cuba (*b*) 1865158055095296, *giusta il predetto* §. 103.

*

159. Finalmente dividendo un Minuto Corporeo (*e*) della Pertica Cuba (*b*), questo faraſſi in tanti Momenti Cubi (*f*),

160. I quali non saranno 12, *giusta la pag. 33. n. V.*

161. Ma bensì 267451601816,

162. De' quali l' Atomo Corporeo (*g*) della Pertica Cuba (*b*) ne conterrà 3209419221792,

163. Il Punto Corporeo (*a*) 385130306615o4,

164. L' Oncia Corporea (*c*) 46215636793504s,

165. Il Piede Corporeo (*d*) 5545876414220576,

166. E tutta la Pertica Cuba (*b*) 33274258485353456, *giusta il tante volte nominato* §. 103.

*

167. Sicchè dunque veda il principiante Geometra di non ingannarsi, poichè altro è una *Pertica*, un *Piede*, un' *Oncia*, un *Punto*, un' *Atomo* ec. Semplice, o sia in Linea, come vedemmo,

168. Altro è una Pertica Quadrata [*b*], ed i di lei Rotti [*i*], cioè i *Piedi* [*k*], *Oncie* (*l*), *Punti* ec. Superficiali (*m*), come vedemmo,

169. Ed altro è una Pertica Cuba (*b*), ed i di lei Rotti (*i*), di Piedi (*d*), Oncie (*c*), Punti (*a*), Atomi (*g*) ec. tutti Corporei, i quali hanno lunghezza, larghezza, e profondità, come finora osservato abbiamo.

*

170. Oltre a ciò altro è una Pertica Cuba [*b*] divisa regolarmente nella stessa spezie di Rotti [*i*], ne' quali deesi dividere tanto la Pertica Semplice [*n*], quanto la Quadrata [*b*], cioè la Pertica in Piedi 6, il Piede in Oncie 12, l' Oncia in Punti 12, il Punto in Atomi 12, l' Atomo in Minuti 12, ed il Minuto in Momenti 12,

171. Ed

(a) *Punto Corporeo è una 864 parte d'una pertica Cuba, cioè d'una pertica fatta a Dado.*

(b) *Pertica Cuba dicesi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui apposta figura, i cui lati uguali sono d'una pertica.*

(c) *Oncia Corporea chiamiamo noi una sessantesima seconda parte d'una pertica Cuba, cioè d'una pertica fatta a Dado.*

(d) *Piede Corporeo è una sesta parte d'una pertica Cuba, cioè d'una pertica fatta a Dado.*

(e) *Minuto Corporeo è una 124416 parte d'una pertica Cuba, cioè d'una pertica fatta a Dado.*

(f) *Momento Cubo è una misura d'un Corpo fatto a Dado, come*

(g) *Atomo Corporeo è una 10368 parte d'una Pertica Cuba, cioè d'una pertica fatta a Dado.*

(h) *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, ciascuno dei quali è lungo una pertica.*

171. Ed altro è una Pertica Cuba (*b*) divisa per mezzo de' suoi Rotti Cubi [*o*], come quì addietro ora considerato abbiamo.

172. Perocchè il numero di Piedi Cubi [*p*], Oncie Cube [*q*], Punti Cubi [*r*] ec. ne' quali divideſi la Pertica è assai maggiore del numero degli ſteſſi Rotti [*s*] ne' quali divideſi regolarmente nel computo ordinario Geometrico, come a ſufficienza abbiamo quì addietro potuto conſiderare.

(i) *Rotto, è ſia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* —— *terzi ſono due parti d'un' unità divisa in tre,* —— *ſono tre parquarti ſi d'un' unità divisa in quattro ec.*

*

73. Ben' impreſſo nella mente de' Principianti ciò che nel precedente Preambolo ſi è detto, paſſiamo al

CAPO PRIMO.

De' Corpi ch' hanno le Superficie piane (s).

PER aver il lume generale come tutti i Corpi di Superficie piane [*s*] ſi miſurino, premettiamo al ſolito,

(k) *Piede Superficiale noi chiamiamo quella figura, ch' è la ſeſta parte d' una pertica quadrata, cioè d' una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali, ciaſcun de' quali è lungo una pertica.*

*

Il Fondamento di tutte le Regole del preſente Capo.

1. Il quale conſiſte in conſiderar, che ciaſcun Capo di Superficie piane [*s*] o ſia in effetto Paralellepipedo [*t*], o in Paralellepipedo (*t*) traſmutato.

(l) *Oncia Superficiale noi chiamiamo quella figura, ch' è la ſeſſageſima ſeconda parte d' una Pertica quadrata, cioè d' una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali, ciaſcuno de' quali è lungo una Pertica.*

2. Pe-

(m) *Punto Superficiale noi chiamiamo quella figura, ch'è la centeſima quadrageſima quarta parte d'una Pertica quadrata, la quale Pertica quadrata ha 4 angoli a ſquadra, e 4 lati lunghi una pertica, come* □

(n) *Pertica ſemplice è una Pertica in linea, come* ——

(o) *Rotto Cubo è una parte d' una pertica Cuba, cioè d'una figura fatta a Dado, come*

(p) *Piede Cubo è una figura ſolida fatta a Dado, del quale ciaſcun' lato ugnale è lungo un piede, come*

[q] *Oncia Cuba diceſi un Corpo fatto come un Dado, i cui lati ugnali ſono d' un' oncia, come*

(r) *Punto Cubo è la miſura d'un Punto fatta a Dado, come*

(s) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo ai Geometri pratici una pianura.*

(t) *Paralellepipedo è una figura ſolida entro ſei Piani, ciaſcuno di quattro lati, dei quali i due oppoſti ſono ugnali, ed ugualmente diſtanti fra loro, come*

(a) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

2. Perocchè ſtando in queſta conſiderazione, quando la Superficie [a] del Paralellepipedo (b) ſi ſarà multiplicata (c) colla di lui profondità, o ſia altezza,

3. Faraſſi il Prodotto (d) di tutt' il Corpo in miſure Cube [e] vediamolo in effetto nel

PROBLEMA I.

Come ſi miſuri un Paralellepipedo (b).

Sia in

I. Ipoteſi. (f)

(b) *Paralellepipedo è una figura ſolida entro ſei Piani, ciaſcuno di 4 lati, dei quali i due oppoſti ſono uguali, ed ugualmente diſtanti fra loro, come*

1. Il Paralellepipedo (b) *SDG* della *Figura* CCXII. *foglio* 24.
2. Del cui Corpo ſe ne voglia la miſurazione,

Dico per

II. Regola.

Che multiplicata (c), la Superficie (a) d' un Paralellepipedo (b) per la ſua altezza ſi produce la capacità del detto in miſure Cube (e).

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

Eccone la

III. Pratica.

Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.

1. Miſurata la lunghezza *a k* del propoſto Paralellepipedo (b), ſia di Pertiche 6,
2. E la larghezza *a S* ſia di Pertiche 3,
3. E multiplicato [c] il 3 col 6, cioè la detta larghezza con la lunghezza, ſe ne produce la Superficie [a] di Pertiche 18 Quadrate (g), *giuſta il* § 6.
4. Poſcia miſurata la profondità, o ſia altezza *A D*, di Pertiche 3,
5. E multiplicate (c) colla detta Area [b] di Pertiche 18, ſi producono Pertiche 54 Cube [i], che ſono tutt' il Corpo del Paralellepipedo [b],

(e) *Miſura Cuba è quella, che nel miſurar i Corpi rappreſentaſi volgarmente in forma di Dado, come*

Ne.

Ne segue

§. CIII.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Egli è noto dai §§. 5. e 6., che multiplicando (c) 3 Pertiche di larghezza per 6 di lunghezza si produce la Superficie [a] di 18 Pertiche Quadrate (g),
2. Ora se c' immagineremo la detta Superficie (a) posta nel fondo *b D G C*, e poi alzata una Pertica d' altezza *b f*, *D e*, *G h*,
3. Ciascuna delle 18 mentovate Pertiche Quadrate (g) sarebbesi fatta Pertica Cuba [i];
4. E se c' immagineremo che la nominata Superficie [a] siasi alzata a misura di due volte una Pertica d' altezza, *b m*, *D o*, *G n*,
5. Si sarebbero fatte due volte 18 Pertiche Cube (i),
6. E se finalmente c' immagineremo, che la predetta Superficie (a) si sia alzata a misura di 3 volte una Pertica d' altezza *b s*, *D a*, *G k*,
7. Si sarebbero fatte 3 volte 18 Pertiche Cube (i), cioè 54,
8. Ma il dire 3 volte 18 Pertiche Cube (i) colla Superficie [a] di 18, e coll' altezza di 3 Pertiche, altro non è che multiplicare [c] la Superficie [a] con l' altezza.

Dunque

Multiplicata (c) la Superficie (a) d' un Paralellepipedo (b) per la sua altezza si produce la capacità del detto in misure Cube (e),

Il che era ec.

Da questo Problema si cava naturalmente il seguente

*

Avvertimento.

1. Che si comprenderà dal predetto Problema il modo di saper la capacità di qualunque muraglia in misu-

(f) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

[g] *Pertica quadrata è una figura quadrata di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, ciascuno dei quali è lungo una pertica.*

(h) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(i) *Pertica Cuba dicesi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui apposta figura, i cui lati uguali sono d' una pertica.*

misure Cube (*a*), purchè s' avvertisca, che quella abbia la vera Figura d' un Paralellepipedo (*b*),

2. Il che non averebbe ogni qual volta il Muro fosse più grosso in fondo di quello, ch' egli è in cima; del che favelleremo poi qui appresso, toccando anche nello stesso luogo con quale strumento debbansi misurare le Mura ec.
3. Nell' antecedente Problema si è veduto come si ritrovi la capacità d' un Paralellepipedo [*b*] in misure Cube [*a*] d' Interi [*c*] senza Rotti (*d*),
4. Ed ora vedremo nel

(a) *Misurà Cubè è quella, che usi misurar i Corpi, rappresentasi volgarmente in forma di Dado, come*

(b) *Paralellepipedo è una figura solida entro sei Piani, ciascuno di 4 lati, dei quali i due opposti sono uguali, ed ugualmente distanti fra loro, come*

PROBLEMA II.

Come si misuri un Paralellepipedo (b), il quale contiene non solo le misure d' Interi (c), ma ancora de' Rotti (d),

Sia in

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(d) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{sei}{quarti}$ *sono sei parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

I. Ipotesi (*e*).

1. Nella *Fig. CCXIII. fol.* 27. il Paralellepipedo [*b*] *C D e B Q e*,
2. Il quale abbia Pertiche, Piedi, ed Oncie di lunghezza,
3. Pertiche, Piedi, ed Oncie di larghezza,
4. E Pertiche, Piedi ed Oncie di profondità,
5. E di cui si ricerchi la capacità Corporea,

Dico per

(e) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

II. Regola.

Che multiplicati (*f*) gli Interi (*c*), e Rotti (*d*) d' una delle sei Superficie (*g*) d' un Paralellepipedo (*b*) cogli Interi (*c*), e Rotti (*d*) della profondità si produce la capacità di quello in Interi Cubi (*b*) e suoi Rotti (*d*),

Eccone la

III.

III. Pratica.

I. 1. Misurata esattamente la lunghezza *C D* del proposto Paralellepipedo [*b*],

2. Sia di Pertiche 1, Piedi 1, ed Oncie 1,

3. E la larghezza *C e* di Pertiche 1 Piedi 1 ed Oncie 1,

4. Multiplichinsi [*f*] le dette lunghezza, e larghezza insieme, *giusta il Probl. I. Cap. I. Lib. I. ed il Probl. II. Cap. II. Lib. I. della Parte Prima*,

5. S'avrà la Superficie piana (*i*) *C B*, di Pertiche 1, Piedi 2, Oncie 4, Punti 4, ed Atomi 2,

II. 6. Ora misurata anche la profondità, o sia altezza *Q e*,

7. Sia di Pertiche 1, Piedi 1, e d'Oncie 1,

8. Onde multiplicate [*f*] Pertiche 1, Piedi 1, ed Oncie 1 d' altezza, con la detta Superficie [*g*] di Pertiche 1, Piedi 2, Oncie 4, Punti 4, ed Atomi 2, giusta la solita Regola della multiplicazione data *nel Probl. III. pag.* 45. come quì sotto si vede.

Superficie		1	2	4	4	2
Altezza		1	1	1		
		1	4	8	8	4
	1	4	8	8	4	
1	2	4	4	2		
Si producono	1	3	10	5	7	-- : 4

9. Cioè *Pertiche Cube* [*k*] una, *Piedi* due, *Oncie* dieci, *Punti* cinque, *Atomi* sette, *Minuti* nissuno, e *Momenti* quattro d' una Pertica Cuba [*k*].

Ne segue

§. CIV.

La sua Ragione dimostrativa.

E prima di spiegarla avvertiamo il Principiante, che per intelligenza della *Fig. CCXIII. fol.* 27. la quale noi considereremo in 3 Paralellepipedi (*b*) piccioli

(f) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(g) *Superficie è una stensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(h) *Intero Cubo è un numero, il quale non è diviso in alcuna parte, e si rappresenta in figura d' un Dado, come*

[i] *Superficie piana intendesi volgarmente presso ai Geometri pratici una pianura.*

(k) *Pertica Cuba dicesi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui apposta figura, i cui lati uguali sono d' una pertica*

(a) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

cioli, e grandi diviſa, moſtriamo per mezzo delle lettere prima la Superficie [*a*] di ciaſcun Paralellepipedo [*b*], poſcia la di lui altezza. In eſempio, nella *Fig. CCXIV. fol.* 27. indichiamo prima per mezzo delle lettere *A B C D* la Superficie (*a*) del preſente Paralellepipedo (*b*), e poi per mezzo delle *E C* la di lui altezza.

(b) *Paralellepipedo è una figura ſolida entro ſei Piani, ciaſcuno di 4 lati, dei quali i due oppoſti ſono uguali, ed ugualmente diſtanti fra loro, come*

1. Conſiderando dunque il Paralellepipedo (*b*) dell' *accennata Figura CCXIII. fol.* 27. diviſo in tre altri Paralellepipedi (*b*), cioè

I. Nel *G b R p Q R.*
II. Nel *w O n I R n.*
III. Nel *C D e B n e.*

*

2. Ritroveremo nel Paralellepipedo (*b*) primo *G b R p Q R* una Pertica Cuba (*c*) *G N F u M F. Giuſta la pag.* 508. *num.* 10.

(c) *Pertica Cuba diceſi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui appoſta figura, i cui lati ugnali ſono d'una pertica.*

3. Due Piedi d'eſſa, *giuſta la pag.* 508. *num.* 25. { *N S u i X u* / *F u d c T d*

4. Quattro Oncie d'eſſa, *giuſta la pag.* 509. 41. *e* 42. { *S b i o q i* / *d c R f Q R* / Oncia doppia / *u i c a a c.*

5. Quattro Punti d'eſſa, *giuſta la pag.* 510. *num.* 44. { Punto doppio / *i o a r b a* / Punto doppio / *c a f k g f.*

6. Due Atomi d'eſſa, *giuſta la pag.* 510. 45. *ec.* { *a r k p q k.*

7. La qual Pertica Cuba (*c*), ed accennati ſuoi Rotti (*d*) s'eſpongono ne' numeri ſeguenti:
Pert. 1 : 2 : 4 : 4 : 2.

*

8. Ritroveremo poi nel Paralellepipedo (*b*) ſecondo *w O n I R n*
Un Piede di Pertica Cuba (*c*) *w s E m F E*, *Giuſta la pag.* 508. *num.* 25.

9. Quat-

9. Quattro Oncie d'essa, *Giusta la pag.* 509. *n.* 41.
Oncia doppia
t r m y u m
Oncia doppia
E m A i d A

10. Otto Punti d'essa, *giusta la pag.* 510. *nn.* 44. *e* 55.
4 Punti
m y Z L c Z
Punto doppio
v O L Q a L
Punto doppio
A Z n P R n

11. Otto Atomi d'essa, *giusta la pag.* 511. *num.* 61.
4 Atomi
y H L Q a L
4 Atomi
Z L P z f E

12. Quattro Minuti d'essa, *giusta la pag.* 511. *num.* 68. *L Q z I K z*

13. I quali Rotti [*d*] di Pertica Cuba [*c*] del secondo Paralellepipedo [*b*] s'espongono ne' numeri seguenti:
Piedi 1 : 4 : 8 : 8 : 4

*

14. Ritroviamo finalmente nel Paralellepipedo (*b*) terzo
C D e B n e
Un' Oncia di Pertica Cuba [*c*] *C Y b f E b*,
Giusta la pag. 509. *num.* 40.

15. Quattro Punti d'essa, *Giusta la pag.* 510. *num.* 45.
Punto doppio
Y & f s m f
Punto doppio
b f ff β A ff

16. Otto Atomi d'essa, *Giusta la pag.* 511. *num.* 61. *e pag.* 510. *num.* 45.
4 Atomi
f s β v Z β
Atomo doppio
& D s f y s
Atomo doppio
ff β e d n e

17. Otto Minuti d'essa, *Giusta la pag.* 511. *num.* 68.
4 Minuti
s f v g L v
4 Minuti
β v d s P d

(d) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$; *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

18. Quattro Momenti d'essa, *Giusta la pag. 511. num. 80.* } *v g t B z t*

19. I quali Rotti [*a*] di Pertica Cuba [*b*] del terzo Paralellepipedo (*c*) s' espongono ne' seguenti numeri:

Oncie 1 : 4 : 8 : 8 : 4

20. Ma tutti e tre le serie de' Numeri della Pertica Cuba (*b*), e suoi Rotti [*a*], cioè

Pertiche 1 : 2 : 4 : 4 : 2
1 : 4 : 8 : 8 : 4
1 : 4 : 8 : 8 : 4

Che sommano 1 : 3 : 10 : 5 : 7 : -- : 4

21. Ritrovate ne' tre Paralellepipedi (*c*) [che sono parti del proposto Paralellepipedo (*c*)] sono le stesse, che si sono prodotte nella precedente Pratica al num. 8. per mezzo della multiplicazione (*d*) fatta cogli Interi [*e*], e Rotti [*a*] della Superficie (*f*) d'un Paralellepipedo (*c*) per gli Interi (*e*), e Rotti (*a*) della profondità.

22. Dunque

Multiplicati (*g*) gl' Interi (*e*), e Rotti (*a*) d'una delle sei Superficie (*f*) d' un Paralellepipedo (*c*) cogli Interi (*e*), e Rotti (*a*) della profondità, si produce la capacità di quello in Interi Cubi (*b*), e suoi Rotti (*a*),

Il che era ec.

23. Ci siamo finora figurati in un Paralellepipedo (*c*) un Corpo Solido (*i*), i cui piani sieno fra di loro Paralelli (*k*),

24. Ora cercheremo la Capacità d'un' altro Corpo, che non abbia i piani Paralelli (*k*) fra di loro, e perciò vediamo nel

PRO-

[a] *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* ——— *i terzi sono due parti d'un' unità divisa in tre, tre* ——— *sono tre parquarti si d'un' unità divisa in quattro ec.*

(b) *Pertica Cuba dicesi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la quì apposta figura, i cui lati uguali sono d' una pertica.*

(c) *Paralellepipedo è una figura solida entro sei Piani, ciascuno di 4 lati, dei quali i due opposti sono uguali, ed ugualmente distanti fra loro, come*

(d) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(e) *Intero è quel Numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

PROBLEMA III.

Come ſi miſuri un Priſma (l).

Sia in

I. Ipoteſi. (m)

1. Nella *Figura CCXV. foglio* 25. il Priſma (*l*) *A B C D*,
2. Il quale abbia le due Baſi (*n*) *A e C*, *B ſ D*, fatte a Triangolo (*o*), talmente che rappreſenti un mezzo Paralellepipedo (*c*), o una mezza Muraglia, tagliata per una Diagonale (*p*) *A C*, *B D*, del cui Corpo (*q*) ſe ne voglia ſapere la miſurazione,

Dico per

II. Regola.

Che multiplicata (*g*) una delle Baſi d'un Priſma (*n*) colla ſua lunghezza, o ſia altezza, ſe ne produce la capacità Corporea (*r*) in miſure Cube (*s*).

Ecco-

(f) *Superficie è una ſienſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(g) *Multiplicare, o ſer multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(h) *Intero Cubo è quello, il quale non è diviſo in veruna parte, e ſi rappreſenta in figura d' un Dado, cioè d' un Corpo, ch' ha l'iſteſſa larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(i) *Corpo ſolido è quello, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(k) *Piano Paralello è quello, che è ſempre ugualmente diſtante da un altro piano.*

(l) *Priſma è una figura ſolida contenuta da piani, dei quali i due oppoſti chiamati baſi ſono fra loro ugnali, ſimili, ed ugnalmente diſtanti, e gli altri chiamati lati ſono paralellogrammi, cioè figure di 4 lati, dei quali gli oppoſti ſono ugnali, come*

(m) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(n) *Baſe d'un Priſma è il fondo, o ſia piano inferiore del medeſimo.*

(o) *Triangolo è una figura di tre lati, come* Δ

(p) *Diagonale è una Linea, per mezzo della quale due lati d' un angolo ſi congiungono inſieme, come nella qui ſoggiunta figura la a b è Diagonale; poichè per mezzo d'eſſa ſi congiungono inſieme i due lati a c, c b dell' angolo c, ed i due a d, d b dell' angolo d.*

(q) *Corpo è preſſo i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(r) *Capacità Corporea è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(s) *Miſura Cuba è quella, che nel miſurar i Corpi rappreſentaſi volgarmente in forma di Dado, come*

Eccone la

III. Pratica.

1. Per avere la Base (*a*) *A e C*, ovvero *B f D*, del presente Prisma (*b*),
2. Essendo quella Triangolare s' opera *giusta la Regola del Probl.* 1, 2, *Cap.* 3.
3. E supponiamo, che sia di Pertiche 5,
4. Misurata anche la lunghezza *A B*,
5. Sia di Pertiche 11,
6. Onde multiplicate (*c*) Pertiche 5 di Base (*a*) per Pertiche 11 di lunghezza si producono Pertiche 55 Cube (*d*),
7. E di tanta capacità è tutt' il corpo del presente Prisma (*b*) *A B C D*.

Eccone

§. CV.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Egli è noto dal §. 8. che misurando l' Area (*e*) d' un Triangolo (*f*), questo viene trasformato in un Rettangolo (*g*),
2. Sicchè, se concepiamo le due Basi (*a*) *A e C*, *B f D* non Triangolari (*b*), ma Rettangolari (*i*),
3. Tutto il Corpo del Prisma (*b*) sarà dietro a quelle Rettangolare [*i*], e non Triangolare (*b*),
4. E per conseguenza tutt' il Prisma (*b*) sarà trasformato in un Paralellepipedo (*k*), *giusta il* 2. *Coroll. della* 7. *del* 12. *d' Euclide.*
5. Ma il Corpo (*l*) d' un Paralellepipedo (*k*) si misura multiplicando (*c*) l' una delle Basi (*n*), o sia l'una delle 6 Superficie (*m*) per l'altezza, e se ne produce la capacità in misure Cube (*o*), *giusta il Probl.* 1. *del presente Capo*,

Dunque

Multiplicata (*c*) una delle Basi d' un Prisma (*a*) colla sua altezza se ne produce la capacità Corporea (*p*) in misure Cube (*o*).

Quin-

(a) *Base d' un Prisma è il fondo, o sia piano inferiore del medesimo.*

(b) *Prisma è una figura solida contenuta da piani, dei quali i due opposti chiamati basi sono fra loro uguali, simili, ed ugualmente distanti, e gli altri chiamati lati sono paralellogrammi, cioè figure di 4 lati, dei quali gli opposti sono uguali, come*

(c) *Multiplicare o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(d) *Pertica Cuba dicesi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui apposta figura, i cui lati uguali sono d' una pertica.*

(e) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ □ ⬡ *ec.*

(f) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(g) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

Quindi ſi deduce il ſeguente

*

Avvertimento I.

1. Cioè, ch' il principiante Geometra debbà accuratamente oſſervare, ſe le Muraglie da miſurarſi rappreſentino veramente il Corpo (*l*) d' un Paralellepipedo (*k*), avendo i loro 6 Piani Paralelli (*q*),
2. Poichè in caſo contrario potrebbero eſſere o Priſmi (*b*), o altri Corpi (*l*).
3. In eſempio: vedeſi nella *Fig. CCXVI. fol.* 25. il Corpo o ſia Muraglia *A B C D*,
4. La quale benchè abbia 6 Piani, non è però Paralellepipedo (*k*),
5. Accagione che i Piani *G H B D*, *A C V F* non ſono Paralelli (*q*) fra di loro.
6. Onde, ſupponendo che le due Baſi *A C G H*, *F V B D* ſieno Paralelle (*r*),
7. Sarà il preſente Corpo un Priſma (*b*), e non un Paralellepipedo (*k*), e perciò dovrà eſſere miſurato in ordine alla Regola data per la miſurazione de' Priſmi (*b*) nel precedente Problema.
8. Avviſiamo poi per

*

Avvertimento II.

1. Che avendo ne' due precedenti Problemi date le Regole, per mezzo delle quali ſi miſurino i Paralellepipedi (*k*), ed i Priſmi (*b*), dovevamo prima inſinuare al leggitore lo ſtrumento, con cui ſi miſurino i Corpi (*l*), come ſi è fatto nell' Introduzione dell' Opera, quando ſi è additato lo ſtrumento elatto per miſurar le linee.

2. Il

(h) *Baſe Triangolare, o ſia Triangolo è una figura di 3 lati, come* △

(i) *Baſe Rettangolare, o ſia figura Rettangola, la quale è di 4 angoli a ſquadra, e di 4 laſi, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭.

(k) *Paralellepipedo è una figura ſolida entro ſei piani, claſcuno di 4 lati, dei quali i due oppoſti ſono uguali, ed ugualmente diſtanti fra loro, come*

(l) *Corpo è preſſo i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(m) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(n) *Baſe d' un Paralellepipedo è il fondo, o ſia il piano inferiore del medeſimo.*

(o) *Miſura Cuba è quella, che nel miſurar i Corpi rappreſentaſi volgarmente in forma di Dado, come*

(p) *Capacità corporea è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(q) *Piano Paralello è quello, ch' è ſempre ugualmente diſtante da un altro piano.*

[r] *Baſi Paralelle ſono due piani d' un Corpo, che ritrovanſi fra loro ſempre in ugual diſtanza.*

2. Il che non essendo finora seguito, arricordiamo in questo luogo, doversi per la misurazione de' Corpi (*a*) adoprare la Pertica di legno di cui favellammo al *num. XIII. dell'Introduzione*, avvertendo, che quella non sia solamente divisa in *Pertiche*, *Piedi*, ed *Oncie*, come nella *Fig. II. fol.* 1. si vede,

3. Ma, che sia divisa ancora ne' *Punti*, come si è fatto nella Pertica *Y E* della *Fig. IV. fol.* 2. ove ciascun' Oncia del Piede *c E* si è divisa in tre parti,

4. Delle quali ogn' una contiene 4 *Punti*.

5. Imperciocchè, se noi trascureremo questa divisione,

6. Non potrà mai dirsi d' essere stato un Corpo (*a*) esattamente misurato.

Vediamone l' Esempio:

7. Sia un Corpo Paralellepipedo (*b*), ovvero un Muro lungo Pertiche 200, largo 2 Piedi, ed alto due Pertiche da misurarsi,

8. E supponiamo che la detta lunghezza di Pertiche 200 non siasi presa diligentemente con istromento esatto, talmente, che presso ciascuna Pertica si trascurino Punti 6,

9. Ritroveremo essere stati trascurati in tutta la nominata lunghezza Punti 1200,

10. Sicchè in vece d' aver fatta la misurazione di Pertiche 200 di lunghezza, si sarà fatta di Punti 1200 di meno, che sono Pertiche 1 2 4,

11. Ed in tal modo la predetta lunghezza si sarà ristretta a Pertiche 198 Piedi 3 ed Oncie 8,

12. Supponiamo ancora, che ne' due *Piedi* di larghezza si sieno trascurati 4 Punti per *Piede*,

13. Cioè ch' in vece di *Piedi* due, la larghezza si sia ridotta a Piedi 1 *Oncie* 11 e *Punti* 4,

14. E finalmente che nelle due Pertiche d' altezza si sieno trascurati 8 Punti per Pertica,

15. Cioè ch' in vece di Pertiche due si sia fatta l' altezza solo di Pertiche 1 Piedi 5, Oncie 10, e Punti 8.

16. In tal caso multiplicando (*c*) l' erronea lunghezza per l' erronea larghezza si produrrà l' erronea Superficie (*d*) di *Pertiche* 59, *Piedi* 2, *Oncie* 2,

Pun-

(a) *Corpo è presso i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(b) *Corpo d' un Paralellepipedo è una figura solida entro sei piani di 4 lati, dei quali i due opposti sono uguali, ed ugualmente distanti fra loro, come*

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(d) *Superficie è una stensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

Punti 3, *Atomi* 1, e *Minuti* 4, *giusta la Tavola del fol.* 7.

17. La quale multiplicata (*c*) per l' erronea altezza di *Pertiche* 1, *Piedi* 5, *Oncie* 10, e *Punti* 8,

18. Si producono *Pertiche Cube* (*e*) 117, *Piedi* 3, *Oncie* 9, *Punti* 4, *Atomi* 4, *Minuti* 7, *Momenti* 8, $\frac{64}{144}$

19. Che sono l' erronea capacità di tutt' il Muro.

20. E multiplicando (*c*) all' incontro la giusta lunghezza di *Pertiche* 200 per la giusta larghezza di *Piedi* 2, produconsi Pertiche 66: 4 di Superficie (*d*), *giusta la detta Tavola del fol.* 7.

21. La quale multiplicata (*c*) per *Pertiche* 2 di giusta altezza, si produce la giusta capacità del Muro in Pertiche Cube (*e*) 133, Piedi 2, *giusta il Problema* 2. *precedente*,

22. Ove apparisce lo sbaglio di Pertiche Cube (*e*) 15 4 : 3 ec.

23. Il quale benchè non sia tanto grande, quanto nel computo delle Superficie piane (*f*) avvenire suole (*come alla pag.* 20. *n.* 18. vedemmo,

24. Ciò non ostante per ragione d' esattezza Geometrica, e d' inalterabile verità, deesi operare sin' all' ultima perfezione,

25. E quantunque il lungo computo de' Rotti (*g*) sia alquanto tedioso, egli è meglio soffrire nella Geometria qualche tedio, che commettere errori, ed ingiustizie.

26. Per dar fine a questa materia diciamo per

(c) *Pertica Cuba dicesi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui apposta figura, i cui lati uguali sono d' una Pertica.*

(f) *Superficie piana intendesi volgarmente presso a' Geometri pratici una pianura.*

(g) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d' un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d' un' unità divisa in quattro ec.*

(h) *Orizzontalmente a modo di livello.*

*

Avvertimento III.

1. Esser d' uopo ch' i pratici Geometri esattamente misurino le lunghezza, altezze, e larghezze de' Muri colla mentovata Pertica.

2. Il che seguirà infallibilmente, quando nelle lunghezze, ed altezze di que' Muri, che sono fabbricati orizzontalmente (*h*) al terreno (come sono ordinariamente le case) si lascierà dalla cima al fondo cadere un piombo attaccato ad un filo,

e dietro questo si porrà la Pertica esattamente sul Muro, a cui in caso, che sia di grandezza considerabile, s'appoggierà la scala da mano.

3. Ovvero si potranno sapere le altezze de' Muri delle case con minor incomodo senza applicarvi nè Pertica nè scala per mezzo della *Regola del Probl.* 1, e 2. *Cap.* 2. *Lib.* 1. *Parte* 3.

4. Seguirà pure la detta esattezza, quando nel prender la larghezza de' Muri s'userà la squadra grande o di ferro, o di legno duro, come vedesi nella *Figura CCXVII. fol.* 25.

5. In cui volendo misurare la larghezza *d o* del Muro *A B C D*,

6. Adattasi un braccio della squadra al filo della detta larghezza, cioè al *d f*,

7. Poichè l'altro braccio *d e* mostrerà di quante Pertiche, Piedi, Oncie ec. quella sia.

8. Intendendosi che la mentovata squadra debba esser divisa in *Piedi*, *Oncie*, e *Punti*, come vedemmo nella *Figura IV. fol.* 2. e come dicemmo *alla pag.* 528. *n.* 3.

*

9. Ed in caso ch' agevolmente le larghezze de' Muri nelle case non si potessero misurare,

10. Si cercheranno i vacui delle fenestre, come nella *Fig. CCXVIII. fol.* 25. nel vacuo *b o d e* si vede,

11. Ove volendo sapere la larghezza *b m*,

12. Aperta che sia la fenestra, s'adatta un braccio della squadra sul filo del Muro *q b*,

13. Che l'altro braccio *n c* mostrerà la bramata larghezza.

*

14. Avvertasi in oltre che ne' Muri delle case ritroveransi le larghezze verso il fondo più grandi di quelle, che sono verso il tetto, e però per saper la capacità d'un Muro tale non si può prendere la Superficie (*a*) presso la larghezza più grande verso il fondo, nè meno la Superficie (*a*) presso la larghezza più picciola verso il tetto, e multiplicare (*b*) o l'una, o l'altra per l'altezza del Muro proposto, come insegna la *Regola del precedente Probl.* 1. *di questo Capo.*

15. Ma

(a) *Superficie è una estensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(b) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(c) *Misure Cuba è quella, che nel misurar i Corpi rappresentasi volgarmente in forma di Dado, come*

(d) *Pertica Cuba dirsi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui apposta figura, i cui lati uguali sono d'una Pertica.*

(e) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come*

(f) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come*

15. Ma fa d' uopo misurare esattamente tanto la larghezza verso il fondo, quanto quella verso la cima, unirle insieme, prenderne la metà, e multiplicare (*b*) con questa la lunghezza del Muro, che se ne produrrà la giusta Superficie (*a*),

16. La quale poi multiplicata (*b*) per l' altezza del detto Muro, *giusta il nominato Problema*, se ne produce tutta la capacità in misure Cube ec. [*c*]

17. Per meglio chiarir la cosa: sia nella *Figura CCXIX. fol.* 25. il Muro *A B C D E F G*,

18. Di cui la larghezza *A B* in fondo sia di *Piedi* 3,

19. E la larghezza *C D* in cima sia di *Piedi* 2, e d' *Oncie* 6,

20. Unendo amendue le larghezze si fanno *Piedi* 5, ed *Oncie* 6,

21. De' quali la metà è di *Piedi* 2, e d' *Oncie* 9,

22. Sicchè multiplicati (*b*) *Piedi* 2, ed *Oncie* 9 per la lunghezza *D F* supposta di 8 Pertiche, si produce la Superficie (*a*) di Pertiche 5,

23. Le quali poi multiplicate (*b*) per l' altezza *C H* supposta di *Pertiche* 6, si produce tutta la capacità del Muro di 30 Pertiche Cube [*d*].

24. La ragione dimostrativa di questa operazione riluce in parte dal §. 13. per essersi ridotto il Trapezio [*e*] *C B* in un Rettangolo (*f*), ed in parte dal §. 105. per essersi ridotto tutto il Corpo (*g*) del Muro in un Paralellepipedo (*b*),

*

25. Coll' occasione, che quì discorriamo del modo, con cui si debbano prender le larghezze, non manchiamo d' arricordar al principiante Geometra di dover con somma diligenza ischivar gli errori che da alcuni poco intelligenti commessi vengono.

26. Imperciocchè nel caso, che qualche Muraglia, o qualunque altro Corpo (*g*) di materia preziosa dovesse misurarsi, e che non solo la larghezza, ma eziandio la lunghezza e profondità si prendesse non a misura di *Pertiche*, ma a quella di *Piedi*, ovvero d' *Oncie*, e ch' il Prodotto (*i*) di Piedi Cubi (*k*) dovesse essere ridotto in Pertiche Cube (*d*), ovvero il Prodotto (*i*) d'Oncie Cube (*l*)

(g) *Corpo è presso i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(h) *Paralellepipedo è una figura solida a tre sei Piani, ciascuno di 4 lati, dei quali i due opposti sono uguali, ed ugualmente distanti fra loro, come*

(i) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre si fa sei, e questo sei chiamasi il Prodotto.*

[k] *Piede Cubo è una figura solida fatta a Dado, del quale ciascun lato uguale è lungo un piede, come*

(l) *Oncia Cuba dicesi un Corpo fatto come un Dado, i cui lati uguali sono d' un' oncia, come*

doveſſe eſſere ridotto in Piedi di Pertica Cuba, (*a*) allora la Pertica Cuba (*a*), che da Piedi Cubi [*b*] riſulterebbe, non ſarebbe nè di Piedi 6, *giuſta la pag.* 508. *n.* 13. nè di Piedi 36, *giuſta la pag.* 514. *n.* 113. ma bensì di Piedi Cubi (*b*) 216, come alla *detta pag.* 514. *n.* 115. accennammo,

27. Ed il Piede di Pertica Cuba (*a*), che dalle Oncie Cube (*c*) riſulterebbe, non ſarebbe d' Oncie 12, *giuſta la pag.* 33. *n. II.* ovvero d' Oncie 84, *giuſta la pag.* 35. ma bensì d'Oncie Cube (*c*) 62208, come alla *pag.* 514. *n.* 123. già vedemmo.

28. Eſſendoſi la coſa già chiarita alla *detta pag.* 514. non fa d' uopo altro eſempio:

29. Onde diciamo ſolo, ch' in ſimili caſi per ridurre molti Piedi Cubi [*b*] in Pertiche Cube [*a*], farà di meſtiere partir la ſomma per 216,

30. E per ridurre le Oncie Cube [*c*] in Piedi di Pertica Cuba [*a*] (chiamati per altro Piedi Corporei [*d*]) converrà partir la ſomma per 62208,

31. Ed ulteriormente ſu queſto fondamento per ridurre i Punti Cubi [*e*] in Oncie Corporee [*f*], o ſieno Oncie di Pertica Cuba (*a*) ſi partirà la ſomma per 8957952, *giuſta il num.* 131. *della pag.* 515. ec.

32. E qualor fia d' uopo, di far ſimili operazioni anche nelle altre minuzie, ſe ne vede il fondamento, ed il valore nella *detta pag.* 515. *e nelle altre ſuſſeguenti.*

Ciò inteſo vediamo nel

PROBLEMA IV.

Come ſi miſuri un Muro fabbricato ſopra d' un terreno pendente.

Sia in

I. Ipoteſi (*g*).

1. Nella *Figura CCXX. fol.* 28. un Muro Paralellepipedo (*b*) *A B C D E D*,

2. Fab-

(a) *Pertica Cuba dicesi volgarmente quella fatta a Dado, cioè come la qui appoſta figura, i cui lati uguali ſono d' una Pertica.*

(b) *Piede Cubo è una figura ſolida fatta a Dado, del quale ciaſcun lato uguale è lungo un Piede, come*

(c) *Oncia Cuba dicesi un Corpo fatto come un Dado, cioè come*

i cui lati uguali ſono d' un' Oncia.

(d) *Piede Corporeo è una ſeſta parte d' una pertica Cuba, cioè d' una pertica fatta a Dado.*

(e) *Punto Cubo è la miſura d'un Punto fatta a Dado, come*

(f) *Oncia Corporea chiamiamo noi una ſeſtuageſima ſeconda parte d' una pertica Cuba, cioè d'una pertica fatta a Dado.*

(g) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

2. Fabbricato ſulla pendenza *G E*,
3. Di cui ſe ne deſideri ſapere la Corporea capacità [*i*],

Dico per

II. Regola.

Che miſurata una delle 6 Superficie (*k*) di qualunque Muro Paralellepipedo (*b*), *giuſta il Probl. I. di queſto Capo* e multiplicatala (*l*) colla vera altezza, o ſia profondità ſe ne produce in miſure Cube (*m*) la capacità.

Eccone la

III. Pratica.

1. Volevamo tralaſciare queſto Problema come coſa ſoverchia dopo eſſerſi a ſufficienza favellato nel detto *Probl. I. del preſente Capo* circa la miſurazione de' Paralellepipedi [*b*],
2. Ma ſiccome il principale noſtro ſcopo ſi è di dar qualche iſtruzione ai Principianti Geometri non laſciamo di porli ſott' agli occhi la *preſente Figura CCXX.* per maggior lume,
3. Perocchè guari non ha ch' un Geometra volgare chiamato per miſurare l' accennato Muro, ſi miſe ſenza veruno ſcrupolo a multiplicare (*l*) la *A D* colla *A G* per averne la Superficie (*k*),
4. E di multiplicar [*l*] queſta colla *A B* per averne tutta la capacità,
5. Il qual modo d' operare quanto ſia erroneo ci figuriamo ch' il leggitore già lo comprenda per il lume avuto già ne' §§. 16, 17, *ec.* e maggiormente lo comprenderà quì ſotto.
6. Sicchè in ordine alla Regola ſi dee miſurare una delle 6 Superficie (*k*) del Muro propoſto, e ſuppoſto Paralellepipedo (*b*),
7. Onde volendone miſurare la Superficie (*k*) *A G D E*,
8. Eſſendo le *A D*, *G E* Paralelle (*n*) ciaſcuna di Piedi 40,

9. Pren-

(h) *Muro Paralellepipedo, o ſia Paralellepipedo è una figura ſolida entro ſei piani, ciaſcuno di 4 lati, dei quali i due oppoſti ſono uguali, ed ugualmente diſtanti fra loro, come*

(i) *Corporea capacità è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(k) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(l) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tanto volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(m) *Miſura Cuba è quella, che nel miſurar i Corpi rappreſentaſi volgarmente in forma di Dado, come*

(n) *Paralelle Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

9. Prendonſi colla ſquadra anche le Perpendicolari [*a*] che dagli angoli ottuſi (*b*) *G*, *D* cadono ſui lati oppoſti *A D*, *G E*,
10. Adattando dietro il detto ſquadro la Pertica, come ſulla Figura ſi vede, in *G P*, *O P*,
11. E ſuppoſta ciaſcuna Perpendicolare (*a*) di Piedi 10,
12. Multiplicando (*c*) *Piedi* 10 colla metà delle *A D*, *G E* unite, cioè con Piedi 40,
13. Si produce l' accennata Superficie (*d*) *A G*, *D E* di Piedi 400,
14. La quale multiplicata [*c*] coll' altezza *A B* di *Piedi* 2,
15. Si produce tutta la capacità del muro di 800 Piedi Cubi [*e*],
16. I quali diviſi per Piedi 216, ſi producono Pertiche Cube [*f*] 3, ed il Reſiduo di 152 Piedi Cubi [*e*],
17. I quali diviſi per 36, provengono 4 Piedi Corporei [*g*] d' una Pertica Cuba [*f*], ed il Reſiduo di otto Piedi Cubi [*e*],
18. De' quali eſſendo ciaſcuno di 4 Punti Corporei [*b*], ſarà il detto Reſiduo di 32 Punti Corporei [*b*],
19. I quali diviſi per 12, provengono due Oncie Corporee [*i*] d'una Pertica Cuba [*f*] con il Reſiduo di otto Punti Corporei [*b*].
20. Sicchè tutta la capacità dell' accennato Muro pendente ſarà di *Pertiche Cube* [*f*] 3, *Piedi* 4, *Oncie* 2, e 8 *Punti Corporei* [*b*].
Giuſta la pag. 508, *e le altre ſuſſeguenti ſin' alla pagina* 517.
21. E facendo il computo ſecondo lo sbaglio de' volgari Geometri, come al numero 3. dicemmo, con multiplicar [*c*] la *A G* di *Piedi* 11 per la *A D* di *Piedi* 40, e poi multiplicarne [*c*] il Prodotto [*k*] per la *A B* di *Piedi* 2,
22. Si producono 4 Pertiche Cube [*f*], due Piedi, un' Oncia, e 4 Punti Corporei [*b*],
Giuſta il Problema I. del preſente Capo.

Circa

§. CVI.

La ſua Ragione dimoſtrativa

Della precedente Regola, eſſendo quella fondata ſu i

§§.

(a) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*

(b) *Angolo Ottuſo è quello, ch' è maggiore d' un angolo Retto, cioè d'un angolo a ſquadra, come*

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto ſa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(d) *Superficie è una eſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(e) *Piede Cubo è una figura ſolida fatta a Dado, del quale ciaſcun lato uguale è lungo un piede, come*

(f) *Pertica Cuba diceſi volgarmente quella fatta a Dado, come la qui appoſta figura, i cui lati uguali ſono d' una Pertica.*

§§. 103. 104. ec. non fa d' uopo altra eſpreſſione, ma bensì un

*

Avvertimento.

1. Cioè, che avendo noi miſurato il muro pendente, già veduto nella *Figura CCXX. fol.* 28. non intendonſi miſurate tutte le di lui parti,
2. Perocchè il fondamento del detto, ch' entro la terra ſta naſcoſto, non eſſendoci comparſo ſott' alla viſta, è ancora da miſurarſi.
3. E perciò deeſi preſſo l'accennato Muro cavare la terra, ed indagar il principio del fondamento,
4. Il quale ſupponendo, che per tutto ſia d'uguale profondità, e larghezza, come ordinariamente i fondamenti de' muri fabbricar ſi ſogliono,
5. Facilmente ſi potrà miſurare, quando prima colla pertica ſi ſarà miſurata la *E K*,
6. Ch'è la profondità del detto muro entro la terra, di *Piedi* 3,
7. La quale [giuſta la ſolita regola di fabbricare] ſarà una continuazione della linea *D E* ſopra terra tirata a piombo.
8. Sicchè tutta la linea *D K*, dalla cima fin'alla fine di tutt' il muro, ſarà di *Piedi* 14.
9. Ed il muro intero inſieme col fondamento ſarà il Trapezio [*l*] *A Q D K A B*,
10. Per la cui miſurazione, dovendo ſapere tutta la *D V*, *giuſta i* §§. 16. 17. ec.
11. Quella ſi ritroverà per mezzo della Regola delle Proporzioni [*m*], dicendo: ſe
12. La *D E* di 11 *Piedi* mi dà la *D O* di 10 *Piedi*,
13. Che mi darà la *D K* di *Piedi* 14?
14. Che, fatta l'operazione, ritroveraſſi la *D V* di *Piedi* 12, *Oncie* 8, Punti 8 $\frac{8}{11}$
15. Il qual ultimo Rotto [*n*] di $\frac{8}{11}$ d'un *Punto* potraſſi ulteriormente ridurre in *Atomi*, *Minuti*, e *Momenti*, *giuſta i Problemi della Parte ſeconda*.
16. E fatto il calcolo della Solidità (*o*) di tutt' il muro tanto fuori, quanto entro la terra, ritroveraſſi eſſere di Pertiche 4 Cube [*f*] Piedi,

17. Toc-

(g) *Piede Corporeo è una ſeſta parte d'una pertica Cuba, cioè d' una pertica fatta a Dado.*

(h) *Punto Corporeo è una 864. parte d'una pertica Cuba, cioè d'una pertica fatta a Dado.*

(i) *Oncia Corporea chiamiamo noi una ſeſtuageſima ſeconda parte d'una pertica Cuba, cioè d' una pertica fatta a Dado.*

(k) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto 6 chiamaſi il Prodotto.*

(l) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come*

(m) *Regola delle Proporzioni è quel modo, con cui un numero ha conneſſione con l' altro.*

(n) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(o) *Solidità diceſi volgarmente un Corpo, che val a dire ciò, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(a) *Regola delle Proporzioni è quel modo, con cui un' numero ha connessione con l' altro.*

(b) *Paralelle linee sono quelle, che sono sempre ugualmente distanti l'una dall' altra in modo, che se nello stesso piano fossero prolungate in infinito, non si congiungerebbero giammai insieme, come* ═══

(c) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(d) *Solido irregolare è quel Corpo, il quale non ha le facciе uguali, come*

(e) *Superficiè è una estensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(f) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(g) *Misura Cuba è quella, che nel misurar i Corpi rappresentasi volgarmente in forma di Dado, come*

(h) *Corpo è presso i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

*

17. Toccante la Regola delle Proporzioni [a], questa si suppone imparata, o insegnali in succinto *nel Probl. 6. Cap. 3. Lib. 4. senza l'usuale Aritmetica.*
18. Il qual Problema mostra la sostanza della Regola anche a quelli, che si vogliono servire della detta usuale Aritmetica.
19. *Toccante poi la Ragione dimostrativa circa l'avere fatta la proporzione del lato* D E *verso il lato* D O,
20. *E del lato* D K *verso il lato* D V,
21. *Supponendosi, che, per mezzo della costruzione, la* V K *sia Paralella b) alla* O E,
22. *Il Triangolo (c)* V D K *sarà proporzionale al Triangolo (c)* O D E,
Giusta il Coroll. della 4. del Sesto d' Euclide.
23. *E per conseguenza il lato grande* D K *sarà proporzionato al lato picciolo* D E,
24. *Come anche il grande* D V *al picciolo* D o *ec.*

*

25. Se poi il fondamento del muro non fosse interamente d'uguale altezza, o profondità,
26. Come vedesi nella *Figura CCXXI. foglio* 28, ove il muro *A b d c c e* non ha il fondamento ugualmente profondo,
27. Accegione, che si è fabbricato in parte sullo scoglio *b m n o.*
28. Allora formerà l'accennato muro insieme col suo fondamento un *Solido* irregolare [d] *A b m n o d c e,*
29. Che noi supponiamo per tutto d' uguale larghezza *c e,*
30. Il quale dovendosi misurare, converrà, cavando il terreno, al meglio che sarà possibile, scoprirne il fondamento,
31. E considerarlo di disuguale profondità. come egli si è in effetto,
32. Poi misurarne la Superficie [e] irregolare *A b m n o d c.* Il che potrà seguire *giusta la pag.* 165. *numero* 1.
33. La quale Superficie [e] multiplicata [f] colla larghezza *c e*, darà tutta la capacità del proposto muro in misure Cube (g), *giusta il Probl. I. di questo Capo.*

Vediamo nel

PRO-

PROBLEMA V.

Come ſi miſuri il Corpo (b) d' una Piramide (i),

Sia in

I. Ipoteſi. [k]

1. Nella *Figura CCXXII. fol.* 28. la Piramide [b] *e b a b d*,
2. La quale abbia la Baſe Quadrata [l] *b a b d*,
3. E ſe ne ricerchi la capacità.

Dico per

II. Regola.

Che multiplicando (f) in una Piramide (i) l' Area (m) della Baſe (n) per la terza parte dell' altezza, ſe ne produce tutta la capacità in miſure Cube (g),

Veniamo alla

III. Pratica.

1. Benchè nella ſocietà umana di rado le miſurazioni delle Piramidi [i] occorrano,
2. Ciò non oſtante, potendo alcuna volta occorrere, e ſervendo quelle di lume ad altre cognizioni, la miſureremo, come ſegue.
3. Supponiamo, che la Baſe [n] *b a b d* ſiaſi colla ſolita Pertica miſurata, e ritrovata di Piedi Quadrati [o] 36,
4. Ora per miſurarne l' altezza s' applica la ſolita ſquadra con un braccio *m e* ſulla cima della Piramide [i],
5. Ed al filo dell' altro braccio *m i* la ſolita Pertica *g h*,
6. Poichè queſta moſtrerà la deſiderata altezza *e o* della Piramide (i),

(i) *Piramide è un corpo, la cui Baſe, o ſia fondo è una figura di linee Rette, il qual Corpo viene racchiuſo da tanti Triangoli, cioè da tante figure di tre lati quante linee ha il detto fondo, i quali Triangoli convengono in un punto, come*

(k) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(l) *Baſe Quadrata è un Quadrato, cioè una figura di 4 lati uguali, e di 4 angoli a ſquadra, come* □

(m) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

[n] *Baſe d' una Piramide è quel piano ſu cui la Piramide poſa.*

(o) *Piede quadrato è un quadrato, o ſia una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, ciaſcuno lungo un piede, come* □

7. La quale qui ritrovasi di *Piedi* 9,
8. Sicchè multiplicata (*a*) la Base [*b*] di 36 *Piedi* per *Piedi* 3, ch' è la terza parte dell' altezza si producono Piedi Cubi (*c*) 108,
9. I quali partiti per 36, cioè per un Piede Corporeo [*d*] di Pertica Cubà [*e*], *giusta la pag.* 514. *n.* 118. ne dà il Quoziente [*f*] di tre *Piedi* di Pertica Cuba [*e*].

Eccone

§. CVII.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Supponesi dal *Corollario della settima del* 12. *d' Euclide*, che ciascuna Piramide [*g*] sia la terza parte d' un Prisma [*b*] della medesima altezza, e Base [*b*],
2. E però ponendoci avanti gli occhi un Prisma [*b*] della stessa altezza, e Base [*b*] d' una proposta Piramide (*g*),
3. E volendone sapere la terza parte si multiplica (*a*) tutta la Base (*b*) colla terza parte dell' altezza, ovvero tutta l' altezza per la terza parte della Base [*b*] come da se stesso è chiaro.
4. Onde avuta la terza parte della capacità d' un Prisma (*b*) avrassi per conseguenza la capacità di tutta una Piramide (*g*) della stessa Base (*b*), ed altezza per la ragione predetta.

Dunque

Multiplicando (*a*) in una Piramide (*g*) l' Area (*i*) della Base (*b*) per la terza parte dell' altezza, se ne produce tutta la capacità in misure Cube (*k*).

Il che era ec.

5. Toccante gli altri Corpi (*l*) terminati da Superficie piane (*m*) diremo in brevità col seguente

Avver-

(a) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(b) *Base d' una Piramide è quel piano, su cui la Piramide posa.*

[c] *Piede Cubo è una figura solida fatta a Dado, del quale ciascun lato uguale è lungo un piede, come*

(d) *Piede Corporeo è una sesta parte d'una pertica Cuba, cioè d' una pertica fatta a Dado.*

(e) *Pertica Cuba dicesi volgarmente quella fatta a Dado, come la qui apposta figura; i cui lati uguali sono d' una Pertica.*

(f) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(g) *Piramide è un Corpo, la cui base, o sia fondo è una figura di linee Rette, il qual Corpo viene racchiuso da*

*

Avvertimento I.

6. Che notiſſimi ſono i cinque Corpi chiamati per altro *Regolari* (*n*), ovvero *Platonici* da Platone, per aver queſto attribuito, a ciaſcuno di quelli uno de' quattro *Elementi* ed il *Firmamento*.

7. E benchè non ſieno molto neceſſarj al principiante Geometra, con tutto ciò per averne qualche lume qui li ſoggiungiamo tutti e cinque, che ſono:

8. Il Tetraedro, l' Eſſaedro, l' Ottaedro (*o*), il Dodecaedro (*p*), e l'Icoſaedro (*q*),

9. *Il Tetraedro è una Figura ſolida* (*r*) *terminata da quattro Triangoli* (*s*) *uguali, ed Equilateri* (*t*), come vedeſi nella *Fig. CCXXIII. fol.* 28.

10. Queſta Figura fu attribuita da Platone all' Elemento del Fuoco.

11. E per averne la Corporea capacità (*u*), giacchè non è altro ch' una Piramide (*g*), operiſi come nella Regola del precedente Problema ſi è detto.

12. L' *Eſſaedro*, ovvero *Cubo è una Figura ſolida* (*r*) *terminata da ſei Quadrati* (*x*) *uguali*, come vedeſi nella *Fig. CCXXIV. fol.* 28.

 13. Que-

tanti Triangoli; cioè da tante figure di tre lati quante linee ha il detto fondo, i quali Triangoli convengono in un punto, come

(h) *Priſma è una figura ſolida contenuta da piani, dei quali i due oppoſti chiamaci baſi ſono fra loro uguali, ſimili, ed ugualmente diſtanti, e gli altri chiamaci lati ſono parallellogrami, cioè figure di 4 lati, dei quali gli oppoſti ſono uguali, come*

(i) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ □ *ec.*

(k) *Miſura Cuba è quella, che nel miſurar i Corpi rappreſentaſi volgarmente in forma di Dado, come*

(l) *Corpo è preſſo i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

[m] *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo ai Geometri pratici una pianura.*

(n) *Corpo Regolare è una figura ſolida, la quale ha tutti i Piani uguali tanto negli angoli, quanto nei lati, come*

(o) *Ottaedro è un Corpo regolare contenuto da otto faccie, o ſia da otto Triangoli uguali, come*

(p) *Dodecaedro è una figura Corporea, o ſia Corpo regolare contenuto da dodici altre figure Pentagone regolari, cioè da dodici faccie di cinque angoli, e di cinque lati uguali, come*

(q) *Icoſaedro è una figura Corporea regolare contenuta da venti Triangoli d'uguali lati, e d'uguali angoli, come*

(r) *Figura Solida è quella, che ha Corpo, cioè larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(s) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(t) *Equilatero intendeſi ciò ch' ha i lati uguali, come* □

(u) *Capacità Corporea è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(x) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

13. Questa fu attribuita da Platone all' Elemento della *Terra*,

14. E per misurarne la capacità Corporea (*a*) non occorre altra speculazione quando si rammenti ciò che dicemmo nel Fondamento del Capo primo di questo Libro secondo pag. 517.

15. L' Ottaedro (*b*) è una *Figura solida* (*c*) *contenuta da otto Triangoli* (*d*) *uguali ed Equilateri* (*e*) come vedesi nella *Fig. CCXXV. fol.* 28.

16. Questa fu attribuita da Platone all' Elemento dell' *Aria*,

17. E per averne la capacità Corporea (*a*), giacchè un' Ottaedro (*b*) altro non è ch' un aggregato di due Piramidi (*f*) simili ed uguali, la cui Base (*g*) comune è un Quadrato (*b*) descritto da uno dei lati,

18. Si opererà, come si è mostrato, nel precedente Problema, e come quì sotto si chiarirà meglio,

19. Il Dodecaedro (*i*) è una *Figura solida* (*c*) *terminata da dodici Pentagoni* (*k*) *uguali, ed Equilateri* (*e*) come vedesi nella *Fig. CCXXVI. fol.* 28.

20. Questa fu attribuita da Platone al *Firmamento*,

21. E per averne la Corporea capacità (*a*), giacchè un Dodecaedro (*i*) altro non è, ch' un aggregato di dodici *Piramidi Pentagone* (*l*) uguali ec. si multiplicherà (*m*) la capacità d' una delle dette Piramidi (*f*) per 12 che s' avrà l' intento.

22. Ma come si ritrovi la Base (*g*) e l' altezza delle nominate Piramidi (*f*) diremo qui sotto,

23. L' Icosaedro (*n*) è *una Figura solida* (*c*) contenuta da venti Triangoli (*d*) uguali ed Equilateri (*e*). Come vedesi nella *Fig. CCXXVII fol.* 28.

24. Questa fu attribuita da Platone all' Elemento dell' *Acqua*,

25. E per averne la Corporea capacità (*a*), giacchè un Icosaedro (*n*) è un aggregato di 20 Piramidi Triangolari (*o*) uguali, laputane la capacità d' una, e multiplicata (*m*) per 20, s' avrà ciò che si desidera.

Si conchiude per

(a) *Capacità Corporea è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(b) *Ottaedro è un Corpo regolare contenuto da otto facciè, o fiada otto Triangoli uguali, come*

(c) *Figura Solida è quella, che ha Corpo, cioè larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(d) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(e) *Equilatero intendesi ciò, ch' ha i lati uguali, come* □

(f) *Piramide è un corpo, la cui base, o sia fondo è una figura di linee rette, il qual Corpo viene racchiuso da tanti Triangoli, cioè da tante figure di tre lati quante linee ha il detto fondo, i quali Triangoli convengono in un punto, come*

(g) *Base d' una Piramide è quel piano, su cui la Piramide posa.*

Avver-

*

Avvertimento II.

1. Che, quantunque in pratica di rado avvenga la misurazione dei mentovati Corpi Regolari (*p*), con tuttociò ſervendo eſſi di qualche lume per la fondata cognizione della Stereometria (*q*), ſe per avventura voleſſe il Principiante ſaper l' altezza e la Baſe delle Piramidi (*g*), di cui i mentovati Corpi in gran parte ſono compoſti; per poter poſcia con tal mezzo miſurar interamente alcuno di quelli, opererà, come ſegue:

*

2. Toccante l'Ottaedro (*b*) nella *Fig. CCXXV. fol.* 28. eſſendo un aggregato di due Piramidi (*f*) ſimili, ed uguali, come ſi è detto, per averne la Baſe (*g*), baſta miſurarne qualunque lato, e queſto multiplicar (*m*) in ſe ſteſſo che ſe n' effettuerà l' intento.
3. V. g. miſurato il lato *a b*, ſia di Piedi 26,
4. Perciò multiplicato (*m*) queſto numero in ſe ſteſſo ſi producono 676 Piedi quadrati (*r*), *giuſta il* §. 5.
5. I quali partiti per 36, *giuſta la pag.* 524. *n.* 113. fanno *Pertiche* 18, *Piedi* 4, ed *Oncie* 8,

*

6. E per averne l' altezza, applicate le due braccia d' una ſquadra ſulle ſtremità di qualunque lato dell' Ottaedro (*b*) come ſul *c*, e ſul *d*,

(h) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(i) *Dodecaedro è una Figura Corporea, o ſia Corpo regolare contenuto da dodici altre figure Pentagone regolari, cioè da dodici faccie di cinque lati uguali, come*

[k] *Pentagono è una figura di 5 angoli, o di 5 lati, come* ⬠

[l] *Piramide Pentagona è un corpo, la cui baſe, o fondo è una figura di cinque lati, il qual corpo è racchiuſo da cinque Trianguli, i quali convengono in un punto, come*

7. In

(m) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi; quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(n) *Icoſaedro è una figura Corporea regolare contenuta da venti Trianguli d' uguali lati, ed uguali angoli, come*

(o) *Piramide Triangolare è un corpo, la cui baſe, o fondo è una figura di tre lati, il qual corpo è racchiuſo da tre Trianguli, i quali convengono in un punto, come*

(p) *Corpo regolare è una figura ſolida, la quale ha tutti i piani uguali tanto negli angoli, quanto nei lati, come*

(q) *Stereometria, o ſia Solidometria, è quella Scienza, che inſegna a miſurare i Solidi, e val a dire, ciò che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(r) *Piede quadrato è un quadrato, o ſia figura di 4 angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno lungo un piede* □

7. In modo, che le due distanze dall'angolo *n* fin'alle dette stremità *c*, *d* sieno uguali,
8. (Il che facilmente si potrà conseguire, quando la detta squadra sarà divisa in Piedi, Oncie ec., come lo supponiamo)
9. La *n c*, ovvero *n d* saranno uguali alla ricercata altezza.
10. Onde immaginandoci che la *d n*, o *c n* sia di Piedi 18,
11. Raddoppiato questo numero, cioè fattolo 36, accagione che prendonsi due altezze di due Piramidi (*a*) congiunte dal *c* fin al *b*,
12. E multiplicatolo (*b*) per la terza parte della mentovata Base (*c*), cioè per Pertiche 6 : 1 : 6 : 8
13. Si produce la capacità di tutto l' Ottaedro (*d*) in misure Cube (*e*) ec.

*

14. V'è bensì un altro modo molto usitato presso i Matematici per ritrovare l' altezza d' una delle dette due Piramidi (*a*) congiunte insieme nell' Ottaedro (*d*), il quale è fondato sulla 47. *del primo d' Euclide*, per il cui mezzo, misurato il lato *d c*, si ritrova poi anche l'altezza *d n*,
15. Ma supponendosi nel detto modo l' estrazione della Radice Quadrata [*f*] per cosa franchissima, e non avendola noi ancora insegnata ai Principianti, li rimettiamo al *Lib. 4. Cap. 3. Probl. 1. di questa Parte terza*, ove insegniamo l'estrazione della detta Radice Quadrata [*f*] senza l'usuale Aritmetica.
16. E se alcuno ha la cognizione della nominata estrazione, egli intenderà ciò, che vogliamo dire, senza ulteriore spiegazione. Perocchè presa la metà del Quadrato [*g*] *d c*, e cavatane la Radice Quadrata, [*f*] questa sarà l'altezza *d n*.

*

17. Circa l'invenzione poi dell' altezza d' una delle 12 Piramidi Pentagone [*b*], di cui è composto il Dodecaedro [*i*].
18. Supposto che questo posi sopra uno dei suoi Piani Pentagoni [*k*], come nella *Figura CCXXVI. fol. 28.* sopra l' *a f*.

Pen-

(a) *Piramide è un corpo, la cui base, o sia fondo è una figura di linee rette, il qual Corpo viene racchiuso da tanti Triangoli, cioè da tante figure di tre lati quante linee ha il detto fondo, i quali Triangoli convengono in un punto, come*

(b) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(c) *Base d' una Piramide è quel piano, su cui la Piramide posa.*

(d) *Ottaedro è un Corpo regolare contenuto da otto faccie, o sia da otto Triangoli uguali, come*

(e) *Misura Cuba è quella, che nel misurar i Corpi rappresentasi volgarmente in forma di Dado, come*

(f) *Radice quadrata è un lato d' un numero rappresentato in figura quadrata, come del numero quattro quì espresso in figura quadrata* *il lato a b di due parti,*

Digitized by Google

19. Applicato che ſia un braccio della ſquadra al diſſopra ſopra d'un piano, oppoſto al predetto, cioè ſopra le *m n*,

20. L'altro braccio moſtrerà l'altezza doppia d'una delle dette 12 Piramidi (*a*), quando arriverà per mezzo di qualche Perpendicolo attaccato al detto fin' al piano Orizzontale [*l*] *a f*, che ſupponeſi prolungato in *q*.

21. Sicchè avendo l'altezza d'una delle 12 Piramidi [*a*] del nominato Dodecaedro [*i*], e facendoſi facilmente nota ciaſcuna delle di lei Baſi Pentagone [*m*], *giuſta il Probl. I. pag. 91.*, ſenza ſpeculazione ſe ne ritroverà la Capacità corporea [*n*], *giuſta il Probl. V. precedente*.

22. Onde multiplicata [*b*] poi queſta per 12, s' avrà tutt' il Corpo [*o*] del Dodecaedro [*i*].

*

23. Toccante finalmente l' altezza di ciaſcuna delle 20 Piramidi (*a*) di cui è compoſto l' Icoſaedro (*p*) opraſi colla ſquadra nello ſteſſo modo, come ſi è operato nel Dodecaedro (*i*), ove iſmezzata la ritrovata altezza, ritroveraſſi facilmente la capacità Corporea (*n*) d' una delle dette 20 Piramidi (*a*), *giuſta il detto Prob. V.*

24. E multiplicata [*b*] per 20 s' avrà tutto il Corpo (*o*) del Dodecaedro (*i*).

25. Termineremo queſto Capo con trattare delle Piramidi troncate (*q*), le quali hanno dato occaſione al volgo d' inciampare in alcuni errori. Onde vediamo nel

PRO-

cioè il numero due chiamaſi Radice quadrata.

(g) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(h) *Piramide Pentagona è un Corpo, la cui Baſe, o fondo è una figura di cinque lati, il qual Corpo è racchiuſo da cinque Triangoli, i quali convengono in un punto, come*

(i) *Dodecaedro è una figura Corporea, o ſia Corpo regolare contenuto da dodici altre figure Pentagone regolari, cioè da dodici facele di cinque angoli, e di cinque lati uguali, come*

(k) *Piano Pentagono è quello, ch' ha cinque angoli, o cinque lati, come* ⌂

(l) *Piano orizzontale è ciaſcun piano a livello.*

(m) *Baſe Pentagona è una figura piana di cinque lati, e di cinque angoli uguali, come* ⌂

(n) *Capacità corporea è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(o) *Corpo è preſſo i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(p) *Icoſaedro è una figura Corporea regolare contenuta da venti Triangoli d'uguali lati, ed uguali angoli, come*

(q) *Piramide Troncata è una parte d' una Piramide tagliata per mezzo d' un piano ugualmente diſtanti dal fondo, o ſia Baſe della detta Piramide, come nella quì ſeggiunta figura la parte a b c d è una Piramide troncata.*

(a) *Piramide troncata è una parte d'una Piramide tagliata per mezzo d'un piano ugualmente distante dal fondo, o sia Base della detta Piramide, come nella quì soggiunta figura la parte a b c d è una Piramide troncata.*

(b) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(c) *Capacità corporea è un contenuto d'un Corpo, cioè d'una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(d) *Piramide è un Corpo, la cui base, o sia fondo è una figura di linee Rette, il qual Corpo viene racchiuso da tanti Triangoli, cioè da tante figure di tre lati quante linee ha il detto fondo, i quali Triangoli convengono in un punto, come*

(e) *Base d'una Piramide è quel piano, su cui la Piramide posa.*

(f) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un'altra Retta non inclina più dall'una, che*

PROBLEMA VI.

Come si misuri una Piramide troncata (a).

Sia in

I. Ipotesi. (b)

1. Nella *Figura CCXXVIII. fol.* 26. la Piramide troncata (*a*) *a b c d e f g h*,
2. Di cui si ricerchi la capacità Corporea [*c*],

Dico per

II. Regola.

Che compiuta tutta la Piramide (*d*), come se fosse intera, e da questa levato il compimento fatto, ciò che resta sarà il Corpo della Piramide troncata (*a*).

Vediamone la spiegazione nella

III. Pratica.

1. *Giacchè la proposta troncata Piramide* [*a*] *si dee compiere*, ciò effettuerassi nel modo seguente:
2. Ritrovisi la Base (*e*) inferiore *e f g h*, e sia di *Piedi* 1296,
3. Come anche la Base [*e*] superiore cioè l' *a b c d*, *giusta il Cap.* 4. *Cap.* 1. *Lib.* 1. e sia di Piedi 324,
4. Oltre a ciò ritrovisi anche per mezzo della squadra, e Perpendicolo la Perpendicolare [*f*] *a r* di *Piedi* 30,
5. Come si è fatto presso il Dodecaedro [*g*],
6. E supposto che s' abbiano, come si è detto, la Base [*e*] *e f g h*,
7. E la Base [*e*] *a b c d*,
8. S' avranno ancora il lato *e f* della Base (*e*) inferiore,

9. Ed

9. Ed il lato *a d* della Baſe (*e*) ſuperiore,
10. Quello di Piedi 36, e queſto di Piedi 18,

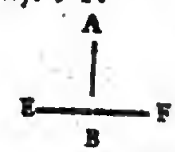
*

11. Ora portiſi ſopra d' una carta il lato *e f* con miſura proporzionata,
12. Il quale ſia di parti 36, *giuſta il Cap. VII. Lib. I. Parte I.*
13. E figuriamoci che ſia la ϛ *u* della *Fig. CCXXIX. fol.* 26.
14. Detraggaſi da queſte parti 36 il lato *a d*, e ſupponiamo che ſia di parti 18, che reſteranno parti 18,
15. Queſte ſi dividano in due porzioni uguali, che ſarà ciaſcuna di parti 9,
16. Continſi dunque dal ϛ ſin' al *Q*,
17. E dall' *u* ſin' al *w* della *Figura CCXXIX. fol.* 26. parti 9.
18. Ciò fatto alzinſi due Perpendicolari [*f*] dai punti *Q*, *W* di miſura proporzionale alla Perpendicolare (*f*) *a r* della *Figura CCXXVIII. fol.* 26.
19. Che ſaranno le *Q R*, *W s*,
20. Da queſte tirinſi le tre Rette [*b*] *R* ϛ, *S u*, *R s*,
21. Ch' avremo un piano proporzionale della propoſta troncata Piramide [*a*], come ſe queſta per mezzo ſegata foſſe.

*

22. Finalmente prolunghinſi le ϛ *R*, *u s*,
23. Ch' il ſegamento d' eſſe in *B* farà la compiuta Piramide [*d*], o ſia il di lei piano di mezzo, quando quella ſi concepiſce Perpendicolarmente [*i*] ſegata dalla cima fin' alla Baſe [*e*].
24. Onde miſurata tutta la Perpendicolare [*f*] *B o*, ſia di Piedi 42,
25. E multiplicatane [*k*] la terza parte, cioè Piedi 14 con tutta la Baſe [*e*] predetta ſi produrrà la Corporea capacità [*c*] della Piramide tutta intiera di 18144 Piedi Cubi, *giuſta il Probl. V. precedente*,

dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B è Perpendicolar e poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.



(g) *Dodecaedro è una Figura Corporea, o ſia Corpo regolare contenuto da dodici altre figure Pentagone regolari, cioè da dodici faccie di cinque lati uguali, come*

(h) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi ſtirata come un filo teſo, come* ——

(i) *Perpendicolarmente è il modo, con cui una Linea Retta, ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la A B dicesi ſtirata Perpendicolarmente, poichè non inclina più verſo l' E, che verſo l' F.*

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

26. Il compimento della quale, o ſia il piano di mezzo del di lei compimento conſiſte nel Triangolo [a] *R B S*,

*

27. Ora dovendo *queſto compimento*, che può concepirſi come un' altra picciola Piramide (*b*), *eſſer detratto da tutta la Piramide* (*b*) *compiuta, giuſta la premeſſa Regola.*

28. Multiplicaſi [c] la di lei Baſe di Piedi 324, ch' è la ſteſſa Superficie [d] *a b c d* della *Fig. CCXXVIII. fol.* 26. per la terza parte della *B f*, cioè per Piedi 4 al ſolito, che ſe n' avrà tutta la Corporea capacità [e] di 1296 Piedi Cubi [f],

29. E *queſta ſottratta da tutta la Piramide* [b] *compiuta, reſta naturalmente il di lei tronco a b c d e f g b* di 1848 Piedi Cubi [f], che è ciò che fu propoſto.

Circa

§. CVIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

Queſta è in ſoſtanza fondata ſulla precedente, e nella ragione naturale, che concependo un Corpo [g] diviſo in due parti, detrattane una, reſta l'altra.

*

Qui debbonſi bene conſiderare

*

Gli Errori del Volgo.

1. Il quale per ſaper la Corporea capacità [e] d' una troncata Piramide (*b*), *ritrovate ch' abbia le due Baſi* [i] *picciola, e grande della detta, le raccoglie inſieme, ne prende la metà, e queſta multiplicata* (*c*) *colla di lei altezza.*

2. In eſempio la Baſe (*i*) grande della detta Piramide (*b*) è di Piedi 1296,

3. E la Baſe (*i*) picciola è di Piedi 324, come veduto abbiamo,

4. Que-

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Piramide è un Corpo, la cui baſe, o ſia fondo è una figura di linee Rette, il qual Corpo viene racchiuſo da tanti Triangoli, cioè da tante figure di tre lati quante linee ha il detto fondo, i quali Triangoli convengono in un punto, come*

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(d) *Superficie è una eſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(e) *Corporea capacità è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha larghezza, e profondità.*

(f) *Piede Cubo è una figura ſolida fatta a Dado, del quale ciaſcun lato uguale è lungo un piede, come*

(g) *Corpo è preſſo i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

4. Queſte raccolte inſieme fanno Piedi 1620,
5. La metà de' quali è Piedi 810,
6. Queſti multiplicati (*e*) per Piedi 30, cioè per l'altezza, producono 24300 Piedi Cubi (*f*),
7. E tale ſi figura il detto Volgo, eſſere la capacità della propoſta Piramide troncata (*b*), la quale eſſendo ſolo di 16848 Piedi Cubi (*f*), come vedemmo, appariſce lo sbaglio di Piedi 7452.
8. Su queſto erroneo fondamento cerca il detto Volgo anche la capacità de' Coni troncati (*k*), come anche quella delle Botti, di cui più diffuſamente ſi favellerà nel *Probl. VI.*
9. Eſſendoſi nel preſente Capo alquanto diſcorſo intorno ai Corpi (*g*), ch' hanno le Superficie piane (*l*), vedremo ulteriormente il

(h) *Piramide troncata è una parte d'una Piramide tagliata per mezzo d'un piano ugualmente diſtante dal fondo, o ſia Baſe della detta Piramide, come nella quì ſoggiunta figura la parte a b c d è una Piramide troncata.*

(i) *Baſe d'una Piramide è quel piano, ſu cui la Piramide poſa.*

CAPO II.

De' Corpi (g), ch' hanno le Superficie Curve (m).

DOvrebbeſi qui al ſolito premettere

*

Il Fondamento di tutte le Regole del preſente Capo.

1. Ma eſſendo quelle quaſi tutte fondate ſulle dimoſtrazioni d' Archimede alquanto proliſſe per i Principianti, ſi citeranno ne' luoghi proprj le mentovate dimoſtrazioni,
2. Frattanto, eſſendo la Sfera (*n*) il corpo più conſiderabile fra quelli, ch' hanno le Superficie Curve, (*m*) vedremo nel

[k] *Cono troncato è una parte d'un Cono tagliato per mezzo d'un Piano ugualmente diſtante dal fondo, o ſia Baſe del detto Cono, come nella quì ſoggiunta figura la parte a b c d è un Cono troncato.*

(l) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura.*

(m) *Superficie Curva è una eſtenſione di lunghezza, e larghezza concepita da linee, corte, come*

(n) *Sfera è un Corpo rotondo in figura di Palla, come*

(a) *Sfera è un Corpo rotondo in figura di Palla, come*

PROBLEMA I.

Come ſi miſuri una Sfera (a).

(b) *Ipoteſi diceſi volgarmente, caſo ſuppoſto.*

Sia in

I. Ipoteſi (*b*).

1. Nella *Figura CCXXX. fol.* 28.
2. La Sfera (*a*) *A B C D*,
3. Di cui ſi ricerca la capacità Corporea (*c*),

Dico per

II. Regola.

(c) *Capacità Corporea è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(d) *Multiplicazione chiamaſi, quando ſon due numeri, ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(e) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(f) *Superficie è una eſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(g) *Miſura Cuba è quella, che nel miſurar i Corpi rappreſentaſi volgarmente in forma di Dado, come*

Che multiplicato (*d*) il mezzo Diametro (*e*) della Sfera (*a*) per la terza parte della di lei Superficie (*f*), ſe ne produce la capacità in miſure Cube (*g*).

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Deeſi per la prima coſa cercar il Diametro [*e*] della Sfera [*a*] nel modo ſeguente:

2. Pongaſi la Sfera [*a*] ſopra d' un Piano Orizzontale [*b*] livellato, *giuſta il numero XVII. pagina* 13.

3. Come ſopra la *f g* della *preſente Figura CCXXX.*

4. Adattiſi ſopra la detta Sfera (*a*) la ſquadra *G K m*,

5. La quale abbia il braccio più lungo *G K* diviſo minutamente in *Oncie*, e *Punti*, *giuſta la pagina* 21. *num.* 34.

6. E tocchi il detto braccio eſattamente la ſommità *B* della Sfera (*a*),

7. In modo, che il Perpendicolo *s r* batti giuſtamente ſulla Linea *s o*, che ſupponeſi ſegnata Perpendicolare (*i*) ſott' al detto,

8. Laſciandolo arrivare ſino ſul Piano Orizzontale (*b*) *f g* in *r*,

3. Po-

9. Poscia misurata esattamente la lunghezza del detto Perpendicolo *s r o* sul braccio *G K*, o su qualunque altra Riga minutamente divisa,
10. Supponiamola d'Oncie 191, che tanto sarà il ricercato Diametro (*e*),
11. E per conseguenza il mezzo Diametro (*e*) d'Oncie 92 $\frac{1}{2}$

*

11. 12. Ora per aver la terza parte della Superficie (*f*) della Sfera (*a*), conviene prima cercarne tutta la Superficie (*f*), come segue:
13. Avuto il Diametro (*e*), ed indagata la di lui Periferia (*k*), *giusta il Probl.* 3. *pag.* 215. quella sarà d'Oncie 600,
14. E tutta l'Area (*l*) del Cerchio dietro al detto Diametro (*e*) sarà di 28650. *Oncie*.
15. Onde per aver la ricercata Superficie (*f*) della Sfera (*a*), multiplicasi (*d*) l'Area (*l*) del di lei Cerchio maggiore, ch'è quella stessa, che si è detto d'*Oncie* 28650, per 4,
16. Che il prodotto (*m*) darà 114600 *Oncie* della ricercata Superficie (*f*),
17. E la di lei terza parte saranno *Oncie* 38200.

*

18. Ora questa terza parte multiplicata (*d*) per il mezzo Diametro (*e*) d'*Oncie* 92 e mezza, si producono, *giusta la Regola*, Oncie Cube (*n*) 3514591.
19. La quale è la ricercata capacità della proposta Sfera (*a*).

Circa

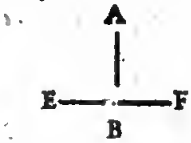
§. CIX.

La sua Ragione dimostrativa.

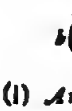
I. 1. Che colla Squadra, e Perpendicolo si ritrovi il Diametro (*e*) d'una Sfera (*a*), egli è così chiaro, che non fa d'uopo d'altra dimostrazione.
2. Che poi l'Area (*l*) del Cerchio del detto Diametro (*e*) quadruplicata sia tutta la Superficie (*f*) della

(h) *Piano orizzontale è ciascun Piano a livello.*

(i) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale stando sopra d'un'altra Retta, non inclina più dall'una, che dall'altra parte, come nella qui soggiunta figura la A B è perpendicolare, poichè non inclina più verso la E, che verso l'F.*



(k) *Periferia è quella linea torta, che ritorna in se stessa, e comprende lo spazio d'un Cerchio, come nella qui soggiunta figura la a b c d dicesi Periferia.*



(l) *Area appresso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre, o più linee, come* △ ⬠ *ec.*

(m) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 fa 6, e questo 6 chiamasi il Prodotto.*

(n) *Oncia Cuba dicesi un Corpo fatto come un Dado, i cui lati uguali sono d'un' Oncia, come*

della Sfera (*a*), lo dimoſtra Archimede *nel Lib. 1. Propoſ. 31. de Sphæra, & Cylindro.*

II. 3. E che multiplicando (*b*) la terza parte della Superficie (*c*) della Sfera (*a*) per il mezzo Diametro (*d*) ſe ne produca la capacità in miſure Cube (*e*), lo dimoſtra pure il detto Archimede, come ſi può vedere preſſo il *Clavio Geometr. Pract. Lib. 5. dopo la Prop. 7. num. 2.*

4. Il fondamento ſi è, che la Sfera (*a*) ſi concepiſce uguale ad un certo Cono (*f*), di cui favelleremo nella *pag. 553. num. 3.*

5. Sicchè ſtando ſulle dimoſtrazioni d'Archimede, ſi può replicare, che

Multiplicando (*b*) il mezzo Diametro (*d*) della Sfera (*a*) per la terza parte della di lei Superficie (*c*), ſe ne produce la capacità in miſure Cube (*e*).

Il che era ec.

Conſideriamo nel

PROBLEMA II.

Come ſi miſuri uno Sferoide (*g*).

Sia in

I. Ipoteſi. (*h*)

1. Nella *Figura CCXXXI. foglio* 25.
2. Lo Sferoide (*g*) *A DCB*,
3. Di cui ſi ricerca la Capacità corporea (*i*).

Dico per

II. Regola.

Che ritrovato un Cono (*f*), che abbia la Baſe (*k*) della metà dello Sferoide (*g*), come anche l'altezza della detta metà, e quello quadruplicato ſi produce l'Area (*l*) del nominato Sferoide (*g*).

Circa

(a) *Sfera è un Corpo rotondo in figura di Palla, come*

(b) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando ſen due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(c) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(d) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(f) *Miſura Cuba è quella, che nel miſurar i Corpi rappreſentaſi volgarmente in forma di Dado, come*

(e) *Cono è un Corpo rotondo, il quale ha per fondo, o ſia Baſe un Cerchio, dalla circonferenza del quale le linee rette tirate concorrono nel punto della cima, come*

Circa la

III. Pratica.

1. Queſta inſegneraſſi alla *pag.* 554. *numero* 9. dopo aver imparato a miſurar la Solidità (*m*) d'un Cono [*ſ*].
2. Onde per ora altro in queſto Capo non favelliamo intorno ai Corpi (*n*), ch' hanno le Superficie curve [*o*], e conſidereremo il

CAPO III.

De' Corpi (n), ch' hanno le Superficie miſte (p).

DOvendoſi premettere

*

Il Fondamento di tutte le Regole del preſente Capo.

Quello rieavaſi in parte dal Problema I. e III. del Capo I. di queſto Libro Secondo, ed in parte dalle dimoſtrazioni d'Archimede, le quali dopo i Problemi ſi ſpecificheranno.

Diſcorrendo ora dunque de' Corpi [*n*] di Superficie miſte (*p*), il primo ch' entra in campo ſarà l' Emiſfero [*q*], o ſia la metà della Sfera (*a*), e però vediamo nel

(g) *Sferoide è volgarmente una figura, la quale preſſo poco rappreſenta il Corpo d'un Ovo, come*

(h) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(i) *Capacità corporea è un contenuto d'un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(k) *Baſe d'un Cono è un Cono, cioè il Corpo rappreſentato dalla quì appoſta Figura.*

(l) *Area d' uno Sferoide è la capacità di tutto il Corpo chiamato Sferoide, il quale è volgarmente una Figura, la quale preſſo poco rappreſenta il corpo d'un Ovo, come*

PRO-

(m) *Solidità diceſi volgarmente un Corpo, che val a dire ciò, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(n) *Corpo è preſſo i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(o) *Superficie Curva è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza contenuta da linee torte, come*

(p) *Superficie Miſta è una ſtenſione in lunghezza, e larghezza contenuta da linee rette, e curve, come*

(q) *Emiſfero è la metà d' una Sfera, cioè parlando volgarmente la metà d' una palla, come*

(a) *Solidità diceſi volgarmente un Corpo, che val a dire ciò, che ha larghezza, lunghezza, e profondità.*

(b) *Emiſfero è la metà d' una Sfera, cioè parlando volgarmente la metà d' una palla, come*

(c) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(d) *Corpórea caporea è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(e) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(f) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

PROBLEMA. I.

Come ſi miſuri la Solidità (a) d' un Emiſfero (b).

Sia in

I. Ipoteſi. (c)

1. Nella *Figura CCXXXII. fol.* 25.
2. L' Emiſfero (*b*) *A B C*,
3. Di cui ſi ricerca la corporea Capacità (*d*).

Dico per

II. Regola.

Che multiplicando (*e*) il mezzo Diametro (*f*) d'un Emiſfero (*b*) per la terza parte della di lui Superficie conveſſa (*g*), ſe ne produce la Solidità (*a*).

Eccone la

III. Pratica.

1. Suppongaſi il mezzo Diametro (*f*) *A C* di Piedi 28,
2. Allora tutt' il Cerchio, o ſia Baſe dell' Emiſfero (*b*) ſarà di Piedi 2464, *giuſta il Problema della pagina* 548.
3. La qual Baſe [*b*] multiplicata [*e*] per 2, darà la Superficie conveſſa (*g*) del detto di Piedi 4928. *Giuſta il detto Problema.*
4. Ora multiplicando (*e*) Piedi 28, cioè il *detto mezzo Diametro* (*f*) per Piedi $1642\frac{2}{3}$
5. *Cb' è la terza parte della detta Superficie* (*i*), ſi producono Piedi Cubi [*k*] $45994\frac{2}{3}$ per la deſiderata Solidità (*a*), o ſia Capacità corporea del propoſto Emiſfero (*b*).

Circa

Circa

§. CX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Queſta è fondata ſul §. precedente, in cui accennammo, che giuſta la dimoſtrazione d'Archimede il Cerchio del Diametro (*f*) della Sfera (*l*) quadruplicato da tutta la Superficie (*i*) della detta Sfera (*l*).

2. Sicchè ſe l'Emisfero (*b*) è la metà d' una Sfera [*l*], in vece di quadruplicare il Cerchio del di lui Diametro (*f*) [ch'è lo ſteſſo che la Baſe del detto Emisfero (*b*)] duplicheraſſi ſolamente, che in tal modo ſi produrrà la metà della detta Sfera (*l*), cioè a dire l' Emisfero (*b*).

Dunque

Multiplicando (*e*) il mezzo Diametro (*f*) dell' Emisfero (*b*) per la terza parte della di lui Superficie conveſſa (*g*), ſe ne produce la Solidità (*a*).

Il che era ec.

1. Seguiamo a conſiderar le parti della Sfera (*l*),

*

2. Ma prima farà neceſſario intendere ciò, che ſia il Corpo d'un Cono, di cui nel precedente Capo femmo qualche menzione nel *Problema* 2. *pag.* 550.

3. Il *Cono* (*m*) dunque *è una Figura Solida* (*n*) *coſtituita ſopra una Baſe circolare* (*o*), *la quale come una Piramide rotonda* (*p*) *termina in un punto*. Come vedeſi nella *Figura CCXXXIII. fol.* 26. ove

[g] *Superficie conveſſa è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee curve, o ſieno torte, la quale è ſempre la parte ſuperiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie concava, la quale è in ſito inferiore riſpetto alla conveſſa, come*

(h) *Baſe d' un' Emisfero è un piano fatto a Cerchio.*

(i) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(k) *Piede Cubo è una figura ſolida fatta a Dado, del quale ciaſcun lato ugnale è lungo un Piede, come*

(l) *Sfera è un Corpo rotondo in figura di Palla, come*

[m] *Cono è un Corpo rotondo, il quale ha per fondo, o ſia Baſe un Cerchio, dalla circonferenza del quale le linee rette tirate concorrono nel punto della cima, come*

(n) *Figura Solida è quella, che ha Corpo, cioè larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(o) *Baſe circolare è un piano fatto a Cerchio.*

(p) *Piramide Rotonda, o ſia Cono è quel Corpo, il quale ha per fondo, o ſia Baſe un Cerchio, dalla circonferenza del quale le linee rette tirate concorrono nel punto della cima, come*

4. Il punto *a* chiamaſi la *cima*; la Retta (*a*) *a m*, che dalla detta *cima* cadere ſul Centro (*b*) del Cerchio ſi concepiſce, chiamaſi l'*Aſſe* [*c*], ed il detto *Cerchio* chiamaſi la *Baſe del Cono* (*d*).

5. Per lo più noi favelleremo del Cono (*e*) retto, cioè di quello, che ha l'*Aſſe* Perpendicolare (*f*) ſulla Baſe (*d*), come nella *Figura* preſente veduto abbiamo.

6. Perocchè vi ſono anche de' Coni obliqui [*g*], *che ſono quelli, che non hanno l'Aſſe Perpendicolare* (*f*) *alla Baſe* [*d*], come nella *Figura CCXXXIV. fol.* 26. ove l'Aſſe (*c*) *c o* non è Perpendicolare (*b*) alla Baſe (*d*) *a b*.

*

7. E giacchè è neceſſario il ſaper ritrovare la Solidità (*i*) d'un Cono (*e*), quella s'avrà multiplicando (*k*) la di lui Baſe (*d*), per la terza parte dell'altezza, o ſia Aſſe (*l*), *giuſta la Prop.* 10. *del* 12. *d' Euclide*.

8. Ch'è la ſteſſa Regola, che abbiamo per ritrovare la Solidità (*i*) d'una Piramide [*m*], come vedemmo alla *pag.* 537.

9. Ed ora intenderaſſi la Pratica, con cui ſi ritrova la Solidità [*i*] d'uno *Sferoide* (*n*) alla *pag.* 550. toccata, ed a queſto luogo riſervata.

10. Ritrovaſi dunque la detta Solidità [*i*] giuſta la Regola della *pag.* 550. quando col Cerchio *A E C* della *Fig. CCXXXI. fol.* 25. cioè colla Baſe del mezzo Sferoide (*o*) *A D C E*, e coll'altezza *E D* ſi concepirà fatto un Cono (*e*),

11. Di cui avuta la Solidità (*i*) con multiplicar (*k*) la Baſe (*d*) per la terza parte dell'altezza (come ſi è detto)

12. Si quadruplica la mentovata Solidità (*i*) del Cono (*e*), che avraſſi la Corporea capacità (*p*) del propoſto Sferoide (*n*).

13. Di ciò ſi può vedere la dimoſtrazione preſſo Archimede *de Conoidibus, & Sphæroid. alla Prop.* 29.

*

Ora inteſo ciò che ſia un Cono [*e*], e come ſe ne miſuri la Solidità [*i*], egli è tempo di conſiderar ulteriormente le parti della Sfera (*q*), e però vediamo nel

PRO-

(a) *Retta, o Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

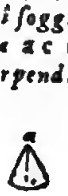
(b) *Centro è il punto di mezzo di qualunque figura.*

(c) *Aſſe ſignifica per lo più la linea di mezzo di qualche figura Corporea, come la a b è l'aſſe della palla qui ſoggiunta.*

(d) *Baſe d' un Cono è un piano circolare, ſu cui poſa il Cono, cioè la Figura qui appoſta.*

(e) *Cono è un Corpo rotondo, il quale ha per fondo, o ſia Baſe un Cerchio, dalla circonferenza del quale le linee rette tirate concorrono nel punto della cima, come*

(f) *Aſſe Perpendicolare è quella linea, la quale intendeſi tirata a piombo dalla cima d'un Corpo ſin' alla ſua Baſe, come nella qui ſoggiunta figura la a c n' è l'aſſe Perpendicolare.*



PROBLEMA II.

Come ſi ritrovi la Solidità (i) d' un Settore (r) della Sfera (q).

Sia in

I. Ipoteſi. (s)

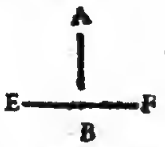
1. Nella *Fig.* CCXXXV. *fol.* 26.
2. Il Settore (r) *a b c d*,
3. Ovvero il Settore (r) *b g d a*,
4. Della Sfera (q) *g b c d*.

*

5. Qui ſpieghiamo ai Principianti, *eſſer il Settore* (r) *della Sfera* (q) *un Solido* (t), *compoſto dalla porzione minore della Sfera* (u), cioè dalla *b c d*,

(g) *Cono obliquo è un Corpo rotondo, il quale ha per fondo, o ſia Baſe un Cerchio, dalla circonferenza del quale le linee rette tirate concorrono nel punto della cima, e la linea, o ſia l' aſſe tirata dalla detta cima fin' al Diametro del nominato Cerchio non fa con quello un angolo a ſquadra, come la a b nella qui ſoggiunta figura non fa colla c d un' angolo a ſquadra.*

(h) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta Figura la A B è Perpendicolare, poichè non inclina più verſo la E, che verſo l' F.*



(i) *Solidità diceſi volgarmente un Corpo, che val a dire ciò, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6*

(l) *Aſſe d' un Cono è quella linea, la quale intendeſi tirata dalla cima d' un Cono fin' al punto di mezzo della ſua Baſe, come nella qui ſoggiunta Figura la a c del Cono a b c d n' è l' Aſſe.*

(m) *Piramide è un corpo, la cui baſe, o ſia fondo è una figura di linee rette, il qual Corpo viene racchiuſo da tanti Triangoli, cioè da tante figure di tre lati quante linee ha il detto fondo, i quali Triangoli convengono in un punto, come*

(n) *Sferoide è volgarmente una figura, la quale preſſo poco rappreſenta il Corpo d' un Ovo, come*

(o) *Baſe d' un mezzo Sferoide è un Cerchio.*

(p) *Corporea capacità è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha larghezza, e profondità.*

(q) *Sfera è un Corpo rotondo in figura di Palla, come*

(r) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo d' un Cerchio fin' alla Circonferenza, fanno un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(s) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(t) *Solido diceſi un Corpo, che val a dire ciò che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(u) *Settore della porzione minore della Sfera è nella qui ſoggiunta Figura la parte b e d e della Sfera b a d c, il qual Settore faſſi, quando immaginaſi, che alla porzione minore b f d ſia aggiunto il Cono b e d.*

6. *E dal Cono* (*a*) *aggiuntovi*, cioè dall' *a b d*,
7. *Il quale ha la ſteſſa Baſe* (*b*), *ch' ha la detta porzione, ch' è il Cerchio* b f d,
8. *E la Perpendicolare* (*c*), *o ſia l' altezza dal Centro della nominata Sfera* (*d*) *fin' alla mentovata Baſe* (*b*), cioè la *a f*.
9. Ovvero, il *Settore* (*e*) *è un Solido* (*f*) *compoſto dalla porzione maggiore della Sfera* (*g*), cioè dall' *f b g d*,
10. *Quando concepiamo, che da quella ſia levato il detto Cono* (*a*) *a b d*,
11. Cioè, che reſti il Solido (*f*) *a d g b a*.
12. Ricercando dunque la Corporea capacità (*b*) o dell' uno o dell' altro Settore (*e*),

Dico per

II. Regola,

Che multiplicato (*i*) il mezzo Diametro (*k*) della Sfera (*d*), di cui è il Settore (*e*) p^cr la terza parte della Superficie Conveſſa (*l*) della porzione della detta Sfera (*d*), ſe ne produce la Solidità (*m*),

Ne ſegue la

III. Pratica.

1. Sia il mezzo Diametro (*k*) *a c* di Piedi 70,
2. E la Conveſſa Superficie (*l*) della porzione minore della Sfera (*n*), cioè la *b c d*, di Piedi 120,
3. Multiplicato (*i*) 70 per 40, ch' è la terza parte di 120, ſi produce la Solidità (*m*) del Settore della porzione minore della Sfera (*n*),
4. (Cioè del *g b d c*) di Piedi Cubi (*o*) 2800,
5. E ſe conſideriamo la Superficie Conveſſa (*l*) *b g d a* di Piedi 240,
6. Multiplicato (*i*) 80 (che n' è la terza parte) per 70, ſi produce la Solidità (*m*) del Settore della porzion maggiore della Sfera (*g*) (cioè dell' *a b c d*) di Piedi Cubi (*o*) 5600,

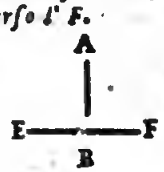
*

7. Qui appreſſo ſi moſtrerà poi come ſi ritrovi la Super-

(a) *Cono è un Corpo rotondo, il quale ha per fondo, o ſia Baſe un Cerchio, dalla circonferenza del quale le linee rette tirate concorrono nel punto della cima, come*

(b) *Baſe d'un Cono è un Cono, cioè il Corpo rappreſentato dalla qui appoſta Figura.*

(c) *Perpendicolare linea è una Retta, la quale ſtando ſopra d'un' altra Retta, non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui ſoggiunta figura la* A B *è perpendicolare, poichè non inclina più verſo la* E, *che verſo l' F.*



(d) *Sfera è un Corpo rotondo in figura di Palla, come*

(e) *Settore è una Figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo di un Cerchio fin' alla circonferenza fanno un angolo nel detto*

Superficie Conveſſa (*l*) di qualunque porzione della Sfera (*d*),

8. E circa

§. CXI.

La Ragione dimoſtrativa della detta Regola.

1. Queſta prendeſi da Archimede nel *Lib. de Sphæra & Cylind. alla propoſ.* 42, ove egli fa vedere, ch' un Cono (*a*), ch' abbia per Baſe (*b*) un Cerchio uguale alla Superficie Conveſſa (*l*) della porzione della Sfera (*d*),
2. E l' altezza uguale al mezzo Diametro (*k*) della detta Sfera (*d*), è uguale ad un Settore [*e*] della Sfera (*d*),
3. E perciò concepiremo, che la Superficie Conveſſa (*l*) del Settore (*e*) ſia uguale alla Baſe [*b*], ed il mezzo Diametro (*k*) uguale all' altezza d' un Cono (*a*),
4. Onde, giacchè la Solidità (*m*) d' un Cono (*a*) ſi ha multiplicando (*i*) la terza parte della Baſe (*b*) per la ſua altezza, *giuſta la pag.* 554. *n.* 7.
5. Così dovraſſi replicare,

Che multiplicato (*i*) il mezzo Diametro (*k*) della Sfera (*d*), di cui è il Settore (*e*), colla terza parte della Superficie Conveſſa (*l*) della

mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.

(f) *Solido dicesi un Corpo, che val a dire ciò che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(g) *Settore della porzione maggiore della Sfera è nella qui ſoggiunta Figura la parte* b f d a *della Sfera* b f d, *il qual Settore faſſi, quando immaginaſi levato il Cono* b a d *dalla porzione maggiore* b f d.

(h) *Corporea capacità è un contenuto d'un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(i) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice, tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

[k] *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta* a b *chiamaſi Diametro.*

(l) *Superficie conveſſa è una eſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee curve, o ſiane forte, la quale è ſempre la parte ſuperiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie concava, la quale è in ſito inferiore riſpetto alla conveſſa, come*

(m) *Solidità dicesi volgarmente un Corpo, che val a dire ciò, che ha larghezza, lunghezza, e profondità.*

(n) *Settore della porzione minore della Sfera è nella qui ſoggiunta Figura la parte* b e d c *della Sfera* b a d c, *il qual Settore faſſi, quando immaginaſi, che alla porzione minore* b f d *ſia aggiunto il Cono* b e d.

[o] *Piede Cubo è una figura ſolida fatta a Dado, del quale ciaſcun lato uguale è lungo un piede, come*

la porzione della detta Sfera (*a*), ſe ne produce la ſolidità (*b*).

Il che era ec.

*

1. Avendo nel precedente Problema favellato della Superficie Conveſſa (*c*) della porzione della Sfera (*a*) non manchiamo di dar ai Principianti una Regola generale per ſapere le Superficie Conveſſe (*a*) di qualunque porzione della Sfera (*a*), che ſia maggiore, o minore dell' Emiſfero (*d*).
2. E però la detta Regola è la ſeguente : *la Superficie Conveſſa* (*c*) *di qualunque porzione della Sfera* (*a*) *è uguale ad un Cerchio, il cui mezzo Diametro* (*e*) *ſia uguale ad una Retta* (*f*) *tirata dalla cima della porzione ſin' alla circonferenza* (*g*) *della di lei Baſe* (*b*). Così inſegna *Archim. de Sphæra & Cylin. Lib.* 1. *Prop.* 40.
3. In eſempio : ſia nella *Fig. CCXXXVI. fol.* 25. la *B A D E* Superficie Conveſſa (*c*) della Sfera (*a*) *A B C D*,
4. Cioè una Porzione della Sfera (*a*), minore dell' Emiſfero (*d*).
5. Sia ancora la Superficie Conveſſa (*c*) della ſteſſa Sfera (*a*) la *B C D E*,
6. Cioè una porzione della Sfera (*a*), maggiore dell' Emiſfero (*d*),
7. Delle quali due porzioni maggiore, e minore ſia il Cerchio del Diametro (*e*) *B D* la Baſe (*b*),
8. E ſia *A* la cima della porzione minore,
9. E *C* la cima della porzione maggiore ;
10. Congiunte le due Rette (*f*) *A B*, *C B*,
11. Cioè la *A B* tirata dalla *A* cima della porzione minore ſin' al *B*, ch'è la circonferenza (*g*), della di lei Baſe (*b*),
12. E la *C B* tirata dalla *C*, cima della porzione maggiore ſin' al *B* ch' è pure la circonferenza [*g*] della di lei Baſe [*b*],
13. Sarà il Cerchio del mezzo Diametro (*e*) *A B* uguale alla Superficie Conveſſa (*c*) della minore porzione,

(a) *Sfera è un Corpo rotondo in figura di Palla, come*

(b) *Solidità dicesi volgarmente un Corpo, che vai a dire ciò, che ha larghezza, lunghezza, e profondità.*

(c) *Superficie conveſſa è una eſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee curve, o ſieno torte, la quale è ſempre la parte ſuperiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie concava, la quale è in ſito inferiore riſpetto alla conveſſa, come*

(d) *Emiſfero è la metà d' una Sfera, cioè parlando volgarmente la metà d' una palla, come*

(e) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

(f) *Retta, o Linea Retta è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

14. Ed il Cerchio del mezzo Diametrò [e] *C B*, uguale alla Superficie Conveſſa [c] della porzione maggiore della Sfera [a],
15. Ben intesa queſta Regola; oſſerveremo nel

PROBLEMA III.

Come ſi ritrovi la ſolidità (b) di qualunque porzione della Sfera (a).

Sia in

I. Ipoteſi. [i]

1. Nella *Fig. CCXXXVI. fol.* 25.
2. La *B A D* porzione della Sfera [a], minore dell' Emisfero [d],
3. Ovvero la *B C D*, porzione maggiore dell' Emisfero [d],
4. Delle quali ſi ricerca la capacità Corporea [k],

Dico per

II. Regola.

Che levato dal Settore della porzione minore (l) il Cono (m), già veduto nel Problema precedente, ed aggiunto lo ſteſſo Cono (m) al Settore della porzion maggiore della Sfera (n), ſi conoſce la Solidità (b) d' amendue le porzioni,

Eccone la

III. Pratica.

1. Nella preſente *Figura CCXXXVI. fol.* 25. conſideriſi il Settore della minore porzione della Sfera (l), cioè il *B A D F, giuſta il Problema precedente*,
2. *Dovendoſi da queſto levar il Cono* [m] B F D E,

3. Mi-

(g) *Circonferenza è la linea torta d'un Cerchio.*

(h) *Baſe d' una porzione della Sfera è un Cerchio.*

(i) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(k) *Capacità corporea è un contenuto d' un Corpo, cioè d' una grandezza, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(l) *Settore della porzione minore della Sfera è nella quì ſoggiunta Figura la parte* b e d c *della Sfera* b z d c, *il qual Settore faſſi, quando immaginaſi, che alla porzione minore* b f d *ſia aggiunto il Cono* b e d

(m) *Cono è un corpo rotondo, il quale ha per fondo, o ſia Baſe un Cerchio, dalla circonferenza del quale le linee rette tirate concorrono nel punto della cima, come*

(n) *Settore della porzione maggiore della Sfera è nella quì ſoggiunta Figura la parte* b f d a *della Sfera* b f d, *il qual Settore faſſi, quando immaginaſi levato il Cono* b a d *dalla porzione maggiore* b f d.

3. Misurato che sia tutt' il nominato Settore [*a*], *giusta il detto Probl.*
4. Supponiamolo, che sia di 2800 Piedi Cubi (*b*),
5. Misurato pure anch' il Cono (*c*), *giusta la pag.* 554. *n.* 7. sia di Piedi 800,
6. Levati questi Piedi 800 dai Piedi 2800, restano Piedi 2000 per la Solidità [*d*] della porzion minore della Sfera [*e*], cioè per la *B A D E*.

*

7. Toccante la porzion maggiore *B C D*,
8. Supponiamo misurato il di lei Settore [*a*], *giusta il più volte accennato Problema*,
9. E sia di Piedi Cubi [*b*] 10000,
10. *Questi aggiunti al già veduto Cono* [*c*] *B F D E* di Piedi 800,
11. Fanno Piedi 10400 per la detta porzion maggiore della Sfera [*f*],

*

12. Circa la misurazione del detto Cono (*c*), supponesi la cosa facile, accagione ch' avendo il Diametro (*g*) di tutta la Sfera (*b*), *giusta la pag.* 548. *n.* 1.
13. Come anche le cime *A E C*, o sia punti di mezzo delle due porzioni maggiore, e minore,
14. Ed i punti *B D*,
15. Agevolmente ritrovasi tanto il Diametro [*g*] *B D*, ch' è la Base Circolare del Cono [*i*],
16. Quanto la di lui altezza *F E*,
17. Quando giusta il Diametro [*g*] *A C* farà delineata tutta la Sfera [*b*] in piano, come nella presente Figura si vede,
18. Potendosi per mezzo di tal delineazione prender tutte le misure a proporzione col Compasso,
19. E misurar la Solidità [*d*] del detto Cono (*c*), *giusta la pag.* 554. *n.* 7.

Circa

§. CXII.

La Ragione dimostrativa.

Della Regola predetta, essendo questa tanto dai §§. ante-

(a) *Settore è una figura contenuta dalle linee rette, le quali tirate dal punto di mezzo di un Cerchio fin alla Circonferenza fanno un angolo nel detto mezzo del Cerchio, come la figura a c o è un Settore.*

(b) *Piede Cubo è una figura solida fatta a Dado, del quale ciascun lato uguale è lungo un piede, come*

(c) *Cono è un Corpo rotondo, il quale ha per fondo, o sia Base un Cerchio, dalla circonferenza del quale le linee rette tirate concorrono nel punto della cima, come*

(d) *Solidità dicesi volgarmente un Corpo, che val a dire ciò, che ha larghezza, lunghezza, e profondità.*

(e) *Settore della porzione minore della Sfera è nella quì soggiunta Figura la parte b e d c della Sfera b a d c, il quando immaginasi, che alla porzione qual Settore fassi, minore b f d fia aggiunto il Cono b e d.*

antecedenti, quanto da ſe ſteſſa chiara, altro non fa d' uopo ſoggiugnere.

Dal preſente Problema potrà il principiante Geometra ricavar da ſe ſteſſo un

*

Avvertimento I.

1. Circa gli altri pezzi della Sfera [*b*], i quali non chiamanſi porzioni o ſia Segmenti (*k*) d' eſſa.
2. Come ſarebbero nella *Fig. CCXXXVI. fol.* 25. il pezzo *B D G H* ch' ha le Baſi [*l*] *B D*, *G H* Paralelle [*m*],
3. Ovvero il pezzo *G H K L*, ed altri ſimili, che non hanno le Baſi [*l*] *G H*, *K L* Paralelle [*m*],
4. Per aver di tali pezzi la Solidità (*d*) nel primo caſo miſurata tutta la porzione *C B D*,
5. E poi anche la porzione *G H C*,
6. Queſta levata da quella, naturalmente reſterà il pezzo *B D G H* in miſure Cube (*n*),

*

7. E nel ſecondo caſo miſurate le due porzioni *K C L*, e *G A H*, *giuſta il Probl. III. pag.* 559.
8. Miſurata pure tutta la Sfera [*b*] *B A D C*, *giuſta il Prob. I. pag.* 548.
9. E detratte le dette porzioni dalla Sfera (*b*), reſterà per neceſſità il pezzo *G H K L* in miſure Cube [*n*],
10. Eſſendo la coſa da ſe ſteſſa chiara, non fa d' uopo altro eſempio,

(f) *Settore della porzione maggiore della Sfera è nella quì ſoggiunta Figura la parte* b f d a *della Sfera* b f d, *il qual Settore faſſi, quando immaginaſi levato il Cono* b a d *dalla porzione maggiore* b f d.

(g) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta* a b *chiamaſi Diametro.*

(h) *Sfera è un Corpo rotondo in figura di Palla, come*

(i) *Baſe circolare del Cono è un piano fatto a Cerchio, ſu cui immaginaſi poſare il Cono, cioè il Corpo rappreſentato dalla quì appoſta Figura.*

(k) *Segmento della Sfera è una porzione d'una Sfera, o ſia Palla fatta per mezzo d'un piano fuori del punto di mezzo della detta Sfera, come*

(l) *Baſe è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una Figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo ſempre chiamaſi Baſe, benchè non ſia il lato inferiore.*

(m) *Baſi Paralelle ſono due piani d' un Corpo, che ritrovanſi fra loro ſempre in ugual diſtanza.*

(n) *Miſura Cuba è quella, che nel miſurar i Corpi appreſentaſi volgarmente in forma di Dado, come*

(a) *Superficie Miſta è una eſtenſione in lunghezza, e larghezza contenuta da linee rette, e curve, come*

(b) *Sfera è un Corpo rotondo in figura di Palla, come*

(c) *Aſſe ſignifica per lo più la linea di mezzo di qualche figura Corporea, come la a b è l' aſſe della palla quì ſoggiunta.*

(d) *Solido diceſi un Corpo, che val a dire ciò che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(e) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura.*

(f) *Baſe d' un Emiſfero è un piano fatto a Cerchio.*

(g) *Superficie conveſſa è una eſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee curve, o ſiano torte, la quale è ſempre la parte inferiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie concava, la quale è in ſito inferiore riſpetto alla conveſſa, come*

*

11. Ora cercando ulteriormente altri Corpi di Superficie Miſte [*a*] vediamo nel

*

Avvertimento II.

12. Come in diverſi altri pezzi uguali, o diſuguali divider ſi poſſa la Sfera (*b*),
13. Nella *Fig. CCXXXVII. fol.* 29. vedeſi la Sfera [*b*] *a b c d*,
14. La quale debbaſi divider in 12 pezzi uguali,
15. In modo che ciaſcun pezzo incominci, e finiſca nell' uno, e nell' altro polo *a*, *c*,
16. E ch' arrivi fin' all' *Aſſe* (*c*) *a e c*,
17. O vogliamo dire ch' il Solido (*d*) di ciaſcun pezzo ſia come la *Fig. CCXXXVIII. fol.* 29. lo rappreſenta,
18. Cioè ch' abbia tre Superficie due piane (*e*), che ſono le mezze Baſi d' un Emiſfero [*f*], una delle quali è la *a f g o*,
19. E la terza Conveſſa [*g*] terminata da due mezzi Cerchi *a f g*, *a f g*.

*

20. Per la diviſione delle nominate 12 parti miſurata tutto la Sfera, *giuſta il Problema I. pag.* 548. ſia per modo d' eſempio di 91980 Piedi Cubi [*b*],
21. Queſta ſomma diviſa per 12,
22. Cioè per il numero delle parti in cui la detta Sfera [*b*] ſi vuole partire,
23. S' avrà il Quoziente [*i*] di 7665, cioè di 7665 Piedi Cubi [*b*] contenuti in ciaſcuna delle dette parti 12,

*

24. In queſto luogo giacchè ſi favella de' Corpi (*k*), che hanno le Superficie Miſte [*a*], ſi potrebbe ancora trattare della diviſione d' una Sfera (*b*) per mezzo de' piani Paralelli (*l*) al di lei Cerchio maſſimo, che val a dire Paralleli (*l*) al di lei Cerchio maggiore,

25. Si

25. Si potrebbe pure trattare delle porzioni, o pezzi d' un Conoide Parabolico (*m*), o Iperbolico (*n*), ma conſiderando che nè le une nè le altre apportano nella Pratica grande utilità, le abbiamo per ora tralaſciate.

26. Sembra bensì ch' il Solido (*d*) d'un mezzo Sferoide [*o*] poſſa nell' accennata Pratica darci qualche utilità, ma eſſendo la di lui miſurazione facilisſima, *giuſta la Regola Prob. 2. Cap. 2. di queſto Lib.*

27. Per mezzo della quale ſaputa tutta la Solidità [*p*] d' un intero Sferoide [*o*] facilmente ſe ne può ſapere anche la metà, altro qui non ſa d' uopo favellare.

28. Vediamo con tale occaſione nel

PROBLEMA IV.

Come ſi poſſa ſapere la Solidità (p) d' una Cuppola.

Sia in

I. Ipoteſi (*q*).

1. La Cuppola *A B C D E F* rappreſentataci dalla *Fig. CCXXXIX. fol. 29.*

2. Il muro della quale ſia più ſtretto verſo la cima *B E*,

(h) *Piede Cubo è una figura ſolida fatta a Dado, del quale ciaſcun lato uguale è lungo un Piede, come*

(i) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore ere, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(k) *Corpo è preſſo i Geometri quella grandezza, che ha larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(l) *Piano parallelo è quello, che è ſempre ugualmente diſtante da un' altro piano.*

(m) *Conoide Parabolico è un Corpo r h m n della Figura I. il quale tagliato per mezzo rappreſenta una Parabola r h m, che faſſi quando un Cono b g a della Figura II. immaginaſi ſegato dal piano f s o, la cui linea di mezzo n s è ugualmente diſtante dal lato g a del deſso Cono, come*

Fig. I.

Fig. II.

(n) *Conoide Iperbolico è un Corpo r h m n della Figura I. il quale tagliato per mezzo rappreſenta una Iperbola r h m, che faſſi quando un Cono d c b della Figura II. immaginaſi ſegato dal piano f a c, la cui linea di mezzo x a concorre colla b c lato del Cono d c b prolungato in z, come*

Fig. I.

Fig. II.

(o) *Sferoide è volgarmente una figura, la quale preſſo poco rappreſenta il Corpo d' un Ovo, come*

(p) *Solidità diceſi volgarmente un Corpo, che val a dire ciò, che ha larghezza, lunghezza, e profondità.*

(q) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

3. Che verso il fondo *D C*, o *A F*,
4. E debbasene sapere la Solidità [*a*],
Dico per

II. Regola.

I. Che misurata tutta la metà dello Sferoide (*b*) *giusta il Probl. II. Capo II. di questo Libro* che noi concepiamo contenere la Cuppola,

II. Levato dalla detta metà dello Sferoide (*b*) l'Emisfero (*c*), ch' in quella concepiamo essere contenuto,

III. Resterà la Solidità (*a*) della Cuppola, che ricercasi.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Noi supponiamo, che ci sia notificata tanto la grossezza *A F*, o *D C* in fondo del muro della Cuppola, quanto la grossezza della cima *B E*,

2. Ed oltre a ciò anche il Diametro (*d*) *F D* di tutto il mezzo Cerchio *F E D*,

3. Immaginandoci, che la Superficie concava [*e*] *F E D* sia un mezzo Cerchio, come comunemente si sogliono fabbricare le Cuppole.

4. Ch' in tale guisa s' avrà tutt' il Diametro [*d*] *A C*, il mezzo Diametro (*d*) *B N*, e per conseguenza anche tutta la Solidità [*a*] del mezzo Sferoide [*b*] *A B C*, *giusta il nominato Probl. II. Cap. II. di questo Libro*, che noi vogliamo supporre essere di 2500 Piedi Cubi (*f*),

II. 5. Ora misurato l' Emisfero (*c*) *F E D*, *giusta il Prob. 1. Cap. 3. di questo Libro*, supponiamolo di 2000 Piedi Cubi (*f*),

6. E levati Piedi 2000 dell' Emisfero (*c*) da Piedi 2500 del mezzo Sferoide (*b*) resteranno Piedi 500 per il solo muro della proposta Cuppola,

7. Onde essa sarà appunto di Piedi Cubi (*f*) 500.

Circa

(a) *Solidità diceſi volgarmente un Corpo, che val a dire ciò, che ha larghezza, lunghezza, e profondità.*

(b) *Sferoide è volgarmente una figura, la quale preſſo poco rappreſenta il Corpo d' un Ovo, come*

(c) *Emiſfero è la metà d' una Sfera, cioè parlando volgarmente la metà d' una palla, come*

(d) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

[e] *Superficie conveſſa è una eſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee curve, o ſieno torte, la quale è ſempre la parte ſuperiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie concava, la quale è in ſito inferiore riſpetto alla conveſſa, come*

Circa

§. CXIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Poco favelleremo, imperciocchè egli pur troppo è chiaro, che levando una coſa minore da una maggiore, ciò che reſta, è parte della maggiore,
2. E perciò dall' accennato mezzo Sferoide (*b*) *A B C*, cioè da una coſa maggiore di Piedi 2500,
3. Levando l' Emisfero (*c*) *F E D*, cioè una coſa minore di Piedi 2000,
4. Reſta la *A B C D E F* parte della coſa maggiore di Piedi 500, ch' è la propoſta Cuppola *A B C D E F*.

Il che era ec.

Diciamo per

*

Avvertimento.

1. Che facile ſarà al principiante Geometra il miſurare la Solidità (*a*) d' una parte di Cuppola diviſa dalla cima *B* fin' al fondo C, purchè rammenti ciò, che dicemmo nell' *Avvertimento II. dell' antecedente Problema*.
2. Rifiettendo, che cavando l' Emisfero (*c*) dal mezzo Sferoide (*b*) ſi fa un Corpo concavo (*g*), il quale pure s' appartiene alla Stereometria (*b*).
3. Proſeguiremo il noſtro cammino in queſta materia, e vedremo nel

PROBLEMA V.

Quanto poſſa valere il vacuo d' una foſſa da cavarſi.

Sia in

I. Ipoteſi. (*i*)

1. Una foſſa da cavarſi rappreſentataci dalla *Figura CCXI.*

[f] *Piede Cubo è una figura ſolida fatta a Dado, del quale ciaſcun lato uguale è lungo un piede, come*

[g] *Concavo è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee Curve, o ſiano torte, il quale è ſempre la parte inferiore in un Corpo vuoto, a differenza del conveſſo, il quale è in ſito ſuperiore riſpetto al concavo, come*

[h] *Stereometria, o ſia Solidometria, è quella ſcienza, che inſegna a miſurare i ſolidi, che val a dire ciò, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

[i] *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo, ſuppoſto.*

CCXL. *fol.* 29. la quale debba avere la larghezza ſuperiore di 20, e l' inferiore di 16, l' altezza di 12, e la lunghezza di 150 Piedi,

2. Dimandaſi di quanti Piedi Cubi (*a*) ſarà la concava capacità della propoſta foſſa,

3. E quanto queſta vaglia a ragione d' una lira per ciaſcun Piede Cubo (*a*),

Dico per

[a] *Piede Cubo è una figura ſolida fatta a Dado, del quale ciaſcun lato uguale è lungo un piede, come*

II. Regola.

Che multiplicata (*c*) l' altezza per una delle larghezze uguagliate, e multiplicatone (*c*) anche il Prodotto (*d*) colla lunghezza, cavaſi di quanti Piedi Cubi (*a*) ſia la propoſta foſſa, e quanto eſſa vaglia.

[c] *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

Eccone la

III. Pratica.

1. Giacchè amendue le larghezze l' una di 20, e l' altra di 16 Piedi ſi debbono uguagliare inſieme,

2. Si ſottrerà (*c*) il numero 16 dal 20, e s' avrà il reſiduo di 4.

3. La metà di queſto reſiduo aggiunto al numero minore di 16, farà il numero di 18,

4. Ed appunto di 18 Piedi ſarà ciaſcuna delle due uguagliate larghezze.

5. Ora multiplicato (*c*) 18, cioè una delle due uguagliate larghezze per 12., cioè per l' altezza, ſi produce 216,

6. Queſto Prodotto (*d*) multiplicato (*c*) per 150, cioè per la lunghezza, produce il numero di 32400,

7. Che ſono 32400. Piedi Cubi (*a*) dell' accennata foſſa,

8. I quali ragguagliati ad una lira l' una, fanno appunto 32400 lire.

[d] *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto 6 chiamaſi il Prodotto.*

Ne

Ne ſegue

§. CXIV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Figuriamoci, che la *Fig. CCXL. fol.* 29. ci rappreſenti la propoſta foſſa,
2. Se ſottreremo (*e*) la larghezza minore *a b* diviſa in parti 16, dalla maggiore *e d* diviſa in parti 20,
3. Avremo di queſta il reſiduo nelle due *e c*, *f d* ciaſcuna di parti due,
4. Cioè di 4 in tutto,
5. E così reſtando amendue le larghezze *e f*, *a b* uguali fra loro,
6. Se aggiungeremo alla larghezza minore *a b* la metà del detto reſiduo di 4, che ſono due parti.
7. Cioè l' una dal *b* fin' al *s*,
8. E l' altra dall' *a* fin' al *s*,
9. L' altra metà del mentovato reſiduo, cioè le *f u*, *e o* reſterà preſſo la larghezza maggiore, e faraſſi la *o u* della detta larghezza maggiore uguale alla *s t* della larghezza minore,

*

10. In tal modo concependo il Trapezio (*f*) *c a b d* capacità della foſſa, trasformato nel Rettangolo (*g*) *o t*, *giuſta il* §. 17.
11. Multiplicando (*c*) l' una delle due larghezze uguali di 18 Piedi,
12. Per l' altezza *e a* di 12 Piedi,
13. Si produce l' Area (*b*) del detto Rettangolo (*g*) *o t*, *giuſta il* §. 6.
14. Multiplicando [*c*] ancora la prodotta Area [*b*] per la lunghezza di 150, ſi produce tutto il concavo della foſſa, *giuſta il Probl. I. pag.* 490. *ed il* §. 105. ſicchè

Multiplicata (*c*) l' altezza per una delle larghezze uguagliate, e multiplicatone (*c*) anche il Prodotto (*d*) colla lunghezza, cavaſi di quanti Piedi Cubi (*a*) ſia la propoſta foſſa.

Il che era ec.

(c) *Sottrarre nell' Aritmetica dicesi, quando levando da un numero maggiore un minore reſta alcuna coſa, ovvero levando un numero uguale da un'uguale reſta nulla, come levando due da tre reſta uno, ovvero levando due da due non reſta niente.*

(f) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti queſti, nè tutti quelli ſono uguali fra loro, come* ◺

(g) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(h) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ ◻ *ec.*

Con-

(a) *Concavo è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee Curve, o ſiano torte, il quale è ſempre la parte inferiore in un Corpo vuoto, a differenza del conveſſo, il quale è in ſito inferiore riſpetto al Concavo, come*

*

Continuando ulteriormente la materia de' Concavi [a], giacchè preſſo i Geometri volgari, ed in particolare preſſo gli Alemani decantata è la miſura della capacità delle Botti, converrebbe benſì, che ancora noi conſideraſſimo nel

PROBLEMA VI.

Il modo di miſurare i vacui delle Botti, e di determinare quante Fogliette, o qualunque miſure di vino quelle contengano.

Ma oſſervando, ch' il detto modo uſitato dal Volgo non ſolo non è univerſale, ma ancora molto fallace, noi non vogliamo inſinuarlo in modo veruno al Leggitore, ma gli vogliamo ſolo moſtrare

*

Gli Errori, che ſi commettono in miſurare i vacui delle dette Botti.

1. Quelli, ch' inſegnano il modo di miſurare i detti vacui conſiderano per lo più le mentovate Botti, come un compoſto di due Coni troncati [b] rappreſentatici dalla *Fig. CCXLI. fol.* 29.
2. Le cui Baſi [c] l' una contro l' altra unite nella linea *G F* ne ſieno il ventre,
3. E le due cime troncate *A D*, *B C* ne ſieno i ſondi,
4. E ſiccome il detto ventre della Botte è ſempre maggiore dei di lei ſondi,
5. O vogliamo dire: ſiccome la *G F* della detta *Fig. CCXLI.* Diametro [d] delle Baſi [c] dei detti Coni troncati (b) è ſempre maggiore delle *A D*, *B C*, Diametri [d] delle cime troncate,
6. Così danno i Geometri volgari per regola, che ſi debba uguagliare il Diametro [d] del ventre della Botte

[b] *Cono troncato è una parte d'un Cono tagliato per mezzo d'un Piano ugualmente diſtante dal fondo, o ſia Baſe del detto Cono, come nella qui ſoggiunta figura la parte a b c d è un Cono troncato.*

(c) *Baſe d'un Cono è un Cono, cioè il Corpo rappreſentato dalla qui appoſta Figura.*

(d) *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo fin' al punto oppoſto, come la qui ſoggiunta a b chiamaſi Diametro.*

Botte, o ſia delle Baſi [c] unite *G F* coi Diametri (*d*) dei fondi, o ſia delle cime troncate *A D*, *B C*,

7. E figurandoſi che per mezzo di tale uguaglianza ſi ſia traſmutato il Corpo della Botte in un Cilindro (*e*),

8. Dicono, che miſurata tutta la lunghezza della Botte con una verga detta *Cilindrometrica* preparata a bella poſta per tal' uffizio.

9. E miſurata pure una delle tre uguagliate rotondità dei fondi, e ventre,

10. Si debba multiplicare (*f*) queſta per quella, ch' il Prodotto (*g*) ſarà il contenuto della Botte in quelle miſure, per le quali la detta verga è ſtata da eſſi preparata.

(e) *Cilindro è un Corpo per tutto ugualmente rotondo, il cui fondo, e cima (che due baſi ſi chiamano) ſono due Cerchi uguali, come*

(f) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

*

11. In eſempio: figuriamoci che miſurato il Diametro (*d*), o ſia ventre *G F* della detta Botte ſia di 28 parti.

12. Miſurato pure il Diametro (*d*) dell' uno, o dell' altro fondo *A D*, *B C* ſenza la groſſezza del Vaſo di 14 parti.

13. Unito 28 con 14 ſi fa 42, la cui metà è di 21,

14. Ed appunto il 21 ſarà il numero della uguaglianza fra i Diametri (*d*) del ventre, e de' fondi,

15. Dietro a queſto uguagliato Diametro (*d*) di 21 cercando l' Area (*b*) del ſuo Cerchio, giuſta il modo volgare, ch' ora vogliamo ſupporre per incontraſtabile,

16. Cioè giuſta la regola volgare, ch' il Quadrato (*i*) del Diametro (*d*) d' un Cerchio abbia relazione all' Area (*b*) del Cerchio, come 14 all' 11,

17. Avremo per l' Area (*b*) d' un Cerchio (il cui uguagliato Diametro (*d*) è di 21) 346 e mezzo,

18. Ora miſurata tutta la lunghezza *E O* della Botte, ſenza la groſſezza, ſia di parti 40,

19. Multiplicato (*f*) 40 per 346 e mezzo ſi produce 13860,

20. E tante propoſte miſure dicono i detti volgari Geometri, che la mentovata Botte contenga,

21. Ma a noi pare, che queſto ſia uno sbaglio conſiderabile, di cui ne preſentiamo

(g) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(h) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(i) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

§. CXV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Giacchè concepiſce il Volgo, che la Botte propoſta conſiſta in due Coni troncati (*a*) come dicemmo,
2. Miſureremo i detti due Coni troncati (*a*) *AGDF*, *CBGF*, *giuſta la data Regola alla pag.* 544. ove ſi è fatta la miſurazione d' una Piramide troncata (*b*),
3. Poichè vi milita la ſteſſa Ragione:
4. Onde, giacchè il Diametro (*c*), o ſia il ventre *GF* della detta Botte è di 28 parti come ſi è ſuppoſto,
5. Il Diametro (*c*) dell' uno, o dell' altro fondo *AD*, *BC* di parti 14,
6. E la metà della lunghezza *EO* di parti 20,
7. Delineando in carta i detti due Diametri (*c*) di parti 28, e 14 del Cono troncato (*a*) inſieme colla corriſpondente ſua lunghezza di parti 20, *giuſta il Cap. 7. del Lib. 1. Parte 1.* come vedeſi nella *Fig. CCXLII. fol.* 29.
8. Si compiſce tutto il Cono [*d*] grande prolungando le Rette (*e*) *OE*, *FS* ſin' al loro concorſo in *M*,
9. Poi dietro al Diametro (*c*) maggiore *OF* di parti 28, ſi fa l' Area (*f*) del di lui Cerchio di parti 616, *giuſta la Regola volgare del num.* 15. *pagina* 569.
10. La qual' Area (*f*) di 616 multiplicata (*g*) per tutta la lunghezza *VM* di 40 produce 24640,
11. La cui terza parte di 8213 $\frac{1}{3}$ è la ſolidità (*b*) di tutto il Cono (*d*) *OMF*,

*

12. Ora oſſervata la ſteſſa Regola per il Cono (*d*) minore *EMS*, ch' ha il Diametro (*c*) *ES* di 14,
13. E la lunghezza *QM* di 20, s' avrà l' Area (*f*) della di lui Baſe circolare [*i*] di parti 154,
14. La quale multiplicata (*g*) per la detta altezza *QM* di 20 produce 3080,

15. La

(a) *Cono troncato è una parte d'un Cono tagliato per mezzo d' un Piano ugualmente diſtante dal fondo, o ſia Baſe del detto Cono, come nella quì ſoggiunta figura la parte abcd è un Cono troncato.*

(b) *Piramide troncata è una parte d'una Piramide tagliata per mezzo d'un piano ugualmente diſtante dal fondo, o ſia Baſe della detta Piramide, come nella quì ſoggiunta figura la parte abcd è una Piramide troncata.*

[c] *Diametro è una linea, la quale intendeſi tirata da un punto di qualche grandezza per il di lei mezzo ſin' al punto oppoſto, come la quì ſoggiunta ab chiamaſi Diametro.*

(d) *Cono è un Corpo rotondo, il quale ha per fondo, o ſia Baſe un Cerchio, dalla circonferenza del quale le linee rette tirate concorrono nel punto della cima, come*

15. La cui terza parte di 1026 $\frac{2}{3}$ è la Solidità (*b*) del Cono (*d*) minore *E M S*, *giusta la Prop.* 10. *del* 12. *d' Euclide*,

*

16. In tal guisa saputo le due Solidità (*b*) del Cono [*d*] maggiore *O M F* di 8213 $\frac{1}{2}$ e del Cono (*d*) minore *E M S* di 1026 $\frac{2}{3}$,

17. Sottratta (*k*) questa da quella, cioè levando 1026 $\frac{2}{3}$ da 8213 $\frac{1}{2}$ resterà il Cono troncato (*a*) *O E S F* di parti 7186 $\frac{2}{3}$,

18. E giacchè la mentovata Botte si concepisce nella *Fig. CCXLI. fol.* 29. di due tali Coni troncati (*a*) composta.

19. Dupplicata la detta somma avremo parti 14373 $\frac{1}{3}$ per tutta la Botte *A G B C F D*,

20. Cioè 513 parti più della somma prodotta dal Volgo al *num.* 19. *pag.* 569. per mezzo dell'uguaglianza fatta dei fondi,

21. E però essendo questo uno sbaglio considerabile non deesi badare ai mentovati Errori del Volgo,

22. Ed in ogni caso, che vogliamo concepire le Botti costrutte in forma di due Coni troncati (*a*), come si è detto, ne potremmo misurare il loro contenuto piuttosto giusta l'accennato modo, con cui quelli si misurano, che col modo del Volgo mal fondato, ma allora converrebbe preparare a bello studio una verga per tal' uffizio, di cui diffusamente trattano i Geometri.

*

23. Giacchè qui abbiamo favellato de' Concavi delle Superficie Curve (*l*), opportunamente s' offre anche la Quistione: in qual modo si misurino le Superficie Curve (*l*) delle volte.

E però vediamo nel

(e) *Retta, o Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(f) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(g) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(b) *Solidità dicesi volgarmente un Corpo, che val a dire ciò, che ha larghezza, lunghezza, e profondità.*

(i) *Base circolare è un piano fatto a Cerchio.*

(k) *Sottrarre nell' Aritmetica dicesi, quando levando da un numero maggiore un minore resta alcuna cosa, ovvero levando un numero uguale da un' uguale resta nulla, come levando due da tre resta uno, ovvero levando due da due non resta niente.*

(l) *Superficie Curva è una estensione di lunghezza, e larghezza contenuta da linee torte, come*

(a) *Superficie concava è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee Curve, o ſiano torte, la quale è ſempre la parte inferiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie conveſſa, la quale è in ſito inferiore riſpetto alla concava, come*

(b) *Superficie conveſſa è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee curve, o ſieno torte, la quale è ſempre la parte ſuperiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie concava, la quale è in ſito inferiore riſpetto alla conveſſa, come*

(c) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(d) *Eliſſe è una figura chiamata volgarmente Ovale, come* ⬭

(e) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

PROBLEMA VII.

Come ſi miſurino le Superficie Concave [a], o Conveſſe [b] di qualunque volta.

Sia in

I. Ipoteſi (c).

1. La volta fatta a mezzo Cerchio, detta volgarmente a tutto ſeſto, rappreſentataci dalla *Figura CCXLIII. fol.* 29.
2. Ovvero la volta fatta a mezza Eliſſe (d), detta volgarmente sfiancata, giuſta la *Figura CCXLIV. fol.* 29.
3. Ovvero qualunque altra maniera di volta, la cui Superficie o conveſſa (b), o Concava (a) ſi debba miſurare:

Dico per

II. Regola.

Che preſa qualunque miſura di materia fleſſibile, che ritenga ſempre la ſua lunghezza, come Carta Reale, o un pezzo d'oſſo di Balena tirato in forma di Riga ſottile, ed adattandolo accuratamente dietro alla lunghezza, e larghezza della propoſta volta, fatta la multiplicazione (e), *giuſta il Cap. IV. Lib. I. Part. I.* ſe ne conſeguiſce l'intento.

Eccone la

III. Pratica.

1. 1. La volta *A B C D* della *Figura CCXLIII. fol.* 29. rappreſenta un mezzo Cilindro [f] concavo [g],

2. Che

2. Che val a dire volgarmente, egli è una volta fatta a tutto ſeſto, la quale ha i due lati *A B*, *D C* uguali, e gli angoli *A*, *B*, *C*, *D* a ſquadra,

*

3. La volta poi *A B C D* della *Fig. CCXLIV. fol.* 29. rappreſenta col ſuo arco una mezza Eliſſe (*d*),
4. O vogliamo dire egli è una volta sfiancata, la quale ha pure i due lati *A B*, *C D* uguali, e gli angoli *A*, *B*, *C*, *D* a ſquadra;
5. Tanto queſta, quanto quella, o qualunque altra sfiancata ſi miſurano nello ſteſſo modo.
6. Imperciocchè preſa alla mano della carta reale, ovvero un pezzo d' oſſo di Balena, o qualunque altra materia fleſſibile, fatta in forma d'una Riga ſottile, la quale eſattamente abbia la lunghezza d' una Pertica diviſa ne' ſei Piedi, l' ultimo de' quali ſia Diviſo in Oncie 12, e l' ultima di queſte diviſa in punti 12,
7. S' adatta per mezzo di ſcala, od altro la detta Riga accuratamente dietro alla curvità [*b*] *r m o* concava (*g*),
8. Ovvero dietro alla curvità (*b*) *B S C* conveſſa (*i*) dell' una, e l' altra Figura,
9. S' adatta ancora la detta Riga fleſſibile all' uno, od all' altro lato *A B*, o *D C* dell' una, e dell' altra Figura, ed oſſervaſi di quante Pertiche ſieno tanto le miſurate Rette [*k*], quanto le miſurate Curve [*l*],
10. V. g ſia la curvità [*b*] concava [*g*] *r m o* della *Fig. CCXLIII. fol.* 29. di Pertiche 2,
11. Ed il lato *B A* di Pertiche 3,
12. Multiplicanſi (*m*) Pertiche 3 per Pertiche 2, e ſi produce l' Area (*n*) di Pertiche 6, la quale è la ricercata Superficie concava [*a*] della volta della detta Figura,
13. E ſe la curvità [*b*] conveſſa [*i*] *B S C* della *ſteſſa Fig. CCXLIII.* foſſe per modo d' eſempio di Pertiche 2 : 3 :

(f) *Cilindro è un Corpo per tutto ugualmente rotondo, il cui fondo, e cima (che due baſi ſi chiamano) ſono due Cerchi uguali, come*

(g) *Concavo è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza, conſiſtente in linee Curve, o piane torte, il quale è ſempre la parte inferiore in un Corpo vuoto, a differenza del conveſſo, il quale è in ſito inferiore riſpetto al Concavo, come*

(h) *Curvità è quella, che è fatta con linee torte a guiſa d' Arco, come* (

(i) *Conveſſo è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee Curve, o piane torte, la quale è ſempre la parte ſuperiore in un Corpo vuoto, a differenza del concavo, il quale è in ſito inferiore riſpetto al conveſſo, come*

14. Mul-

(k) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(l) *Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

(m) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(n) *Area preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre, o più linee, come* △ ◯ *ec.*

14. Multiplicanſi [a] Pertiche 2 : 3 : colle Pertiche 3 del mentovato lato *A B*,
15. E ſi produce la Superficie conveſſa [b] *B C S A M D* di Pertiche 7 : 3 :

*

16. Lo ſteſſo metodo ſerve per la Superficie concava (c), e conveſſa (b) della volta della *Fig. CCXLIV. fol.* 29.
17. Perocchè ſuppoſta la curvità [d] *r m o* della Superficie concava [c] di Pertiche 3,
18. La conveſſa (b) *B S C* di Pertiche 3 : 3,
19. E l' uno, o l' altro dei due lati *B A C D* di Pertiche 4,
20. Sarà la Superficie concava [c] della volta sfiancata *B C A D* di Pertiche 12,
21. E la di lei Superficie conveſſa [b] *B S C A M D* di Pertiche 14,

Eccone

(a) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(b) *Superficie conveſſa è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee curve, o ſiano torte, la quale è ſempre la parte inferiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie concava, la quale è in ſito inferiore riſpetto alla conveſſa, come*

(c) *Superficie concava è una ſtenſione di lunghezza, e larghezza conſiſtente in linee curve, o ſiano torte, la quale è ſempre la parte inferiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie conveſſa, la quale è in ſito inferiore riſpetto alla concava, come*

(d) *Curvità è quella, che è fatta con linee torte a guiſa d'arco, come*

(e) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come*

§. CXVI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Egli è noto dal §. 43, che per miſurare una linea Curva (e) conviene trasmutarla in una Retta [f], come ſi è fatto nella Quadratura del Cerchio,
2. Ciò ſuppoſto per fondamento incontraſtabile; giacchè le Superficie delle Muraglie fatte a volta ſono terminate da linee Curve (e), e Rette [f] converrà le dette linee Curve [e] trasmutare in linee Rette (f),
3. Che val a dire, converrà convertire le Superficie Curve (g) in Superficie piane (b) per miſurarle agevolmente,
4. Il che facilmente s' ottiene andando dietro alla curvità [d] per mezzo d'una Retta (f), o ſia d' una Riga flessibile, come nella Pratica ſi è veduto.
5. E per comprenderne vie più la chiarezza,
6. Supponiamo, che le volte dell' una, e dell' altra *Fig. CCXLIII*, e *CCXLIV.* conſiſtano in una carta a guiſa di volta incurvata.
7. Egli è certiſſimo, che disfattane la curvità (d), e diſte-

diſteſa la carta in piano, eſſa riterrà così diſteſa la Superficie, ch' aveva mentre era incurvata [*g*],

8. Lo ſteſſo avviene nella miſurazione di qualunque Volta per mezzo della Riga fleſſibile,
9. Perocchè per mezzo di queſta incurvata ſi copiano le Linee curve (*e*) di qualunque volta.
10. Per mezzo della ſteſſa diſteſa ſi traſmutano in Rette (*f*),
11. E per conſeguenza tutta la Superficie curva (*g*) ſi traſmuta in Superficie piana (*h*),
12. Ma nella noſtra Ipoteſi (*i*) conſiſtendo la così traſmutata Superficie piana [*h*] delle dette *Figure CCXLIII. e CCXLIV. fol.* 29. in angoli Retti [*k*],
13. Che val a dire in un Rettangolo [*l*],
14. Multiplicato [*a*] l' uno con l' altro lato circa il detto angolo retto [*k*] ſe ne produce la Superficie [*m*], *giuſta il* §. 6.

Sicchè replichiamo.

Che preſa qualunque miſura di materia fleſſibile, che ritenga ſempre la ſua lunghezza, come Carta Reale, o un pezzo d'oſſo di Balena tirato in forma di Riga ſottile, ed adattandolo accuratamente dietro alla lunghezza, e larghezza della propoſta volta, fatta la multiplicazione (*n*), *giuſta il Cap. IV. Lib. I. Part. I.* ſe ne conſeguiſce l' intento.

Il che era ec.

Si dee poi ſoggiungere per

*

Avvertimento.

1. Che ſe un propoſto Muro fatto a volta non aveſſe tutti gli angoli retti (*k*),
2. Come vedeſi nella *Figura CCXLV. foglio* 291
3. In cui i due angoli *G*, *H* ſono ottuſi (*o*),
4. Ed i due *F*, *M* ſono acuti (*p*),
5. In

(f) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(g) *Superficie curva è una eſtenſione di lunghezza, e larghezza, conſeguita da linee torte, come*

(h) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura.*

(i) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(k) *Angolo retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come* ⌞

(l) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolò i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(m) *Superficie è una eſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(n) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(o) *Angolo Ottuſo è quello, ch' è maggiore d' un angolo Retto, cioè d'un angolo a ſquadra, come* ⌝.

(p) *Angolo acuto è quello, ch' è minor d' un Angolo retto, cioè d'un angolo a ſquadra, come* ⌞

5. In modo, che la volta rappresenti una Figura Trapezia (*a*),
6. In tale caso converrà adattare la Riga flessibile dall' uno all' altro angolo opposto, cioè dal *F* fin al *M*, o dal *H* fin' al *G* della *presente Figura CCXLV. foglio* 29.
7. Poi misurarne li 4 lati, cioè le 4 linee rette (*b*) *F H*, *H M*, *M G*, *G F*,
8. E tirata sulla carta la Diagonale (*c*) *F M*,
9. Cioè una proporzionale a quella per mezzo della Riga della Tavoletta, *giusta il Cap. VII. Lib. I. Parte I.*
10. Si potrà sopra la Base (*d*) *F M* descrivere il Triangolo (*e*) *F G M* dall' una,
11. Ed il Triangolo (*e*) *F H M* dall'altra parte, *giusta il detto Cap.* 7.
12. In modo, che tutta la volta, o sia la Figura Trapezia [*a*] della volta sia portata in carta proporzionalmente,
13. Perocchè allora potraffi questa agevolmente misurare, *giusta il Probl.* 5. *Cap* 4. *Lib.* 1. *Part.* 1.
14. Cioè supposto, che si sia portato in carta il Trapezio (*f*) della volta proposta per mezzo della *Fig. CCXLVI. fol.* 29.
15. Sia la *c d* di Pertiche 4, e le due Perpendicolari (*g*) *a g*, *o m* raccolte insieme di Pertiche 3,
16. Multiplicata (*b*) la metà della *c d* di Pertiche 2 per amendue le Perpendicolari [*g*] *a g*, *o m* di Pertiche 3,
17. Si produce la Superficie (*i*) della volta in Pertiche 6 Quadrate (*k*),

*

18. Da questo modo semplice, e rozzo, ma in pratica forse più agevole d' alcun altro potrà il Principiante andare in traccia d' altre operazioni pratiche delle Superficie concave (*l*), o convesse (*m*),
19. E qui terminando la materia de' Concavi (*n*), e della Solidometria (*o*) trattata in compendio faremo passaggio al Libro Terzo.

(a) *Figura Trapezia, o sia Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come*

(b) *Retta, o Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

(c) *Diagonale è una linea per mezzo della quale due lati d' un' angolo si congiungono insieme, come nella qui soggiunta figura la a b è Diagonale, poichè per mezzo d' essa si congiungono insieme i due lati a c, c b dell' angolo c, ed i due a d, d b dell' angolo d.*

(d) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una Figura di tre lati) ovvero nominati due lati il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia il lato inferiore.*

(e) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

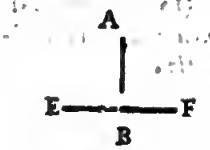
(f) *Trapezio è una figura di 4 lati, e di 4 angoli, di cui nè tutti questi, nè tutti quelli sono uguali fra loro, come*

LIBRO TERZO.

In cui trattasi con brevità dell' Icnografia (p).

1. Essendo la voce d'Icnografia un composto dei due vocaboli Greci ἴχνος, e γράφω, de' quali quello significa *pianta*, o *vestigio*, e questo *scrivere*, o *descrivere*, e perciò altro non volendo dire, che una delineazione delle cose in pianta,
2. Sembra, che nella *Parte* 1. *Lib.* 1. *Cap.* 7. n' abbiamo già dato al Leggitore qualche saggio, mentre favellammo, come si portino sulla Tavoletta le Superficie piane (q), Triangolari (r), Quadrangolari (s), Pentagone (t) ec.
3. E perciò tratteremo il resto con brevità in tanto, in quanto ad un principiante Geometra può essere necessario.
4. E giacchè il presente Libr. III. contiene una continuazione dell' accennato Capo VII. noi non premettiamo, come al solito, altro

(g) *Perpendicolarmente è il modo, con cui una Linea Retta, stando sopra d' un' altra Retta non inclina più dall' una, che dall' altra parte, come nella qui soggiunta figura la* A B *dicesi tirata Perpendicolarmente, poichè non inclina più verso l'* E, *che verso l'* F.



(h) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(i) *Superficie è una stensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(k) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a squadra, e di 4 lati uguali, ciascuno de' quali è lungo una pertica.*

(l) *Superficie concava è una stensione di lunghezza, e larghezza consistente in linee Curve, o siano torte, la quale è sempre la parte Inferiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie Convessa; la quale è in sito inferiore rispetto alla concava, come*

(m) *Superficie convessa è una stensione di lunghezza, e larghezza consistente in linee curve, o siano torte, la quale è sempre la parte inferiore in un Corpo vuoto, a differenza della Superficie concava, la quale è in sito inferiore rispetto alla convessa, come*

(n) *Concavo è una stensione di lunghezza, e larghezza, consistente in linee Curve o siano torte, il quale è sempre la parte inferiore in un Corpo vuoto a differenza del convesso, il quale è in sito Inferiore rispetto al Concavo, come*

(o) *Solidometria è quella scienza, che insegna a misurar i solidi, che val a dire ciò che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(p) *Icnografia chiamasi comunemente la notizia di portare con una delineazione proporzionale in picciolo ciò, che vedesi sopra la Terra in grande.*

(q) *Superficie piana intendesi volgarmente presso a' Geometri pratici una pianura.*

(r) *Superficie Triangolare, o sia Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(s) *Superficie Quadrangolare è una figura di quattro angoli, come*

(t) *Superficie Pentagona è un' estensione in lunghezza, e larghezza d' una figura di cinque lati, come*

(a) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

*

Fondamento delle Regole dei ſeguenti Problemi.

5. Poichè egli è lo ſteſſo già premeſſo ai *Problemi del detto Cap. 7., e conſiſte in delineare gli angoli della Figura della Tavoletta uguali agli angoli della Figura del Terreno, ed i lati dell' una proporzionali ai lati dell' altra.*

(b) *Orizzontalmente a modo di livello.*

Vediamo dunque nel

PROBLEMA I.

Come da due ſtazioni ſi delinei ſulla Tavoletta un gran Podere, o ſia un gran tratto di Paeſe.

Sia in

I. Ipoteſi [*a*].

1. Il Podere *A B C D E F G H I K* rappreſentatoci dalla *Fig. fol.* 30.
2. Il quale debbaſi proporzionalmente delineare ſulla Tavoletta, collocandola in due Stazioni.

Dico per

II. Regola,

I. Che collocata la Tavoletta orizzontalmente (*b*) in due Stazioni, dalle quali ſi poſſano vedere i termini della ſtenſione del Paeſe,

II. Miſurata la linea dall' una all'altra ſtazione, e portatala proporzionalmente ſulla Tavoletta,

III. Guardati i termini del Paeſe, tirate dietro al

al raggio visuale le linee sulla Tavoletta dalle stremità della detta linea proporzionale in picciolo,

IV. E congiunte insieme le dette linee dai punti dei segamenti, si delinea il detto Paese in picciolo proporzionale al grande.

(c) *Retta, o Linea Retta è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Collocata al solito, *giusta tutto il Cap. 7. Libr. 1. Part. 1. orizzontalmente* (*b*) *la Tavoletta in un sito S, da cui agevolmente si possano vedere per mezzo d' alcuni segni i termini A, B, C, D, ec.*

II. 2. Tirasi in mezzo alla Tavoletta la Retta (*c*) *a b* indeterminata, *giusta il detto Cap. 7.*

3. Poi applicata la Riga al punto, o sia estremità *a* della detta *a b*,

III. 4. Guardansi *tutti i termini del podere A B C D E F G H I K*,

5. E tiransi sulla Tavoletta dietro al raggio visuale le *a a, a b, a c, a d, a e, a f, a g, a b, a i, a k*,

6. *Misurisi poi la a b del podere, cioè la linea della distanza dall' una all' altra stazione, giusta il num. XVII. pag.* 13. e sia di 200 Pertiche,

7. Ora trasportata la Tavoletta sulla seconda stazione *b*, dopo essersi quella orizzontalmente (*b*) collocata, accomodasi sulla già tirata *a b* la riga.

8. Guardasi il punto *a* della prima stazione,

9. E presesi sulla detta 2 o Particelle della Riga segnisi il punto *b* ove quelle finiscono, *giusta il Probl. 1. Cap. 7. Part. 1.*

10. Ed appunto dal punto *b*, riguardati tutti i termini del podere, tiransi dietro al raggio visuale le *b a, b b, b c, b d, b e, b f, b g, b h, b i, b k*,

11. Le quali seghino le linee tirate nella prima stazione in *a*, in *b*, in *c*, in *d*, in *e*, in *f*, in *g*, in *h*, in *i*, in *k*.

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

IV. 12. Finalmente *congiunganſi i detti ſegamenti per mezzo delle a b, b c, c d, d e, e f, f g, g b, b i, i k, k a.*

13. Ch' avraſſi il Podere ſulla Tavoletta delineato in picciolo proporzionale al Podere grande.

Eccone

§. CXVII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Siccome guardando i termini del propoſto Podere, o Paeſe, ſi fanno col raggio viſuale dei Triangoli [*a*] grandi in aria, e con tirare dietro al detto raggio viſuale delle linee ſulla Tavoletta, ſi fanno ſu queſta dei Triangoli (*a*), piccioli gli uni proporzionali agli altri, *giuſta il* §. 35.

(c) *Linea Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

2. Così facilmente comprenderaſſi, che tutto l'aggregato dei Triangoli [*a*] grandi del Podere, ſarà proporzionale a tutto l'aggregato dei Triangoli [*a*] piccioli della Tavoletta *ſul fondamento del mentovato* §. 35.

(d) *Piano orizzontale è ciaſcun piano a livello.*

Dunque

I. Collocata la Tavoletta orizzontalmente (*b*) in due Stazioni, dalle quali ſi poſſano vedere i termini della ſtenſione del Paeſe,

II. Miſurata la linea dall'una all'altra ſtazione, e portatala proporzionalmente ſulla Tavoletta,

III. Guardati i termini del Paeſe, tirate dietro al raggio viſuale le linee ſulla Tavoletta dalle ſtremità della detta linea proporzionale.

IV. E congiunte inſieme le dette linee dai punti dei ſegamenti, ſi delinea il detto Paeſe in picciolo proporzionale al grande.

Il che era ec.

Diciamo per

Avver-

*

Avvertimento.

1. Che dai Matematici viene uſato un certo ſtrumento chiamato *Velo Meſſotico*, il quale conſiſte veramente in un velo ſottile bianco rinchiuſo fra quattro lati di legno in figura di quadro, ſu cui dietro ai raggi viſuali ſi delineano gli oggetti preſentatigli avanti,
2. E potendoſi ſul detto velo fare anche delle operazioni Geometriche, e delinearvi agevolmente le figure terminate da linee Curve [*c*], avvertano i Principianti a non ingannarſi nel preſentarlo avanti l' oggetto da delinearſi; poichè, ſe quello ſarà qualche Piano orizzontale [*d*], ſi potrà alle volte errare nell' accomodare lo ſtrumento verticale (*e*),
3. Noi per non caricare in queſta materia di molti precetti il Principiante, inſinueremo ad eſſo la delineazione ordinaria ſulla Tavoletta per portarne ſu queſta le Figure terminate da linee Rette [*f*], e Curve [*c*].

Onde vedremo nel

(e) *Verticale è una Linea a piombo, come nella quì ſoggiunta figura la a b è Linea Verticale.*

(f) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

(g) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

PROBLEMA II.

Come da due Stazioni ſi porti un' Iſola di qualche Fiume ſulla Tavoletta.

Sia in

I. Ipoteſi (g).

1. Nella *Figura CCXLVI. fol.* 31. l' Iſola *A B c d e f g H I k l m* terminate dalle Rette [*f*] *A B*, *g H*, *H I*, *m A*,
2. E dalle Curve (*c*) *B c d e f g I k l m*,
3. La quale debbaſi delineare ſulla Tavoletta da due Stazioni.

Dico

(a) *Orizzontalmente a modo di livello.*

Dico per

II. Regola.

I. Che collocata la Tavoletta orizzontalmente (*a*) in due ſtazioni, dalle quali ſi poſſano vedere i termini della ſtenſione dell' Iſola.

(b) *Retta è quella linea, che volgarmente immaginaſi tirata come un filo teſo, come* ——

II. Operato circa le linee rette (*b*), *giuſta la Pratica del Probl. preced.* e circa le Curve (*c*), guardati più punti d' eſſe, e tirate dietro al raggio viſuale le ſolite linee, *giuſta il detto Problema*, ſi delinea con inſenſibile difetto ſulla Tavoletta l' Iſola in picciolo proporzionale alla grande.

Eccone la

(c) *Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad arco, come* ⌒

III. Pratica.

1. Supponiamo aſſolutamente, che ſi poſſa entrare nell' Iſola o per mezzo di qualche barchetta, od in qualunque altro modo,
2. Ed ivi in due ſtazioni *A*, *B* collocare orizzontalmente [*a*] la Tavoletta, e guardare tutti i termini *A B c d e f g H I k l m* della detta, *giuſta il Probl. precedente*,
3. In tale caſo opraſi in tutto, e per tutto, come ſi è operato nel più volte mentovato Problema precedente.
4. Oſſervando ſolo, che a più punti delle Curve (*c*) ſi drizzeranno i traguardi della Riga, ſempre più eſattamente ſi delineeranno le Curve [*c*] della Tavoletta.

*

5. Come nella preſente Ipoteſi [*d*] ſe nella Curva [*c*] *B g* ſi guarderanno più punti *c*, *d*, *e*, *f*, ec.
6. Se ſi tireranno dietro al raggio viſuale le linee *a c*, *a d*, *a e*, *a f*, ec.
7. Se ſulla Curva (*c*) *I m* ſi guarderanno più punti *k*, *l*, *m*, ec.

8. Se

8. Se ſi tireranno dietro al raggio viſuale le *o k*, *o l* *o m*, *giuſta il num. III. della Prat. precedente.*

9. E ſe s' opererà poſcia come nella detta Pratica, ſaranſi tutte le linee Rette [*b*] dell' ambito della propoſta Iſola portate proporzionalmente ſulla Tavoletta, come anche tutte le linee Curve [*c*] con inſenſibile diſetto.

10. Sicchè operando per lo reſto, *giuſta la Pratica precedente* (come dicemmo) l' Iſola della Tavoletta ſarà proporzionale all' Iſola del Fiume.

[d] *Iposti dicesi volgarmente caso ſuppoſto.*

*

11. Ma avendo noi nel *Lib. 3. Part. 2.* promeſſo d' inſinuare il modo, con cui ſi poſſa delineare proporzionalmente in carta non ſolo un' Iſola propoſta, ma eziandio le di lei Rive dirimpetto per ſciogliere i Problemi Legali, vediamo nel

PROBLEMA III.

Come delineata l' Iſola d' un fiume ſulla Tavoletta, ſi delineino ſulla ſteſſa anche le di lei Rive dirimpetto.

1. Propoſta ſia in

I. Ipoteſi. (*d*)

2. L' Iſola *A B C D E A* del Fiume *a b c d e k g* della *Figura CCXLVII. foglio* 31.

3. La quale, *giuſta il precedente Problema*, ſia già ſtata ſulla Tavoletta delineata,

4. Il cui ambito (come nella preſente Figura vedeſi) ſia *r s o x y z.*

5. Ora per dovere dirimpetto alla delineata Iſola delineare ancora proporzionalmente le Rive *a b c d* dall' una,

6. Ed *e k g* dall' altra parte del Fiume, baſterebbe rileggere la *Pratica inſinuata nel precedente Problema I.*

7. Ma entrando nella detta Pratica una nuova circoſtanza per ben inculcarla ai Principianti

Dico

(a) *Retta Linea è quella, che volgarmente immaginasi tirata come un filo teso, come* ——.

Dico per

II. Regola.

I. Che tirata qualunque Retta (*a*) dietro alla lunghezza di tutta l' Iſola, ed elette ſu quella qualunque due ſtazioni.

II. Tirata una proporzionale dietro alla lunghezza di tutta l' Iſola delineata, e preſe ſu quella pure proporzionalmente le due ſtazioni,

(b) *Curva intendeſi volgarmente quella linea, che è fatta ad Arco, come* ⌒

III. Ed operando circa le linee Rette (*a*), *giuſta la Pratica del precedente Problema I.*, e circa le Curve (*b*), *giuſta quella del Problema II.*, ſi delineano ſulla Tavoletta le propoſte Rive proporzionalmente dirimpetto all' Iſola già delineata.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. *Eletti due termini giuſta la lunghezza di tutta l' Iſola, i quali ſieno già ſtati guardati nel delinearla,*

2. *Sieno gli* E, C.

3. Eletti pure due termini giuſta la lunghezza dell' Iſola delineata corriſpondenti ai detti *E*, *C*,

4. Che ſaranno li z o,

5. E tirata dall' uno all' altro termine *E*, *C* dell' Iſola grande una Retta [*a*] *E C*, *giuſta il num. XVII. pag.* 13.

II. 6. *Come anche dall' un' all' altro* z o, *dell' Iſola delineata la Retta* [*a*] z o,

7. *Prendeſi qualunque arbitraria miſura ſulla* E C *dal* C *ſin' a qualunque punto* q,

8. *E ſia di Particbe* 4,

9. *Ed a proporzione faraſſi la ſteſſa miſura anche ſulla* o z *con ſegnare* 4 *Particelle della Riga dall' o ſia' al* q.

10. Poſcia eletto il punto *q* per prima ſtazione,

11. Ac-

11. Accomodata la Riga ſulla z o guardando, che quella ſia direttamente ſulla E C,
12. E fermato così il Cerchio della Tavoletta.
13. Dirigeſi il Raggio viſuale per mezzo della Riga dal punto *q* già ſegnato ai termini *d*, *c*, *b*, *a*, *g*, *k*, *e* dell' una, e l' altra Riva con ſegnare le linee dietro al detto Raggio ſulla Tavoletta, *giuſta il precedente Problema I.*

*

14. Poſcia eletta la ſeconda ſtazione ſu qualunque altro punto della Retta (*a*) E C, come in *f*,
15. Miſuraſi la diſtanza dall' una all' altra ſtazione, cioè dalla *q* ſin' alla *f*, *giuſta il numero XVII. pag.* 13.
16. E ſia di Pertiche 15,
17. E però particelle 15 della Riga converrà ſegnare ancora proporzionalmente ſulla z o dal *q* ſin al *f*.

III. 18. Poſcia *traſportata la Tavoletta in* f, *ch' è la ſeconda ſtazione*,
19. *Accomodata la Riga* ſulla z o,
20. *Guardata la ſtazione* q, *e fermato il Cerchio dello ſtrumento*,
21. *Volgeſi la Riga ſul punto* f, *e riguardauſi tutti i termini d' amendue le Rive già vedute con tirare le linee ſulla Tavoletta dietro al raggio viſuale, giuſta il precedente Probl. I.*
22. E con congiungere, *giuſta il detto Probl. I. le linee tirate dai punti dei ſegamenti*.
23. *Vedranſi ſulla Tavoletta la Riva* a b c d *dall' una*,
24. *E la Riva* e k g *dall' altra parte delineate dirimpetto all' Iſola della detta Tavoletta*,
25. *Proporzionali alle Rive propoſte*,
26. *E per conſeguenza tutta l' Iſola della Tavoletta, e le ſue Rive* a b c d *dall' una, e* g k e *dall' altra parte dirimpetto ad eſſa*,
27. *Proporzionale a tutta l' Iſola del fiume* a b c d *dall' una, ed* e k g *dall' altra parte dirimpetto ad eſſa*.

Circa

(z) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

§. CXVIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Che l' Iſola della Tavoletta ſiaſi delineata proporzionale in picciolo all' Iſola grande del fiume, ciò riluce dal precedente §,
2. E che poi ſulla ſteſſa Tavoletta ſi ſieno anche delineate in picciolo le Rive dirimpetto all' Iſola picciola,
3. Proporzionali alle Rive dirimpetto all' Iſola grande,
4. Ciò dimoſtreraſſi conſiderando, che la linea *q f* delle due ſtazioni ſiaſi tirata dai termini *q f* dell' Iſola picciola,
5. Proporzionale alla *q f* tirata dai termini *q f* dell' Iſola grande,
6. Per conſeguenza anche tutti i Triangoli [*a*] deſcritti dai detti termini della *q f* ſin' ai termini delle Rive del fiume,
7. Saranno proporzionali a tutti i Triangoli [*a*] deſcritti dai termini *q f* tirati ſin' a' detti termini delle Rive, *giuſta li due antecedenti Problemi*,
8. Ma i termini dei mentovati Triangoli (*a*) altro non ſono, ch' i termini delle dette Rive.
9. Dunque deſcrivendo i Triangoli (*a*) proporzionali in picciolo, ſi deſcrivono i termini delle Rive, ovvero le ſteſſe Rive in picciolo.

Il che era ec.

Soggiungiamo un

*

Avvertimento I.

1. Che, ſe forſe egli foſſe impoſſibile d' entrare in mezzo all' Iſola per delinearla, ſi poſſa quella circondare, *giuſta i Problemi del Cap. 7. Lib. 1. Part. 1.*
2. Ed in tale caſo non potendoſi nemmeno eleggere le due ſtazioni in mezzo all' Iſola per portare ſulla Tavoletta anche le Rive proporzionali dirimpetto, ſarà d' uopo eleggere due linee ſulle Rive della

ſteſſa

ſteſſa Iſola, ſulle quali linee s' abbiano i due punti delle due ſtazioni,

3. Oſſervando ſempre, che accuratamente le dette linee delle ſtazioni tirate ſul terreno ſieno proporzionalmente tirate ancora nell' Iſola delineata ſulla Tavoletta, come ſi è fatto al *numero I. della pagina* 584.

4. Toccante l' Icnografia (*b*) noi non manchiamo di quì ſoggiugnere opportuno un

(b) *Icnografia chiamaſi commenemente la notizia di portare con una delineazione proporzionale in picciolo ciò, che vedeſi ſopra la Terra in grande.*

*

Avvertimento II.

(c) *Superficie piana intendeſi volgarmente preſſo a' Geometri pratici una pianura.*

1. Avviene ſovvente, che alcuno bramerebbe miſurare le Superficie piane (*c*) dei Terreni, ſenza avere l'incomodo d' andarle a vedere.

2. E perciò quì ne moſtreremo il modo facile:

3. O che le propoſte Superficie (*d*) ſono Triangolari (*e*), o che hanno più angoli, nel primo caſo baſta, che alcuno ne miſuri accuratamente i tre lati, e che ci dia notizia di qual miſura quelli ſiano.

(d) *Superficie è una ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(e) *Triangolare, ciò che è fatto in figura di Triangolo, cioè in una figura di tre lati, come* △

4. Perocchè portati i detti tre lati in carta proporzionalmente, ſe ne diſegna il Trangolo (*a*) proporzionale, e ſe ne computa l'Area (*f*), *giuſta il Problema IV. della pag.* 166.

(f) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ ⬠ *ec.*

5. In eſempio: Sieno dati tre lati d' un Triangolo [*a*],

6. Dei quali ſia

Il Primo di Pertiche 10, Piedi 3,
Il ſecondo di Pertiche 8,
Il terzo di Pertiche 12.

7. Tiraſi dietro alla Riga della Tavoletta una Linea *A B* di Pertiche 10, Piedi 3, *giuſta il Cap. 7. Lib. 1. Parte 1.*, come vedeſi fatto nella *Figura CCXLVIII. foglio* 31.

8. Preſa poi col compaſſo la diſtanza del ſecondo lato di Pertiche 8 dietro alla detta Riga,

9. E piantato un piede o nell' uno, o nell' altro eſtremo della *A B*, come ora in *A*, deſcriveſi colla detta diſtanza l'Arco *C D*.

10. Preſa poi ancora col compaſſo la diſtanza del terzo lato di Pertiche 12 dietro alla Riga,

11. E piantato un piede ſul punto *B*, altro eſtremo

della tirata *A B*, si descrive colla detta distanza l'arco *B F*,

12. Ed osservato il punto *G*, in cui i detti archi si segano,

13. Tiransi dal mentovato punto *G* alle due stremità *A*, *B* le *G A*, *G B*,

14. Che saraſſi descritto il Triangolo [*a*] *A B G* proporzionale al proposto.

(a) *Triangolo è una figura di tre lati, come* △

(b) *Superficie è una estensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

*

15. Nel secondo caso poi, quando le proposte Superficie [*b*] hanno più angoli, ne daremo la regola per quelle di quattro, poichè dietro a tale regola si designeranno tutte le altre Figure Rettilinee [*c*] senza averle mai vedute.

(c) *Figura Rettilinea è quella, che è contenuta da linee rette, cioè da quelle, che immaginandosi tirate come un filo teso, come* △ □ *ec.*

16. La detta Regola sarà dunque, che si misurino non solo tutti, e quattro i lati, di qualunque Quadrilatero [*d*], ma ancora la loro Diagonale [*e*], e che se ne dia la notizia a chi le vuole misurare in carta senza averle vedute.

17. In esempio: siansi misurati i quattro lati d'un Quadrilatero [*d*],

(d) *Quadrilatero è una figura di 4 lati, come* ▱

18. Il primo de' quali sia di Pertiche 18,
Il secondo di Pertiche 16,
Il Terzo di Pertiche 15,
Ed il quarto di Pertiche 17,

19. Ed oltre a ciò siasi ancora misurata la Diagonale (*e*) di Pertiche 22,

20. Ora per descrivere questo Quadrilatero [*d*] sulla Tavoletta tirasi per la prima cosa una linea *A B* (come vedesi nella *Fig. CCXLIX. fol.* 31.) la quale giusta il *num.* 7, 8 ec. abbia per mezzo della Riga le Pertiche 22 proporzionalmente, cioè la linea Diagonale [*e*],

21. Sopra la quale tiransi il primo, e secondo lato *A C*, *B D* da una parte, questo di 16, e quello di 18 Pertiche,

22. Ed il terzo, e quarto lato *A D*, *B D* questo di 17, quello di 15 Pertiche dall' altra parte nello stesso modo, come si è fatto al *num.* 7, 8 ec.

23. Che così si sarà descritto proporzionalmente tutto il Quadrilatero [*d*],

24. Fi-

*

24. Finalmente per misurare tanto il Triangolo [*a*], quanto il Quadrilatero [*d*], s'opra, *giusta il Probl.* 4. *della pag.* 166. che si sarà effettuato tutto l' intento.

*

25. Toccante le altre proposte Superficie (*b*) di più angoli dovrà il Misuratore ridurre le dette in più Quadrilateri [*d*], o in ogni caso in più Quadrilateri [*d*], e Triangoli (*a*) misurarne i lati, e le Diagonali (*e*) come si è detto, e tener conto accurato dei lati di ciascuna figura con darne distinta notizia a chi non le ha vedute, che così s' avrà tutto l' intento nel misurarle sopra la carta nel modo predetto, ed ancora, *giusta il Probl.* 7. *pag.* 176.

*

26. Fra le angustie de' pochi Problemi abbiamo bensì finora ristretta la nostra Icnografia (*f*), restandone ancora molti con diverse circostanze da proporre; ma riflettendo noi che n' abbiamo premesso il fondamento, e che oltre a ciò ripieni sono i Libri Geometrici della pratica Icnografia (*f*), come dicemmo, speriamo, che questo compendio potrà essere sufficiente per i Principianti, ed avanziamo piuttosto al Libro Quarto.

(e) *Diagonale è una linea per mezzo della quale due lati d' un' angolo si congiungono insieme, come nella qui soggiunta figura la a b è Diagonale, poichè per mezzo d' essa si congiungono insieme i due lati a c, e b dell' angolo c, ed i due a d, d b dell' angolo d.*

(f) *Icnografia chiamasi comunemente la notizia di portare con una delineazione proporzionale in picciolo ciò, che vedesi sopra la Terra in grande.*

LIBRO QUARTO.

In cui trattaſi della Geometria Aritmetica, ovvero d' inſegnare l' Aritmetica ſenza Aritmetica.

1. AFfinchè non ſembri paradoſſo al diſcreto Leggitore il noſtro modo di favellare, ci dichiariamo, che l'inſegnare l'Aritmetica ſenza Aritmetica altro non ſia preſſo di noi, che l'inſegnar a maneggiar i conti ſenza conoſcer le figure volgari de' numeri, e ſenza le regole, che comunemente nella ſocietà umana ſono note; ed oltre a ciò di dimoſtrare, come tutto l'Artificio Aritmetico ſia puramente fondato ſulla Geometria, ſenza aver d' uopo delle dette figure volgari de' Numeri, come dicemmo.
2. Conoſciamo bensì, che ne' tempi andati molti eruditi Valentuomini abbiano tanto per mezzo di certi *calcoli materiali*, quanto per mezzo di *vergole* facilitata l'Aritmetica.
3. Come ſi può diffuſamente vedere preſſo il *P. Scotto* nel ſuo Corſo Matematico, preſſo il *Nepero*, ed altri.
4. Queſti però nelle loro Opere lodevoli ſi ſono ſervitì anche delle ſolite figure di numeri 1, 2, 3, 4, 5 ec. come anche delle Regole uſuali del *Sommare*, *Sottrare*, *Multiplicar*, *Partire ec.*
5. Il P. Kirchero all' incontro nella ſua *Arte Combinatoria* ci promette di poterſi ritrovar, o forſe d' eſſerſi ritrovato un ſegreto, per mezzo del quale ſi poſſa fare qualunque Conto del Mondo ſenza numeri anche dagli ſteſſi idioti, ma l' inſegnamento pratico non n'è mai comparſo alla luce, per quello che ci è noto.
6. Noi ſtuzzicati dalle parole di queſto celebre Autore, abbiamo debolmente tentato, ſe mai foſſe poſſibile, di ridurr' all' effetto una tale idea; tantopiù,

poi-

poichè non ſappiamo, che veruno fin' ora vi ſi ſia meſſo.

7. Onde preghiamo *præ primis* l' avveduto Leggitore a non figurarſi di poter vedere dalla noſtra debolezza grandi ſcoperte in queſto genere, di compatire piuttoſto l'aſſunto bensì piacevole per la novità, ma molto rozzo ancora, e d'additarci, per quell'amore, ch'egli porta ad una facile verità, qualche miglior lume, affinchè quello a perfezion ridur ſi poſſa. Il che effettueraſſi con avanzarne alcun ragguaglio o a Noi in Roveredo, o allo Stampatore in Venezia.

8. Affinchè dunque il diſcreto Leggitore comprenda ſu qual fondamento poſi queſta noſtra debole invenzione, ecco che gli poniamo ſott' agli occhi

(a) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

I.

Lo Strumento, per mezzo di cui s' eſercita l'Aritmetica ſenza Aritmetica.

1. Queſto conſiſte in un gran Quadrato (*a*) delineato ſopra d'una carta reale, come lo moſtra la *Figura I. foglio* 1.

2. La cui Area (*b*) è diviſa in *cento* altri Quadrati (*a*) *bianchi*, e *neri*, ſegnati ne' loro angoli per mezzo di quattro Stelle, i quali cento Quadrati (*a*) noi chiameremo *Quadrati* (*a*) *primi*.

3. Ciaſcun di queſti *Quadrati* (*a*) *primi* contiene altri *quattro* Quadrati (*a*), dei quali tre angoli hanno queſto ſegno ⁘, ed il quarto una ſtella, e queſti chiamiamo noi *Quadrati* (*a*) *ſecondi*.

4. Ciaſcun di queſti *Quadrati* (*a*) *ſecondi* contiene *venticinque* altri Quadrati (*a*) minori, che noi chiamiamo *Quadrati* (*a*) *terzi*.

*

5. De' quali *Quadrati* (*a*) *terzi* vedonſi *cento* terminare ſu ciaſcun lato del Quadrato (*a*) grande, cioè ſull' *A B*, *B D*, *D C*, *C A*.

6. I quali *cento Quadrati* (*a*) *terzi* ſono ſegnati di *dieci* in *dieci* con una ſtella,

(a) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

7. E frammezzo a ciascuna Decina evvi il seguente segno \, che ce ne mostra *cinque*.
8. Questa è la struttura dello Strumento, su cui noi impareremo

II.

Il modo di numerare senza Aritmetica.

1. Questo è chiarissimo qualor siasi inteso ciò, che nella struttura del gran Quadrato [a] dicemmo. Perocchè il comprendere l'accennata struttura altro non è, che numerare.
2. Onde giacchè su ciascun lato del gran Quadrato (a), cioè sull' *A B*, *B D*, *D C* ec. si vedono *dieci* Decine di *Quadrati* (a) *terzi*, segnate per mezzo delle stelle (come dicemmo) nello stesso tempo si possono dire anche numerate.
3. Sicchè supposto, che sul lato *A B* si sieno vedute, ovvero numerate *dieci* Decine di *Quadrati* (a) *terzi*, cioè *cento*, questi appariscono rinchiusi fra il detto lato *A B*, e la prima linea *c d* ec. ad esso Paralella (b),
4. E per conseguenza fra il mentovato lato *A B*, e la seconda linea *f g* si vedono, o si numerano *duecento Quadrati* (a) *terzi*.
5. Fra il medesimo lato *A B*, e la terza linea *b i*, *trecento Quadrati* (a) *terzi*,
6. Fra lo stesso lato *A B*, e la quarta linea *e o*, *quattrocento*, poscia successivamente di linea in linea *cinquecento*, *seicento*, *settecento* ec. *Quadrati* [a] *terzi*, e giungendo finalmente sin' all' ultima linea o sia lato *C D* si vedranno, o si numereranno *dieci milla Quadrati* (a) *terzi*.

*

7. Ciò che si è detto intorno alle linee di *dieci* Decine o sia di *cento Quadrati* (a) *terzi*, per il modo di numerare, deesi pure intendere circa le linee d' una *Decina* sola, rinchiusa fra due stelle, e circa le altre a quella Paralelle (b),

8. Co-

8. Come anche circa le linee di *cinque Quadrati* (*a*) *terzi*, e le altre Parallele (*b*) alle predette.

9. Perocchè, ſiccome nella *Fig. II. fol.* 2. appariſce, che fra la *a b*, e la ſua prima Parallela (*b*) *e d* ſi comprendono *dieci Quadrati* (*a*) *terzi*,

10. Così appariſce pure, che fra la detta *a b*, e la ſeconda Parallela (*b*) *e f* ſe ne comprendono *venti*,

11. Fra la medeſima *a b*, e la terza Parallela [*b*] *g b* ſe ne comprendono *trenta*,

12. Fra la ſteſſa *a b*, e la quarta Parallela (*b*) *i l quaranta*, e così ulteriormente ſin' all' ultima Parallela [*b*] *m n*, che ſi comprenderanno *cento Quadrati* [*a*] *terzi*.

13. E ſiccome fra la *o b*, e la *p q* ſi comprendono, o numerano *cinque Quadrati* [*a*] *terzi*,

14. Così fra la *o b*, e la *k f* ſe ne comprendono, o numerano *dieci*,

15. E fra la ſteſſa *o b*, e la *t z venticinque*.

*

16. Siccome poi ciaſcun *Quadrato* (*a*) *primo* bianco, o nero contiene *cento Quadrati* [*a*] *terzi* (come da ciò, che fin' ora s' è detto, chiaramente riluce) così preſſo ciaſcuno di quelli numeranſi *cento* di queſti.

17. E per conſeguenza preſſo la metà di ciaſcuno dei mentovati *Quadrati* (*a*) *primi* ſi conteranno cinquanta *Quadrati* (*a*) *terzi*,

18. Preſſo ciaſcun *Quadrato* (*a*) *ſecondo* (che è il quarto d' un primo) ſe ne conteranno *venticinque*,

19. Preſſo ciaſcun lato del detto *Quadrato* (*a*) *ſecondo cinque*,

20. E quelli, che nel nominato lato ſono meno di *cinque*, cioè *quattro*, *tre*, *due*, *uno*; ſaranno pure contati per *quattro*, *tre*, *due*, *uno*.

21. Suppoſto che dall' avveduto Leggitore ſia ciò, che fin' ora ſi è detto, chiaramente inteſo, avanzeremo al

(b) *Parallele Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l' una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli e squadra, e di quattro lati uguali, come* □

CAPO PRIMO.

In cui trattasi di Sommare, Sottrarre, Multiplicare, e Partir gli Interi senza Aritmetica.

Ma prima premettesi al solito

*

Il Fondamento di tutte le Regole del presente Capo.

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

Il quale consiste in rappresentare sul gran Quadrato (a) per mezzo dei Quadrati (a) *primi*, *secondi*, e *terzi*, già accennati quì addietro al *num. I. num.* 2. 3. ec. i Numeri, che nel Sommare, Sottrarre, Multiplicare, e Dividere saranno proposti.

*

1. Supponesi, che un *Numero Intero sia quello, il quale non è diviso in alcuna parte*.
2. In esempio: quando semplicemente si concepisce una Lira di denaro, una Pertica di terreno ec. senza far la Lira in Soldi, la Pertica in Piedi ec.
3. Ciò che poi sia *Sommare*, *Sottrarre*, *Multiplicar*, e *Partire* apparirà ne' quì soggiunti Problemi. Vediamo dunque nel

PROBLEMA I.

Il modo di sommare gli Interi (b) senza Aritmetica.

1. Il Sommare altro non è, che *raccorre più numeri in una sola summa*.
2. In esempio: volendo noi sommare i seguenti tre Numeri, *Dieci*, *Otto*, e *Sette*, li raccorremo insieme

fieme dicendo volgarmente: *Dieci*, ed *Otto* fanno *Diciotto*, e *Sette* appresso fanno *Venticinque*.

(c) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

3. E questa raccolta di *Venticinque* chiamasi la *Somma* degli accennati tre Numeri *Dieci*, *Otto*, e *Sette*.
4. Ora propongasi appunto in

I. Ipotesi. (c)

1. Gli antecedenti tre numeri *Dieci*, *Otto*, e *Sette*,
2. I quali senza l'Aritmetica usuale debbansi raccorre in una somma.

Dico per

II. Regola.

Che segnati i proposti numeri sul gran Quadrato (a) l'uno dopo l'altro, osservando ove essi principiano, ed ove finiscono, se ne vede su lo stesso Quadrato (a) chiaramente la somma.

Eccone la

III. Pratica.

1. Siccome, quando si somma colle solite figure dell'Aritmetica 1, 2, 3, 4, 5, 6 ec. debbono i numeri esser notati in carta, così quando si somma senza le dette figure dell' Aritmetica, debbono i numeri esser segnati sulla carta nel modo seguente:
2. Prendesi una squadra alla mano di materia ben soda, cioè d' ottone, o di ferro, come vedesi nella *Figura III. foglio* 2., le cui braccia *f g*, *g o* sieno tanto lunghe, quanto sono i lati del gran Quadrato (a),
3. La quale squadra dovrà anche servire per l' altre operazioni del *Sottrarre*, *Multiplicare*, *Partire ec.*
4. E dovendosi segnare colla nominata squadra i proposti numeri

Dieci,
Otto,
Sette,

5. Ponesi la punta dell' uno, o dell'altro braccio d'essa sul gran Quadrato (a) nello stesso modo, come

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

la *Figura X. del foglio* 10. (la quale ci immaginiamo essere una parte del detto gran Quadrato (*a*) lo dimostra;

6. Ove vedesi, che per segnare il primo numero di *Dieci*, si è posta la punta della squadra sul termine *b*, cioè sul punto, su cui finiscono i *Dieci* Quadrati (*a*) terzi presso la stella,
7. Che così sarassi segnato il detto numero di *Dieci*.
8. Si discende poscia coll' accennata punta della Squadra dal punto *b*, o sia dalla stella sin' alla *z*, che si saranno segnati anche *Otto*.
9. Finalmente s'avanza colla detta punta della Squadra sette *Quadrati* (*a*) *terzi* all' ingiù, cioè dalla *z* sin' al *X*, che si saranno segnati tutti e tre i numeri proposti.
10. Ora per saper la somma dei mentovati numeri, basta contar i *Quadrati* (*a*) *terzi* già segnati *dal punto, ove quelli cominciano, sin' al punto, ove finiscono*,
11. Cioè dall' *A* sin' al *X*, che (giusta ciò che si è detto) ritroveransi venticinque *Quadrati* (*a*) *terzi*, ed appunto di venticinque è la somma dei tre proposti numeri

Dieci,
Otto,
Sette.

Circa

§. CXIX.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Non fa d'uopo suggerir altra cosa all' avveduto Leggitore, perocchè la Figura stessa del gran Quadrato ne mostra l'evidente verità col numero dei *Quadrati* (*a*) *terzi*; talmente, che il far l'operazione pratica del *Sommare* è lo stesso che farne la *Dimostrazione*.

Vedasi nel

PRO-

PROBLEMA II.

Il modo di ſommar maggior quantità d' Interi (b) *di quella, che nel precedente Problema ſi è veduta, ſenza Aritmetica.*

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

Siano in

I. Ipoteſi (c).

(c) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

1. Da ſommarſi i quì ſoggiunti numeri
   Seſſanta
   Quaranta
   Cento
   Duecento
2. I quali ſenza l' uſuale Aritmetica debbanſi racorre inſieme,
3. Dico per

(d) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

II. Regola.

Che ſegnati i propoſti numeri ſul gran Quadrato (a), come ſi è fatto nel Problema precedente, ſe ne vede ſu quello chiaramente la ſomma.

Eccone la

III. Pratica.

1. Pongaſi la punta della ſquadra ſul primo Rettangolo [d] *A d* del gran Quadrato [a] *della Figura I. fol. 1.*
2. Ed in iſpezie ſulla ſtella, che moſtra *ſeſſanta Quadrati* [a] *terzi*, cioè ſul punto *Y*, *Giuſta il num. 6. della Pratica precedente;*
3. Che ſi ſarà ſegnato il primo numero di *ſeſſanta*,
4. Diſcendendo poſcia colla detta punta della ſquadra dall' *Y* ſin' alla *B* ſi ſarà ſegnato il ſecondo numero di *quaranta*, *giuſta il detto numero 6*,
5. Co-

[a] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro ugnali, come* ▭

5. Così, che coi due numeri di *sessanta*, e *quaranta* si sarà scorso tutto il Rettangolo [a] *A d*,
6. E però volendo aggiunger appresso ai detti il terzo numero di *Cento*,
7. Converrà continuar l' operazione colla solita squadra sul seguente Rettangolo (*a*) *c g*,
8. Il quale tutt' intero è appunto di *Cento Quadrati* (*b*) *terzi*, *giusta il num. 6. pag. 596.*
9. Finalmente volendovi aggiunger il quarto numero di *Duecento*,

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati ugnali, come* □

10. Converrassi ulteriormente continuar l' operazione coll' accennata squadra sul seguente Rettangolo (*a*) *f i*, ch' è di *Cento Quadrati* (*b*) *terzi*,
11. E per gli altri *Cento* passar al seguente Rettangolo (*a*) *b o*, che n' è pure di *Cento*,
12. Ed in tale guisa si sarà segnato anch' il numero di duecento presso agli altri. Onde la punta della squadra ritroverassi sul punto *o*,
13. Cioè alla fine del quarto Rettangolo (*a*) *b o*.
14. Ora contando tutti i *Quadrati* (*b*) *terzi* che si sono scorsi colla squadra dal punto *A* fin' al punto *o*, ritroveransi *quattrocento*, ed appunto di *quattrocento* è la somma de' quattro numeri proposti.

Sessanta
Quaranta
Cento
Duecento

Circa

§. CXX.

La sua Ragione dimostrativa.

Questa rendesi chiara senz' altra speculazione, qualor s' abbia il gran Quadrato [b] sott' agli occhi.

Circa la Squadra però, di cui si serviamo per far le operazioni nella nostra Aritmetica Geometrica, fa d' uopo un

*

Avvertimento I.

1. Cioè, ch' immaginandoci, che nel sommare malagevole possa riuscir al Leggitore la mentovata Squadra;

dra; accagione che mentre ci ſerviamo d' un braccio di quella nello ſcorrere con eſſo all' in ſu, o all' ingiù il gran Quadrato, l' altro ci ſarà colla ſua lunghezza di qualche impedimento, e perciò converrà far fare una Squadra di ferro, o d'ottone, la quale circa il ſuo angolo Retto (*c*) ſi poſſa ſnodare, come vediamo fatto *nella Fig. IV. fol.* 2. in cui vedonſi amendue le braccia *f g*, *b i* della Squadra ſeconda unite aſſieme, ed iſnodate,

(c) *Angolo retto è volgarmente un angolo a ſquadra, come L.*

2. E coll' unione d' amendue le braccia potraſſi per mezzo della punta *b* più agevolmente ſcorrere al gran Quadrato (*b*) e ſegnarvi i propoſti numeri l' uno dietro all' altro.
3. Soggiungiamo poi un

*

Avvertimento II.

1. Dicendo, che per facilitar il ſommare ne' numeri di Centinaja ec. potraſſi operare come nel ſeguente eſempio:
2. Supponiamo, che debbanſi ſommare queſti due numeri,

Cinquanta, e
Cento

3. E ſupponiamo ancora, che nella *Fig. V. fol.* 2. tutt' il Rettangolo (*a*) *A g* ſia di *Cento Quadrati* (*b*) *terzi*,
4. E la di lui metà dell' *A* ſin' al *b* ne ſia di *Cinquanta*,
5. Per ſegnar dunque il primo numero propoſto di *Cinquanta*, accomoderaſſi la punta della Squadra ſul punto *b*, come vedeſi fatto nella Figura accennata,
6. Ma per ſegnar il ſecondo numero di *Cento* non ſarà d' uopo diſcendere colla punta della ſquadra ſin' alla fine del Rettangolo (*a*) *A g*, come per altro ſi ſuol fare, per ſegnar ivi dal *b* ſin' al *c Cinquanta*,
7. E poi portar la detta Squadra ſul ſeguente Rettangolo (*a*) *e d* dall' *e* ſin' all' *o* per ſegnarne altri *Cinquanta*,
8. Ma ſenza abbaſſare, nè alzar la nominata Squadra, potraſſi colla punta d'eſſa avanzar dietro la linea

b f

[a] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(c) *Sommare è raccorre più numeri insieme.*

(d) *Sottrarre nell' Aritmetica dicesi, quando levando da un numero maggiore un minore resta alcuna cosa, ovvero levando un numero uguale da un'uguale resta nulla, come levando due da tre resta uno, ovvero levando due da due non resta niente.*

(e) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

b f sul seguente Rettangolo (*a*) *e d* dal *b* in *e*, come vedesi nella *Figura VI. foglio* 2.

9. Ch' il primo Rettangolo (*a*) *A g* intero mostrerà *Cento*,

10. Ed il Rettangolo (*a*) *e f*, cioè la metà del secondo *e d*, mostrerà Cinquanta *Quadrati* (*b*) *terzi*, che fanno cogli altri la somma di *Cento*, e *Cinquanta*.

11. Lo stesso opereraſſi, quando occorrerà raccorre *Duecento*, *Trecento*, *Quattrocento*, *ec. Mille*, *Duemilla*, *Tremilla*, *ec.*

12. Molti altri modi facili tanto nel *Sommare* (*c*), quanto nel *Sottrarre* (*d*), *Multiplicare* (*e*), *Partire* (*f*), ec. che quì noi non abbiamo espressi, si parranno avanti gli occhi dell'intelligente Leggitore sull'atto dell'esercizio, il quale avvertiamo di aver noi distesо il gran Quadrato (*b*) solo fin'a diecimilla *Quadrati* (*b*) *terzi*, potendo quello esser distesо in infinito, quando lo spazio della carta, e la smisurata grandezza della Squadra, che a tal effetto richiederebbesi, lo permettesse.

13. Con tutto ciò colla distesa di Diecimilla *Quadrati terzi* (*b*) speriamo di scioglier molti Problemi ne' quali ci sieno proposti numeri assai maggiori del detto, come in appresso si comprenderà.

14. Inteso il *Sommare* (*c*) degli Interi (*g*), passiamo avanti, e vediamo nel

PROBLEMA III.

Il modo di sottrar gli Interi (g) senza Aritmetica.

1. Egli è cosa manifesta, ch' il *sottrar altro non sia, che levar un numero minore da un numero maggiore, e di sapere ciò che ne rimanga.*

2. In esempio, volendo noi levar *Cinquanta* da Cento, ne rimangono *Cinquanta*.

3. E però proponiamo in

I. Ipotesi. (*h*)

1. Il detto numero di *Cento*, da cui si debbano sottrarre *Cinquanta* senza le figure dell' usuale Aritmetica.

Dico

Dico per

II. Regola.

Che ſegnato colla Squadra il numero, da cui un altro ſi ſottragge, come anche quello, che ſi ſottragge ſul gran Quadrato (*b*), chiaramente ſe ne vedrà il Reſiduo.

(f) *Partire, o ſia dividere nell'Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

Eccone la

III. Pratica.

1. Segniſi ſul gran Quadrato (*b*) il numero di *Cento*, ed il numero di *Cinquanta* nel modo ſeguente:
2. Accomodiſi la Squadra aperta in modo, che colle ſue due braccia comprenda un primo Quadrato (*b*) bianco, o nero *a d u o*, come vedeſi nella *Figura VII. foglio* 2., la quale rappreſenta ſolo una parte del gran Quadrato (*b*),
3. Il qual *primo Quadrato* (*b*) contiene appunto *Cento*, cioè cento *Quadrati* (*b*) *terzi*, *giuſta la pag.* 593. *num.* 16.
4. E dovendone levar *Cinquanta*, s'avanza colla Squadra ſulla ſteſſa linea *b b* dal *b* verſo l'*b*, ſinchè ne ſieno paſſati *Cinquanta*, come vedeſi nella *Figura VIII. foglio* 2, ove la linea *o m* moſtra il termine dei paſſati *Cinquanta*.
5. Ciò fatto, guardiſi ciò che le due braccia della Squadra ancora comprendono dal *Quadrato* (*b*) *primo* già ſegnato,
6. Che vedranſi *Cinquanta* rinchiuſi nel Rettangolo (*a*) *a m*, *giuſta il numero* 17. *della pag.* 593,

(g) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(h) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Circa

§. CXXI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

Vedaſi ciò, che nel §. precedente dicemmo.
Ora oſſerviamo ulteriormente nel

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

PROBLEMA IV.

Il modo di ſottrarre gli Interi (a) dagli Interi (a) quando i numeri ſono maggiori di quelli del precedente Problema.

[b] *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

1. Propongaſi in

I. Ipoteſi. (b)

1. Un numero di *Mille, e Duecento*, da cui ſi debba ſottrarre [c] il numero di *Cent', e Cinquanta* ſenza le figure dell' uſuale Aritmetica,

(c) *Sottrarre nell' Aritmetica diceſi, quando levando da un numero maggiore un minore reſta alcuna coſa, ovvero levando un numero uguale da un' uguale reſta nulla, come levando due da tre reſta uno, ovvero levando due da due non reſta niente.*

Dico per

II. Regola.

Che, ſegnato colla Squadra tanto l'uno, quanto l'altro numero ſul gran Quadrato (d) come ſi è fatto nel precedente Problema, ſe ne vede il Reſiduo.

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

Eccone la

III. Pratica.

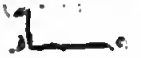
1. Immaginiamoci, che la *Fig. IX. fol.* 13. ci rappreſenti una ſola parte del gran Quadrato [d].
2. E però dovendoſi ſu queſto ſegnare il propoſto numero di *mille, e duecento*, operaſi come ſegue:
3. Giacchè tutt' il Rettangolo [e] *A Z* è di mille, *giuſta il numero 16. della pag. 593.*
4. Si paſſa colla ſquadra ſul ſeguente Rettangolo [e] *X M* per ſegnarvi anche il *Duecento*,
5. Il qual numero contienſi ne' due *Quadrati* (d) *primi x o, t u*,
6. E però accomodaſi l'angolo eſterno [f] della Squadra ſul punto *m*,

7. Che

7. Che in tal guisa oltre il *Mille* si vedrà segnato anche il *Duecento*.
8. Ora dovendo da *Mille*, e *duecento* levarne *Cent' e Cinquanta*, s'avvanza coll' angolo esterno della squadra sulla linea *Z X* verso la *X* fin che si sieno passati *Cent'*, e *cinquanta Quadrati* [*d*] *terzi*,
9. Cioè fino che la detta Squadra sarà giunta alla linea *p q*,
10. Ed allora vedrassi restare il Rettangolo [*e*] *X q* di *Cinquanta*, ed il Rettangolo [*e*] *A Z* di *Mille*,
11. Sicchè in tutto *Mille*, e *Cinquanta Quadrati* (*d*) *terzi*.
12. Onde fatta la sottrazione di *Cent'*, e *Cinquanta* da *Mille*, e *duecento*, il Residuo sarà di *Mille* e *Cinquanta*,

(e) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Angolo esterno è quello, che si considera fuori della Figura, e per abuso noi chiamiamo angolo, come nella qui soggiunta l'angolo a b c è angolo esterno.*



Circa

§. CXXII.

La sua Ragione dimostrativa.

Replichiamo ciò che nel precedente §. dicemmo. Non manchiamo di dire poi per

*

Avvertimento.

1. Che toccante l' uso della Squadra, che serve alle operazioni de' Conti sul gran Quadrato (*d*), quella può essere in diverse guise adoprata,
2. Cioè alle volte aperta come vedesi nelle *Fig. VII.* ed *VIII. fol.* 2.
3. Alle volte chiusa, come apparisce nella *Fig. V. e VI. fol.* 2.
4. Talor aperta in modo, ch'entro le sue braccia ed angolo interno comprenda una proposta Quantità di *Quadrati* (*d*) *terzi*, come la *Figura VII. foglio* 2. lo fa manifesto.
5. Talor posta in modo, che colle sue braccia ed angolo esterno [*f*] segni il fine d' una proposta quantità di *Quadrati* (*d*) *terzi* come lo dimostra la *Fig. IX. fol.* 13.

6. Ed ulteriormente ancor in altre maniere, le quali nell' eſercizio delle operazioni verranno all' avveduto Leggitore più in acconcio.

Proſeguiamo il noſtro cammino, e conſideriamo nel

PROBLEMA V.

Il modo di multiplicare (a) gli Interi (b) per gli Interi (b) ſenza Aritmetica.

1. Supponiamo per coſa nota, che il *multiplicare altro non ſia, che il dire con due numeri: tante volte tanto fa tanto*,
2. In eſempio: ſe diremo due volte *quattro* fanno *otto*, ovvero quattro volte *due* fanno *otto*, chiamaſi la multiplicazione del numero *quattro* per *due*, ovvero del numero *due* per il numero *quattro*.
3. Gli accennati due numeri di *due*, e *quattro* chiamanſi *Fattori*,
4. Ed il numero *otto* da eſſi fatto chiamaſi il *Prodotto* (c),
5. Ciò premeſſo propongaſi in

I. Ipoteſi (d).

1. Il numero di *Venti* da multiplicarſi (a) per *Venti*,
2. E cerchiſene il *Prodotto* (c) ſenza l'uſuale Aritmetica,

Dico per

II. Regola.

I. Che contati i due numeri da multiplicarſi (a) ſu due lati differenti del gran Quadrato (e), cominciando da qualunque angolo del detto,

II. Accomodata la Squadra in modo, che l'un, e l'altro braccio ſegnino il fine dei due numeri propoſti ſu i detti due lati,

III. Il contenuto della Squadra ſarà il Prodotto (c) della propoſta multiplicazione (f).

Ecco-

(a) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte uno fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(c) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto 6 chiamaſi il Prodotto.*

(d) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Nella *Fig. X. fol.* 13. (la quale ci immaginiamo, che rappresenti una parte del gran Quadrato [*e*]) continsi *venti*, cioè *uno dei due numeri da multiplicarsi* [*a*] sul lato *A D incominciando dall' angolo A* sin' al punto *Q*,

2. *Continsi* pure sul lato *A F differente dal lato A D, dallo stesso angolo A sin' al punto r altri venti*,

3. *Che è l' altro dei due numeri da multiplicarsi* [*a*]

II. 4. *Accomodinsi poscia le braccia della Squadra in modo*, che *l' uno segni sul punto Q del* lato *A D il fine del numero di venti già contati* dall' *A* sin' al *Q*,

5. *E l' altro segni sul punto r* del lato *A F il fine pure del numero venti* già contati dall' *A* sin' al *r*,

III. 6. E vedasi poi quanti *Quadrati* [*e*] *terzi* la Squadra così accomodata contenga,

7. Che se ne ritroveranno *quattrocento*, *giusta il numero 16. pag.* 593.

8. Ed appunto di *quattrocento* è il Prodotto (*c*) che proviene dalla multiplicazione [*f*] fatta dei due numeri propost i,

9. Cioè di *venti* per *venti*,

(e) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati ugnali, come* □

(f) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

Circa

§. CXXIII.

La sua Ragione dimostrativa.

Benchè essa sia chiara, con tutto ciò la può vedere il Leggitore già distesa *al* §. 134. *del Cap.* 2. *Problema* 9. *di questo Libro*, o anche *al* §. 5. *pag.* 24.

Per miglior intelligenza di ciò che s' è detto vedasi nel

PRO-

(a) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

PROBLEMA VI.

Il modo di multiplicare (a) gli Interi (b) per gli Interi senza Aritmetica per mezzo d' una Figura differente da quella, che nel precedente Problema si è veduta.

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

Propongasi in

I. Ipotesi [c].

1. Un numero di *Trenta cinque* da multiplicarsi [a] per un' altro di *Trenta*,
2. E se ne cerchi il Prodotto [d] senza l' usuale Aritmetica,

Dico per

[c] *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

II. Regola.

Che contati i due numeri su i lati del gran Quadrato (e), ed accomodatavi la Squadra nel modo già veduto nell' anteeedente Problema, se ne ritrova il Prodotto (d).

(d) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre si fa sei, e questo sei chiamasi il Prodotto.*

Eccone la

III. Pratica.

1. Nella *Figura XI. fol.* 13. la quale c' immaginiamo che rappresenti solo una parte del gran Quadrato [e],
2. Continsi *Trentacinque, cioè uno dei due numeri da multiplicarsi* [a] *sul lato A M, dall' A sin' al F,*
3. *E dallo stesso angolo A continsi sul lato A G Trenta, dall' A sin' all' O, ch' è l' altro numero da multiplicarsi* [a],
4. *Accomodato poscia un braccio della Squadra sul lato A M nel punto F, in cui il numero di Trentacinque finisce.*

5. *E*

5. *E l' altro braccio ſul lato A G nel punto O, in cui il numero di Trenta pure finiſce,*
6. Vedeſi la Squadra abbracciare il Rettangolo [*f*] *O F*, il quale conſiſte in nove *Quadrati* [*e*] *primi e tre mezzi, giuſta il numero 16. pag. 593.*
7. E però per non confonderſi nel contarvi i *Quadrati* [*e*] *terzi*, ſi conſiderano prima i nove *Quadrati* [*e*] *primi*, che contengono *novecento Quadrati* [*e*] *terzi*, *giuſta il detto numero 16 pag. 593.*
8. Poſcia i tre mezzi, che fanno un intero, e mezzo *Quadrato* [*e*] *primo* di *Cento*, e *cinquanta* pure *Quadrati* [*e*] *terzi*,
9. Sicchè tutt' il Prodotto [*d*] di nove interi *Quadrati* [*e*] *primi* è di tre mezzi, che dalla multiplicazione [*g*] dei due numeri *Trentacinque*, e *Trenta* proviene, e di *mille*, *e cinquanta Quadrati* [*e*] *terzi*,

Di cui ſi può vedere

(e) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(f) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

§. CXXIV.

La Ragione dimoſtrativa

Al *già citato* §. 5. *pag.* 28., ove appariſce il Fondamento dell'accennata multiplicazione [*g*]. Onde non fa d'uopo replicar altro.

Soggiungeremo però un

(g) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

*

Avvertimento.

1. Per conſervar l'ordine, e non confonderſi nel contar il contenuto de' *Quadrati* [*e*] *terzi*, che in qualunque multiplicazione [*g*] vedeſi fra le braccia della Squadra,
2. Perocchè per la prima coſa contanſi i *Quadrati* [*e*] *primi* bianchi, o neri,
3. Poſcia i mezzi *Quadrati* [*e*] *primi*.
4. Ulteriormente le Decine de' *Quadrati* [*e*] *primi*.
5. Poi i Rettangoli (*f*) di cinque in cinque contenuti ne' *Quadrati* [*e*] *ſecondi*,
6. E finalmente i reſtanti *Quadrati* (*e*) *terzi*.

7. In

(a) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(b) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

7. In eſempio: Nella *Figura XII. foglio* 13. la quale ci rappreſenta ſolo una parte del gran Quadrato (*a*),
8. Contaſi al principio il Quadrato (*a*) primo *A o* di *Cento terzi*,
9. Poſcia i due *mezzi primi o f, o m*, ciaſcun di cinquanta, che coi predetti *Cento*, fanno *Duecento*,
10. Ulteriormente le due Decine d'un *Quadrato* (*a*) *primo*, cioè le *m n*, *f r*,
11. Che ſono inſieme di *Venti*, e con gli antecedenti fanno *Duecento*, *e Venti*,
12. Poi cinque volte cinque del *Quadrato* (*a*) *ſecondo o u*, che ſono *Venticinque*, e fanno inſieme coi predetti *Duecento*, e *Quarantacinque*,
13. E finalmente i reſtanti *Quadrati* (*a*) *terzi*, cioè i *Cinque* del Rettangolo [*b*] *u r*, ed i *Cinque* del Rettangolo [*b*] *u n*, che ſono inſieme *Dieci*, e fanno coi gia contati *Duecento*, *e Cinquanta cinque*,
14. A cui aggiungeſi il Quadrato (*a*) terzo *u p*, che l'intero numero contenuto dalle braccia della Squadra nella preſente Figura è di *Duecento cinquanta ſei* Quadrati [*a*] terzi,
15. I quali poſſono ſempre avere quel valore, che il Leggitore ſi farà ideato.
16. E con un poco d'eſercizio avvezzeraſſi l'occhio a contar con preſtezza ciò ch'è di *Mille*, ciò ch'è di *Cento*, ciò ch'è di *Cinquanta*, ciò ch'è di *Dieci* ec. *Quadrati* (*a*) *terzi* ſul gran Quadrato (*a*).

Vediamo nel

PROBLEMA VII.

Il modo di divider gli Interi (c) *ſenza Aritmetica.*

1. Supponiamo, che il *divider un Numero per un altro Numero ſia lo ſteſſo, che ſapere quante volte l'uno ſi contenga nell' altro.*
2. In eſempio: Se vogliamo divider il numero *Venti* per il numero *Cinque*, veniamo a ſapere, che queſto contienſi quattro volte in quello.
3. Egli è pur noto, che *tre*, o anche *quattro* coſe richiedonſi per intender il *Dividere*.

4. Im-

4. Imperciocchè il propoſto numero da dividerſi chiamaſi iſteſſamente

1. *Numero da dividerſi.*

5. In eſempio: ſuppoſto che vogliamo divider il numero *ventitre*, queſto chiamaſi il *numero da eſſer diviſo*,

6. Il numero per mezzo del quale ſe ne divide un altro, chiamaſi

2. *Il Diviſore*, o *Partitore*.

7. Come volendo divider l'accennato numero di *ventitre* per *Cinque*, queſto *Cinque* chiamaſi il *Diviſore*.

8. Il numero, che moſtra quante volte il Diviſore contienſi nel *numero da dividerſi*, chiamaſi

3. *Il Quoto*, o *Quoziente*.

9. Come volendo dividere il numero di *ventitre* per *Cinque*, come dicemmo, il numero *quattro*, che moſtra contenerſi il detto *Cinque*, o ſia *Diviſore* quattro volte nel ventitre chiamaſi *Quoziente*.

10. E ſe tutte le volte non contienſi interamente il Diviſore nel numero da dividerſi, reſtandone alcuna parte, queſta chiamaſi

4. *Il Reſiduo*.

11. Come nell' addotto eſempio nel numero *ventitre* contienſi il numero *Cinque*, cioè il *Diviſore quattro* volte, e ne reſta ancora *tre*, il qual *Tre* non è un' intero numero *Cinque*, ma ſolo una parte d' eſſo, e però chiamaſi queſto *Tre* il *Reſiduo*.

12. Ciò per neceſſaria notizia premeſſo

13. Propongaſi in

I. Ipoteſi. (*d*)

Il numero *Quattrocento*, cioè quello ſteſſo che fu prodotto [*e*] dalla multiplicazione (*f*) fatta nel *Problema V.* precedente,

Il quale debbaſi dividere (*g*) per il numero *venti* ſenza Aritmetica,

Dico per

II. Regola,

1. Che ritrovato nel gran Quadrato (*a*) il numero da dividerſi in un' Area Quadrata (*b*) o Rettangola (*i*) in modo, che il Diviſore (*k*)

(d) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(e) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſei chiamaſi Prodotto.*

(f) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(g) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica dicesi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(h) *Area Quadrata, o ſia Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(i) *Area Rettangola, o ſia Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(k) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne farà il Diviſore.*

ſi conti da qualunque angolo ſopra uno de' lati, e ſi ſegni per mezzo d' un braccio della Squadra.

II. L' altro braccio moſtrerà il Quoziente (a) ſopra l' altro lato, che termina ſul detto angolo.

(a) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il Diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

Ecco queſta Regola ſpiegata colla

III. Pratica.

I. 1. Dovendoſi per la prima coſa *ritrovar il numero da dividerſi* (b) *cioè il Quattrocento nel gran Quadrato* (c) *in figura o Quadrata* (c) *o Rettangola* (d) *in modo, ch' il Diviſore* (e), *cioè il venti ſia un lato della detta Figura*,

2. Prenderaſſi la ſquadra alla mano ſegnando con un braccio di quella ſul lato v. g. *A F* della *Figura X. fol.* 13. il Diviſore (e) di *Venti* dall' angolo *A ſin' al r*,

3. Poſcia *accomoderaſſi l' altro braccio m Q in modo, che col predetto comprendaſi Quattrocento Quadrati* (c) *terzi d' Area* (f),

4. Come la preſente Figura nell' Area (f) appunto Quadrata (c) *A r Q m* chiaramente lo moſtra,

II. 5. Ed allora oſſervato il punto *Q ſegnato dal detto braccio m Q vedraſſi il Quoziente* (a) *di Venti*,

6. *Il quale ſopra quell' altro lato A D, che termina ſull' accennato angolo A, contaſi dal Q ſin all' A.*

(b) *Dividere, o ſia Partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(c) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(d) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(e) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne ſarà il Diviſore.*

Eccone

§. CXXV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. S' egli è vero, *ch' il Dividere altro non ſia, ch' il ſapere quante volte ſi contenga il Diviſore* (e) *nel numero da dividerſi* (b), come alla pag. 608. n. 1. dicemmo,

2. E che nella preſente Figura Quadrata (c) *A r Q m* (ch' è il numero di *Quattrocento* da dividerſi (b)) il lato di *Venti* ſia il Diviſore (e),

3. Ne-

3. Neceſſariamente ſul lato *Q A* ritroverafſi, quante volte il detto Diviſore (*e*) ſi contenga nel mentovato numero di *Quattrocento*, cioè ritroverafſi neceſſariamente ſul lato *Q A* il Quoziente (*a*),
4. Perocchè moſtrando il termine *p* della linea *P Q* una volta il Diviſore (*e*) di *Venti* ſul lato *A Q*,
5. Il termine *s* della linea *s t* moſtrerà *due* volte il Diviſore (*e*) ſul lato *A Q*,
6. Il termine *o* della linea *o n* moſtrerà *tre* volte il Diviſore (*e*) ſul lato *A Q*,
7. Il termine *y* della linea *y z quattro* volte. E così proſeguendo di termine in termine di ciaſcuna linea tirata dal lato *r m* fin' al lato *A Q*, apparirà finalmente ſul detto lato *A Q Venti* volte il detto Diviſore (*e*) di *Venti* contenuto nel numero *Quattrocento* da dividerſi (*b*);
8. Che è lo ſteſſo che dire: apparirà ſul lato *A Q* il Quoziente (*a*) di *Venti*.

Dunque

I. Ritrovato nel gran Quadrato (*c*) il numero da dividerſi (*b*) in un' Area Quadrata (*g*), o Rettangola (*b*) in modo, che il Diviſore (*e*) ſi conti da qualunque angolo ſopra uno dei lati, e ſi ſegni per mezzo d' un braccio della ſquadra,

II. L' altro braccio moſtrerà il Quoziente (*a*) ſopra l' altro lato, che termina ſul detto angolo.

Dobbiamo per mezzo d'un

(f) *Area appreſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ ▭ *ec.*

(g) *Area quadrata, o ſia Quadrato è una Figura di 4 angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(h) *Area Rettangola, o ſia Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

Avvertimento

Inſinuare al Leggitore, che nella Regola precedente s' è inſegnato, doverſi ritrovare il *numero da diviverſi* (*b*) in un' Area Quadrata (*g*), o Rettangola (*b*). E però ne ſegue che l' Area (*f*) del detto *numero da dividerſi* (*b*), che ſul gran Quadrato (*e*) ſi dee ricercare, non debba ſempre eſſere Quadrata (*g*), ma poſſa anch' eſſer Rettangola (*b*) dietro alla qualità del numero che ſarà da dividerſi (*b*). E per maggior chiarezza vediamo nel

PROBLEMA VIII.

Il modo di dividere [a] gli Interi [b] senza Aritmetica differente dall' antecedente.

Sia in

I. Ipoteſi (c).

Il numero di *Seicento* da dividerſi per il numero di *Venti* ſenza Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

Che ritrovato nel gran Quadrato (d) il propoſto numero da dividerſi (a) in Area (e), ed il Diviſore (f) ſopra d'un lato nel modo inſinuato nel Problema precedente, ſe ne ritrova il Quoziente (g) ſull'altro lato, come ivi.

Eccone la

III. Pratica.

1. Nella *Figura XIII. foglio* 13., la quale ci rappreſenta ſolo una parte del gran Quadrato (d) al ſolito, vedeſi, che le due braccia *m e*, *m c* della Squadra comprendono il numero di *Seicento da dividerſi* [a] nell' Area *B m* Rettangola [b],

2. E che il Diviſore [f] di *Venti* ſi è contato ſul lato *B F* dall' angolo *B* ſin' al punto *c*,

3. Il qual punto *c* è ſegnato per il braccio *m c* della Squadra.

4. E perciò giuſta la Regola dell' antecedente Problema, il lato *B* e moſtrerà il Quoziente [g] di *Trenta*.

5. Sicchè tanto all'Area Quadrata [i], quanto all'Area Rettangola [b] del *numero da dividerſi* [a] applicaſi la Regola del precedente Problema.

Toc-

(a) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica dicesi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

[c] *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſup poſto.*

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali, come* □

(e) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(f) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne ſarà il Diviſore.*

Toccante

§. CXXVI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

Queſta è la ſteſſa già veduta nel Problema VII.
Seguiamo il noſtro cammino, e vediamo ulteriormente nel

(g) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

PROBLEMA IX.

Il modo di dividere (a) gli Interi (b) ſenza Aritmetica, quando il numero da dividerſi (a) non può eſſer interamente compreſo in un Rettangolo [k], o in un Quadrato (d).

(h) *Area Rettangola, o ſia Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

Propongaſi in

I. Ipoteſi (c).

Il numero *Seicento undici* da dividerſi (a) per *Venti* ſenza Aritmetica.

(i) *Area Quadrata, o ſia Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

Dico per

II. Regola.

Che non potendoſi interamente comprendere il propoſto numero da dividerſi (a) in un Quadrato (d), o in un Rettangolo (k) ſul gran Quadrato (d), ſe lo comprende in un Rettangolo (k), o in un Quadrato (d) più proſſimo, laſciandone apparte il Reſiduo, ed operando per altro come nelle precedenti due Pratiche.

[k] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

Eccone la

III. Pratica.

1. Eſ-

(a) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

1. Essendo il proposto *numero da dividersi* (*a*) *di Seicento undici*, ed il *Divisore* [*b*] di *Venti*, quello non può essere interamente compreso nel Rettangolo [*c*] della precedente Figura.
2. Poichè comprendendo questo solo il numero di *Seicento*, n' avanzano undici, i quali rimarrebbero fuori del mentovato Rettangolo [*c*].
3. Nemmeno si può comprendere il nominato numero di *Seicento undici* in un Quadrato [*d*],
4. Imperciocchè se vogliamo applicare nella *Figura XIV. foglio* 13. un braccio *m c* della Squadra sopra il lato *A c* di *Venticinque*,

(b) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne sarà il Divisore.*

5. E l'altro *m b* sopra il lato *A b* pure di *Venticinque*,
6. Vedrassi il Quadrato [*d*] *A m* compresovi di *Seicento venticinque Quadrati* (*d*) *terzi*, cioè di *Quattordici* di più di *Seicento undici*, che sarebbe il proposto numero da dividersi [*a*].
7. Se poi si vorrà prender solo il numero di *Ventiquattro* tanto sul lato *A o*, quanto sul lato *A s*; giacchè il numero di *Venticinque* è troppo grande, vedrassi il Quadrato [*d*] *A r*, che nelle braccia *o r*, *r s* della Squadra comprenderebbesi solo di *Cinquecento settantasei*, come vedesi nella *Fig. XV. fol.* 13.
8. Il qual numero sarebbe di *Trentacinque* minore del proposto di *Seicento undici*.

(c) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

*

9. Sicchè il mentovato numero da dividersi [*a*] di *Seicento undici* non può essere sul gran Quadrato [*d*], nè in un Rettangolo [*c*], nè in un Quadrato (*d*) compreso.
10. *E però comprenderassi il detto numero di Seicento undici nel Rettangolo* (*c*) *di Seicento, come a quello più prossimo, e come nella Figura VIII. foglio* 13. già accennata si vede.
11. Ove essendo il Divisore [*b*] di *Venti* sul lato *B c*, il lato *B e* di *Trenta* sarà il Quoziente [*e*] del proposto numero di *Seicento undici*.
12. E quantunque (come dicemmo) tutt' il numero di *Seicento undici* non comprendasi nel veduto Rettangolo (*c*) *B m*, mancandone *undici*,
13. Questo numero d' undici terrassi a mente per Residuo.

*

14. In ſimili caſi, ne' quali il numero da dividerſi [a] non può eſſer compreſo nè in un Rettangolo (c), nè in un Quadrato (d), deeſi badare, che il *Reſiduo* ſia ſempre minore del *Diviſore* [b],

15. Come l'eſercizio nel formar Quadrati [d], o Rettangoli (c) per mezzo della Squadra ſul gran Quadrato (d) lo darà chiaramente a divedere.

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati eguali, come* □.

Tocçante

§. CXXVII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Queſta è la ſteſſa in ſoſtanza, che nel precedente §. vedemmo.

(e) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

*

2. Giacchè nel preſente Capo s'è trattato di *Numerare*, *Sommare*, *Sottrarre*, *Multiplicare*, e *Dividere* i Numeri Interi (f), paſſiamo al

CAPO II.

(f) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

In cui trattaſi di Sommare, Sottrarre, Multiplicare, e Dividere i Rotti ſenza Aritmetica.

E circa

*

Il Fondamento da premetterſi al ſolito di tutte le Regole del preſente Capo.

Quello conſiſte in rappreſentare i Rotti ſul gran Quadrato (d) per mezzo dei già mentovati Quadrati (d) *primi*, *ſecondi*, e *terzi*, o per mezzo delle loro *metà*, *terzi*, e *quarti* ec.

I. Ciò

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

I.

Ciò che sia un numero Rotto.

1. Facilmente si comprenderà dalla cognizione dei numeri Interi (*a*) già avuta alla *pag.* 594. *n.* 1.
2. *Il quale non è che una, o più parti uguali d' un Intero* (*a*),
3. In esempio: se concepiamo una *Pertica* di Terreno divisa in *sei* parti uguali, o sia *sei Piedi*, questi chiamansi i *Rotti* del numero Intero della Pertica.
4. E s' il Piede si soddivide in altre *dodici* parti uguali, cioè in *Dodici* Oncie, queste chiamansi i Rotti d' un Piede ec. Ciò presupposto vedasi

(b) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* $\frac{2}{3}$ *sono due parti d' un' unità divisa in tre,* $\frac{3}{4}$ *sono tre parti d' un' unità divisa in quattro ec.*

II.

Come si segnino, o si numerino i Rotti (*b*).

5. Giacchè, volendo ridurre un' Intero (*a*) in Rotti (*b*), quello si dee fare in tante parti uguali,
6. E' d' uopo rappresentar sul gran Quadrato (*c*) qualunque *Intero* [*a*] in figura di Quadrato (*c*), o di Rettangolo (*d*, o anche in linea: poichè in tal guisa farassi agevolmente in quante parti si vuole.
7. In esempio: propongasi un' Intero (*a*), il quale si debba far in dieci *Rotti* (*b*), o sia in dieci parti uguali;
8. Colle due braccia della Squadra si forma sul gran Quadrato (*c*) una Figura, che rappresenti o un Quadrato (*c*), o un Rettangolo (*d*) (come più verrà in acconcio) diviso in *Dieci* parti,
9. Come vedesi nella *Figura XVI. fol.* 4. in cui il Rettangolo (*d*) *P Q* rappresenta l' Intero (*a*) proposto, ed i *dieci Quadrati* (*c*) *terzi* compresivi si considerano per *Dieci* parti uguali, o sia per *dieci Rotti* (*b*), ne' quali esso Intero (*a*) dividesi.
10. Si potrebbe il mentovato Intero (*a*) rappresentare sul gran Quadrato (*c*) anche per mezzo d' un Quadrato (*c*) diviso in *dieci* parti, come vedesi nella *Fig. XVII. fol.* 4.

11. Quan-

11. Quando nel Quadrato (*c*) *A Q* ſi concepirà che ciaſcuna delle linee *a b*, *c d*, *e f* ec. ſin' all' ultima *A o* faccia una delle dieci parti, o ſia dei *dieci Rotti* (*b*),

12. Toccante i Rotti (*b*) d' un Intero (*a*) in linea, queſta è coſa da ſe ſteſſa chiara, perocchè nella detta *Figura XVII.* ſupponiamo, che la linea *s Q* ſia un Intero (*a*), le di cui dieci parti ſono i *dieci* Rotti (*b*),

13. Circa il numerar poi i numeri Rotti (*b*), ciò effettueraſſi con nominar quelle parti d' un Intero (*a*) nelle quali eſſo è ridotto,

14. In eſempio: ſe vorremo numerare *tre* Rotti (*b*) dell' accennato Intero (*a*) diviſo in *dieci* parti, diremo *Tre Decimi*, i quali noi ſcriviamo in carta in queſta guiſa $\frac{Tre}{Decimi}$

15. E ſul gran Quadraro (*c*) ſegnanſi colla Squadra nel modo ſeguente.

16. Segnato l' Intero (*a*) *P Q* della *Figura XVI. fol.* 4. colla detta Squadra come già vedemmo,

17. S' avanza con un braccio di quella ſino che ſi ſono paſſati tre *Quadrati* (*c*) *terzi*, nelle quali è diviſo l' *Intero* (*a*),

18. Come vedeſi fatto nel Rettangolo (*d*) *a b* della *Figura XVIII. fol.* 4.

19. Ovvero ſegnato l'Intero (*a*) ſul Quadrato (*c*) *A Q* della *Figura XVII. fol.* 4. come già moſtrammo,

20. S'avanza ſul lato *Q o* del detto Quadrato (*c*) *A Q* col braccio *Q o* della Squadra verſo il lato *A o*.

21. Sino ch' il braccio *S Q* abbia paſſato *tre* parti, o ſia *tre Rotti* (*b*) dei *Dieci*, che nel mentovato Quadrato (*c*) ſi concepiſcono.

22. Come vedeſi nella *Figura XIX. fol.* 4. in cui eſſendoſi il braccio *r G* della Squadra avanzato ſul lato *Q o* dal *Q* ſin' al *r*,

23. Egli ha paſſati i tre Rotti (*b*) *r c*, *m n*, *o b*,

24. E perciò moſtra il braccio *s r* tre di quelle parti Decime, o ſia di que' Decimi Rotti (*b*), che conſideranſi nell' Intero (*a*), o ſia Quadrato (*c*),

25. Ch' è lo ſteſſo che dire: egli moſtra $\frac{Tre}{Decimi}$

26. Queſti è dunque il modo di ſegnare, e numerare i Rotti (*b*) vediamo

(c) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(d) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

III.

Il Valore de' Rotti (a).

27. Dicemmo al numero 13., ch' il numerar i Rotti (a) altro non è, *che il numerar quelle parti d' un Intero* (b), *nelle quali esso è ridotto.*

28. E supposto, ch' un *Intero* (b) sia ridotto in *Dieci* parti, volendo di queste numerare *Tre*, dirassi $\frac{Tre}{Decimi}$,

29. Ove le parti, che del detto *Intero* (b) numeransi, cioè il *Tre* chiamasi il *Numeratore* (c),

30. E le parti, in cui è ridotto il mentovato *Intero* (b), cioè il *Dieci*, chiamasi *Denominatore* (d).

31. Ove osservasi,

*

32. Che se il *Numeratore* (c) fosse uguale al *Denominatore* (d), cioè se tanto questo, quanto quello fosse di *dieci* parti, sicchè si facesse il Rotto (a) di $\frac{Dieci}{Decimi}$ allora direbbesi questo Rotto (a) uguale all' Intero (b).

*

33. S' il *Numeratore* (c) è minore del *Denominatore* (d), come se si dicesse $\frac{Tre}{Decimi}$, allora sarebbe un tal Rotto (a) minore d'un Intero (b),

34. Accagione, che il *Tre*, cioè *tre* parti sono meno di *dieci* parti, nelle quali intendesi ridotto un Intero (b).

*

35. S' il *Numeratore* (c) è maggiore del *Denominatore* (d), come se si dicesse $\frac{Quindici}{Decimi}$, allora questo Rotto (a) direbbesi maggiore d' un Intero (b), perocchè egli è chiaro, che *quindici* parti sono più di *dieci* parti, nelle quali supponesi diviso un Intero (b). Ora consideriamo

(a) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d' un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d' un' unità divisa in quattro ec.*

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(c) *Numeratore è quel numero, il quale notato sopra la linea d' un Rotto indica le parti d' un Intero diviso, scritto sotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamosi Numeratore.*

IV.

Quale di due propoſti Rotti (a) ſia maggiore, o minore.

36. Per ſaper queſto è d'uopo inneſtar inſieme le parti dei due *Denominatori* (*d*) talmente, che ſe ne faccia un ſolo *Denominatore* (*d*) comune ad amendue i Rotti (*a*) propoſti; che i *Numeratori* (*c*) moſtreranno ciò che ſi ricerca.

37. In eſempio propongan ſi i due ſeguenti *Rotti* (*a*)

$$\frac{\text{Quattro}}{\text{Seſti}}, \qquad \frac{\text{Cinque}}{\text{Settimi}},$$

38. Per ſaper quale d' eſſi ſia il maggiore, prendaſi la Squadra alla mano, facciaſi colle due braccia un Rettangolo [*e*] ſul gran Quadrato (*f*),

39. In modo, ch' un lato d' eſſo ſia di ſei parti, ch' è uno dei due *Denominatori* (*d*) propoſti,

40. E l'altro di parti *Sette*, delle quali è l'altro *Denominatore* (*d*),

41. Come vedeſi fatto nella *Figura XX. foglio* 4., in cui il lato *A c* è di *ſei* parti,

42. Ed il lato *A m* di *ſette* parti,

43. I quali due lati formano il Rettangolo (*e*) *m c* di *Quarantadue Quadrati* (*f*) *terzi*, ch'è come un inneſto prodotto dagli accennati due *Denominatori* (*d*) di *ſei*, e *ſette* parti.

44. Ora quello, che dei due propoſti Rotti (*a*) avrà più parti delle dette *Quarantadue*, ſarà il maggiore.

45. Onde cerchiſi il *Numeratore* (*c*) dell' uno, e dell' altro Rotto (*a*) ſul lato del ſuo *Denominatore* (*d*), cioè il *Numeratore* (*c*) di *Quattro* ſul lato *a c* di *Sei* dall' *A* ſin' al *n*,

46. Ed il *Numeratore* (*c*) di *Cinque* ſul lato *A m* di *Sette* parti dall' *A* ſin' al *p*,

47. Che le due linee *n o*, *p b*

48. Tirate dai termini dei Numeratori (*c*) *n*, *p*

49. Sin' alle braccia della Squadra *m s*, *c z*, faranno i due Rettangoli (*e*) *n m*, *p c*,

50. Queſto per il Rotto (*a*) di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Settimi}}$, quello per il Rotto (*a*) di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Seſti}}$.

(d) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviſo in ſette parti.*

[*e*] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(a) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

51. E però vedendosi nel Rettangolo (*a*) *p c Trenta Quadrati* (*b*) *terzi* per il Rotto (*c*) di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Settimi}}$,

52. E nel Rettangolo (*a*) *n m vent' otto Quadrati* (*b*) *terzi* per il Rotto (*c*) di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti}}$.

53. Il Rotto (*c*) di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Settimi}}$ è maggiore del Rotto (*c*) di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti}}$.

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

Vediamo ulteriormente

V.

Come si possano ridurr' i Rotti (c) a minori termini.

(c) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

54. In esempio propongasi il seguente Rotto (*c*) di $\frac{\text{Venti}}{\text{Sessagesimi}}$ da ridursi in minori termini,

55. Sicchè il Numeratore (*d*) si faccia minore di *Venti*, ed il Denominatore (*e*) minore di *Sessanta*.

56. *Riducansi tanto il Numeratore* (*d*), *quanto il Denominatore* (*e*) *in due diversi Rettangoli* (*a*),

57. *In modo che amendue abbiano un lato comune; poichè l'altro lato mostrerà i minori termini.*

58. V. gr. Nella *Figura XXI. foglio* 4. suppongasi il *Numeratore* (*d*) *di Venti* ridotto nel Rettangolo (*a*) *r m*,

59. Ove volendoci servir della *r p* per lato comune anche al seguente Rettangolo (*a*), in cui dee ridursi il *Denominatore* (*e*) di *Sessanta*,

60. Avanzeremo [come vedesi nella *Figura XXII. foglio* 4.] sulla stessa linea *p q* colla Squadra dal *p* fino al *d*,

61. Che così si farà ridotto il detto *Denominatore* (*e*) di *Sessanta* nel Rettangolo (*a*) *r d*, il cui lato *r p* è comune al lato *r p* della *precedente Figura XXI. foglio* 4.

62. Ed in tal guisa essendosi ridotto tanto il *Numeratore* (*d*), quanto il *Denominatore* (*e*) in due diversi

versi Rettangoli (*a*), ne' quali il lato comune è la *r p*,

63. L'altro lato di ciascuno dei detti Rettangoli (*a*), cioè l'*r o* nella *Figura XXI. foglio* 4., e l'*r u* nella *Figura XXII. foglio* 4. mostrano *Uno* per il *Numeratore* (*d*), e *Tre* per il *Denominatore* (*e*).

64. Sicchè farassi il Rotto (*c*) di $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo.}}$

65. Ed il proposto Rotto [*c*] di $\frac{\text{Venti}}{\text{Settagesimi}}$ si farà ridotto in minori termini, cioè in vece del *Numeratore* (*d*) di *Venti* nel *Numeratore* (*d*) di *Uno*, ed in vece del *Denominatore* (*e*) di *Sessanta* nel *Denominatore* (*e*) di *Tre*.

(d) *Numeratore è quel numero, il quale notato sopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviso, scritto sotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.*

*

66 Per dar meglio ad intendere il preaccennato modo di ridurr' a minori termini un proposto Rotto (*c*).

67. Sia il Rotto (*c*) di $\frac{\text{Settanta}}{\text{Ottuagelimi}}$ da ridursi in termini minori.

68. Se vogliamo sul gran Quadrato (*b*) ridurr' il Numeratore (*d*) di *Settanta* nel Rettangolo [*a*] *A a*

69. In modo, che il *lato A M* sia lato comune anche all'altro Rettangolo [*a*], in cui il *Denominatore* (*e*) di *Ottanta* deesi ridurre,

70. Ciò non potrà riuscirci, accagione che volendo noi avanzar colla Squadra sulla linea *M K* per cercare il Rettangolo (*a*), che comprenda il detto Denominatore (*e*) d'*Ottanta*, cioè per cercar' il Rettangolo (*a*) *A K*

71. Vedremo, che questo comprende *Cento*, e *quaranta* Quadrati (*b*) terzi, in vece di comprenderne solo *Ottanta*.

72. E perciò dovendo noi precisamente avere il Rettangolo (*a*) del *Numeratore* (*d*) di *Sessanta*, e del *Denominatore* (*e*) d'*Ottanta*, i quali abbiano un lato comune, come s'è detto,

73. Dovransi l'uno, e l'altro numero cercar sul gran Quadrato (*b*) con ordine nel seguente modo:

(e) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviso in sette parti.*

74. Sup-

74. Supponendo, ch' il Leggitore abbia offervato ciò che *alla pag.* 591. *n.* 3. *ec.* dicemmo, cioè che nel gran Quadrato (*a*) ſi conſiderino preſſo il lato *A B* le linee Parallele (*b*) *c d*, *f g*, *b i*, *q o* ec.

75. Perciò, quando va in traccia d' un Rettangolo (*c*), che comprenda tanto il *Numeratore* (*d*) quanto il *Denominatore* (*e*) d' un propoſto Rotto (*f*), e ch' abbia un lato comune ad amendue,

76. Dee prima cercar' il mentovato lato comune fra il detto lato *A B* del gran Quadrato [*a*], e la prima linea Parallela (*b*) *c d*,

77. E ſe ivi non lo ritrova, dee egli avanzare alla ſeconda Parallela (*b*) *f g*, e vedere ſe fra il nominato lato *A B*, e la detta Parallela (*b*) lo ritrova,

78. Se nè meno ivi non lo ritrova è d' uopo paſſar' all' altra proſſima Parallela (*b*) *b i*,

79. E così ulteriormente di Parallela (*b*) a Parallela [*b*] fino ch' il mentovato lato comune del Rettangolo (*c*) che comprenda tanto il *Numeratore* [*d*] quanto il *Denominatore* (*e*) propoſto ſi ritrovi.

80. Come nel propoſto Rotto [*f*] di $\frac{Settanta}{Ottuageſimi}$ avendo cercato fra il lato *A B* del gran Quadrato (*a*), e la Parallela [*b*] *c d*, non ſi è ritrovato il lato comune per il detto Rotto [*f*],

81. Nemmeno fra il più volte nominato lato *A B*, e le ſeguenti Parallele (*b*) *f g*, *b i*, *q o* ec.

82. Ma finalmente ritrovaſi fra l' accennato lato *A B*, e la Parallela [*b*] *S T*,

83. Perocchè il Rettangolo (*c*) *A t* è quello, che comprende *Ottanta* per il *Denominatore* [*e*] e per conſeguenza anche *Settanta* per il *Numeratore* (*d*).

84. Onde la *A b* del detto Rettangolo [*c*] è quel lato comune, che per i mentovati due numeri ricercavaſi.

85. Sicchè figurandoci, ch' il più volte nominato Rettangolo [*c*] *A t* del gran Quadrato (*a*) ſiaſi traſportato ſulla *Fig. XXIII. fol.* 5.

86. S' abbraccia al ſolito colla ſquadra il Rettangolo [*c*] *A m* di *Settanta*, ch' è il *Numeratore* [*d*],

87. Ove il braccio *m s* moſtra ſul lato *A s* (cioè ſu quello, che non è comune) il numero *Sette* per il Numeratore [*d*] di minori termini,

88. Ed

(a) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(b) *Parallele Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

(c) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(d) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d' un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v.g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il Tre nominato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

88. Ed avanzando poi colla Squadra dietro la *b t*, come vedesi fatto nella *Figura XXIV. fol.* 5. dal *b* fin' al *t*,

89. Si sarà formato il Rettangolo (*c*) *A t* d' *Ottanta* per il *Denominatore* [*e*], ed il braccio *t s* della Squadra mostra sul detto lato *A s* il numero *Otto* per il *Denominatore* (*e*) di minori termini,

90. Sicchè il proposto Rotto (*f*) di $\frac{\text{Settanta}}{\text{Ottuagesimi}}$

91. Si sarà fatto in minori termini in questa guisa: $\frac{\text{Sette}}{\text{Ottavi}}$

(*e*) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, e sia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in sette parti.*

*

92. Se forse le due *Figure XXIII.*, e *XXIV.* non fossero da se stesse sufficienti per mostrare al principiante il fondamento della riduzione dei Rotti [*f*] in minori termini,

93. Considerì, ch' i Rettangoli (*c*) delle *Figure XXIII.*, e *XXIV.* sono della stessa altezza, e dica sul fondamento della prima del sesto d' Euclide.

94. Come l' Area (*g*) *A m* della *Figura XXIII.* alla sua Base (*b*) *A s*,

95. Così l' Area (*g*) *A t* della *Figura XXIV.* alla sua Base [*b*] *A s*,

(*f*) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d' un' unità divisa in tre; e* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d' un' unità divisa in quattro ec.*

(*g*) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

*

96. Avvertasi, ch' il lato comune del Rettangolo (*c*), in cui tanto il *Numeratore* (*d*) quanto il *Denominatore* (*e*) comprendonsi, si chiama usualmente la *comune misura*,

97. E l' altro lato (come s' è veduto) serve per conoscervi i minori termini del Rotto (*f*). L' esercizio illuminerà maggiormente il Leggitore.

98. Seguiamo a vedere

(*h*) *Base è comunemente il lato inferiore di qualunque Triangolo (cioè d' una Figura di tre lati) ovvero nominati due lati, il terzo sempre chiamasi Base, benchè non sia lato inferiore.*

(a) *Rotto, o sia numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* Due Terzi *sono due parti d'un' unità divisa in tre, tre* Tre Quarti *sono tre parti d' un' unità divisa in quattro ec.*

VI.

Come più Rotti (a) di diversa Denominazione si riducano ad una medesima.

98. Sia proposto il Rotto [a] di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$, ed il Rotto (a) di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(c) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* Tre Settimi *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un' Intero diviso in sette parti.*

99. I quali essendo di diversa Denominazione, cioè di Terzi, e Quarti,

100. Debbansi ridurre ad una Denominazione medesima,

101. Formisi un Rettangolo (b) di cui un lato rappresenti il *Denominatore* (c) de' *terzi*, e l' altro il *Denominatore* (c) de' *Quarti*, che si sarà fatto ciò che si ricerca.

102. Nella *Figura XXV. fol.* 5. il lato *a b* del Rettangolo (b) *a e* diviso in tre parti rappresenti il *Denominatore* (c) de' *terzi*,

103. Ed il lato *a d* diviso in quattro parti rappresenti il *Denominatore* (c) de' *quarti*.

104. Ch' in tal guisa conterrà il detto Rettangolo (b) *a e* dodici Quadrati (d), cioè il *Denominatore* (c) di *Dodici* comune ad amendue i Rotti (a).

105. Ora per aver' i *Numeratori* (e) del detto comune *Denominatore* (c),

106. Cercansi i due *Terzi* sul lato dei *terzi*, cioè sul lato *a b* dall' *a* sin' al *f*, cioè sin' al termine della linea *f g*,

107. Ed il Rettangolo (b), che termina su questa linea *f g*, cioè il Rettangolo (b) *a g* mostra Otto Quadrati (d), cioè il numero d' Otto per il *Numeratore* (e) dei *Terzi*,

108. Cercansi ancora *Tre quarti* sul lato dei *quarti*, cioè sul lato *a d* dall' *a* sin' al *m*,

109. Cioè sin' al termine della linea *u m*,

110. Ch' il Quadrato (d), che termina sulla detta linea *u m*, cioè il Quadrato (d) *a u* mostra *nove Quadrati* (d), cioè il numero *nove* per il *Numeratore* [e] dei quarti.

111. Sic-

111. Sicchè i propoſti due Rotti (*a*) di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ e di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ di diverſa Denominazione ſi ſono ridotti ad una ſola Denominazione, ed eglino ſaranno ne ſeguenti termini $\frac{\text{Otto}}{\text{Duodecimi}}$ $\frac{\text{Nove}}{\text{Duodecimi}}$.

112. Vedaſi *il numero IV.*, ove moſtraſi quali di due Rotti (*a*) ſia il maggiore, poichè avraſſi ancor maggior lume in queſta materia.

*

113. E per ſempre più comprenderla, ſi propongano i ſeguenti tre Rotti (*a*) $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ $\frac{\text{Quattro}}{\text{Quinti}}$ di diverſa Denominazione da ridurſi ad una medeſima.

114. Ridotti i primi due alla detta, come ora s'è fatto, ſi forma un Rettangolo (*b*), di cui un lato ſia il numero della già mentovata Denominazione, e l'altro il numero del Denominatore (*c*) del terzo Rotto (*a*).

115. Dal qual Rettangolo (*b*) ſi cavano poi i nuovi Numeratori (*e*), giuſta ciò, che ſi è moſtrato di ſopra.

116. In eſempio: Ridotti i primi due Rotti [*a*] ad una ſteſſa Denominazione, queſta conſiſte nel numero di *Dodici*,

117. Queſto numero di *Dodici* dovrà dunque ſervire per un lato del Rettangolo [*b*] da farſi, come nella *Figura XXVI. foglio* 5. ſi vede nella linea *a c*,

118. E l'altro lato d'eſſo ſarà la *a g* di parti *Cinque*,

119. Giacchè il Denominatore (*c*) del terzo Rotto (*a*) propoſto è di *Cinque*.

120. Ed in tale guiſa ſi farà fatto il Rettangolo (*b*) *g c*, il quale contiene *Seſſanta* Quadrati (*d*), cioè il numero di *Seſſanta* per il comune Denominatore (*c*) per tutti e tre i Rotti (*a*) propoſti.

*

121. Ora per avere i *Numeratori* [*e*] del detto comune Denominatore (*c*),

(d) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(c) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e quello Tre chiamaſi Numeratore.*

122. Giacchè l' ultima Denominazione fatta del numero di *Dodici* è per così dire un' innesto dei precedenti due Rotti [*a*] di Terzi, e di Quarti, come dicemmo al numero 43.

123. Dovranſi ſul lato *a c* [ch' è appunto l' ultima Denominazione di parti *Dodici*] cercare i mentovati Numeratori (*b*).

124. E però il Numeratore (*b*) del primo Rotto [*a*], che nella *Figura XXV.* conſiſteva nel Rettangolo [*c*] *a g* d' *Otto* Quadrati [*d*] terzi,

125. Cercaſi ſul detto lato *a c* contandone *Otto* parti dall' *a* fin' al *r*,

126. E giacchè ſul punto *r* termina la linea *p r*,

127. E che queſta colla *r a* fa il Rettangolo [*c*] *p a* di Quadrati [*d*] *quaranta*, cioè il numero di *Quaranta*,

128. Appunto di *Quaranta* ſarà il numero del Numeratore (*b*) del primo Rotto (*a*) di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$

129. Così parimente ritrovaſi il Numeratore (*b*) del ſecondo Rotto [*a*], che nell' accennata *Figura XXV.* conſiſteva nel Rettangolo (*c*) *a u* di *Nove Quadrati* (*d*),

130. Poichè ſul detto lato *a c* della *Figura XXVI.* ritrovanſi *nove* parti dall' *a* fin' all' *o*,

131. E giacchè termina ſul punto *o* la *t o*,

132. E che queſto colla *o a* fa il Rettangolo [*c*] *t a* di Quadrati [*d*] *quaranta cinque* cioè il numero di *Quaranta cinque*,

133. Appunto di *Quaranta cinque* ſarà il numero del Numeratore [*b*] del ſecondo Rotto (*a*) di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$.

*

124. Toccante poi il Numeratore (*b*) di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Quinti}}$ che è del terzo Rotto (*a*) propoſto,

135. Cercaſi nell' accennato Rettangolo (*c*) *g p* il lato dei Quinti, cioè il lato *e k*,

136. E ſu quello contati *quattro* dal *k* fin' al *b*,

137. Vedeſi ch' il punto *b* è la ſtremità della linea *d b*,

138. E perciò con queſta, e colla *b k* ſi fa il Rettangolo (*a*) *d k* di Quadrati (*d*) *quarant' otto*, cioè il numero di *Quarant' otto*,

139. Il

(a) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d' un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parquarti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(c) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d' un Rotto indica le parti d' un Intero diviſo, ſcrivendo ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Seſtimi}}$ *di Tre ſeſtimi notato di ſopra indica Tre parti delle Seſte ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

(c) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra' loro uguali, come* ▭

139. Il quale è appunto il Numeratore [*b*] del terzo proposto Rotto [*a*] di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Quinti}}$.

140. Sicchè i prenominati *tre* Rotti [*a*] di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}, \frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}},$ e $\frac{\text{Quattro}}{\text{Quinti}}$ si faranno ridotti ad una stessa *Denominazione*, considerandoli per $\frac{\text{Quaranta}}{\text{Sessagesimi}}, \frac{\text{Quarantacinque}}{\text{Sessagesimi}},$ e $\frac{\text{Quarantotto}}{\text{Sessagesimi}}$.

*

141. Affinchè poi il Leggitore possa comprendere, come ulteriormente in infinitum più altri Rotti [*a*] si possano ridurre ad una stessa Denominazione, vogliamo supporre, che presso i tre già proposti Rotti [*a*] di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}, \frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}},$ e $\frac{\text{Quattro}}{\text{Quinti}}$ ve ne sia anche un quarto di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$.

142. In questo caso osservasi lo stesso modo già insinuato ai numeri 114. e 115. ec.

143. E formasi un ulteriore Rettangolo [*c*], di cui un lato sarà il numero dell' ultima Denominazione di *Sessanta*, e l'altro il numero del *Denominatore* [*e*] del proposto Rotto [*a*], cioè il *Sei*.

144. Sicchè si farà il Rettangolo [*c*] *M G*, di cui il lato *B G* è di *Sessanta*, ed il lato *B M* di sei parti, come la *Figura XXVII. foglio* 5. lo mostra,

145. Il qual Rettangolo [*c*] contiene *Trecento*, e *Sessanta* Quadrati [*d*], cioè il numero di *Trecentosessanta*, ch'è il comune Denominatore [*e*] di tutti e quattro i Rotti [*a*] proposti.

*

146. Per i nuovi Numeratori [*b*], giacchè l' ultima Denominazione fatta del numero di *Sessanta* è per così dire un innesto dei precedenti tre Rotti [*a*] di *Terzi*, *Quarti*, e *Quinti*, come al numero 122. dicemmo,

147. Dovransi sul lato *B G*, ch'è appunto l'ultima Denominazione di parti Sessanta, cercare i mentovati nuovi Numeratori [*b*],

148. E però il Numeratore [*b*] del primo Rotto [*a*], che

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(e) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in sette parti.*

era di *Quaranta*, cercasi sul detto lato *B G* dal *B* fin' al *m*,

149. E giacchè sul punto *m* termina la linea *n m*,

150. E che questa colla *B M* fa il Rettangolo [a] *M m* di Quadrati [b] *Duecento quaranta*, cioè il numero di *Duecento quaranta*,

151. Appunto di *Duecento quaranta* sarà il numero del *Numeratore* [c] del primo Rotto [d],

152. Così ancora il *Numeratore* [c] del secondo Rotto [d], ch' era di *Quarantacinque*, ritrovasi sul detto lato *B G*, dal *B* fin' all' *a*,

153. E terminando sul punto *a* la *p a*, la quale colla *B a* fa il Rettangolo [a] *a M* di Quadrati [b] *Duecento settanta*, cioè il numero di *Duecento settanta*.

154. Di *Duecento settanta* appunto sarà il *Numeratore* [c] del secondo Rotto [d].

155. Ed in tale guisa operando ulteriormente, ritroverassi nel Rettangolo [a] *B q* di Quadrati [b] *Duecent' ottantotto*, il numero di *Duecent' ottantotto* appunto, che sarà il *Numeratore* [c] del terzo Rotto [d].

156. Finalmente per il *Numeratore* [c] del quarto Rotto [d] il quale è di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$ cercasi nell' accennato Rettangolo [a] *M G* il lato dei Sesti,

157. Cioè il lato *G e*,

158. E contati cinque dal *G* fin al *X* vedesi, ch' il punto *X* è la stremità della linea *G X*;

159. E però con questa, *e* colla *B G* si fa il Rettangolo [a] *X B* di Quadrati [b] *Trecento*, cioè il numero di *Trecento*,

160. Il quale è appunto il *Numeratore* [c] del quarto proposto Rotto [d] di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$,

161. Sicchè i prenominati quattro Rotti [d] di

$\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$

$\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$

$\frac{\text{Quattro}}{\text{Quinti}}$

$\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$

[a] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(c) *Numeratore è quel numero, il quale notato sopra la linea d' un Rotto indica le parti d'un Intero diviso, scritto sotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.*

(d) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d' un'unità divisa in quattro ec.*

(e) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

$\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$

si saranno ridotti ad una medesima Denominazione, considerando

Il primo di $\frac{\text{Duecento quaranta}}{\text{Trecentesimi Sessagesimi,}}$

Il secondo di $\frac{\text{Duecento settanta}}{\text{Trecentesimi Sessagesimi,}}$

Il terzo di $\frac{\text{Duecento ottantotto}}{\text{Trecentesimi Sessagesimi,}}$

Il quarto di $\frac{\text{Trecento}}{\text{Trecentesimi Sessagesimi,}}$

162. Ed in tale guisa si possono infiniti altri ridurre ad una stessa Denominazione. Vediamo finalmente

VII.

Come si riducano i Rotti (d) agli Interi (e), e gli Interi (e) ai Rotti (d).

163. In esempio sia da ridursi agli Interi [e] il seguente Rotto [d] di $\frac{\text{Sessanta}}{\text{Duodecimi}}$

164. Dividasi il Numeratore [c] per il Denominatore [f], che il Quoziente [g] mostrerà il numero degli Interi [e],

165. Sicchè dividasi il numero *Sessanta* per il numero *Dodici*, *giusta il Problema 7. del Capo 1.*

166. Cioè facciasi per mezzo della *Figura XXVIII. fol. 5.* il Rettangolo [a] *A C*,

167. Il cui lato *b A* di dodici è il Divisore [b],

168. Ch' il lato *b c* mostrerà il Quoziente [g] di *Cinque*,

169. Sicchè *Cinque* sono gli Interi [e], ne' quali si è ridotto il Rotto [d] di $\frac{\text{Sessanta}}{\text{Duodecimi}}$.

*

170. Se poi gl' Interi [e] si debbono ridurre in Rotti [d], si multiplicano quelli per il *Denominatore* [f] di questi, che il Prodotto [i] mostrerà ciò che si ricerca.

171. V. g. sieno da ridursi cinque Interi [e] in Rotti (d) di Duodecimi.

172. Multiplichisi (k) il numero *Cinque* per il numero *Dodici*, ch' è il *Denominatore* (f) del proposto Rotto [d], *giusta il Probl. V. del Capo 1.*

173. Cioè

(f) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviso in sette parti.*

(g) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entrà nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(h) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne farà il Divisore.*

(i) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre si fa sei, e questo sei chiamasi il Prodotto.*

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(a) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

173. Cioè facciasi nella già veduta *Figura XXVIII. fol.* 5. per mezzo dei due lati *b c* di *Cinque*, e *b A* di *Dodici* il Rettangolo [a] *A D* di *Sessanta*, ch' appunto in *Sessanta* Rotti [b] si sono ridotti i *Cinque Interi* [c].

*

174. Se gli Interi [c] da ridursi in Rotti [b] vi fosse qualche Rotto [b] aggiunto, cioè se agli accennati Cinque *Interi* [c] vi fosse anche il Rotto [b] di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Duodecimi}}$ appresso,

(b) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

175. Fatta la già veduta multiplicazione [d], s' aggiunge al Prodotto [e] di Sessanta anche il numero del Numeratore [f] del Rotto [b] aggiunto cioè, *Quattro*,

176. Che tutto il Prodotto [e] sarà di *Sessantaquattro*. Fatto fin' ora qualche preambolo circa la cognizione de' Rotti [b], vediamo nel

(c) *Intero è quel numero, il quale non è divisso in alcuna parte.*

PROBLEMA I.

Come si sommino i Numeri Rotti (b) senza l'usuale Aritmetica.

(d) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte sei fa sei.*

Già al *Probl. I. Capo I.* si è spiegato ciò che sia *sommare*, e però propongasi in

I. Ipotesi (g).

Da sommare senza Aritmetica i seguenti Rotti [b]

$\frac{\text{Tre}}{\text{Settagesimi Otto}}$

$\frac{\text{Settagesimi}}{\text{Quarantanove}}$

$\frac{}{\text{Settagesimi}}$

(e) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 si fa 6, e questo 6 chiamasi il Prodotto.*

Dico

Dico per

II. Regola.

Che quando i Rotti (*b*) ſono della ſteſſa Denominazione ſi ſommano i Numeratori (*f*) come ſi è fatto cogli Interi (*c*) nel Problema I. Capo I. reſtando fermo il comune Denominatore (*b*).

Eccone la

III. Pratica.

1. Giacchè i tre Rotti [*b*] propoſti ſono della ſteſſa Denominazione, la quale conſiſte nel numero *Seſſanta*,
2. Si ſommano inſieme i tre Numeratori [*f*], cioè *Tre*, *Otto*, *Quaranta nove*, giuſta il Problema I. Capo I.
3. Che la ſomma ſarà di *Seſſanta* Numeratori [*f*] ſotto ai quali dovendo reſtar fermo il comune Denominatore [*b*] di *Seſſanta*, la detta ſomma conſiſterà nel ſeguente Rotto [*b*]

Seſſanta
———
Seſſageſimi

4. Il quale Rotto [*b*] volendo non ridurre agli *Interi* [*c*], *giuſta il numero VII. pag. 629.* farà un' Intero [*c*] ſolo.
5. Diremo alcuna coſa circa

§. CXXVIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

6. Ma queſta riluce tanto chiara dalla ſteſſa operazione, che faſſi nel ſommar i Rotti [*b*], ed in ridurgli agli Interi [*c*], che niun' altra coſa fa d' uopo.

Avendo nel precedente Problema favellato de' Rotti [*b*] della ſteſſa Denominazione vediamo nel

PRO-

(f) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d' un Rotto indica de parti d' un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di*

Tre
———— *il Tre nome-*
Settimi

rato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.

(g) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(h) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di*

Tre
———— *il nume-*
Settimi

ro di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviſo in ſette parti.

(a) *Rotto, o sia Numero rotto è un'unità divisa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un'unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un'unità divisa in quattro ec.*

PROBLEMA II.

Come si sommino i Rotti (a) di diversa Denominazione senza l'usuale Aritmetica.

Siano in

I. Ipotesi (b).

[b] *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

I seguenti Rotti [a]

$$\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$$

$$\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$$

$$\frac{\text{Cinque}}{\text{Settimi}}$$

$$\frac{\text{Sette}}{\text{Ottavi}}$$

di diversa Denominazione, i quali senza l'usuale Aritmetica si debbano sommare insieme,
Dico per

II. Regola.

Che ridotti i Rotti (a) di diversa Denominazione ad una medesima, essi debbansi sommare come nel precedente Problema.

Eccone la

III. Pratica.

1. Riducendo i proposti quattro Rotti [a] ad una stessa Denominazione, giusta ciò che dicemmo nel *Numero VI. pag.* 624.

2. Ve-

2. Vedremo che la detta Denominazione consisterà nel numero *Seicento settantadue*,
3. E sommando poi i Numeratori [c] dei detti Rotti [a], *giusta il precedente Problema* la somma sarà di *Diecisette*,
4. Onde ponendo la somma dei detti Numeratori [c] sopra il numero della mentovata Denominazione,
5. Si farà il seguente Rotto [a] di

$$\frac{\text{Diecisette}}{\text{Seicentesimi Settuagesimi Secondi}}$$

ch' appunto sarà la somma dei proposti Rotti [a] di diversa Denominazione.

(c) *Numeratore è quel numero, il quale notato sopra la linea d' un Rotto indica le parti d'un Intero diviso, scritto sotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.*

Circa

§. CXXIX.

La sua Ragione dimostrativa.

Ci rimettiamo a ciò che nel §. 128. dicemmo.

Soggiungiamo poi per

(d) *Sommare è raccorre più numeri insieme.*

(e) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

*

Avvertimento.

1. Che s' ai Rotti [a] di Denominazione diversa, i quali debbonsi sommare [d] insieme, fossero aggiunti anche degli Interi [e],
2. Allora ridotti i detti Rotti [a] ad una stessa Denominazione si sommano separati dagli Interi (e), come quì sopra s' è fatto,
3. Poscia si sommano anche gli Interi (e) separatamente, e se ne congiungono le somme.
4. In esempio debbansi sommare

$$\text{Quattro e } \frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$$

$$\text{Otto e } \frac{\text{Sei}}{\text{Ottavi}}$$

$$\text{Cento e } \frac{\text{Due}}{\text{Noni}}$$

5. Ridotti i proposti Rotti (a) di *Quarti*, *Ottavi*, e *Noni*

e *Noni* ad una ſola Denominazione, queſta conſiſte nel numero *Duecento Ottantotto*, *giuſta il num. VI. pag. 624.*

6. E ſommati i Numeratori (*a*) ſi fa il numero d' *Undici*,

7. Sicchè la ſomma dei detti Rotti (*b*) conſiſte in

Undici

Duecenteſimi Ottantotteſimi

8. Sommati poſcia ſeparatamente gli Interi [*c*] di

Quattro
Otto, e
Cento

9. Queſti fanno *Cento*, e *dodici*,

10. Ai quali aggiunta la ſomma dei Rotti [*b*] ſi fa tutta la ſomma di *Cento dodici*, e

Undici

Duecenteſimi Ottantotteſimi

*

11. L' avveduto Leggitore comprenderà poi da ſe ſteſſo, che ſe i Rotti [*b*], i quali preſſo gli Interi [*c*] ſeparatamente ſi ſommano, ſi poſſono convettir in Interi [*c*], allora aggiungonſi alla ſomma degli Interi (*c* anche quelli che di Rotti [*b*] ſi ſono fatti Interi [*c*],

12. In eſempio ſe preſſo i propoſti Interi [*c*] di

Quattro
Otto
Cento

Vi foſſero i Rotti [*b*] di

Venti

Quinti
Dodici

Terzi
Due

Quarti

13. Ridotti queſti Rotti [*b*] per la prima coſa ad una ſteſſa Denominazione, *giuſta il numero VI. pag. 624.* ſe ne fa la ſomma, *giuſta il precedente Problema* 2., la quale ſarà di

Cin-

(a) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il Tre notato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

(b) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un unità diviſa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

Cinquecento Dieci

Seſſageſimi

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

14. E però potendoſi queſta ridurre in Interi (*c*), *giuſta il numero VII. pag.* 629.

15. Se ne faranno

Interi (*c*) Otto e $\frac{\text{Trenta}}{\text{Seſſageſimi}}$

(d) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

16. I quali Interi (*c*) così ridotti aggiunti alla ſomma degli altri Interi [*c*] *Quattro*, *Otto*, e *Cento* fanno l'intera ſomma di *Cento* venti e $\frac{\text{Trenta}}{\text{Seſſageſimi}}$

Circa

§. CXXX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

Ci rimettiamo ai §§. precedenti

*

17. Quantunque da ciò che ſin' ora ſi è detto generalmente circa il ſommare de' Rotti (*b*), o de' Rotti (*b*) aggiunti agli Interi (*c*), facilmente comprender ſi poſſa, che le premeſſe Regole ſono applicabili a qualunque ſpezie d' Interi [*c*], e d' Interi [*c*] ai Rotti [*b*] congiunti.

18. Ciò non oſtante, affinchè il principiante Geometra tocchi la coſa con mano nella ſoggetta materia proporremo nel

PROBLEMA III.

Come ſi ſommino gli Interi (c), e Rotti (b) di Pertiche, e Piedi ſenza Aritmetica.

Siano dunque in

I. Ipoteſi (*d*).

Da ſommarſi ſenza Aritmetica i ſeguenti Interi (*c*), e Rotti (*b*),

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

Pertiche *Dieci* : Piedi *Tre*
Pertiche *Venti* : Piedi *Due*
Pertiche *Sessanta* : Piedi *Cinque*
Pertiche *Cinque* : Piedi *Uno*.

Dico per

(b) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

II. Regola.

Che osservato ciò, che si è detto nell' Avvertimento precedente, se ne conseguisce l' intento.

Eccone la

III. Pratica.

1. Sommati, *giusta il Problema I. del Capo I.*, i proposti Interi (*a*), questi si ritrovano *Centocinque*,
2. E sommati separatamente i Rotti [*b*] di Piedi, ritrovansi *Undici*,
3. I quali ridotti in Interi (*a*), *giusta il Numero VII, pag. 629.* fanno
   Pertiche *Una*, e Piedi *Cinque*,
4. (Giacchè la Pertica contiene Sei primi Rotti (*b*), cioè Sei Piedi, *giusta il numero IX. dell' Introduzione*,
5. Il qual numero degli *Undici* Rotti [*b*] così ridotto in *Una* Pertica, e Piedi *Cinque*, aggiunto agli altri Interi [*a*] *Centocinque*, si fa tutta la somma di
   Pertiche *Centosei* : Piedi *Cinque*.

§. CXXXI.

La sua Ragione dimostrativa.

E' da se stessa chiara, giusta i precedenti due Paragrafi.

Vediamo ulteriormente nel

PRO-

(c) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

PROBLEMA IV.

Come ſi ſommino gli Interi (a), primi, e ſecondi Rotti (b) ſenza l' uſuale Aritmetica.

Sieno in

I. Ipoteſi [c].

1. Propoſti gli Interi (*a*), e Rotti (*b*) ſeguenti.
   Interi (*a*) *Due* : Primi Rotti (*b*) *Tre* : Secondi Rotti (*b*) *Otto*,
   Interi (*a*) *Dieci* : Primi Rotti (*b*) *Cinque* : Secondi Rotti (*b*) *Nove*,
   Interi (*a*) *Venti* : Primi Rotti (*b*) *Quattro* : Secondi Rotti (*b*) *Sette*,
2. De' quali un Intero (*a*) comprende *Sei* primi Rotti (*b*),
3. Ed un primo Rotto (*b*) *Dodici* ſecondi,
4. I quali tutti debbanſi raccorre in una ſomma ſenza l'uſuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

Che ſommati gli Interi (*a*), primi, e ſecondi Rotti (*b*) ſeparatamente, *giuſta il Problema I. Capo I.*, e fatta la riduzione de' Rotti (*b*) ſe fia d' uopo, *giuſta l' Avvertimento della pagina* 633., ſi conſeguiſce ciò, che ſi ricerca.

Eccone la

III. Pratica.

1. Sommati gli *Interi* (*a*) di *Due*, *Dieci*, e *Venti*
2. Si fa il numero di *Trentadue*:

3. Som-

(a) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* ——— due terzi *sono due parti d'un' unità divisa in tre, tre* ——— *sono tre parquarti i sei d' un' unità divisa in quattro ec.*

3. Sommati i primi Rotti (a) di *Tre*, *Cinque*, e *Quattro*, si fa il numero di *Dodici*.

4. E giacchè sei primi Rotti [a] si comprendono in un Intero [b], ridotti quelli agli Interi [b], *giusta l' Avvertimento della pag. 633.* Due :

5. Si fanno Interi [b]

6. E finalmente sommati i secondi Rotti [a] d'*Otto*, *Nove*, e *Sette*, si fanno *Ventiquattro*.

7. E giacchè *Dodici* secondi Rotti [a] si comprendono in un primo Rotto [a], ridotti quelli ai primi Rotti [a], *giusta il detto Avvertimento*, si fanno *Due*, cioè - - Interi *Trentadue* :

Due :

: ——— : Due ———

8. Sicchè la somma intera dei proposti Interi [b], primi, e secondi Rotti [a] è di Pertiche *Trentaquattro*: Piedi *Due* ———

Circa

§. CXXXII.

La sua Ragione dimostrativa.

Ci rimettiamo agli antecedenti tre §§.

E per saper regolarsi anche circa gli altri Quesiti di maggior quantità di Rotti (a) soggiungiamo un

Avver-

(b) *Intero è quel numero, il quale non è divisо in alcuna parte.*

Avvertimento.

1. Se si proponessero da sommarsi qualunque *Interi* [b] coi *primi*, *secondi*, *terzi*, *quarti*, *quinti*, ed infiniti altri Rotti (a) appresso,
2. Facilmente se ne farà l' operazione sul fondamento della precedente Regola,
3. Perocchè riducendo i Rotti (a) posteriori negli anteriori, *giusta il numero VII. della pag.* 629., ed i primi Rotti (a) negli Interi (b), qualor fia d' uopo, se ne farà la somma di tutti esattamente.
4. Onde supposto, che si sieno proposti da sommare

Numeri di *Pertiche*
di *Piedi*
di *Oncie*
di *Punti*
di *Atomi*
di *Minuti*
di *Momenti* ec.

5. Giacchè una Pertica contiene *sei* Piedi, un Piede *dodici* Oncie, un' Oncia *dodici* Punti, un Punto *dodici* Atomi, un Atomo *dodici* Minuti, un Minuto *dodici* Momenti, *giusta il numero IX. dell' Introduzione.*
6. Ridotti che sieno i *Momenti* in *Minuti*, i *Minuti* in *Atomi*, gli *Atomi* in *Punti*, i *Punti* in *Oncie*, le *Oncie* in *Piedi*, i *Piedi* in *Pertiche*,
7. Si farà tutta l'esatta somma di Pertiche, con aggiungervi que' *Piedi*, *Oncie*, *Punti* ec. che dopo la riduzione forse avanzeranno.
8. Avvertendo però, che facendo le somme di molti Rotti (a), affinchè quelle non isvanifcano dalla memoria, sarà d' uopo scriver l'una dopo l'altra in carta. Cioè scriveransi nelle somme dei sopradetti Rotti [a] di *Piedi*, *Oncie*, *Punti*, *Atomi* ec. tanti *Atomi*, tanti *Punti*, tante *Oncie*, tanti *Piedi*. Il che osserverassi anche nel Sottrarre.

Ciò inteso passiamo a vedere nel

PRO-

(a) *Rotto, o sia Numero rotto è un'unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un'unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un'unità divisa in quattro ec.*

PROBLEMA V.

Come si sottraggano i Rotti (a) dai Rotti (a) senza l'usuale Aritmetica.

Si proponga in

I. Ipotesi. (b)

(b) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

Il Rotto [a] di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti}}$ da cui si debbano sottrarre $\frac{\text{Due}}{\text{Sesti}}$

Dico per

(c) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

II. Regola.

Che ritrovato sul gran Quadrato (c) tanto il Rotto (a) che si sottragge, quanto quello da cui egli si sottragge, *giusta il Problema III. pag. 600.* ed operato giusta quella Regola se n'ottiene l'intento.

Eccone la

III. Pratica.

1. Ritrovando sul gran Quadrato [c] il Rotto [a] di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti}}$ per mezzo della *Figura XXIX, fol* 5., *giusta la pag. 617. n. 9.* ec.
2. La quale Figura rappresenta nel Rettangolo [d] *S T* tutto l'Intero [e] dei sei sesti,
3. E nel Rettangolo [d] *S O* il Rotto (a) di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti}}$
4. S'avanza col braccio *O R* della Squadra sul lato *T m* verso il lato *S m*,
5. Sino che sono passati due Quadrati [c],
6. Cioè dall'*O* sin'al *r*.
7. Come vedesi fatto nella *Figura XXX. fol.* 5.

5. Pe-

8. Perocchè essendosi coll'avanzamento della detta Squadra passati i mentovati due Quadrati (*c*) del Rettangolo (*d*) *n o*,
9. Ne rimangono ancora *due* nel Rettangolo (*d*) *S r*,
10. Cioè *due* dei *sei* sesti dell' Intero [*e*] *S T*,
11. Onde dirassi, che sottratti i *due* Sesti *n o* dai *Quattro* Sesti *S O* dell' Intero (*e*) *S T*, ne rimangono *due* Sesti,

(d) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali*, come ▭

Ciò inteso, vediamo nel

PROBLEMA VI.

(e) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

Come si sottraggano gli Interi (*e*), *e primi Rotti* (*a*) *dagli Interi* (*e*), *e primi Rotti* (*a*) *senza l' usuale Aritmetica*.

Sia in

I. Ipotesi (*b*).

1. Un numero di *Cinquanta*, e $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$
2. Da cui si debba sottrarre senza l' usuale Aritmetica il Numero di Trenta, e $\frac{\text{Un}}{\text{Sesto}}$

Dico per

II. Regola.

Che ritrovato sul gran Quadrato (*c*) l' uno, e l' altro dei due proposti numeri coi suoi Rotti (*a*), *giusta la pag. 617. n. 9. ec.* e levato prima il Rotto (*a*) dal Rotto (*a*), poi l' Intero (*e*) dall' Intero (*e*), *giusta i Problemi V. del presente Capo, e III. del Capo I.*, se ne conseguisce l' intento.

Eccone la

III. Pratica.

(a) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre, tre* $\frac{}{}$ *sono tre parquarti si d' un' unità divisa in quattro ec.*

1. Già il Leggitore comprenderà, che consistendo i Rotti (*a*), che presso gli Interi (*b*) si sono proposti in Sesti, ciascun Intero (*b*) intenderassi diviso in sei parti.
2. Onde cercansi sopra un lato del gran Quadrato (*c*) *sei* parti, come vedesi fatto nella *Figura XXXI. foglio* 5. dall' angolo *B* sin' al *e*,
3. Poi cercansi sull' altro lato *B G*, cominciando dallo stesso angolo *B*, *Cinquanta* parti dal *B* sin' al *r*,
4. Che in tal modo si saranno ritrovati cinquanta volte *Sei Quadrati* (*c*) *terzi* nel Rettangolo [*d*] *B O*,
5. Che val a dire *Cinquanta* Interi (*b*), ciascun de' quali è diviso in Sei Rotti (*a*),
6. A' quali Interi (*b*) *Cinquanta* aggiungendo *Cinque* Quadrati (*c*) del Rettangolo (*d*) *r s*,
7. Tutt'il numero maggiore di *Cinquanta* Interi [*b*], e di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$ si sarà ritrovato sul gran Quadrato (*c*).

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

8. Ora del numero *Trenta*, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Sesto,}}$ che dal predetto sottragger si deve, ritrovisi prima il Rotto (*a*) d' $\frac{\text{Un}}{\text{Sesto,}}$
9. Cioè il Quadrato (*c*) *u s*,
10. Ch'è una sesta parte dell'Intero [*b*], o sia Rettangolo (*d*) *f e*,
11. Da cui quello sottratto, *giusta i Problemi* 3. *e* 4. *del Cap.* 1. resta il Rettangolo (*d*) *u f* di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti,}}$
12. E così s'è fatta la sottrazione del Rotto [*a*].

*

13. Per quello poi degli Interi (*b*), ritrovato il numero dei *Trenta* nella detta *Figura XXXI.* contati sul lato *B G* dal *r* sin' al *R*,
14. Quelli si saranno compresi nel Rettangolo (*d*) *R O*,

15. I

15. I quali levati coll'avanzamento della Squadra, *giusta la Pratica del detto Probl.* 4.
16. Quella ritrovasi con un braccio sui punti *R Q*,
17. E però degli Interi (*b*) *Cinquanta*, cioè del Rettangolo [*d*] *B O*, resta solo il Rettangolo (*d*) *B Q*,
18. Ch'è d'Interi (*b*) *Venti* contati dal *R* fin'al *B*,
19. Onde essendosi levati da $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$ $\frac{\text{Un}}{\text{Sesto}}$ e da *Cinquanta* Interi (*b*) *Trenta*,
20. Si è fatta la richiesta sottrazione del numero d'Interi (*b*), e primi Rotti (*a*) dal numero d'Interi (*b*), e primi Rotti (*a*),
21. E ciò che resta è il numero di *Venti*, e $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti}}$.

(c) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(d) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

§. CXXXIII.

[e] *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

La sua Ragione dimostrativa

E' da se stessa evidente.
Diciamo per

*

Avvertimento.

1. Che dalla precedente Pratica facilmente si potrà comprendere, come nella sottrazione delle Pertiche, e Piedi da farsi dalle Pertiche, e Piedi, il principiante Geometra si dovrà contenere.
2. Imperciocchè se nella precedente Ipotesi (*e*) supporremo, ch'i *Cinquanta* Interi (*b*) sieno Pertiche, e che il primo Rotto (*a*) di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$ sia di Piedi; come pure, che i *Trenta*, che si sottraggono, sieno Pertiche, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Sesto}}$ un Piede,
3. [Giacchè ciascuna Pertica contiene sei Piedi nello stesso modo, come uno dei predetti Interi (*b*) contiene sei parti]
4. Sarà lo stesso, come se nell'antecedente Pratica si fosse fatta la sottrazione di Pertiche, e Piedi da Pertiche, e Piedi.

(a) *Sottrarre nell' Aritmetica diceſi, quando levando da un numero maggiore un minore reſta alcuna coſa, ovvero levando un numero uguale da un' uguale reſta nulla, come levando due da tre reſta uno, ovvero levando due da due non reſta niente.*

5 Comprenderà pure il mentovato Principiante, come l'antedetta Regola poſſa eſſere applicata ai caſi, ove trattaſi di ſottrarre (*a*) gli Interi (*b*); e primi Rotti (*c*) dagli Interi (*b*), e primi Rotti (*c*), de' quali *Due*, *Tre*, *Quattro*, *Cinque*, *Sei*, *Sette*, *Otto*, *Nove*, e così in infinito ſi contengano in un Intero (*b*); eſſendo la coſa chiariſſima.

*

6. Oltre a ciò ſe il numero, che ſi ſottragge [*a*], e quello da cui ſi ſottragge [*a*], conſiſteſſero in Interi [*b*], primi, e ſecondi Rotti [*c*], facile altresì ſarà l'operazione in ordine a ciò, che s'è detto.

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

7. Perocchè ſupponiamo, che ſia propoſto un numero di *Sedici* Interi (*b*), *Quattro* primi, ed *Otto* ſecondi Rotti (*c*), dal quale ſi debba ſottrarre (*a*) un numero di *Dodici* Interi (*b*), *Tre* primi, e *Cinque* ſecondi Rotti (*c*),

8. E ch' un Intero (*b*) contenga ſei primi Rotti (*c*), uno di queſti, Dodici ſecondi,

9. Ch'è lo ſteſſo che dire: Supponiamo ch' il primo numero conſiſta in

Pertiche *Sedici*: Piedi *Quattro*: Oncie *Otto*

Ed il ſecondo in

Pertiche *Dodici*: Piedi *Tre*: Oncie *Cinque*

10. In tale caſo operaſi in tutta queſta Sottrazione come s'è fatto in quella degli Interi [*b*], *giuſta il Probl. 3. del Capo 1.*

11. E però ſottraendo, *giuſta il detto Problema*, prima *Cinque* da *Otto* Oncie, cioè *Cinque* da *Otto Quadrati* (*d*) *terzi*, i quali poſſono rappreſentare le Oncie.

12. Poſcia *Tre* da *Quattro* de' detti *Quadrati* (*d*) *terzi*, che rappreſenteranno i Piedi,

13. E finalmente *Dodici* da *Sedici*, che conſidereremo per Pertiche,

14. Ch'avremo l'avanzo di

Pertiche *Quattro*: Piedi *Uno*: Oncie *Tre*

*

15. Il che potraſſi intendere di qualunque altri Interi, (*b*) primi, e ſecondi Rotti (*c*) da ſottrarſi (*a*) da altri Interi (*b*), primi, e ſecondi Rotti (*c*), quando ciaſcun numero d' Interi (*b*), e Rotti (*c*), che ſi

ſottragge (*a*) ſarà minore del numero, da cui ſi ſottraggono (*a*).

16. E s' il caſo foſſe differente, vedremo nel

(c) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* $\frac{1}{2}$ *terzi ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{3}{4}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

PROBLEMA VII.

Come gli Interi (b), primi, e ſecondi Rotti (c) ſi ſottraggono (a) ſenza l' uſuale Aritmetica dai primi, e ſecondi Rotti (c), quando i Rotti [c] del numero, che ſi ſottragge (a), ſono maggiori di quelli del numero da cui ſi ſottraggono (a).

(d) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

[c] *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Sia in

I. Ipoteſi (e).

Propoſto il numero di
Pertiche *Venti* : Piedi *Due* : Oncie *Tre*
Da cui ſi debba ſottrarre il numero di
Pertiche *Quindici* : Piedi *Cinque* : Oncie *Sette*
ſenza l' uſuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola,

I. Ch' aggiunto al ſecondo Rotto (*c*) del numero, da cui ſi fa la ſottrazione uno de' ſuoi primi Rotti (*c*), ed a queſto uno de' ſuoi Interi (*b*),

II. Ed operando poi, *giuſta il Problema III. del Capo I.* ſe n' ottiene l' intento.

Ecco-

Eccone la

III. Pratica.

(a) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

I. 1. Essendo i Piedi *Cinque*, ed Oncie *Sette* (*cioè il primo, e secondo Rotto* (*a*) *del numero che nel proposto caso si dee sottrarre*) maggiori di Piedi Uno, ed Oncie Tre,

2. *Che sono il primo, e secondo Rotto* [*a*] *del numero, da cui si debbono sottrarre,*

3. *S' aggiungerà alle Tre Oncie* (*cioè al secondo Rotto* [*a*] *del numero, da cui si fa la sottrazione*) *uno de' suoi primi ridotto in secondi Rotti* (*a*),

4. Cioè uno dei due Piedi, che dopo le proposte Pertiche *Venti* seguono, che ridotto in Rotti (*a*) secondi è di *Dodici* Oncie,

5. Le quali Dodici Oncie aggiunte alle tre fanno Oncie *Quindici*,

6. Ed in tal guisa essendosi levato un Piede dal numero da cui si fa la sottrazione, ed aggiunto alle dette *Tre* Oncie, cioè al secondo Rotto [*a*]

7. Consisterà il primo Rotto (*a*) del mentovato numero non più in *Due* Piedi, ma in *un* Piede solo.

8. Ed essendo questo Piede meno dei Piedi *Cinque* del numero che si sottragge, *s' aggiungerà ad esso un solo Intero* (*b*),

9. Cioè una delle Pertiche *Venti*, alle quali egli è appresso, che ridotto ne' primi Rotti (*a*), cioè in Piedi sarà di *Sei*,

10. Sicchè essendosi levato un Intero, cioè sei Piedi dalle *Venti* Pertiche, ed aggiunto al suo primo Rotto, cioè ad un Piede si fanno Piedi *Sette* e Pertiche *Diecinove*,

11. E perciò tutt' il numero, da cui si dee fare la sottrazione, non sarà più come si era proposto di
Pertiche *Venti* : Piedi *Due* : Oncie *Tre*.
Ma bensì di
Pert. *Diecinove* : Piedi *Sette* : Oncie *Quindici*

12. Dal qual numero
dovendosi sottrare

Per-

Pertiche *Quindici* : Piedi *Cinque* : Oncie *Sette*

11. 13. S' oprerà, *giusta il Problema* 3. *del Capo* 1. ed il precedente Avvertimento, che si ritroverà il Residuo di

Pertiche *Quattro* : Piedi *Due* : Oncie *Otto*

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

*

14. L' avveduto Leggitore ritroverà da se stesso (dopo che saraſſi insegnata la Divisione dei Rotti (*a*)) diversi altri modi di sottrar gli Interi (*b*), e Rotti (*a*) forse ancora più brevi, e più facili; perocchè quando la vista si sarà alquanto alle Figure del gran Quadrato (*c*) avvezzata, ritroverà Regole nuove da noi quì non toccate.

(c) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

Diciamo poi per

*

Avvertimento

15. Che se nelle sottrazioni da farsi vi fossero Interi (*b*), primi, secondi, terzi, quarti, quinti, sesti, ed ulteriori Rotti (*a*) in infinito,

16. Come in qualunque spezie di Monete, Pesi, Misure,

17. Ed in particolare, se nella soggetta materia Geometrica si dasse un numero di *Pertiche*, *Piedi*, *Oncie*, *Punti*, *Atomi*, *Minuti*, *Momenti* ec. da sottrarsi da Interi (*b*), e Rotti (*a*) della medesima spezie, benchè anche i Rotti (*a*) del numero, il quale si sottragge, fossero maggiori di quelli del numero, da cui si sottraggono, come nel precedente Problema si è veduto,

18. In tale caso s' oprerà sempre *giusta il Problema* 3. *del Capo* 1. come anche *giusta il precedente Avvertimento*, e *Problema* 7. del *presente Capo*; osservando in oltre circa il tenere a memoria i molti avanzi di molte sottrazioni, che si fanno, ciò che al *numero* 8. *dell' Avvertimento dopo il precedente Problema* 4. dicemmo

19. Vedremo poi nel

PRO-

(a) *Sottrarre nell' Aritmetica diceſi, quando levando da un numero maggiore un minore reſta alcuna coſa, ovvero levando un numero uguale da un'uguale reſta nulla, come levando due da tre reſta uno, ovvero levando due da due non reſta niente.*

PROBLEMA VIII.

Come ſi ſottraggano (a) gli Interi (b), primi, e ſecondi Rotti (c) di diverſa denominazione ſenza l'uſuale Aritmetica.

Siano in

I. Ipoteſi (d).

Propoſto un numero di

Interi *Venti* : $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ e $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

Dal quale ſi debba ſottrarre il numero di

Interi *Diecinove* : $\frac{\text{Un}}{\text{Seſto}}$ ed $\frac{\text{Un}}{\text{Secondo}}$

ſenza l'uſuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

Che ridotti i primi Rotti (c) ad una ſteſſa Denominazione, *giuſta il numero V. della pag.* 620. come anche i ſecondi Rotti (c) ad un' altra ſteſſa fra loro, ſi ſottragge l'uno dall' altro numero propoſto, *giuſta i Problemi VI. e VII. precedenti.*

Eccone la

III. Pratica.

1. Giacchè il primo Rotto (c) del numero, che nel propoſto caſo ſi dee ſottrarre, è d' $\frac{\text{Un}}{\text{Seſto}}$,
2. Ed il primo Rotto (c) del numero, da cui quello dee ſottrarſi, è di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$,

3. Cioè d' una Denominazione diversa,
4. Ridurransi questi due primi Rotti (*c*) ad una stessa Denominazione, *giusta il numero V. della pag.* 620.
5. Facendo del Rotto [*c*] d' $\frac{\text{Un}}{\text{Sesto}}$ $\frac{\text{Tre}}{\text{Diciottesimi}}$
6. E del Rotto [*c*] di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ $\frac{\text{Dodici}}{\text{Diciottesimi}}$

*

7. Toccante poi i secondi Rotti [*c*], cioè d' $\frac{\text{Un}}{\text{Secondo}}$ e di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$, dei quali questo rappresenta Tre quarti del suo primo Rotto [*c*] cioè *tre quarti* d' uno dei precedenti *Terzi*,
8. E quello un secondo, o sia un mezzo del suo primo Rotto [*c*], cioè un mezzo d'uno de' precedenti *Sesti*,
9. Si saranno questi ridotti ad una stessa Denominazione, *giusta la detta pagina* 620.
10. Facendo del Rotto [*c*] di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ $\frac{\text{Sei}}{\text{Ottavi}}$, e del Rotto (*c*) d' $\frac{\text{Un}}{\text{Secondo}}$ $\frac{\text{Quattro}}{\text{Ottavi}}$,
11. E però il Numero da cui si sottragge sarassi ridotto in

Interi (*b*) *Venti* $\frac{\text{Dodici}}{\text{Diciottesimi}}$ $\frac{\text{Sei}}{\text{Ottavi}}$,

Ed il numero, che si sottragge in

Interi (*b*) *Diecinove* $\frac{\text{Tre}}{\text{Diciottesimi}}$ $\frac{\text{Quattro}}{\text{Ottavi}}$.

*

12. Ora cominciando a far la sottrazione dai secondi Rotti [*c*]
13. Segneransi sul gran Quadrato (*e*) Sei *Quadrati* (*e*) *terzi* colla Squadra, *giusta il Problema III. del Capo I.*
14. Cioè Sei dei proposti Ottavi del numero, da cui si sottragge,

(c) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre, ovvero* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti di un' unità divisa in quattro ec.*

(d) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(e) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

15. E levatine Quattro dal numero, che si sottragge (*a*), rimangono $\frac{\text{Due}}{\text{Ottavi}}$.

16. Avanzando poi ai primi Rotti (*b*), e sottraendo (*a*) colla solita Squadra Tre *Diciottesimi* da *Dodici*, rimangono $\frac{\text{Nove}}{\text{Diciottesimi}}$.

17. E passando finalmente agli Interi (*c*), e facendo la sottrazione di *Diecinove* da *Venti*, rimane un Intero [*c*],

18. Sicchè dopo fatta tutta la sottrazione degli Interi, (*c*) primi, e secondi Rotti (*b*), proposti con Denominazione diversa, e ridotti ad una Denominazione stessa respettivamente,

19. L'avanzo consiste in

Interi [*c*] *Uno* : $\frac{\text{Nove}}{\text{Diciottesimi}}$ $\frac{\text{Due}}{\text{Ottavi}}$.

*

20. L'Ipotesi [*d*] del presente Problema consiste in termini generali, a cui si è anche applicata la Regola generale;

21. Se per maggior pratica vorremo far la stessa proposizione del presente Problema in termini d'una speziale materia.

22. Per esempio: Se vorremo figurarci, che il numero da cui si sottragge [*a*] consista in vece di *Venti* Interi [*c*], di *Venti Pertiche*, in vece di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ di *quattro Piedi*, che sono appunto *due* Terzi di Pertica; in vece di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ d'uno dei detti Terzi, di *nove* Oncie, che sono appunto *Tre* Quarti d'un Piede.

23. E per conseguenza, ch'il Numero che si sottragge [*a*] consista in *Diecinove* Pertiche, *Un* Piede, e *Sei* Oncie;

24. Che sono appunto Diecinove Interi [*c*], $\frac{\text{Un}}{\text{Sesto}}$, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Secondo}}$.

25. Allora fattane la sottrazione, *giusta il Problema 3. del Capo 1.*, si ritroverà il Residuo di

Pertiche *Una* : Piedi *Tre* : Oncie *Tre*.

26. Sup-

(*a*) *Sottrarre nell' Aritmetica dicesi, quando levando da un numero maggiore un minore resta alcuna cosa, ovvero levando un numero uguale da un'uguale resta nulla, come levando due da tre resta uno, ovvero levando due da due non resta niente.*

(*b*) *Rotto, o sia Numero rotto è un'unità divisa in due parti v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un'unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti si d'un'unità divisa in quattro ec.*

*

26. Supponiamo poi, ch'il numero dei Rotti (*b*) propoſti già ridotti ad una ſteſſa Denominazione riſpettivamente, che dall' altro ſottrar [*a*] ſi dee, abbia i detti Rotti (*b*) maggiori di quelli, ch' ha il Numero, da cui ſi fa la ſottrazione.

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(d) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

27. Cioè, che la propoſizione ſtia ne' ſeguenti termini

28. Dal numero di

Interi [*c*] *Venti* : $\frac{\text{Tre}}{\text{Diciottesimi}}$ $\frac{\text{Quattro}}{\text{Ottavi}}$

Debbaſi ſottrarre [*a*]
il numero di

Interi [*c*] *Diecinove* : $\frac{\text{Dodici}}{\text{Diciottesimi}}$ $\frac{\text{Sei}}{\text{Ottavi}}$

29. In queſto caſo dovraſſi operare, come ſi è fatto nel Problema precedente,

30. Cioè, giacchè i *Sei* Ottavi del Numero, che ſi ſottragge [*a*], ſono più degli Ottavi *Quattro* del Numero, da cui ſi ſottragge [*a*],

31. Si leva uno dei primi Rotti [*b*] del Numero da cui ſi ſottragge (*a*), cioè uno de' Tre Diciottesimi, il quale comprende Otto ſecondi Rotti [*b*],

32. Ed aggiungeſi ai mentovati $\frac{\text{Quattro}}{\text{Ottavi}}$,

33. Che così in vece del ſecondo Rotto [*b*] di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Ottavi}}$,
ſi ſarà fatto il ſecondo Rotto [*b*] di $\frac{\text{Dodici}}{\text{Ottavi}}$

34. Ed in vece del primo Rotto [*b*] di $\frac{\text{Tre}}{\text{Diciottesimi}}$
reſterà il primo Rotto [*b*] di $\frac{\text{Due}}{\text{Diciottesimi}}$;

35. E giacchè il mentovato primo Rotto [*b*] dei $\frac{\text{Due}}{\text{Diciottesimi}}$ è minore dell' altro primo Rotto (*b*) di $\frac{\text{Dodici}}{\text{Diciottesimi,}}$ che da quello ſottrar [*a*] ſi dee,

36. Si leverà un Intero [*c*] dai *Venti* del Numero, da cui ſi fa la ſottrazione, il quale contiene Diciotto primi Rotti [*b*],

37. Che così in vece dell'accennato primo Rotto [a] di $\frac{\text{Due}}{\text{Dieciottesimi}}$ si farà fatto il primo Rotto [a] di $\frac{\text{Venti}}{\text{Dieciottesimi}}$,

38. Ed in vece dell' Intero [b] di *Venti* resterà l'Intero [b] di *Diecinove*.

39. Onde tutt' il Numero, da cui si dee far la sottrazione, consisterà in

Interi (b) *Diecinove* : $\frac{\text{Venti}}{\text{Dieciottesimi}}$ $\frac{\text{Dodici}}{\text{Ottavi}}$,

Da cui facendo la sottrazione dell'altro Numero ridotto di

Interi [b] Diecinove : $\frac{\text{Dodici}}{\text{Dieciottesimi}}$ $\frac{\text{Sei}}{\text{Ottavi}}$

Rimangono

Interi [b] ——— : $\frac{\text{Otto}}{\text{Dieciottesimi}}$ $\frac{\text{Sei}}{\text{Ottavi}}$

Con che si è finita l'operazione.

Ove soggiungiamo per

*

Avvertimento.

1. Che quando la sottrazione fosse di molti Rotti (a), la quale dovendosi in molti Residui fare l'uno separato dall'altro (come fin' ora si è veduto) per sussidio della memoria potransi i nominati Residui scrivere in carta, come al *numero 8. della pag. 639.* dicemmo.

2. Altri modi di sottrarre speditamente con Interi (b), e più Rotti [a] ritroverà l' avveduto Leggitore da se stesso col continuato esercizio del gran Quadrato (c).

E però passeremo a vedere nel

PRO-

(a) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(c) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati ugnali, come* □

(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

[e] *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(f) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in sette parti.*

PROBLEMA IX.

Come ſi multiplichino (d) *Rotti* (a) *per Rotti* (a) *ſenza l'uſuale Aritmetica.*

Sieno in

I. Ipoteſi (e).

1. Propoſti i due ſeguenti Rotti (a) di
$$\frac{\text{Due}}{\text{Seſti}} \text{ e } \frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$$
2. I quali ſenza i ſoliti caratteri di numeri ſi debbano multiplicare [d] inſieme,

Dico per

II. Regola.

Che multiplicati (d) i Denominatori (f), ed i Numeratori (g) di due propoſti Rotti (a) ſeparatamente inſieme, e notati i Prodotti (b) ai loro luoghi, ſi multiplicano (d) i Rotti (a) con Rotti (a).

Eccone la

III. Pratica.

1. Segninſi ſu i due lati differenti del gran Quadrato (c) colla ſolita ſquadra i numeri dei due Denominatori (f) di *Sei*, e *Sette*, *giuſta la Regola della pag.* 604.
2. Come vedeſi fatto nella *Fig. XXXII. fol.* 5.
3. Ch' il Rettangolo (i) *o d* di *Quarantadue Quadrati* (c) *terzi*, cioè il numero di *Quarantadue* prodotto dai due Denominatori (f) *Sei*, e *Sette* ſervirà per nuovo Denominatore (f),
4. Segnati poi ſu i lati dello ſteſſo Rettangolo [i] *o d* i due Numeratori [g] di *Due*, e *Tre* dall' *a* ſin' al *s*, e dall' *a* ſin' al *r*,

5. Il

(g) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d' un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

(h) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſei chiamaſi Prodotto.*

[i] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

5. Il Rettangolo [a] *r s* di ſei *Quadrati* [b] *terzi*, cioè il numero *ſei* prodotto dai due Numeratori (c) *a s*, *a r* ſervirà per nuovo Numeratore [c],
6. Sicchè notati il detto nuovo Denominatore [d], e Numeratore [e] ſotto, e ſopra la linea cioè *ai loro luogbi*,
7. Si farà il Rotto (*e*) di $\frac{\text{Sei}}{\text{Quadragesimi Secondi}}$ il quale è il prodotto [*f*] della multiplicazione fattaſi coi due Rotti [*e*] di $\frac{\text{Due}}{\text{Sesti}}$, e di $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$.

Eccone

§. CXXXIV.

La ſua Ragione dimoſtrativa

1. Che multiplicando [*g*] un' Intero [*b*] in linea di parti *ſei* per un' altro Intero (*f*) in linea di parti *Sette*,
2. Cioè dicendo: *ſei volte Sette*, ſi produca un' Intero Superficiale di parti *Quarantadue* ciò ſi ricava dal §. 5.
3. E chiaramenee ſi vede ne' *Quarantadue Quadrati* [*b*] *terzi* della *Fig. XXXII. fol.* 5.
4. (La qual Figura noi ci immaginiamo al ſolito come parte del gran Quadrato [*b*])
5. Che poi multiplicando (*g*) nella detta *Fig. XXXII.* la *a s*, cioè due parti dell' Intero (*b*) *a o*,
6. Per la *a r*, cioè per tre parti dell' Intero [*b*] *a d* ſi producano ſei parti Superficiali [*i*] delle Quarantadue del Rettangolo (*a*) o ſia Intero [*b*] *o d*,
7. Ciò riluce pure dal detto §. 5. e dalla preſente *Figura XXXII. fol.* 5.
8. Ma il detto Intero [*b*] *o d* è un Prodotto (*f*) fatto dai due Denominatori [*d*] propoſti di *Sei*, e di *Sette* multiplicati (*a*) inſieme,
9. E le accennate di lui ſei parti *r s* ſono un Prodotto (*f*) fatto dai due propoſti Numeratori [*c*] di *Due*, e *Tre*,
10. Dunque

Multiplicati (*g*) i Denominatori (*d*) ed i Numeratori (*c*) di due propoſti Rotti (*e*) ſeparatamente

[a] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(c) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d' un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre ne' ſtato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

(d) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviſo in ſette parti.*

mente insieme, e notati i Prodotti (*f*) ai loro luoghi si multiplicano (*g*) i Rotti (*e*) con Rotti (*e*),

Il che era ec.

Ora vediamo nel seguente

PROBLEMA X.

Come si multiplichino (g) gli Interi (h) per i Rotti (e) senza l'usuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipotesi [*k*].

Proposto un numero Intero (*h* di Sette da multiplicarsi [*g*] per un Rotto [*e*] di $\frac{\text{Un}}{\text{Mezzo}}$ senza l'usuale Aritmetica,

Dico per

II. Regola.

I. Che considerasi l'Intero (*h*) per Numeratore (*e*), a cui supponesi un unità per Denominatore (*d*),

II. Poi multiplicati (*g*) i Denominatori (*d*), e Numeratori (*e*) insieme separatamente, giusta la Regola precedente ec. se n'ottiene l'intento.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. *Dovendosi dunque considerare l'Intero [b] di Sette per Numeratore [c], se li supporrà un'Unità,* che

(e) *Rotto, o sia Numero rotto è un'unità divisa in due parti, v. g. — terzi sono due parti d'un'unità divisa in tre, tre — sono tre parquarti d'un'unità divisa in quattro ec.*

(f) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 si fa 6, e questo 6 chiamasi il Prodotto.*

(g) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(h) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(i) *Parte Superficiale, o sia Superficie è qualunque estensione, che ha lunghezza, e larghezza, come* *ec.*

(k) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

che ſervirà per *Denominatore* (*a*), e però ſi farà il ſeguente Rotto (*b*) $\frac{\text{Sette}}{\text{Uno}}$, cioè *ſette* volte un Intero (*c*),

II. 2. Che così avremo due Rotti (*b*) da multiplicarſi (*d*), cioè

$$\frac{\text{Sette}}{\text{Uno}} \text{ per } \frac{\text{Un'}}{\text{Mezzo}}$$

3. E però ſegnanſi i due lati differenti del gran Quadrato (*e*) colla ſolita Squadra, come vedeſi fatto nella *Figura XXXIII. fol.* 5.

4. Ove il primo Rotto [*b*] di $\frac{\text{Sette}}{\text{Uno}}$ vedeſi ſul lato *a b*,

5. E l'altro Rotto [*b*] d'un mezzo è ſegnato ſopra d'un mezzo lato d'un Quadrato (*e*) terzo dall'*a* ſin' all'*e*,

6. Ed in queſta guiſa comprendendo la Squadra il Rettangolo [*f*] *e b*, queſto ci dimoſtra *Sette* mezzi cioè il Rotto [*b*] di $\frac{\text{Sette}}{\text{Mezzi}}$, che ſono *Tre* Interi (*c*), ed un mezzo.

Circa

§. CXXXV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

Eſſa è tanto chiara, che non fa d'uopo altra ſpiegazione,

Onde vedremo ulteriormente nel

PROBLEMA XI.

Come ſi multiplichino (d) i Rotti (b) per gli Interi (c), e Rotti [b] ſenza l'uſuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipoteſi. (g)

Pro-

(a) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di Tre* ——— *il numero* *Settimi* *di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d'un' Intero diviſo in ſette parti.*

(b) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in* ——— *due* *parti, v. gr.* ——— *terzi* *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* *tre* ——— *ſono tre parti* *quarti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tanto volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

Propoſto un Numero d' $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$ da multiplicarſi [*d*] per *Dieci* Interi (*c*), e $\frac{\text{Due}}{\text{Quarti}}$ ſenza i ſoliti caratteri di Numeri.

Dico per

II. Regola.

Che applicata al ſolito la Squadra ſul gran Quadrato (*e*) in modo, ch' eſſa comprenda un Rettangolo (*f*), di cui uno dei lati propoſti ſia il Rotto (*b*), e l' altro l' Intero (*c*) col Rotto (*b*), l' Area ne moſtrerà il Prodotto (*b*).

Eccone la

III. Pratica.

1. Applicato un braccio della Squadra ſopra d' un lato del gran Quadrato [*e*], come ſi vede fatto nella *Figura XXXIV. foglio* 5. ſul lato *a b*,
2. Dal *b* ſin' all' *e*,
3. Il qual intervallo *b e* noi ci immaginiamo a diſcrezione, come un Terzo dell' Intero (*c*) *a b* nello ſteſſo modo, come diſtintamente lo rappreſentiamo nella *Figura XXXV. fol.* 5 dal *b* ſin' all' *e*.
4. Applicato poi l'altro braccio ſul lato *b y* della veduta *Figura XXXIV. fol.* 5.
5. Su cui contanſi dal *b* ſin' al *s* dieci Interi [*c*],
6. E dal *s* ſin' al *Z* $\frac{\text{Due}}{\text{Quarti}}$ a diſcrezione,
7. Figurandoci, che il detto Rotto [*b*] ci ſia ſotto gli occhi diſtinto, come vedeſi nella *Figura XXXV.* dal *r* ſin' all' *u*,
8. In tale guiſa avremo il Rettangolo [*f*] *e Z* della *Figura XXXIV.*, il quale ci rappreſenta il Prodotto [*b*] di Tre Interi [*c*], e $\frac{\text{Sei}}{\text{Duodecimi}}$.

(c) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(f) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(g) *Iporeſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(h) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto 6 chiamaſi il Prodotto.*

Eccone

§. CXXXVI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Suppoſto, ch' il Rettangolo (*a*) *e s*, della *Figura XXXIV.* conſiſta in terzi, de' quali ciaſcun Intero (*b*), o ſia Quadrato [*c*] come il *b i* ne comprende *Tre*,
2. Diremo dal *b* ſin' al *q* Tre Terzi, cioè un' Intero (*b*),
3. Dal *q*, ſin' al *p* *Tre* altri, cioè Due Interi (*b*),
4. Dal *p* ſin' al *n* *Tre* altri, cioè Tre Interi (*b*),
5. E dovendoſi contare anch' il Rettangolo (*a*) *n o* come compimento di tutto l' accennato Rettangolo (*a*) *e z*,
6. Badiamo per Regola ai Rotti (*d*) ne' quali ciaſcun lato degli Interi (*b*) propoſti ſupponeſi diviſo,
7. Onde intendendoſi nel noſtro caſo il lato *b a* dell' Intero (*b*) *b i* nella *Fig. XXXIV. fol. 5.* diviſo in Terzi, cioè in tre parti,
8. E l' altro *b x*, o ſia *S y* diviſo in Quarti, o ſia in quattro parti,
9. Multiplicando (*e*) *Tre* per *Quattro* abbiamo *Dodici*, e per conſeguenza conſiſte l' Area (*f*) d' un propoſto Intero (*b*) diviſa in Duodecimi,
10. Come ſarebbe l' Intero *r d* nella *Figura XXXV. foglio 7.*
11. De' quali Duodecimi egli è chiaro, che nella *Figura XXXIV. fol. 5.* ſe ne contino *Quattro* dal *n* ſin' al *S*, e Due dal *S* ſin' al *z*.
12. Sicchè dal *n* ſin' al *z* *ſei* Duodecimi.
13. I quali aggiunti ai già contati *Tre* Interi (*b*) dal *b* ſin' al *n*, tutt' il Prodotto [*g*] del Rettangolo (*a*) *b o* d' un lato d' $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$, e dell' altro di Dieci Interi [*b*], e $\frac{\text{Due}}{\text{Quarti}}$ compreſo dalla Squadra conſiſte in Tre Interi (*b*), e $\frac{\text{Sei}}{\text{Duodecimi}}$ come dicemmo,
14. Dunque

Applicata al ſolito la Squadra ſul gran Qua-

dra-

(a) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(c) *Quadrato una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(d) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d' un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto, fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(f) *Area preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ ⬠ *ec.*

drato (*e*) in modo, ch' essa comprenda un Rettangolo (*a*) di cui uno dei lati proposti sia il Rotto [*d*], e l' altro l' Intero [*b*] col Rotto [*d*], l' Area [*f*] ne mostrerà il Prodotto [*g*],

(g) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre fa sei, e questo sei chiamasi il Prodotto.*

Il che era ec.

Soggiungiamo un

*

Avvertimento.

1. Ch' in tutte le multiplicazioni (*b*) d' Interi (*b*), e Rotti (*d*) debbasi, per aver le ultime minuzie, sempre badare al Prodotto (*g*), che fassi multiplicando (*e*) i Denominatori (*i*) dei detti Rotti (*d*)
2. Come toccammo al numero 6. della precedente Ragione Dimostrativa.
3. In esempio: dovendosi multiplicare (*e*) *Quattro* ed $\frac{\text{Un}}{\text{Quinto}}$ per *sei*, e $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$
4. Deesi badare alla multiplicazione (*b*) del *Tre* per *Cinque*, ch' il Prodotto (*g*) di *Quindici* sarà il Denominatore (*i*) delle ultime minuzie, che sovente avanzano.

(h) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte ere fa sei.*

(i) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto d' $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviso in sette parti.*

Passiamo a vedere nel

PROBLEMA XII.

Come si multiplichino (e) gli Interi (b) per gli Interi (b), e Rotti (d) senza l' usuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipotesi. (k)

Proposto un Numero di Venticinque Interi (*a*) da multiplicarsi (*e*) per *Venti* Interi (*b*), e $\frac{\text{Tre}}{\text{Quinti}}$ senza i soliti caratteri di numeri.

(k) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

Dico per

II. Regola.

Ch' applicata al ſolito la Squadra ſul gran Quadrato (*a*) in modo, che quella comprenda un Rettangolo (*b*), di cui un lato ſia l' Intero (*c*) propoſto, e l' altro l' Intero (*e*) col Rotto (*d*), l' Area (*e*) ne moſtrerà il Prodotto (*f*).

Eccone la

III. Pratica.

1. Applicato un braccio della Squadra ſopra d' un lato del gran Quadrato (*a*), come vedeſi fatto nella *Figura XXXVI. fol. 6.* ſul lato *a b*,
2. Dall' *a* ſin' al *c* per l' Intero (*c*) di *Venticinque*,
3. E l' altro ſul lato *a m*, dall' *a* ſin' al *g*,
4. Che così ſaraſſi ſegnato anche l' Intero (*c*) di *Venti* col Rotto [*d*] di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quinti}}$,
5. Perocchè il detto Intero [*c*] di *Venti* termina dall' *a* ſin' all' *o*,
6. Ed il Rotto [*d*] di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quinti}}$ ſi è preſo a diſcrezione dall' *o* ſin' al *g*,
7. Ed in tale guiſa avremo il Rettangolo [*b*] *c g*, il quale ci rappreſenta il Prodotto (*f*) d' Interi [*c*] *Cinquecento, e quindici.*

Eccone

§. CXXXVII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Il Rettangolo [*b*] *c o* moſtra evidentemente Cinquecento Interi (*c*), *giuſta le pagine* 591. *numero* 2. *ec. e* 592. *n.* 7. *ec.*
2. Ed il Rettangolo [*b*] *o r* preſo a diſcrezione per i $\frac{\text{Tre}}{\text{Quinti}}$ comprende altri Quindici Interi (*c*),

3. Co-

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(d) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

3. Come più distintamente nella *Fig. XXXVII. fol.* 7. si vede,
4. Ove figurandoci il detto Rettangolo (*b*) *o q*, diviso in Cinque altri Rettangoli [*b*] *o m*, *i u*, *f r*, *s t*, *p q*,
5. Di ciascuno de' quali un lato immaginasi diviso in Tre, e l' altro in Cinque parti [per la ragione che nel seguente Avvertimento s' addurrà]
6. Egli è manifesto, che cadauno dei mentovati Cinque Rettangoli [*b*] è diviso in *Quindici* parti Quinte, cioè in tre Interi (*c*)
7. E per conseguenza tutti e *Cinque* in *Quindici* Interi (*c*),
8. I quali aggiunti ai *Cinquecento* del Rettangolo (*b*) *c o* dell' accennata *Figura XXXVI. fol.* 6. fanno appunto il Prodotto (*f*) di Cinquecento, e Quindici Interi [*c*],
9. Ch' è il Rettangolo [*b*] *c g* d' un lato di Venticinque Interi (*c*), e dell' altro di *Venti* Interi [*c*], e $\frac{\text{Tre}}{\text{Quinti}}$ compreso dalla Squadra, come dicemmo.
10. Dunque

Applicata al solito la Squadra sul gran Quadrato (*a*) in modo, che quella comprenda un Rettangolo (*b*) di cui un lato sia l' Intero [*c*] proposto, e l' altro l' Intero [*c*] col Rotto (*d*), l' Area (*e*) ne mostra il Prodotto [*f*].

Il che era ec.

Vogliamo dar lume alla Pratica col seguente

*

Avvertimento.

1. Affinchè il Principiante non si confonda nel contare i Rotti (*d*), che noi c' immaginiamo divisi entro i Rettangoli (*b*) che nelle multiplicazioni (*g*) dalle due braccia della Squadra sono compresi,
2. Avverta egli in primo luogo, se il **Denominatore** (*b*) del proposto Rotto (*d*) sia d' un *Mezzo*, di *Terzi*, di *Quarti*, di *Quinti*, *Sesti*, e *Settimi* ec.

3. Pe-

(f) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicano due per tre fa sei, e questo sei chiamasi Prodotto.*

(g) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(h) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un' Intero diviso in sette parti.*

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(b) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviso in sette parti.*

(c) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(d) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un'unità divisa in quattro ec.*

3. Perocchè dietro al detto si fa il computo nel modo seguente:

4. Supponiamo, che sull' *A D* della *Figura XXXVIII. fol.* 8. sianſi colla ſolita Squadra preſi Interi [*a*] Dieci dall' *A* ſin' al *b*,

5. Ed appreſſo ai detti anche $\frac{Un}{Mezzo}$, o ſia $\frac{Un}{Due}$ dal *b* ſin' all' *i* a diſcrezione

6. Badaſi al Denominatore (*b*) del Mezzo, o ſia di *Due*,

7. E perciò contanſi di *Due* in Due i ſegni dei Quadrati [*c*] terzi ſulla linea *b m*,

8. Che termina dall'una parte gli Interi (*a*), e dall'altra i Rotti (*d*),

9. E diceſi dal *b* al *d* un Intero [*a*],

10. Dal *d* al *f* due Interi (*a*),

11. Dal *f* all' *b* Tre Interi (*a*),

12. Dall' *b* al *k* Quattro Interi [*a*],

13. Dal *k* al *m* Cinque Interi (*a*),

14. E così di due in due ſegni di Quadrati (*c*) terzi ſi ſono con ragione contati Interi [*a*]; imperciocchè egli è chiaro, che due Mezzi fanno un Intero (*a*), come più evidentemente lo rappreſenta il Rettangolo [*e*] *S T* preſſo *la preſente Figura XXXVIII. foglio* 8.

15. Il quale è di *Dieci* Interi [*a*] iſmezzati per la *m o*.

*

16. Supponiamo ancora, che oltre gli Interi [*a*] *Dieci* del lato *A b* nella *già veduta Figura XXXVIII.* non ſiaſi preſo colla ſolita Squadra il Rotto (*d*) di $\frac{Un}{Mezzo}$, come ora dicemmo, ma di $\frac{Un}{Terzo}$ dal *b* ſin' al *r* a diſcrezione.

17. Giacchè il Denominatore (*b*) di queſto Rotto (*d*) è di Terzi, converrà contar i ſegni dei Quadrati [*c*] terzi di *Tre* in *Tre* ſull' accennata linea *b m* della preſente *Figura XXXVIII.*

18. Onde diremo dal *b* all' *e* un Intero [*a*],

19. Dall' *e* all' *b Due*,

20. Dall' *b* al *l Tre*,

21. Ed avanzando la diſtanza *l m*, queſta ſarà evidentemente la terza parte d'un Intero [*a*], cioè $\frac{Un}{Terzo}$.

22. Co-

22. Come più chiaramente lo rappreſenta il Rettangolo [e] *Q R* preſſo l' accennata *Figura XXXVIII. foglio* 8.

23. Il quale è fatto in Terzi per mezzo della *u x*.

*

24. Supponiamo in oltre, che preſſo gli Interi [a] *Dieci* del lato *A b* della *mentovata Figura XXXVIII. non* ſi ſia colla Squadra preſo il Rotto (*d*) d' $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$, ma bensì quello d' $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$ dal *b* fin' all' *o* a diſcrezione,

25. In queſto caſo, giacchè il Denominatore (*b*) del detto Rotto (*d*) è di Quarti, ſi dovranno contar i ſegni dei Quadrati [c] di *quattro* in *quattro* ſulla già veduta linea *b m*,

26. E però diremo dal *b* al *f* un Intero [a],

27. Dal *f* al *k* due,

28. Ed avanzando la diſtanza *k m*, queſta è evidentemente di due Quarte parti d' un Intero (*a*), cioè un Mezzo.

*

29. Su queſto fondamento badando ſempre al Denominatore (*b*) del propoſto Rotto (*d*), ſe queſto ſarà di Quinti ſi conteranno i ſegni de' Quadrati (*c*) di *Cinque* in *Cinque*, ſe di Seſti, di *Sei* in *Sei*, ſe di Settimi, di *Sette* in *Sette* ec.

30. E con tal modo di contare s' avrà nelle multiplicazioni (*f*) il Prodotto (g) de' Rotti (*d*) ridotti in Interi (*a*), come anche in ogni caſo l' avanzo dei Rotti (*d*), oltre i detti Interi (*a*), come quì ſopra veduto abbiamo.

*

31. Se poi in vece d' un Terzo, Quarto, Quinto, Seſto ec. ſi prendeſſero a diſcrezione ſulla *b n* della veduta *Figura XXXVIII.* due Terzi, *due* o più Quarti, *due* o più Quinti, *due* o più Seſti ec.

32. Allora per ridurre i detti Rotti (*d*) in Interi (*a*) ſpeditamente, quando ſi prendono due Terzi, ſi conteranno dal *b* fin' all' *e* due Interi (*a*),

33. Dall'

[e] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(g) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſei chiamaſi Prodotto.*

33. Dall' *e* fin' all' *b* due altri,
34. E dall' *b* fin' all' *l* due altri,
35. E l' avanzo dall' *l* al *m* sarà evidentemente di due Terzi.

*

36. Se si prenderanno tre Quarti, si conteranno dal *b* fin al *f* tre Interi [*a*],
37. Dal *f* fin' al *k* altri *Tre*,
38. E l' avanzo dal *k* fin' al *m* sarà evidentemente di *sei* Quarti, cioè d' un Intero (*a*) e mezzo.

*

39. Se si prendessero *quattro* Quinti, egli è chiaro, che dal *b* fin' al *g* si conterebbero quattro Interi (*a*),
40. E dal *g* fin' al *m* altri *Quattro*,
41. E così discorrendo d' ulteriori altri Rotti (*b*) ec.
42. Osservando solo (come dicemmo) che abbadasi al Denominatore (*c*) per ridurre i Rotti [*b*] in Interi (*a*) contando, come si è veduto, i segni de' Quadrati (*d*) o di *due*, in *due*, o di *tre* in *tre* ec.
43. E che per contare i detti Interi (*a*) o *due*, o *tre*, o *quattro* ec. alla volta è d' uopo badare al Numeratore (*e*) s' egli sia d' *uno*, di *due*, di *tre*, di *quattro* ec.
44. Ciò inteso vediamo finalmente nel

PROBLEMA XIII.

Come si multiplichino (f) gli Interi (a), e Rotti (b) per gli Interi [a], e Rotti (b) senza l' usuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipotesi (g).

Proposto un Numero di *Quindici* Interi [*a*], e $\frac{\text{Due}}{\text{Quinti}}$ da multiplicarsi (*f*) per *Venti* Interi (*a*), e $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ senza l'usuale Aritmetica.

Dicò

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(b) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(c) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in sette parti.*

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(e) *Numeratore è quel numero, il quale notato sopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviso, scritto sotto la detta linea, v.g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.*

Dico per

II. Regola.

Ch' applicata al ſolito la Squadra ſul gran Quadrato (*d*) in modo, che quella comprenda un Rettangolo (*b*), o un Quadrato (*d*), di cui un lato ſia l' Intero (*a*) col ſuo Rotto (*b*) propoſto, e l' altro ſia pure l' altro Intero (*a*) col ſuo Rotto [*b*] propoſto, l' Area (*i*) ne moſtrerà il Prodotto (*k*).

(f) *Multiplicare, e far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(g) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Eccone la

III. Pratica.

1. Applicato un braccio della Squadra ſopra d' un lato del gran Quadrato [*d*], come vedeſi fatto nella *Figura XXXIX. fol.* 8. ſul lato *A D*, dall' *A* fin' all' *o* per l' Intero [*a*] di *Quindici*,
2. E dall' *o* fin' al *b* a diſcrezione per il Rotto [*b*] dei $\frac{\text{Due}}{\text{Quinti}}$
3. Applicato ancora l' altro braccio ſul lato *A F*, dall' *A* fin' al *c* per i *Venti* Interi (*a*),
4. E dal *c* fin' all' *e* a diſcrezione per il Rotto [*b*] dei $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$
5. Avremo in tal guiſa il Rettangolo (*b*) *e b*, il quale ci rappreſenta il Prodotto [*k*] di *Trecento*, e *Diecinove* Interi (*a*) ed $\frac{\text{Undici}}{\text{Ventesimi}}$

[h] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(i) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(k) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſei chiamaſi Prodotto.*

Eccone

§. CXXXVIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Il Rettangolo (*b*) *A R* è di *Trecento* Quadrati (*d*) terzi da noi conſiderati per Interi (*a*),
2. Contati poi nel Rettangolo (*b*) *b R*, *giuſta la pag. 663. n. 31. ec.* dall' *o* fin' al *k* *due* Interi (*a*),

3. Dal *k* ſin' all' *b* *due* altri,
4. Dall' *b* ſin' al *x* altri *due*,
5. Dal *x* ſin' al *R* altri *due*, ſono in tutti otto Interi [*a*].

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

*

6. Contati ancora ſul Rettangolo [*b*] *R e*, *giuſta la detta pag. 663. num. 31.* dal *c* ſin' al *n tre* Interi [*a*],
7. Dal *n* ſin' al *g tre* altri,
8. Dal *g* ſin' al *s tre* altri.
9. Sono in tutti *nove* Interi [*a*].

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

*

10. E reſtandoci ancora da contare il Rettangolo (*b*) *S W*, ed il Rettangolo [*b*] *R T*,
11. Quello ritrovaſi evidentemente d'Interi [*a*] *due*, e di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Venteſimi}}$,
12. E queſto di $\frac{\text{Sei}}{\text{Venteſimi}}$, *giuſta l' Avvertimento della pagina 659.* dopo il Problema XI.

(c) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

*

13. Sicchè raccolti inſieme
Interi [*a*] *Otto*,
Interi (*a*) *Nove*,
Interi (*a*) *Due*, e $\frac{\text{Cinque}}{\text{Venteſimi}}$,
E $\frac{\text{Sei}}{\text{Venteſimi}}$,
14. Fanno *Diecinove* Interi [*a*], e $\frac{\text{Undici}}{\text{Venteſimi}}$,
15. I quali aggiunti agli altri Interi [*a*] *Trecento*, rilevaſi tutta la ſomma di Interi [*a*] *Trecento Diecinove*, e $\frac{\text{Undici}}{\text{Venteſimi}}$ come dicemmo.
16. Onde

(d) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

Applicata al ſolito la Squadra ſul gran Quadrato (*c*) in modo, che quella comprenda un Rettangolo (*b*), o un Quadrato (*c*), di cui un lato ſia l'Intero (*a*) col ſuo Rotto (*d*) propoſto,

ſto, e l'altro ſia pure l'altro Intero [a] col ſuo Rotto [d] propoſto, l'Area [e] ne moſtrerà il Prodotto [f].

(f) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſi chiamaſi Prodotto.*

Il che era ec.

Diciamo per.

Avvertimento.

(g) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

1. Che quando nelle multiplicazioni [g] d' Interi [a], e Rotti [d] ſe ne cerca il Prodotto [f], e che vienſi a ridurre i Rotti [d] agli Interi [a] nel modo, che nella precedente Ragione Dimoſtrativa s' è veduto ai Numeri 2. 3. 4. 5. ec.
2. Se forſe il Principiante non teneſſe a memoria il Prodotto [f] tanto degli Interi [a] per Interi [a], quanto degli Interi [a] per Rotti [d], come anche la riduzione de' Rotti [d] agli Interi (a), in tale caſo potrà egli ciaſcun Prodotto [f] notare in carta.
3. In eſempio: nel precedente Problema, in cui ſi ſono propoſti *Quindici* Interi [a], e $\frac{\text{Due}}{\text{Quinti}}$ da multiplicarſi [g] per *Venti* Interi [a], e $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$,
4. Come appariſce nella già veduta *Figura XXXIX. foglio* 8.
5. Dopo eſſerſi conſiderati i *Trecento* Interi [a] del Rettangolo [b] *A R*, ſi poſſono notare in carta come ſegue:

Interi [a] *Trecento*.

6. Poſcia ridotti in Interi [a] i Rotti [d] del Rettangolo [b] *b R*; giuſta la precedente Ragione Dimoſtrativa, ſi ſoggiungono - - Interi [a] *Otto*.
7. Ridotti ancora gli Interi [a] in Rotti [d] del Rettangolo [b] *R e*, vi ſi aggiungono - Interi [a] *Nove*.

8. Conſiderato ulteriormente il contenuto del Rettangolo (*a*) *S W*, vi ſi aggiungono - Interi (*b*) *Trecento*, Interi (*b*) *Otto*. Interi (*b*) *Nove*.

9. E finalmente anche il Rettangolo (*a*) *R T*, vi ſi ſottopongono - - Interi (*b*) *Due*, e $\frac{\text{Cinque}}{\text{Ventesimi}}$. Interi (*b*) ——— $\frac{\text{Sei}}{\text{Ventesimi}}$.

10. Sicchè raccogliendo tutta la ſomma d' Interi (*b*), e Rotti (*c*), *giuſta il Problema* 13. *di queſto Capo*,

11. Eſſa conſiſte in Interi [*b*] *Trecento Diecinove*, e $\frac{\text{Undici}}{\text{Ventesimi}}$ come nell'accennata Ragione Dimoſtrativa vedemmo.

*

12. Oltre a ciò, ſe per avventura nella mentovata multiplicazione d' Interi (*b*), e Rotti (*c*) il Principiante s' infaſtidiſce nel prender ſul gran Quadrato (*d*) i *Mezzi*, *Terzi*, *Quarti*, *Quinti*, *Seſti* ec. a diſcrezione colla Squadra, come ne' precedenti Problemi abbiamo veduto,

13. E che pure s' infaſtidiſce nel ridurre i Rotti (*c*) in Interi (*b*) con contare i Quadrati (*d*) terzi, o di *Due* in *Due*, o di *Tre* in *Tre*, o di *Quattro* in *Quattro* ec. come ſi è moſtrato nel precedente Avvertimento,

14. In tale caſo potrà egli in altro modo, benchè alquanto più lungo dell' antecedente ritrovar il Prodotto (*e*) della multiplicazione (*f*) dei detti Interi (*b*) e Rotti (*c*),

15. Come nella multiplicazione [*f*], che nell' accennato Problema precedente propongeſi, farà egli il Rettangolo [*a*] colla ſolita Squadra d' un lato di *Quindici* Interi (*b*), e dell'altro di *Venti*, come vedeſi fatto nella già mentovata *Fig. XXXIX. fol.* 10. che ſarà il Rettangolo [*a*] *A R*, 16. Il

(a) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(c) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre, tre* ——*ſono tre parquarti ſi d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(e) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione atta, come multiplicano due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(f) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(g) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d' un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di*

16. Il quale essendo di *Trecento* Interi (*b*) può il Principiante notare il numero di *Trecento* Interi (*b*) in carta come s' è fatto al numero 6,
17. Poscia venendo ai Rotti [*c*] i Numeratori (*g*) di questi si dovranno multiplicare (*b*) per quelli Interi (*b*), a cui essi non sono aggiunti,
18. Come nell' Ipotesi (*i*) del mentovato Problema multiplicasi (*b*) il Numeratore *g*) di *Due* per Venti Interi [*b*], e fassi al solito il Rettangolo (*a*) *C B* della *Figura XL. fol.* 8. di *Quaranta* Quadrati (*d*) terzi,
19. I quali essendo tanti Quinti (accagione ch' il Denominatore di questo Rotto (*c*) è appunto di Quinti) debbonsi ridurre in Interi (*b*) partendoli per *Cinque*, *giusta il Problema* 8. *pag.* 612.
20. Come vedesi fatto nel Rettangolo (*a*) *T S* della *Figura XLI. fol.* 8.
21. In cui il Quoziente [*k*] *T O* è d' *Otto* Interi [*b*], *giusta la Regola del detto Problema* 8.
22. Onde si noteranno in carta Interi (*b*) *Otto* sott' agli accennati *Trecento*,
23. In oltre multiplicando (*b*) ancora il Numeratore (*g*) del Rotto (*c*) di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ per quelli Interi [*b*], ai quali esso Numeratore (*g*) non è aggiunto, cioè multiplicando [*b*] *Tre* per Quindici, vedesi nel Rettangolo (*a*) *M N* della *Figura XLII. fol.* 9. il Prodotto (*e*) di *Quarantacinque*,
24. Cioè di *Quarantacinque* Quarti, accagione ch' il Denominatore (*l*) dell' accennato Rotto (*c*) è appunto di Quarti.
25. E questi ridotti in Interi (*k*) partendoli per *Quattro*, *giusta il Probl* 9. *Cap.* 1. per mezzo del Rettangolo (*a*) *X V* della *Figura XLIII. fol.* 9.
26. Vedesi il Quoziente (*k*) *X R* d' *Undici* Interi [*b*],
27. E poichè il detto Rettangolo (*a*) *X V* non comprende tutt' i *Quarantacinque* quarti da dividersi (*m*), ma solo *Quarantaquattro*,
28. Abbiamo presso il detto Quoziente (*k*) d' *Undici* Interi (*b*), anche il Residuo d' $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$
29. Il quale è di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Ventesimi}}$,

30. Ac-

(c) *Tre* ——— *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.* *Settimi*

(b) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(i) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(k) *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(l) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* *Tre* ——— *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviso in sette parti.* *Settimi*

(m) *Dividere, o sia Partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

30. Accagione ch'eſſendo nella preſente Ipoteſi [a] l'uno dei due Rotti [b] di *Quinti*, e l'altro di *Quarti*, multiplicati [c] inſieme danno il comune Denominatore [d] di *Venti*, giuſta il fondamento del §. 136. e dell'Avvertimento dopo il detto §.

31. Ed un Quinto viene diviſo in *Quattro* parti vigeſime, un Quarto all'incontro in *Cinque*,

32. Come chiaramente ſi vede nella *Figura XLIV. fol. 9.*

33. In cui il Rettangolo [e] *b e* fatto dalle *b e*, *e C*,

34. Queſta di *Quattro*, quella di *Cinque* parti, contiene *Venti* piccioli Rettangoli [e],

35. De' quali il Rettangolo [e] *b n*, o ſia *u r*, cioè un *Quarto* dell'Interò [f] *u S*, ovvero *b C*, ne comprende *Cinque*,

36. Ed il Rettangolo [e] *b C*, o ſia *o e*, cioè un *Quinto* dell'Intero [f] *m e*, ovvero *b C* ne comprende Quattro;

37. Sicchè ſi noteranno in carta preſſo i predetti *Undici* Interi [f] anche $\frac{\text{Cinque}}{\text{Ventesimi}}$.

38. Finalmente ſi multiplicheranno [c] ancora i Numeratori [g] dei detti Rotti [b] inſieme, cioè *Due* per *Tre*,

39. Vogliamo dire la *x z*, o ſia la *b d* per la *u y*, o ſia *b p*,

40. Che ſi produrrà il Rettangolo [e] *b q* di $\frac{\text{Sei}}{\text{Ventesimi}}$,

41. I quali aggiungeranſi in carta ai predetti, ed averaſſi la ſomma ſopraccennata di.

Interi [f] *Trecento Diecinove*, ed $\frac{\text{Undici}}{\text{Ventesimi}}$.

42. Onde veda il Principiante, quale dei due modi di multiplicare (c) Interi (f), e Rotti (b) più le aggradi, cioè quello moſtrato ne' precedenti Problemi, ove prendonſi colla Squadra i Rotti (b) a diſcrezione, ovvero queſto ultimo, di cui ora favellato abbiamo.

Segue nel

(a) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(b) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(d) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviſo in ſette parti.*

(e) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

PRO-

PROBLEMA XIV.

Come ſi multiplichino (c) *gli Interi* (f), *primi, e ſecondi Rotti* (b) *per gli Interi* (f), *primi, e ſecondi Rotti* (b), *ſenza l' uſuale Aritmetica.*

Sia in

I. Ipoteſi [a].

1. Propoſto un numero di Due Interi (f), $\frac{\text{Tre}}{\text{Seſti}}$, e $\frac{\text{Sei}}{\text{Duodecimi}}$
2. Da multiplicarſi (c) ſenza l' uſuale Aritmetica per due Interi (f), $\frac{\text{Due}}{\text{Seſti}}$, e $\frac{\text{Tre}}{\text{Duodecimi}}$
3. Vogliamo dire: *Due* Interi (f), *Tre* Seſti d' un Intero (f), e ſei Duodecimi d' un Seſto per Due Interi (f) *due* Seſti d' un Intero (f), e *Quattro* Duodecimi d' un Seſto,

Dico per

II. Regola.

Che facendo colla ſolita Squadra ſul gran Quadrato (b),

I. Un Rettangolo (e), o Quadrato (b) dei propoſti Interi (f),
II. Degli Interi (f), e primi Rotti (b),
III. Dei primi Rotti (b),
IV. Dei primi, e ſecondi Rotti (b),
V. Dei ſecondi Rotti (b),
VI. Degli Interi (f), e ſecondi Rotti (b), le Aree (i) ne moſtreranno i riſpettivi Prodotti (k),

Ecco.

(f) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(g) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Seſtimi}}$ *il Tre notato di ſopra indica Tre parti delle Seſte ſcritte di ſotto, e quello Tre chiamaſi Numeratore.*

(h) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(i) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ ⬠ *etc.*

(k) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. E prima di darvi mano avvertiamo il Principiante Geometra a non atterrirsi se ne' Quadrati (*a*), o Rettangoli (*b*), che dietro la Regola quì si faranno, ritroverà diverse spezie di Rotti [*c*] senza saperne il perchè; perocchè nella Ragione Dimostrativa il tutto si chiarirà.

2. Presa dunque la solita Squadra alla mano si fa sul gran Quadrato (*a*) un' *Area Quadrata* (*d*) di cui ciascun lato è dei due proposti Interi [*e*], come apparisce nel Quadrato (*a*) della *Fig. XLV. fol.* 9.

3. I cui lati sono *a c*, *a d*,

4. E giacchè l' Area (*f*) *d c* è di quattro Quadrati (*a*) terzi, si notano in carta Quattro Interi [*e*],

II. 5. Poscia *si fa un Rettangolo* (*b*) *dei due proposti Interi* (*e*), *e dei* Tre *primi Rotti* (*c*), come vedesi nella *Figura XLVI. fol.* 9. in cui figurasi, che il lato *e g* sia di *Due* Interi (*e*), ed il lato *e f* di *Tre* primi Rotti (*c*),

6. E giacchè l' Area (*f*) *g f* è di sei Quadrati (*a*) terzi, si notano in carta sei primi Rotti (*c*), o sia un Intero (*e*),

7. Lo stesso si fa anche *cogli altri due proposti Interi* (*e*), *e Due primi Rotti* [*c*], che ne risulterà l' Area [*f*] di Quattro Quadrati (*a*) terzi come vedesi nell' *accennata Figura XLV. fol.* 9. I quali Quadrati (*a*) terzi debbonsi quì considerare per altri quattro primi Rotti (*c*),

8. E però contansi essi in carta sott' agli precedenti.

III 9. In oltre *si fa un Rettangolo* (*b*) *dei mentovati* Due, *e* Tre *primi Rotti* (*c*), come vedesi fatto nell' *accennata Figura XLVI. fol.* 9.

10. E l'Area (*f*) *g f* di sei Quadrati [*a*] terzi rappresenterà *sei* di quelle stesse parti d' un primo Rotto (*a*), che egli n' è d' un Intero Quadrato (*g*),

11. E

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(c) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(d) *Area quadrata, o sia Quadrato è una Figura di 4 angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(e) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

11. E però i detti sei Quadrati (*a*) terzi sono seste parti d' un primo Rotto (*c*), siccome egli n' è una sesta parte d' un Intero [*e*],

12. Onde la mentovata Area (*f*) *g f* sarà un primo Rotto [*c*] diviso in sei parti.

IV. 13. *Si fa ancora un Rettangolo* (*b*) *dei due proposti primi Rotti* (*c*), *e dei secondi Rotti* (*c*), come apparisce nella *Figura XLVII. fol.* 9.

14. E giacchè l' Area [*f*] *c b* è di *Dodici* Quadrati (*a*) terzi, questi si considerano per quelle stesse parti d' un secondo Rotto (*c*), ch' un primo Rotto (*c*) n' è d' un Intero Quadrato (*g*),

15. Onde essendo un primo Rotto (*c*) nella nostra Ipotesi (*b*) una sesta parte d' un Intero (*e*), i mentovàti Dodici Quadrati (*a*) terzi sono tante sette parti d' un secondo Rotto (*c*),

16. E giacchè nella nostra Ipotesi (*b*) un secondo Rotto (*c*) consiste in Duodecimi, *Dodici* seste parti d' esso saranno Due secondi Rotti (*c*), i quali si scrivono in Carta,

17. *Lo stesso si fa ancora cogli altri Tre proposti primi Rotti* (*c*), *e quattro secondi Rotti* (*c*), che ne risulterà l' Area (*f*) di dodici Quadrati (*a*) terzi, come apparisce nella *Figura XLVIII. foglio* 9.

18. I quali consistono come i predetti in *dodici* seste parti d' un secondo Rotto (*c*),

19. E però notansi essi in carta sott' ai precedenti,

V. 20. *Di più si fa un Rettangolo* (*b*) *dei Sei, e dei Quattro secondi Rotti* (*c*) *proposti*, come vedesi nella *Figura XLIX. fol.* 9.

21. E l' Area (*f*) *c d* di *Ventiquattro* Quadrati (*a*) terzi sarà di tante parti d' un secondo Rotto (*c*), ch' egli n' è d' un Intero Quadrato (*g*),

22. E perciò i detti *Ventiquattro* Quadrati (*a*) saranno *Ventiquattro* parti Settuagesime seconde d' un secondo Rotto (*c*),

23. Imperciocchè, giacchè nella nostra Ipotesi (*b*) ciascun Intero (*e*) contiene sei primi Rotti (*c*), e ciascun primo Rotto (*c*) *Dodici* secondi, egli è chiaro, ch' un Intero (*e*) conterrà Settantadue secondi Rotti (*c*), ed appunto in *Settantadue* parti intendesi diviso anch' un secondo Rotto (*c*).

(f) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(g) *Intero Quadrato è quel numero, il quale non è diviso in veruna parte, e si rappresenta in figura quadrata, come* ⊞ *significa un numero Intero Quadrato di quattro.*

(h) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

24. *Ventiquattro* delle quali ſono l'Area (*a*) *c d* dell' accennata *Figura XLIX.*, come dicemmo.

25. Onde notanſi in carta accanto dei ſecondi Rotti (*b*) Ventiquattro / Settuageſimi Secondi.

VI. 26. Finalmente *ſi fa un Rettangolo* (*c*) *dei due Interi* (*d*), e *ſei ſecondi Rotti* (*b*) *propoſti*, come appariſce nella *Figura XLVII. fol. 9.*

27. E giacchè l'Area (*a*) *e b* è di dodici Quadrati (*e*) terzi, queſti ſi conſiderano per tanti ſecondi Rotti (*b*) d'un Intero Quadrato (*f*),

28. Sicchè ſaranno *dodici* ſecondi Rotti (*b*), che val a dire nella noſtra Ipoteſi (*g*) un primo Rotto (*b*), il quale deeſi pure notare in carta.

29. *Lo ſteſſa ſi fa ancora cogli altri due propoſti Interi* (*d*), e *quattro ſecondi Rotti* (*b*); come appariſce nella *Figura L. foglio 9.*, che l'Area (*a*) ſarà d'*Otto* Quadrati (*e*) terzi, conſiderati, come i predetti, per *Otto* ſecondi Rotti (*b*), i quali ſi notano in carta ſott' agli altri.

30. Onde rapportando quì tutte le multiplicazioni (*b*) fatte ſul gran Quadrato (*e*) nella preſente Pratica, cioè

	Interi (*d*)	Pr. Rotti (*b*)	Sec. Rotti (*b*)
I.	*Quattro* :	———	———
II.	*Uno* :	———	———
	———	*Quattro* :	———
III.	———	*Uno* :	———
IV.	———	———	*Due* :
	———	———	*Due* :
V.	———	———	——— Ventiquattro / Settanteſimi Secondi.
VI.	———	*Uno* :	———
	———	———	*Otto* :
	La ſomma è di		
	Interi (*g*) *Sei* :	*Uno* :	——— Ventiquattro / Settanteſimi Secondi.

Cioè d' Interi (*d*) *Sei*, Primi Rotti (*b*) *Uno*, Secondi Rotti (*b*) neſſuno, e *Ventiquattro* Settuageſime Seconde parti d' un ſecondo Rotto (*b*).

Ecco-

(a) *Area* ſ. preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come △ □ ec.

(b) *Rotto*, o ſia *Numero rotto* è un' unità diviſa in due parti, v. gr. ——— terzi ſono due parti d'un' unità diviſa in tre, tre ——— ſono tre parti quarti d'un' unità diviſa in quattro ec.

(c) *Rettangolo* è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come ▭

(d) *Intero* è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.

(e) *Quadrato* è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come □

Eccone

§. CXXXIX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Ripongaſi ſott' agli occhi la *Figura del fol.* 6. già conſiderata *ne'* §§. 7, *e* 8,
2. La quale ci rappreſenta ſul lato *A B* i due Interi (*d*) dall' *A* ſin' al *F*,
3. I $\frac{\text{Tre}}{\text{Seſti}}$ d' un Intero (*d*) dal *F* ſin' all' *H*,
4. Ed i $\frac{\text{Sei}}{\text{Duodecimi}}$ d' un Seſto dall' *H* ſin' al *B* propoſti nell' Ipoteſi (*g*) del preſente Problema,
5. Immaginandoci, che la *A X*, o *X F* ſia diviſa in *ſei* parti.
6. E la *F I*, o *I O* ec. in *Dodici*.
7. Così pure ſul lato *A C* ci vengono rappreſentati i due *Interi* (*d*) *A M*,
8. I *due* Seſti d' un Intero (*d*) dal *M* ſin' all' *E*,
9. Ed i *quattro* Duodecimi d' un Seſto dall' *E* ſin' al *B* propoſti nella mentovata Ipoteſi (*g*),

*

I. 10. Ora conſiderando l' Area Quadrata (*i*) *F M* fatta dai due Interi (*d*) *A M* e dai due Interi (*d*) *A F*, *chiaramente vedeſi contenere quella Quattro Interi Quadrati* (*f*) *giuſta il* §. 5.

*

II. 11. *Conſiderando il Rettangolo* (*c*) H K *fatto dai due Interi* (*d*) F K, o ſia A M, *e dei* Tre *primi Rotti* (*b*) F I O H, *quello vedeſi contenere ſei primi Rotti* (*b*), cioè $\frac{\text{Sei}}{\text{Seſti}}$ che nella noſtra Ipoteſi (*g*) è un Intero (*d*),

12. Per la ſteſſa Ragione *conſideraſſi nel Rettangolo* (*c*) M G *fatto dai due Interi* (*d*) M K, *o ſia* A F, *e dai due primi Rotti* (*b*) M E, *Quattro primi Rotti* (*b*), *cioè Quattro Seſti*.

[f] *Intero Quadrato è quel numero, il quale non è diviſo in veruna parte, e ſi rappreſenta in figura quadrata, come* ⊞ *ſignifica un numero Intero Quadrato di quattro.*

[g] *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(h) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(i) *Area quadrata, o ſia Quadrato è una Figura di 4 angoli eſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(a) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

*

III. 13. Considerando *il Rettangolo* (*a*) *R K, fatto dai due primi Rotti* (*b*) G K, *o sia* M E, *e dai tre pure primi Rotti* (*b*) L K, *o sia* F I, O H, *quello* vedesi contenere sei Quadrati (*c*),

14. *Cioè sei di quelle parti, delle quali un primo Rotto* (*b*) *n' è d' un Intero* [*d*] cioè tanti sesti d' un primo Rotto (*b*),

15. Imperciocchè essendo ciascun primo Rotto (*b*), o sia un Sesto d' un Intero (*d*), lungo un Intero (*d*), e largo un Sesto d' esso, ciascuna lunghezza, o sia Intero (*d*) intenderassi divisa in *sei* parti, delle quali ogn' una sarà uguale alla larghezza, cioè ad un primo Rotto (*b*).

(b) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* ——— *terzi sono due parti d' un' unità divisa in tre, tre* ——— *quarti sono tre parti d' un' unità divisa in quattro ec.*

*

IV. 16. *Considerando il Rettangolo* (*a*) N R *fatto dai due primi Rotti* (*b*) L R. *o sia* M E, *e dai sei secondi Rotti* (*b*) N L, *o sia* B H,

17. *Questo vedesi diviso in dodici altri Rettangoli* (*a*), *i quali sono di quelle parti d' un secondo Rotto* (*b*), *delle quali un primo Rotto* (*b*) *n' è d' un Intero* (*d*), che val a dire: sono tanti Sesti d' un secondo Rotto (*b*).

18. Perocchè siccome ciascuno dei sei secondi Rotti (*b*) del Rettangolo (*a*) *N P* è lungo un Intero (*d*),

19. Così essendo un primo Rotto (*b*) largo un Sesto d' un Intero (*d*), la larghezza d' un primo Rotto (*b*) s' addatterà sei volte alla lunghezza d' un secondo Rotto (*b*), e per conseguenza lo farà in *Sei* parti, o in sei Rettangoli (*a*),

20. I quali essendo nel presente Rettangolo (*a*) *N R Dodici* come dicemmo saranno due secondi Rotti (*b*),

21. La stessa Ragione intenderassi circa le altre *dodici* parti d' un secondo Rotto (*b*) contenute nel Rettangolo (*a*) *S G*, che fanno parimente *Due* secondi Rotti (*b*),

*

V. 22. *Conſiderando il Rettangolo* [*a*] D R *fatto dai ſei ſecondi Rotti* [*b*] Y R, *o ſia* B H, *e dai quattro ſecondi Rotti* [*b*] S R, *o ſia* C E,

23. *Vedeſi quello contenere Ventiquattro Quadrati* [*c*], *i quali rappreſentano di quelle parti d' un ſecondo Rotto* [*b*], *delle quali egli n' è d' un Intero* [*d*], *cioè tante parti ſettuageſime ſeconde*,

24. Perocchè, ſe l' Intero (*d*) *L F* foſſe diviſo in primi Rotti [*b*], ſarebbe di ſei parti, e ſe ciaſcuna di queſte foſſe diviſa in ſecondi Rotti [*b*] ſarebbe di *Dodici* parti,

25. Sicchè ſei volte *dodici* fa *ſettantadue* parti, o ſia ſecondi Rotti [*b*], ciaſcuno de' quali è largo e lungo come un lato dei mentovati Quadrati [*c*] contenuti nel già veduto Rettangolo (*a*) *D R*,

*

VI. 26. *Conſiderando il Rettangolo* [*a*] B L, *fatto dai due Interi* [*d*] H L, *o ſia* A M, *e da ſei ſecondi Rotti* [*b*] N L, *o ſia* B H,

27. *Queſto vedeſi diviſo in dodici Rettangoli* [*a*], *che conſideranſi per ſecondi Rotti* [*b*] *d' un Intero Quadrato* [*c*],

28. Perocchè egli è chiaro, ch' un ſecondo Rotto [*b*] ha la lunghezza d' un Intero [*d*], e la larghezza di ſe ſteſſo,

29. E giacchè *Dodici* ſecondi Rotti (*b*) fanno un primo Rotto [*b*], quelli faranno un primo Rotto [*b*],

30. La ſteſſa ragione intenderaſſi intorno il Rettangolo (*a*) G C d' *otto* ſecondi Rotti [*b*] lunghi come un Intero (*d*), e larghi un ſecondo Rotto (*b*) come dicemmo,

31. Sicchè raccogliendo il Quadrato (*c*) *F M* di

Inte-

(c) *Quadrato è una figura di 4 angoli e ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(d) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

[c] *Intero Quadrato è quel numero, il quale non è diviſo in veruna parte, e ſi rappreſenta in figura quadrata, come* ⊞ *ſignifica un numero Intero Quadrato di quattro.*

	Interi (*a*)	Pr. Rotti (*b*)	Sec. Rotti (*b*)
II. Il Rettangolo (*c*) *H K* d' Interi (*a*)	*Uno* :	——	——
Il Rettangolo [*c*] *M G* d' Interi (*a*)	——	*Quattro* :	——
III. Il Rettangolo (*c*) *R K* d' Interi [*a*]	——	*Uno* :	——
IV. Il Rettangolo (*c*) *N R* d' Interi (*a*)	——	——	*Due*
Il Rettangolo (*c*) *S G* d' Interi (*a*)	——	——	*Due*
V. Il Rettangolo (*c*) *D R* d' Interi (*a*)	——	——	—— Ventiquattro / Settantesimi Secondi
VI. Il Rettangolo (*b*) *B L* d' Interi (*a*)	——	*Uno* :	——
Il Rettangolo (*c*) *G C* d' Interi (*a*)	——	——	*Otto*
Si fanno Interi (*a*) *Sei*	: *Uno*	:	—— Ventiquattro / Settantesimi Secondi.

Cioè Interi (*a*) *Sei*, primi Rotti (*b*) *Uno*, secondi Rotti (*b*) Nessuno, e *Ventiquattro* Settuagesime parti d' un Secondo: come dicemmo nella Pratica.

E perciò

Facendo colla solita Squadra sul gran Quadrato (*d*),
I. Un Rettangolo (*c*), o Quadrato (*d*) dei proposti Interi (*a*),
II. Degli Interi (*a*), e primi Rotti (*b*),
III. Dei primi Rotti (*b*),
IV. Dei primi, e secondi Rotti (*b*),

V. Dei

V. Dei ſecondi Rotti (*b*),

VI. Degli Interi (*a*), e ſecondi Rotti (*b*), le Aree (*c*) ne moſtreranno i riſpettivi Prodotti (*f*),

Il che era ec.

Per maggior lume rileggansi li §§. 7. e 8., e frattanto arricordiamo ai Principianti il ſeguente

*

Avvertimento I.

1. Che finalmente dalla precedente Regola, e Pratica ſi potrà comprendere, come giuſta le miſure del noſtro Paeſe ſi poſſa fare la multiplicazione (*g*) di *Pertiche*, *Piedi*, ed *Oncie*, per *Pertiche*, *Piedi*, ed *Oncie* ſenza l'uſuale Aritmetica.
2. Perocchè ci poſſiamo figurare, che gli *Interi* (*a*) Due del primo Numero in queſto Problema già propoſti ſieno di Pertiche,
3. I tre Seſti ſieno *Tre* Piedi, giacchè ciaſcuna Pertica è di *Sei* Piedi,
4. Ed i *Sei* Duodecimi ſieno Sei Oncie, giacchè un Piede è d'Oncie *Dodici*,
5. E parimente, che i due Interi (*a*), *Due* Seſti, e Quattro *Duodecimi* del ſecondo Numero ſieno *Due* Pertiche, *Due* Piedi, e *Quattro* Oncie,
6. Ch' offervando la mentovata Regola, e la mentovata Pratica s'avrà il facile Prodotto (*f*) della multiplicazione [*g*].

*

7. Ne' caſi, quando foſſero da multiplicarſi Interi [*a*] primi, ſecondi, terzi, quarti, quinti, ſeſti Rotti, [*b*] ed altri in infinito per Interi [*a*], primi, ſecondi, terzi, quarti, ed ulteriori Rotti [*b*] ec. ſenza l'uſuale Aritmetica: Noi eravamo intenzionati di porne qui ſotto agli occhi del Leggitore una Regola univerſale, ma per non tediarlo d' avvantaggio, li diremo per compendioſo fondamento de' ſimili multiplicazioni [*g*] di molti Rotti (*b*), ch'egli debba

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(b) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(c) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(e) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(f) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſi chiama Prodotto.*

(g) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

ba di nuovo fiſſar la viſta ſulla *già accennata Figura del foglio 6.*

8. Imperciocchè ſiccome da quella ricavaſi il Prodotto (*a*) che naſce, quando multiplicaſi [*b*] un Intero [*c*] per un primo Rotto (*d*), un primo Rotto [*d*] per un primo Rotto (*d*), un primo Rotto (*d*) per un ſecondo Rotto [*d*] ec., accagione che i Rettangoli [*e*], o Quadrati [*f*] fatti dai ſegamenti delle lunghezze, e larghezze dei mentovati Interi [*c*], e primi Rotti [*d*] chiaramente dimoſtrano ſott' all' occhio la fondamentale diviſione de' Rotti [*d*] propoſti,

9. Così ſi potrà ad eſempio della detta Figura deſcriverne delle altre, che rappreſentino gli Interi [*c*], Rotti [*d*] primi, ſecondi, terzi, quarti ec. di qualunque ſpezie eſſi ſieno propoſti, perocchè dal ſegamento, o dall'incrocicchiare, che fanno le linee dei nominati Interi (*c*), e Rotti (*d*), ſe ne caveranno infallibilmente i Prodotti (*a*). L'avveduto Leggitore ne potrà formare da ſe ſteſſo gli eſempj. Chiudiamo la multiplicazione [*g*] de' Rotti [*d*] con un

*

Avvertimento II.

Molto conſiderabile.

10. Quaſi in tutte le Scuole dell' Aritmetica riſuona quella triviale dottrina, che nella multiplicazione, [*g*] che faſſi d'un Rotto [*d*] per un altro Rotto (*d*), il Prodotto (*a*) ſia ſempre minore dei Fattori (*b*), cioè minore dei Numeri, che l'uno con l'altro ſi multiplicano [*b*], benchè paja per altro coſa naturale, che quando ſi multiplica [*b*] una coſa per un' altra, non poſſa dirſi multiplicata [*b*], ſe il Prodotto (*a*) delle coſe multiplicate [*b*] non è maggiore delle ſteſſe coſe multiplicanti (*b*),

11. Come dicendo ne' Numeri Interi [*c*] *Tre* volte *Quattro*, egli è naturale, che ſi produca *Dodici*, cioè più dei due Fattori [*b*], che ſono il *Tre*, ed il *Quattro*. Altrimente ſe il Prodotto (*a*) non foſſe maggiore, il *Quattro* non ſi ſarebbe multiplicato (*b*) per il *Tre*, cioè non ſi ſarebbe detto tre volte *quattro*.

12. Onde

(a) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſi chiamaſi Prodotto.*

(b) *Multiplicare, o far multiplicazione ſi intende, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(d) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti v. gr. ——— terzi ſono due parti d'un' unità diviſa in tre, tre ——— ſono tre parquarti ti d'un'unità diviſa in quattro ec.*

[e] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali; come* ▭

12. Onde replichiamo, che quantunque sia cosa naturale, ch' il Prodotto [*a*] d' una multiplicazione [*g*] ne' numeri Interi [*c*] debba essere maggiore dei numeri Fattori (*b*), ciò non ostante risuona per tutto la costante Dottrina, come dicemmo, che nella multiplicazione (*g*) de' Rotti (*d*) il Prodotto (*a*) sia sempre minore dei Fattori (*b*),

13. In esempio quando si multiplicano (*b*) $\frac{\text{Due}}{\text{Setti}}$ per $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ come nel *Problema IX.* veduto abbiamo, il Prodotto (*a*) di $\frac{\text{Sei}}{\text{Quarantesimi secondi}}$ certamente è minore di $\frac{\text{Due}}{\text{Setti}}$, ed anche di $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$; come chiaramente si può comprenderlo dal *numero III. pagina* 618.

14. Gli Autori dichiarano in più modi il fondamento di questa dottrina, fra i quali si può vedere il *Guarini nel suo Euclide accresciuto*, il *Fardella nel Tomo 2. della sua Dialettica Razionale*, e *Matematica*, *ed il P. Tacquet nella sua Teoria*, *e Pratica dell' Aritmetica*.

15. Noi allo 'ncontro volendo in quest' Opera dar debolmente ad intendere le Operazioni Geometriche, e parlando di questa soggetta materia, crediamo di poter dire, ch' il Prodotto (*a*) di qualunque multiplicazione (*g*) tanto d' Interi (*c*) soli, quanto di Rotti (*d*) soli, o d' Interi (*c*), e Rotti (*d*) di qualunque spezie, sia sempre maggiore de' numeri Fattori (*b*) nel suo valore. Eccone la ragione:

16. Sieno da multiplicarsi (*b*) i due accennati Rotti (*d*) di $\frac{\text{Due}}{\text{Setti}}$ e di $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$

17. Il Prodotto (*a*) di questa multiplicazione (*g*) già veduto nel detto Probl. IX. apparisce nella *Fig. XXXII. fol.* 5. il quale è di $\frac{\text{Sei}}{\text{Quarantesimi secondi}}$

18. I quali *sei* Quarantesimi secondi diciamo noi, essere di molto maggiore valore tanto dell' uno, quanto dell' altro Fattore (*b*). di $\frac{\text{Due}}{\text{Setti}}$, e di $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ quand' anche fossero raccolti insieme.

(f) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* [□]

(g) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(h) *Fattori numeri chiamansi quelli, che multiplicansi insieme, v. g. dicendo due volte quattro fa otto, il due ed il quattro sono i Fattori.*

19. Perocchè, parlando Geometricamente tanto i $\frac{\text{Due}}{\text{Sesti}}$ cioè il lato *a s*, quanto i $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ cioè il lato *a r* ſono in linea.

20. All' incontro i $\frac{\text{Sei}}{\text{Quarantesimi ſecondi}}$ cioè il Rettangolo *r s*, ſono in Superficie (*a*).

21. Onde, ſiccome noi concepiamo qualunque linea per una grandezza, ch' ha lunghezza ſenza larghezza, e qualunque Superficie (*a*) per una grandezza, ch' ha lunghezza, e larghezza,

22. Così varrà aſſai meno un numero, che la Geometria ci preſenta in linea ſemplice d' un numero rappreſentatoci in Superficie [*a*],

23. Il che dee ben' oſſervarſi nella Società umana, imperciocchè una grandezza in linea, ſe foſſe anche di *Cento* Pertiche ſi potrà vendere a minor prezzo d' una grandezza in Superficie [*a*] ſe foſſe anche d' una ſola Pertica. Come meglio ſi chiarirà ne' ſeguenti Problemi, ne' quali tratteraſſi del partire [*b*] i Rotti [*c*].

*

24. Altri modi di multiplicare [*d*] qualunque ſpezie di primi, ſecondi, terzi, e più Rotti [*c*] in infinito per altri Rotti [*c*], o per Interi [*e*], e Rotti [*c*] ec. ritroverà l' ingegnoſo Leggitore da ſe ſteſſo ſul gran Quadrato [*f*] per mezzo d' un continuato eſercizio. E perciò paſſiamo a vedere nel

PROBLEMA XV.

Come ſi dividano Rotti (c) per Rotti (c) ſenza l' uſuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipoteſi [*g*].

Propoſto un Rotto [*c*] di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ da dividerſi [*b*] per $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$ ſenza l' uſuale Aritmetica.

Dico

(a) *Superficie è una eſtenſione che ha lunghezza, e larghezza.*

(b) *Partire, o ſia dividere nell' Aritmetica dicesi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(c) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d' un' unità diviſa in tre;* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(e) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(f) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(g) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(h) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

Dico per

II. Regola.

I. Che fatto colla ſolita Squadra ſul gran Quadrato (*f*) un Rettangolo (*b*), o un Quadrato (*f*), i cui lati ſieno i Denominatori (*i*) dell' uno, e l' altro Rotto (*c*) propoſto.

II. Poſto poi un braccio della detta ſul lato del Diviſore (*k*) ed in iſpezie ſul di lui Numeratore (*l*), ſicchè coll' altro inſieme ſi comprenda un Rettangolo (*b*) del Rotto (*c*) da dividerſi (*b*).

III. Queſto ſteſſo altro braccio moſtrerà ſull' altro lato il Quoziente (*m*),

Queſta Regola alquanto oſcura ſi chiariſce per mezzo della

III. Pratica.

1. Supponiamo ch' il Leggitore abbia ancora a memoria coſa ſia il dividere (*b*) un numero per un altro, e ſe forſe ſe ne foſſe ſcordato, potrà rileggere ciò, ch' al principio del *Problema 7. Capo 1. pagina 608.* dicemmo.

I. 2. Dovendoſi dunque giuſta la preſente Regola *fare ſul gran Quadrato* [*f*] *un Rettangolo* (*b*), *o un Quadrato* (*f*), *i cui lati ſieno i Denominatori* (*i*) *dei* due *propoſti* Rotti (*c*) cioè di *Terzi*, e di *Quarti*,

3. Operiſi colla Squadra come appariſce fatto nella *Figura LI. fol. 9.*

4. In cui il lato *b c* rappreſenta il Denominatore (*i*) di Terzi,

5. Ed il *b e* di Quarti,

6. Ch' in tale guiſa i detti due Denominatori (*i*), o ſia i *due* Interi [*e*] *b c*, *b e* ſi ſaranno ridotti in un Denominatore [*i*], o ſia Intero [*e*] ſolo per mezzo del Rettangolo [*b*] *e c* di *Dodici* parti, *giuſta il num. VI. della pag. 624.*

7. Delle quali quelle contenute ne' due Rettangoli [*b*] *b o*, *s r*, cioè le parti *Otto* ſono evidentemente due terzi.

(i) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il numero di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviſo in ſette parti.*

(k) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che conoſcenſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne farà il Diviſore.*

(l) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d' un Rotto indica le parti d' un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il Tre notato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

(m) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quatero n' è il Quoziente.*

11. 8. *E giacchè deesi poi porre un braccio della Squadra sul lato del Divisore* (a), *cioè sul lato* b e *fatto in quarti*,

9. *Ed in ispezie sul di lui Numeratore* (b), ch'è un quarto dal *b* fin' al *n*,

10. *Sicchè si comprenda con amendue le braccia il Rettangolo* [c] *b r*.

11. Cioè il Numero da dividersi [d] di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi.}}$

12. S'accomoda la Squadra, come vedesi fatto nella *Figura LII. fol.* 9.

13. Ove il braccio *r n* posto sul punto *n* termine d' un Quarto,

14. Ed il braccio *r s* sul punto *o*, comprendono amendue il Rettangolo [c] *b r* di punti *Otto*, cioè di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$

15. Uguale al Rettangolo [c] *b r* della *Figura LI.* d'altrettante parti.

III. 16. Ed in tal modo il detto braccio *r s* mostra sul lato *b o* parti *Otto*,

17. Che noi comprendiamo per *Due* Interi (e), e $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ che sono il Quoziente [f], che noi ricerchiamo del Rotto [g] di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ diviso (d) per $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$,

18. Come ora si comprenderà dalla

§. CXL.

Sua Ragione dimostrativa.

1. Supposto, che nella materia dei Numeri Rotti [g] un Intero [e] tanto in linea, quanto in Superficie (b) possa considerarsi diviso [d] in Rotti (g), come al *Numero II. della pag.* 616. dicemmo.

2. Supposto ancora, ch' un Numero da dividersi [d] si comprenda sempre in un Quadrato (i), o in un Rettangolo [c], dei cui lati l'uno si consi-

dera

(a) *Divisore; o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne sarà il Divisore.*

(b) *Numeratore è quel numero, il quale notato sopra la linea d' un Rotto indica le parti d'un Intero diviso, scritto sotto la detta linea, v.g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.*

[c] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(d) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(e) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(f) *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come en-*

dera per Diviſore [*a*], l'altro per Quoziente (*f*), come appariſce al §. 125. *della pagina* 610.

3. E che i Denominatori [*k*], ovvero Interi (*e*) de' differenti Rotti (*g*) propoſti, benchè conceputi in linea ſi poſſano ridurre ad uno ſteſſo Denominatore (*k*) in Superficie (*b*), come riluce al *Numero VI. della pagina* 624.

4. Facilmente comprenderà il Principiante, che nella *Figura LI.* i *due* Denominatori (*k*) dei propoſti due Rotti (*g*) di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$, cioè di *tre*, e *quattro* in linea ſianſi ridotti ad un ſolo Denominatore (*k*) della Superficie Rettangolare (*l*) *e c* di parti *Dodici*,

5. Delle quali i due Rettangoli (*c*) *b o*, *s r* di parti *Otto* ſono i due Terzi da dividerſi (*d*) per un Quarto.

6. Onde, giacchè il Diviſore (*a*) dee ſempre intenderſi in linea,

7. Si è preſo colla Squadra il Numeratore (*b*) *b n* in linea, cioè un Quarto dell' Intero [*e*] *b c*,

8. E coll' altro braccio *r s* ſi è avanzato ſin' all'*o* della *Figura LII. foglio* 9.

9. Per comprendere nel Rettangolo (*c*) *b r* uguale al Rettangolo (*c*) *b r* della *Figura LI.* le *otto* parti, cioè i due Terzi da dividerſi (*d*),

10. E così la detta linea *b n*, cioè un quarto dell' Intero (*e*) *b e* ſarà il Diviſore (*a*),

11. E la *b o* ſarà il Quoziente (*f*) del Rettangolo (*c*) *b r*, *giuſta la Regola della pag* 609.

12. Ma la detta *b o* è di *Due* Interi (*e*), e $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$,

13. Accagione, ch' eſſendoſi ſtabilita la *b c* della *Figura LI.*, o ſia della *Figura LII.* di *Tre* parti per un Intero (*e*) in linea,

14. La *b c* della *Figura LII.* ſarà neceſſariamente d' un Intero (*e*), la *c f* d'altre *tre* parti ne ſarà un altro Intero (*e*), e la *f o due* Terzi,

15. Dunque tutta la *b o* linea del Quoziente (*f*) ſarà di due Interi [*e*], e di due Terzi come dicemmo.

Sicchè

I. Fatto colla ſolita Squadra ſul gran Quadrato (*i*) un Rettangolo (*c*), i cui due lati ſieno

trando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.

(g) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un'unità diviſa in quattro ec.*

(h) *Superficie è una eſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(i) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(k) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di Tre* $\frac{\text{il numero}}{\text{Settimi}}$ *di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d' un' Intero diviſo in ſette parti.*

(l) *Superficie Rettangolare, o ſia Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

no

no i Denominatori (a) dell' uno, e l'altro Rotto (b) propoſto,

II. Poſto poi un braccio della detta ſul lato del Diviſore (c), ed in iſpezie ſul di lui Numeratore (d), ficchè coll' altro inſieme ſi comprenda un Rettangolo (e) del Rotto (b) da dividerſi (f),

III. Queſto ſteſſo altro braccio moſtrerà ſull' altro lato il Quoziente (g).

Il che era ec.

*

In queſto Problema ſi è propoſto un Rotto (b) maggiore da dividerſi (f) per un Rotto (b) minore, ma ora vogliamo vedere nel

PROBLEMA XVI.

Come ſi divida (f) un Rotto (b) minore per un Rotto (b) maggiore ſenza l'uſuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipoteſi (h).

Propoſto un Rotto (b) d' $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$ da dividerſi (f) per $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ ſenza l'uſuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

I. Che fatto colla ſolita Squadra ſul gran Quadrato (i) un Rettangolo (e), o un Quadrato (i), i cui due lati ſieno i Denominatori (a) dell' uno, e dell' altro Rotto (b) propoſto.

II. Po-

(a) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero ai Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviſo in ſette parti.*

(b) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(c) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne farà il Diviſore.*

(d) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

II. Posto poi un braccio della detta ful lato del Divisore (*c*), ed in ispezie sul di lui Numeratore (*d*), ficchè insieme coll' altro si comprenda un Rettangolo (*e*) del Rotto (*b*) da dividersi (*f*).

III. Questo stesso altro braccio mostrerà sull' altro lato il Quoziente (*g*).

(e) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Dividere, o sia Partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

Eccone la

III. Pratica.

1. La Regola di questo Problema è bensì la stessa, che vedemmo nel precedente, ma la Pratica è differente.

I. 2. In ordine all' accennata Regola dunque *ponesi la Squadra sul gran Quadrato* (*i*) *in modo, che un braccio mostri i Terzi, e l' altro i Quarti dei proposti Rotti* (*b*), come vedesi nella *Fig. LIII. foglio* 9.

3. Ove il lato *b e* è di Terzi, il lato *b o* di Quarti, e l'Intero (*k*), o sia Denominatore (*a*) *e o* di parti *Dodici*.

II. 4. *Poscia ponesi un braccio* q m *della detta Squadra su i due Terzi del Divisore* (*c*), cioè sulla *b r* del lato *b e*, come vedesi nella *Fig. LIV. fol.* 9.

5. *Sicchè insieme coll' altro braccio* q t *si comprenda un Rettangolo* (*e*), *e Quadrato* (*i*) *del Rotto* (*b*) *da dividersi* (*f*), come sull' accennata *Fig. LIV.* apparisce,

6. Ove il Rettangolo (*e*) *b s* è di due parti, ed il Rettangolo [*e*] *p q* di due mezze, ficchè in tutto di tre parti,

7. Le quali sono pure comprese nel Rettangolo (*e*) *b e* della *Figura LIII.*, ch' è il proposto Quarto da dividersi (*f*).

8. Giacchè tutto il Rettangolo (*e*) *e o* considerasi diviso in quattro parti ciascuna di tre Quadrati (*i*).

III. 9. Ed in tal modo il detto braccio *q s* mostra sul lato *b n* il Quoziente (*g*) d' un quarto, e mezzo, cioè di $\frac{\text{Tre}}{\text{Ottavi}}$ d' un Intero (*k*),

(g) *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(h) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(i) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(k) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

10. Co-

10. Come ſi comprenderà dalla

§. CXLI.

Sua Ragione dimoſtrativa.

1. Ch' i propoſti due Rotti (*a*) dei Terzi, e quarti ſi ſieno ridotti ad un ſolo Denominatore (*b*), o ſia Intero (*c*) *e o* della *Figura LIII.* ciò riluce dal *precedente* §. 140.
2. Ch' il Rettangolo (*d*) *b q* della *Figura LIV. fol.* 11. ſia uguale al Rettangolo (*d*) *b c* della *Figura LIII.* cioè ad $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$ da dividerſi (*e*) per i $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ in linea *b r*, ciò faſſi pure chiaro dal mentovato §.
3. E che nella *Figura LIV.* la linea *b x* d'un Quarto, e mezzo ſia il Quoziente (*f*) è ancora coſa patente dall' accennato §.
4. Reſta ſolo da dimoſtrarſi, come il detto Quoziente (*f*) *b x* d' un Quarto, e mezzo, ſi debba denominare di $\frac{\text{Tre}}{\text{Ottavi}}$ il che dichiaraſi come ſegue:
5. Mentre nella *Figura LIV.* ſi è poſto il braccio *q m* della Squadra ſopra i *due* Terzi *b r* per far anche coll'altro braccio *q s* il Rettangolo (*d*) *b q* uguale al Rettangolo (*d*) *b c* della *Figura LIII.* come dicemmo,
6. Se nella *Figura LIV.* col braccio *q s* della Squadra ſi foſſe avanzato ſolo ſin' alla linea *p s*,
7. Si ſarebbe compreſo il ſolo Rettangolo (*d*) *b s* di due parti,
8. A cui ſarebbe mancata ancora una parte per uguagliare il Rettangolo (*d*) *b c* della *Figura LIII.*, ch'è di *Tre*,
9. E però dovendo reſtar coſtantemente coſ braccio della Squadra ſulla linea *r s q n* della *Figura LIV.* come quella che ſega la *b r*, cioè i due propoſti Terzi del Diviſore (*g*),
10. Si è neceſſariamente dovuto prendere la mezza *p z* a diſcrezione per far il Rettangolo (*d*) *p q* di *due* mezze parti, o ſia d' una intera,
11. Ch' aggiunta alle altre *due b s* ne fanno *tre*,
12. Cioè il Rettangolo (*d*) *b q* della *Figura LIV.* uguale al Rettangolo (*d*) *b c* della *Figura LIII.*

13. Giac-

(a) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(b) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviſo in ſette parti.*

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(d) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(e) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica dicesi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

13. Giacchè dunque con tale operazione si è segata per mezzo la *p z*, cioè una quarta parte dell' Intero (*c*) *b o* della *Figura LIV.*

14. La detta *p z* non si considera più per quarta parte del detto Intero (*c*) *b o*, ma bensì per due ottave parti d'esso,

15. E l'Intero (*c*) *b o* sarà di parti *otto*, giacchè ciascuna delle *quattro* parti *b p*, *p z*, *z u*, *u o* ci figuriamo fatte in *due*.

16. Onde non è maraviglia, che nominando il Quoziente (*f*) dal *b* sin' al *x*, per altro d'un Quarto, e mezzo, lo denominiamo di $\frac{\text{Tre}}{\text{Ottavi}}$.

Sicchè

I. Fatto colla solita Squadra sul gran Quadrato (*b*) un Rettangolo (*d*), i cui due lati sieno i Denominatori (*b*) dell'uno, e dell' altro Rotto (*a*) della nostra Ipotesi (*i*).

II. Posto poi un braccio della detta sul lato del Divisore (*g*), ed in ispezie sul di lui Numeratore (*k*), sicchè insieme coll' altro si comprenda un Rettangolo (*d*) del Rotto (*a*) da dividersi (*e*).

III. Questo stesso altro braccio mostrerà sull' altro lato il Quoziente (*f*).

Il che era ec.

Dalla predetta Ragione Dimostrativa ricavasi il seguente

*

Avvertimento I.

1. Che dietro al numero del Numeratore (*k*) del Divisore (*g*) si regolerà sempre la Denominazione del Quoziente (*f*),

2. Perocchè, siccome nella già veduta *Figura LIV. foglio* 9. essendo il Numeratore (*k*) del Divisore (*g*) *b r* di *Due*,

(f) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(g) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne sarà il Divisore.*

(h) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

[i] *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(k) *Numeratore è quel numero, il quale notato sopra la linea d' un Rotto indica le parti d'un Intero diviso, scritto sotto la detta linea, v.g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.*

3. Parimente in due parti si è fatta ciascuna delle *quattro* parti dell' Intero [a] *b o*.
4. Sicchè in vece della Denominazione di Quarti ha acquistata la Denominazione d' Ottavi.
5. Per maggior chiarezza delle cose. Supporremo, che si debbano dividere [b] due Terzi per tre Quarti,
6. In tale caso, essendo il Numeratore [c] del Divisore (d) di *Tre*, parimente in *tre* parti dovrassi intendere diviso (b) ciascuno dei Terzi del Quoziente (e),
7. Sicchè in vece della Denominazione di Terzi acquisterà quella di Noni.
8. Perocchè ciascuno dei *tre* Terzi fatto in *tre* parti, tutti e *tre* i Terzi insieme saranno di *Nove* parti.

*

9. La cosa apparirà più chiara nelle due *Figure LV.*, *LVI. foglio* 9.
10. Imperciocchè la *Figura LV.* mostra per mezzo dei *due* lati *b o*, *b e* di Terzi, e di Quarti il Rettangolo (f) *e o*, ch'è l'Intero (a), o sia Denominatore (g) di Duodecimi, *giusta il* §. 140. *della pagina* 684.
11. Ove la *b r* di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ è il Divisore (d) dei $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ *b n*, *giusta il* §. 124. *della pagina* 610.
12. E la *Figura LVI.* mostra il braccio *m n* della Squadra posto sulla *b r*, ch'è il Divisore (d) di $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$,
13. Ed il braccio *m s*, il quale arrivando solo fin' alla *m t*, fa il Rettangolo (f) *b m* solo di *sei* Duodecimi,
14. Ma dovendo essere d' *otto* Duodecimi, cioè uguale al Rettangolo (f) *b n* della *Figura LV. foglio* 11., che sono i $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ da dividersi (b),
15. Egli è necessario di aggiungervene due altri.
16. Onde, giacchè il Numeratore (c) del Divisore (d) *b r* è di *tre*; c' immagineremo, che ciascuno dei detti *sei* Duodecimi *b m* sia diviso (b) in tre,
17. E però presa nella *Figura LVII. fol.* 9. sulla *o r* [ch'è un Terzo dell' Intero (a) *b r*] una terza parte in *p* a discrezione;

18. Ed

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(b) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(c) *Numeratore è quel numero, il quale posato sopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviso, scritto sotto la detta linea, v.g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Sessimi}}$ *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.*

(d) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne sarà il Divisore.*

(e) *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

18. Ed immaginandoci tirata la *p r* per mezzo della Squadra, avremo il Rettangolo (*f*) *o s* di tre Terzi, che sarà un altro Duodecimo presso ai sei *b m*.

19. Presa sulla detta *o r* un' altra terza parte a discrezione dal *p* fin'al *q*,

20 Ed immaginandoci tirata la *q x*, avremo un altro Rettangolo (*f*) *p x* di tre altri Terzi, cioè un altro Duodecimo,

21. Cioè *Due* Duodecimi presso i primi *Sei*,

22. Sicchè tutt'il Rettangolo (*f*) *b x* sarà d' *otto* Duodecimi, cioè uguale al Rettangolo (*f*) *b n* della *Figura LV.*, che sono i $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ da dividersi (*b*),

23. E però, giacchè cialcun Terzo dell' Intero (*a*) *b r*, cioè il *b k*, *k o*, *o r* si concepisce diviso (*b*) in tre parti,

24. Il detto Intero (*a*) *b r* non si dirà più di Terzi, ma di Noni, come dicemmo,

25. E per conseguenza la *b q* (ch' è il Quoziente (*e*) ricercato, *giusta il §. della pagina 610.*) sarà di $\frac{\text{Otto}}{\text{Noni}}$.

*

26 Replichiamo dunque, che nella divisione de' Rotti per Rotti (*h*), il numero del Numeratore (*c*) del Divisore (*d*) servirà sempre di regola alla Denominazione (*i*) del Quoziente (*e*),

27. E che i Rettangoli (*f*) piccioli, ch'a qualunque Rettangolo (*f*) grande s' aggiungono per compire il Numero da dividersi (*b*), avendo per uno dei loro lati il Divisore (*d*), e per l'altro una parte, in cui il detto Divisore (*d*) è partito, sarà sempre una parte di quelle, nelle quali si concepisce diviso (*b*) un Intero (*a*).

28. In esempio nella veduta *Figura LVII. fol. 9.* i *Rettangoli* (*f*) *piccioli o s*, *p x*, ch'al *Rettangolo* [*f*] *grande b m s' aggiungono*,

29. I quali hanno per un lato *o m*, ovvero *p x* la lunghezza del Divisore [*d*] *b r*,

30. E per l'altro una parte *o p*, ovvero *p q*, cioè *una parte de' Terzi, nei quali il detto Divisore* [*d*] *è partito*,

(f) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(g) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviso in sette parti.*

(h) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(i) *Denominazione, o sia Denominatore dicesi d'un numero notato sotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviso in parti.*

31. Essendo di tante parti di quante n'è il Divisore (a), cioè di Tre,

32. Ciascuno d'essi varrà un Quadrato (b) *b f*, cioè una di quelle dodici parti, nelle quali concepiamo diviso (c) l'Intero (d) *b w*.

Diciamo per

(a) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne farà il Divisore.*

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(c) *Dividere, o sia Partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(d) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(e) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d' un' unità divisa in quattro ec.*

(f) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

Avvertimento II.

Considerabile.

33. Che ben inteso ciò, che sinora si è detto, non sembrerà strano ad un Principiante l'udire, che si possa dividere (c) un Rotto (e) minore per un Rotto (e) maggiore, come si è fatto nel presente Problema,

34. In cui si è diviso $\frac{Un}{Quarto}$ per $\frac{Due}{Terzi}$,

35. Perocchè quantunque paja, che i detti $\frac{Due}{Terzi}$ valgliano assai più d' $\frac{Un}{Quarto}$,

36. E per conseguenza, giusta la natura del Dividere (c) veduta alla *pagina* 608. *num.* 1. ec. non si possano mai contenere in $\frac{Un}{Quarto}$,

37. Con tutto ciò egli vedrà in ordine a ciò, che quì sotto diremo, come ed in quali termini avvenga la detta divisione.

38. Siccome nelle multiplicazioni (f) de' Rotti [e] dicemmo, che per tutte le Scuole dell' Aritmetica risuoni quella triviale dottrina, che i *Prodotti* (g) *sieno minori dei Numeri Fattori* (b), cioè minori de' Numeri, che l'uno con l'altro si multiplicano (f),

39. Così nelle divisioni de' Rotti (e) per Rotti (e) risuona pure un' altra triviale dottrina, cioè *ch' il Quoziente* (k) *sia maggiore del numero che si divide*.

40. E siccome favellando noi delle cose Geometriche abbiamo accennato che ci pare di poter dire, che in qualunque multiplicazione (f) tanto d' Interi (d), quanto de' Rotti (e) il Prodotto (g) sia nel suo valo-

valore ſempre maggiore dei Numeri Fattori (*b*), ch' è una dottrina contraria alla predetta,

41. Così parimente diciamo che nelle Diviſioni tanto d' Interi (*d*) quanto de' Rotti (*e*) non mai ſia il Quoziente (*k*) maggiore nel ſuo valore del numero che divideſi (*c*). Il che è pure una dottrina contraria alla prenominata.

42. Imperciocchè il detto numero da dividerſi (*c*) conſiſte ſempre in Superficie (*l*),

43. Come nell' accennata *Figura IV.* lo dimoſtra il Rettangolo (*m*) *b n* di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$

44. Ed il Quoziente (*k*) ſempre in linea, come nella *Figura LVII.* la *b q* d' $\frac{\text{Otto}}{\text{Noni}}$ lo dà a dividere,

45. E però ſiccome la grandezza d' una linea non può mai eſſere uguale alla grandezza d' una Superficie (*l*), come nell' *Avvertimento II. dietro al Problema IV. num.* 21. favellammo,

46. Così non potrà mai dirſi nelle coſe Geometriche, ch' alcuno Quoziente (*k*) in linea ſia maggiore nel ſuo valore d' un numero da dividerſi (*c*) in Superficie (*l*).

47. Sicchè conviene neceſſariamente conchiudere, che quantunque nell' accennata diviſione di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ per $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$, il Quoziente (*k*) d' $\frac{\text{Otto}}{\text{Noni}}$ paja materialmente eſſere maggiore di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ numero da dividerſi (*c*), con tutto ciò conſiderandone la ſoſtanza, o ſia il valore, queſto è maggiore di quello.

*

48. Ciò compreſo facile ſarà al Principiante Geometra di comprendere ancora nel

(g) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(h) *Fattori numeri chiamanſi quelli, che multiplicandoſi inſieme, v. g. dicendo due volte quattro fa otto, il due ed il quattro ſono i Fattori.*

(i) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(k) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(l) *Superficie è un eſtenſione che ha lunghezza, e larghezza.*

(m) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

PRO-

(a) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne farà il Divisore.*

PROBLEMA XVII.

Come si dividano (a) i Rotti (b) per Rotti [b] di qualunque specificata misura, o peso senza l' usuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipotesi. (c)

Proposto un Rotto [b] di *Cinque* Piedi di Pertica da dividersi [a] per *Tre* Piedi senza l' usuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

Ch' osservando la Regola del Problema precedente se n' ottiene l' intento.

E però venendo alla

III. Pratica.

1. Dobbiamo prima sapere (in ordine all' accennata Regola del Problema precedente) quali sieno i Denominatori [d] dei proposti due Rotti [b] di Piedi.
2. Onde supponendo, ch' una Pertica contenga *sei* Piedi, amendue i Denominatori (d) saranno di Sesti,
3. E la nostra Ipotesi (c) consisterà ne' seguenti termini,
4. Come si dividano $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$ per $\frac{\text{Tre}}{\text{Sesti}}$

I. 5. Posta dunque (giusta la detta Regola) la solita Squadra sul gran Quadrato [e],

6. Come vedesi fatto nella *Figura LVIII. fol. 9.*

7. In cui tanto il braccio *sc*, quanto il braccio *sb* mostra-

(b) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d' un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d' un' unità divisa in quattro ec.*

(c) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(d) *Denominatore è un numero posto sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in sette parti.*

(e) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come*

mostrano il Denominatore (*d*) di Sesti comune ad amendue i Rotti [*b*] proposti.

8. Coi quali si fa il Quadrato (*e*) *b c* cioè l'Intero (*f*), o sia Denominatore (*d*) d'amendue i detti Rotti (*b*) di parti Trentesime Seste,

9. Delle quali il Rettangolo (*g*) *m n*, cioè il Rotto (*b*) da dividersi (*a*) di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$ ne contiene Trenta.

II. 10. Onde accomodato un braccio della Squadra sulla *m o*, cioè sul lato del Divisore [*b*] di $\frac{\text{Tre}}{\text{Sesti}}$

11. Come vedesi fatto nella *Figura LIX. fol.* 9.

12. Sicchè insieme coll' altro braccio si comprenda il Rettangolo (*g*) *m s*,

13. Cioè il Rettangolo (*g*) di *Trenta* Sesti uguale al Rettangolo [*g*] *m n* della *Figura LVIII. fol.* 9. ch' è il numero da dividersi (*a*),

III. 14. Ch' in tal modo il braccio *s r* mostrerà sul lato *m g* il Quoziente (*i*) d' una Pertica, e quattro Piedi, come si fa chiaro per la

(f) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(g) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(h) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che consiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne sarà il Divisore.*

§. CXLII.

Sua Ragione dimostrativa.

(i) *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

1. Ch' il lato *m g* sia il Quoziente [*i*] è cosa nota dal §. 125. *della pagina* 610.

2. E comprendendo il detto Quoziente (*i*) dieci parti, egli è chiaro dalla Pratica di questo Problema, che *sei* di quelle, cioè *sei* Piedi dal *m* sin' all' *e*, facciano un' Intero [*f*] che val a dire una Pertica,

3. E per conseguenza le altre *quattro* parti sono quattro Piedi,

4. Onde

Osservando la Regola del Problema precedente si dividono (*a*) i Rotti (*b*) per Rotti (*b*) di qualche specificata misura,

Il che era ec.

Dicia-

Diciamo per

*

Avvertimento.

1. Che la ſteſſa Regola, che ſerve per la diviſione de' Rotti [*a*] di qualunque ſpecificata miſura, ſerve ancora per la diviſione de' Rotti [*a*] di qualunque ſpecificato peſo.
2. Ci dichiariamo col ſeguente eſempio:
3. Sieno Cinque Oncie da partirſi (*b*) per Due Oncie.
4. Ch' è lo ſteſſo che dire: $\frac{\text{Cinque}}{\text{Duodecimi}}$ d'una libra per $\frac{\text{Due}}{\text{Duodecimi}}$
5. Fatta per mezzo dei Denominatori (*c*) di *dodici* il Quadrato (*d*) *b m* rappreſentatoci dalla *Figura LX. fol. 9., giuſta la Regola del Problema XVI.*
6. Quello ſarà di Centeſimi Quadrageſimi Quarti,
7. De' quali il Rettangolo (*e*) *b e* n' è di *Seſſanta*, che ſono i $\frac{\text{Cinque}}{\text{Duodecimi}}$ del Rotto (*a*) da partirſi,
8. (Come ſi poſſono contare ſul lato *b n* dal *b* fin' al *f*,)
9. Dunque applicato (giuſta la detta Regola) un braccio della Squadra ſulla *q o* come vedeſi fatto nella *Figura LXI. fol. 9.*
10. Sicchè inſieme coll' altro braccio ſi comprenda il Rettangolo (*e*) *m o*,
11. Cioè il Rettangolo (*e*) di

Seſſanta

Centeſimi Quadrageſimi Quarti

uguale al Rettangolo (*e*) *b e* della *Figura LX. fol. 9.* ch' è il numero da dividerſi (*b*) di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Duodecimi}}$

12. Ch' il braccio *o s* moſtrerà ſul lato *m q* il Quoziente (*f*) di *Due* Libre, e *ſei* Oncie, cioè di *Due* libre, e mezza,
13. Perocchè le dodici parti dal *m* fin' al *r* ſono dodici Oncie, cioè una libra,
14. Le altre *Dodici* dal *r* fin' all' *u* un' altra libra,

15. E

(a) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(b) *Partire, o ſia dividere nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(c) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Sestimi}}$ *il numero di Seste, o ſia di Seſtimi è il Denominatore d' un Intero diviſo in ſeſte parti.*

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

[e] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come,* ▭

15. E per conſeguenza le reſtanti ſei parti dall *u* ſin' al *q* ſono *ſei* Oncie.
16. Avvertendo ſempre, che nelle diviſioni de' Rotti [*a*] di qualche peſo, od altro debbano eſſi Rotti [*a*] apparire come tali, cioè che ſiano eſpreſſi per mezzo del ſuo Numeratore [*g*], e Denominatore [*c*] poichè in caſo contrario ſe ſi parlaſſe delle Oncie ſole ſenza aver rifleſſo, ch' un' Oncia è una Duodecima parte d' una libra, l' operazione non ſi farebbe con numeri Rotti [*a*], ma le dette Oncie ſi conſidererebbero come Interi [*b*],
17. La ſteſſa Regola potrà ſempre ſervire per le diviſioni de' Rotti [*a*] di qualunque altra ſpecificata miſura, o peſo, che nell' umana ſocietà poteſſe eſſere propoſto,
18. Vediamo ulteriormente nel

(f) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

PROBLEMA XVIII.

Come ſi dividano (b) gli Interi (h) per Rotti (a), o i Rotti (a) per Interi (b) ſenza l' uſuale Aritmetica.

(g) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v.g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il Tre notato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

Sia in

(h) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

I. Ipoteſi (*i*).

Propoſto un numero di *Due* Interi [*b*] da dividerſi (*b*) per $\frac{Due}{Terzi}$ ſenza l'uſuale Aritmetica.

(i) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Dico per

II. Regola.

I. Che fatto colla ſolita Squadra ſul gran Quadrato (*d*) un Rettangolo (*e*), o Quadrato (*d*), dei cui lati l' uno ſia il Denominatore (*c*) del Rotto (*a*) propoſto, e l'altro uno de' propoſti Interi (*b*) ridotto in Rotti (*a*) del detto Denominatore (*c*),

II. Posto un braccio sul Divisore (*a*), sicchè coll' altro insieme si comprenda un Rettangolo (*b*), o Quadrato (*c*) degli Interi (*d*) da dividersi (*e*) per Rotti (*f*), o di Rotti (*f*) da dividersi (*e*) per gli Interi (*d*),

III. Questo stesso braccio mostrerà sull' altro lato il Quoziente (*g*).

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Ponesi dunque la Squadra sul gran Quadrato [*c*] in modo, che si faccia un Rettangolo [*b*], o un Quadrato [*c*], dei cui lati l'uno sia di Terzi, ch'è il Denominatore [*b*] del proposto Rotto [*f*],

2. Come vedesi fatto nella *Figura LXII. fol. 9.* ove il lato *b c* rappresenta il Denominatore [*b*] del detto Rotto [*f*],

3. E l'altro sia d'uno dei proposti Interi [*d*] ridotto in Rotti [*f*] dell' accennato Denominatore [*b*],

4. Come apparisce sul lato *b g*, in cui contasi un Intero [*d*] ridotto in Terzi,

5. Sicchè il Quadrato [*c*] *e g* ci rappresenta un Intero [*d*] diviso [*e*] per Terzi,

II. 6. E dovendosi porre un braccio della Squadra sul Divisore (*a*) cioè sulla *b a* di due Terzi,

7. Come vedesi fatto nella *Figura LXIII. fol.* 9.

8. Sicchè coll' altro lato insieme si comprenda un Rettangolo (*b*), o un Quadrato (*c*) dei due Interi (*d*) da dividersi (*e*),

9. Ciò vedesi effettuato nella predetta *Figura LXIII. fol.* 9.

10. La quale comprende nella sua Area (*i*) un Rettangolo (*b*) di parti *diciotto*,

11. Che sono il doppio del Quadrato (*c*) *c g* della *Figura LXII.* ch' è d' un Intero (*d*),

12. E per conseguenza sarà di due Interi (*d*);

13. Così il braccio *m s* mostrerà sul lato *b r* Tre Interi (*d*),

14. Perocchè essendo un Intero (*d*) diviso (*e*) in Terzi, si conta dal *b* fin' al *c* uno, dal *c* fin' al *d* *due*, e dal *d* fin' al *r* *Tre* Interi (*d*).

L. 15.

(a) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne farà il Divisore.*

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(c) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(d) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(e) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(f) *Rotto, e fia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

*

I. 15. Volendoſi fare un'operazione contraria alla precedente, e partire $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ per due Interi (*d*), ſi fa in riga alla ſteſſa Regola il già veduto Quadrato [*e*] della *Figura LXII. foglio* 9. di cui il lato *b c* figuraſi di Terzi, ed il lato *b g* d'un Intero [*d*] ridotti in Terzi, come dicemmo.

II. 16. Poſcia poneſi un braccio della Squadra (giuſta la detta Regola) ſul Diviſore [*a*], cioè ſu due Interi [*d*],

17. Come vedeſi fatto nella *Figura LXIV. foglio* 9 ove il lato *a e* moſtra *due* Interi [*d*] diviſi (*e*) in Terzi,

18. L'uno dall'*a* ſin'al *f*, e l'altro dal *f* ſin'all'*e*,

19. In modo che la Squadra nella mentovata Figura comprenda nel Rettangolo [*b*] *a s* il numero da dividerſi [*e*], cioè $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ di ſei parti, uguali ai $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ del Rettangolo [*b*] *b n* della *Figura LXII. foglio* 9.

III. 20. Onde ſecondo la più volte mentovata Regola, il braccio *s o* moſtrerà ſul lato *a m* il Quoziente (*g*) d' $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$.

Vediamo nel

PROBLEMA XIX.

Come ſi dividano (e) gli Interi (d), e Rotti (f) per gli Interi (d) ſenza la uſuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipoteſi [*k*].

Propoſto un Intero [*d*], ed $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo,}}$ da dividerſi [*e*] per due Interi [*d*] ſenza l'uſuale Aritmetica.

(g) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

(h) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, e ſia di Settimi è il Denominatore d'un Intero diviſo in ſette parti.*

(i) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(k) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Dico per

II. Regola.

I. Che fatto colla ſolita Squadra ſul gran Quadrato (*a*) un Quadrato (*a*), i cui lati ſieno d' un Intero (*b*) diviſo (*c*) nei propoſti Rotti (*d*),

II. Poſto un braccio ſul Diviſore (*e*) ſicchè coll' altro inſieme ſi comprenda il numero da dividerſi (*c*),

III. Queſto ſteſſo braccio moſtrerà il Quoziente (*f*).

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. In ordine alla predetta Regola vedeſi nella *Figura LXII. fol.* 9. comprendere la Squadra il Quadrato (*a*) *c g*,

2. Cioè un Intero (*b*) (che noi ci figuriamo ſul gran Quadrato (*c*),)

3. I cui lati *b c*, *b g* ſono diviſi in Terzi,

4. Giacchè ſi è propoſto nell' Ipoteſi (*g*) un Rotto (*d*) di Terzi preſſo l' Intero (*b*) da dividerſi (*c*),

II. 5. Poſto poi un braccio *m e* (come vedeſi nella *Figura LXV. fol.* 9.) ſul Diviſore (*e*) di due Interi (*b*),

6. Cioè ſulla *b d*, che ſono due Interi (*b*) diviſi (*c*) in Terzi,

7. In modo, che coll' altro *m g* inſieme ſi comprenda il Rettangolo (*b*) *b u* di parti *dodici*,

8. Che fanno appunto un Intero (*b*), ed $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$

9. Perocchè l' Intero (*b*) conſiſte in nove parti come nel Quadrato (*a*) *c g* della *Fig. LXII* ſi è veduto,

10. Ed il terzo in Tre delle dette parti, come nel Rettangolo (*b*) *b s* della ſteſſa Figura appariſce,

11. Il

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(c) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(d) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d' un'unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne farà il Diviſore.*

11. Il qual Intero (*b*) e Terzo è il proposto numero da dividersi (*c*).

III. 12. In tale guisa mostrerà il braccio *m g* la linea *b o* di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi,}}$ o di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti.}}$

13. Sicchè il Quoziente (*f*), che proviene dalla divisione d' un Intero [*b*], ed $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$ per *due* Interi [*b*] consiste in $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi,}}$ ovvero in $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti.}}$

(f) *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

Eccone

§. CXLIII.

La sua Ragione dimostrativa.

(g) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

1. Concependo, ch' il Rettangolo [*b*] *b u* consista in un Intero [*b*], ed $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo,}}$ come indicammo ai Numeri 9. e 10. della Pratica, cioè nel Numero da dividersi [*c*],

(h) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

2. E ch' il lato *b d* di due Interi [*b*] ridotti in Terzi sia il Divisore [*e*],

3. Necessariamente dovrà il lato *b o* essere il Quoziente (*f*), *giusta il* §. 125.

4. Il quale è patentemente di $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi,}}$

5. Giacchè ciascun Intero [*b*] in linea è di tre Terzi, come ne' due Interi [*b*] del Divisore [*e*] *b d* chiaramente si vede.

6. Il detto Quoziente [*f*] dee essere ancora considerato di $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti,}}$

(i) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

7. Accagione, ch' essendo il Divisore [*e*] *b d* d' un numero di *Due*, cioè di due Interi [*b*],

8. Deesi pure per il numero di *Due* multiplicare (*i*) l' Intero [*b*] di *Tre* in linea facendo Sei, e così ancora ciascun dei $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ *b o* per *Due*, facendo $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti,}}$ *giusta l' Avvertimento I. dopo il* §. 141.

9. E però

I. Fat-

I. Fatto colla ſolita Squadra ſul gran Quadrato (*a*) un Quadrato (*a*), i cui lati ſieno d'un Intero (*b*) diviſo (*c*) nei propoſti Rotti (*d*),

II. Poſto un braccio ſul Diviſore (*e*), ſicchè coll'altro inſieme ſi comprenda il Numero da dividerſi (*c*),

III. Queſto ſteſſo braccio moſtrerà il Quoziente (*f*).

Il che era ec.

Vediamo ulteriormente nel

PROBLEMA XX.

Come ſi dividano (c) gli Interi (b), e Rotti (d) per Interi (b), e Rotti (d) ſenza l'uſuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipoteſi (g).

Propoſto un numero d'un Intero (*b*), e $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ da dividerſi (*c*) per *Due* Interi (*b*), ed $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$ ſenza l'uſuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

I. Che fatto colla ſolita Squadra ſul gran Quadrato (*a*) un Rettangolo (*b*), o Quadrato (*a*), i cui lati ſieno i Denominatori (*i*), dei Rotti (*d*) preſſo gli Interi (*b*) propoſti,

II. Poſto un braccio ſul Diviſore (*e*) ſicchè coll'altro

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □.

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(c) *Dividere, o ſia partire nell'Aritmetica dicesi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(d) *Rotto, o ſia Numero rotto è un'unità diviſa in parti v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un'unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un'unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne ſarà il Diviſore.*

altro insieme si comprenda il numero da dividersi (*c*),

III: Questo stesso braccio mostrerà il Quoziente (*f*).

(*f*) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il Divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il Divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Si fa dunque colla solita Squadra un Rettangolo (*b*) *a c* sul gran Quadrato (*a*) come vedesi fatto nella *Figura LXVI. fol.* 9.

2. Di cui il lato *a e* sia di Terzi,

3. Ed il lato *a d* sia di Quarti,

4. *Che sono i Denominatori* (*i*) *dei proposti Rotti* [*d*],

5. Il qual Rettangolo [*b*] rappresenta un Intero [*b*].

(g) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

II. 6. Posto poi un braccio *m e* (come vedesi nella *Figura LXVII. foglio* 9.) sul Divisore (*e*) dei *due* Interi [*b*], e d' $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$,

7. Cioè sulla *b d*,

8. Sulla quale dal *b* fin' all' *o* abbiamo *due* Interi [*b*] fatti in Terzi, accagione ch'il Rotto [*d*] aggiuntovi è di Terzi,

9. E dall' *o* al *d* un Terzo

10. *In modo, che coll' altro* m g *insieme si comprenda il Rettangolo* [*b*] b m *di parti* Vent'una,

11. *Che fanno appunto il Numero da dividersi* [*c*] *d'un Intero* [*b*], *e* $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$,

12. Perocchè dodici delle dette parti fanno un Intero [*b*], come nella *Figura LXVI.* si è veduto,

13. E nove fanno *tre* quarti, come nella stessa *Figura* entro il Rettangolo [*b*] *a r* apparisce,

(h) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(i) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in sette parti.*

III. 14. Ed in tale guisa mostrerà il braccio *m g* la linea *b u* di $\frac{\text{Vent' uno}}{\text{Vigesimi ottavi}}$,

Come si farà vedere per la

§. CLXIV.

§. CXLIV.

Sua Ragione dimostrativa.

1. Conceputo che sia il Rettangolo [a] *a c* della *Figura LXVI.* per un Intero [*b*],
2. Come al numero 4. della Pratica dicemmo,
3. Facilmente s'intenderà, che il Rettangolo [a] *b n* della *Figura LXVII.*, cioè il Numero da dividersi [c] sia d' un Intero [*b*], e $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$, giusta ciò, che al numero II. della Pratica si è accennato.
4. E s'il lato *b d* della detta *Figura LXVII.* è il Divisore [*d*] di due Interi [*b*], ed $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$, *giusta il* §. 125.
5. Necessariamente dee il lato *b u* essere il Quoziente [e], *giusta lo stesso* §. 125.
6. Il qual Quoziente [e] *b u*, benchè vedasi consistere in tre sole parti,
7. Ciascuna di queste però dividesi [c] in sette, accagione ch' il Divisore [*d*] *b d* ridotto in Rotti [f], come nella Pratica dicemmo, è pure di parti sette, giusta la ragione addotta.
8. Onde facendo tre volte *sette ventiuno*, appunto queste saranno vent' una parte d'un Intero [*b*] in linea,
9. Il quale deesi concepire di parti *vent' otto*,
10. Accagione ch' essendosi conceputi sul lato *b d* gli Interi [*b*], giusta la Denominazione [g] de' Terzi,
11. Deesi sul lato *b n* concepire pure l' Intero [*b*] *b n*, giusta la Denominazione [g] dei Quarti, accagione che quattro parti della *b n* fanno un Intero [*b*],
12. Ciascuna delle quali divisa per *sette* fanno insieme *vent'otto*, giacchè il Divisore [*d*] si è fatto di parti *sette*, apparendone la Ragione *alla pagina 689. numero 1. ec.*
13. E però il Rotto [f] del Quoziente [e] sarà di $\frac{\text{Vent'uno}}{\text{Ventesimi ottavi.}}$

14. Que-

[a] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(c) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nei sei si contiene tre volte.*

(d) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne sarà il Divisore.*

(e) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(f) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

*

14. Questo stesso Quoziente [*e*] può dal Principiante essere anche conceputo per $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ secondo la naturale rappresentazione della Figura,
15. Perocchè se concepiamo l' Intero [*b*] *b n* diviso in Quarti, come si è detto, la *b u* ne dimostra *Tre*.
16. Il che in simili casi potrà anche generalmente osservarsi senza altro rompimento di testa.
17. Conchiudiamo dunque, che in riga a ciò che s' è dimostrato

I. Fatto colla solita Squadra sul gran Quadrato (*b*) un Rettangolo (*a*), o un Quadrato (*b*), i cui lati sieno i Denominatori (*i*) dei Rotti (*f*) presso gli Interi (*b*) proposti,

II. Posto un braccio sul Divisore (*d*), ficchè coll' altro insieme si comprenda il Numero da dividersi (*c*),

III. Questo stesso braccio mostrerà il Quoziente (*e*).

Il che era ec.

Per aver migliore pratica di ciò, che sinora si è detto intorno alla divisione d' Interi [*b*], e Rotti (*f*) per Interi [*b*], e Rotti (*f*), serva d'

*

Avvertimento

1. Ai Principianti, che in qualunque specificata misura, che mai si possa proporre in Interi (*b*), e Rotti (*f*), si dovrà il Numero da dividersi (*c*) ridurre ne' proposti Rotti *ma Superficiali* (*k*),
2. Ed il Divisore [*d*] pure ne' proposti Rotti [*f*], ma in *linea*,
3. Che il Quoziente (*e*) sarà sempre dei proposti Rotti (*f*), o d' Interi [*b*] divisi (*e*) in Rotti (*f*), ma in *linea*,

(g) *Denominazione, o sia Denominatore dicesi d' un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un' Intero diviso in parti.*

(h) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(i) *Denominatore è un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in sette parti.*

(k) *Rotto Superficiale è una parte di qualche grandezza, che ha lunghezza, e larghezza. Come una figura, che in lunghezza, e larghezza comprende un Piede, dicesi Rotto d' una Pertica Superficiale.*

4. In esempio: Sieno Tre Pertiche, e *Due* Piedi, cioè *Tre* Interi [*a*], e $\frac{\text{Due}}{\text{Sesti}}$ da dividersi [*b*] per *Tre* Pertiche, e *Due* Piedi, cioè per *Tre* Interi [*a*], e $\frac{\text{Due}}{\text{Sesti}}$.

5. Essendo noto dal *Lib. II. di questa Parte III. numero* 112. ec. ch'una Pertica Superficiale Quadrata [*c*] è di *Trentasei* Piedi Quadri (*d*), si farà in tanti Piedi Quadri [*d*] le *Tre* Pertiche, ed i *Due* Piedi del numero da dividersi (*b*), che saranno *Cent' e Venti* Piedi Quadri (*d*),

6. I quali vedonsi nel Rettangolo [*e*] *c b* della *Figura LXVIII. faglio* 20.

7. Ed il Divisore [*f*] di pure Pertiche *Tre*, e Piedi *Due* dovrà prendersi in linea,

8. Onde essendo noto dalla *pagina* 5. *dell' Introduzione*, ch'una Pertica in linea è di *Sei* Piedi,

9. *Venti* Piedi in linea saranno il mentovato Divisore (*f*) di *Tre* Pertiche, e di *Due* Piedi,

10. Il quale vedesi sulla linea, o sia lato *e* e dell' accennato Rettangolo (*e*) *c b*,

11. E per conseguenza l'altro lato *c r* sarà il Quoziente [*g*] di Piedi *Sei* in linea.

12. Che val a dire d'una Pertica, o sia Intero (*a*) in linea.

*

13. In questo Esempio facile è stata l'operazione, accagione che dopo d'essa non vi è stato verun Residuo.

14. Ma se porremo in esempio Pertiche *Due*, e Piedi *Uno* da dividersi (*b*) per Pertiche *Una*, e Piedi *Quattro*,

15. Ove il numero da dividersi (*b*) sarà, in ordine a ciò che quì sopra dicemmo, di Piedi *Quadrati* (*d*) *Settantotto*,

16. I quali dovendosi rappresentare in un Rettangolo (*e*) ec. sul gran Quadrato (*b*), *giusta la Regola del Problema XX.*

17. Uno dei cui lati, o linee sia il Divisore (*f*) di Pertiche *Una*, e Piedi *Quattro*, cioè di Piedi *Dieci*,

18. Non possiamo sul gran Quadrato (*b*) rappresentare un

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(b) *Dividere, o sia Partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(c) *Pertica Superficiale Quadrata, o sia Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascuno lungo una Pertica.*

(d) *Piede Quadrato è un Quadrato, o sia figura di 4 angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascuno lungo un piede.* □

(e) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contenuto in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne farà il Divisore.*

un Quadrato (*b*), o Rettangolo (*e*) di *Settantotto* Piedi Quadrati (*d*), di cui uno dei lati sia di Piedi *Dieci* precisamente,

19. Come vedesi nella *Figura LXIX. fol.* 10., ove avendo il Rettangolo (*e*) *b c* il lato *b e* di *Dieci* Piedi, che sono appunto il proposto Divisore (*f*),

20. Non contiene poi nella sua Area (*i*) il preciso numero da dividersi (*b*) delle proposte due Pertiche, ed un Piede, o sia dei *Settantotto* Piedi Quadrati (*d*), ma solo di *Settanta*,

21. E s'avanzeremo col braccio *m r* della Squadra sulla linea *o s*, faremo il Rettangolo (*e*) *b s* di Piedi *Ottanta*,

22. Cioè di *Due* di più dei proposti *Settantotto* da dividersi (*b*).

23. E però *in* questo, e simili altri casi di Divisioni si fa un Rettangolo (*e*), o un Quadrato (*b*) minore più prossimo al Numero da dividersi (*b*), con riservarne a parte il Residuo, come nella *Regola dei Probl. IX.* veduto abbiamo.

24. Sicchè nella presente Ipotesi (*k*) si fa l'accennato Rettangolo (*e*) *b c*, veduto nella *Figura LXIX. foglio* 10., di *Settanta* Piedi Quadrati (*d*), ed il Residuo d'*Otto* si tiene a parte.

25. Che in tale guisa il lato *b r* mostrerà il Quoziente (*g*) di *Sette* Piedi, cioè d'*una* Pertica, ed un Piede in linea.

26. E toccante gli *Otto* Piedi di Residuo, questo considerasi per una parte del Divisore (*f*) *b e* di Piedi *Dieci*,

27. E però egli sarà di $\frac{\text{Otto}}{\text{Decimi}}$,

28. Ed il Quoziente (*g*) intero (*a*) sarà d'una Pertica, d'un Piede, ed $\frac{\text{Otto}}{\text{Decimi}}$.

*

29. Per dar meglio ad intendere ai Principianti in qual guisa si possa concepir in linea il mentovato Quoziente (*g*) col suo Rotto (*l*), figuriamoci, che siccome il Rettangolo (*e*) *r s* della nominata *Figura LXIX.* è diviso (*b*) in *Dieci* Parti Quadrate (*m*), esso possa essere anche diviso (*b*) in altrettante parti per il lungo dal *r* fin' al *c*,

(g) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il Divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il Divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(h) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(i) *Area presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* △ ⬠ *ec.*

(k) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(l) *Rotto, o sia Numero rotto è un'unità divisa in due parti, o più terzi sono due parti d'un'unità divisa in tre, tre quarti sono tre parti d'un'unità divisa in quattro ec.*

(m) *Parte Quadrata è un quadrato, cioè una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

30. Come vedesi fatto nel Rettangolo (*a*) *p q* della *Figura LXX. fol.* 10.

31. Ove il Rettangolo (*a*) *m s* rappresenta tutt' il mentovato numero da dividersi (*b*) di Piedi Quadrati (*c*) Settantotto,

32. Perocchè nel Rettangolo (*a*) *m o* appariscono i *Settanta*,

33. E nel Rettangolo (*a*) *p s* i Piedi *Otto* fatti in Rettangoli (*a*) lunghi, ciascuno de' quali si comprenderà facilmente essere uguale a' ciascun Quadrato (*d*) della Figura presente,

34. E però giacch' il Rettangolo (*a*) *m s* rappresenta tutt' il numero da dividersi (*b*) come dicemmo,

35. Il cui Divisore (*e*) è la *m d*,

36. Ci figureremo, ch' il mentovato Rettangolo (*a*) *m s* sia compreso dalle due braccia della Squadra *s f*, *s d*,

37. Ch' in tale guisa avremo nel *m f*, il Quoziente (*f*), *giusta il* §. 125. d' una Pertica, d' un Piede, e di $\frac{\text{Otto}}{\text{Decimi}}$ come accennammo.

*

38. Come poi i detti $\frac{\text{Otto}}{\text{Decimi}}$ possano essere ridotti in ulteriori Rotti (*g*) d' una specificata misura, ciò mostrerassi ne' susseguenti Problemi, ne' quali tratterassi della divisione d' Interi (*b*) primi, secondi, ed ulteriori Rotti (*g*) per Interi (*b*), primi, secondi ec. e per conseguenza della Divisione di Pertiche, Piedi, Oncie ec. per Pertiche, Piedi, Oncie ec.

39. Intorno a ciò, che nel presente Avvertimento si è detto, ne riluce dalle stesse Figure fin' ora vedute la sua dimostrazione,

40. E però proseguiamo il cammino delle Divisioni, e vediamo nel

(a) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(b) *Dividere, o partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(c) *Piede Quadrato è un Quadrato, o sia figura di 4 angoli a squadra, e di quattro lati uguali, ciascuno lungo un piede.* □

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(e) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contenuto in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne farà il Divisore.*

PRO-

PROBLEMA XXI.

Come ſi dividano (b) gli Interi (h), primi, e ſecondi Rotti (g) per gli Interi (h), primi, e ſecondi Rotti (g) ſenza l' uſuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipoteſi (i).

1. Un Intero, $\frac{\text{Quattro}}{\text{Seſti}}$, e $\frac{\text{Cinque}}{\text{Duodecimi}}$
2. Da dividerſi (b) per un Intero (h) $\frac{\text{Due}}{\text{Seſti}}$ e $\frac{\text{Quattro}}{\text{Duodecimi}}$
3. Che val a dire un Intero (h), *Quattro* Seſti d' un Intero (b), e *Cinque* Duodecimi d' un Seſto, per un Intero (h), Due Seſti d' un Intero (h), e *Quattro* Duodecimi d' un Seſto ſenza l' uſuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

I. Che ridotti gli Interi (h), e primi Rotti (g) del numero da dividerſi (b) negli ultimi propoſti Rotti (g), e con queſti compreſi quelli in un Rettangolo (a), o Quadrato (d) per mezzo della Squadra,

II. Poſto un braccio della detta ſul lato del Diviſore (e) ridotto negli ultimi Rotti (g) in linea, ficchè con l' altro ſi comprenda il detto numero da dividerſi (b),

III. Queſto ſteſſo braccio moſtrerà il Quoziente (f).

Veniamo alla

III. Pra-

(f) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il Diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il Diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(g) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti v. gr. $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ ſono due parti d' un' unità diviſa in tre, $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ ſono tre parti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(h) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(i) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

III. Pratica.

I. 1. *Dovendoſi dunque ridurre un Intero* (*a*), *e* $\frac{\text{Quattro}}{\text{Seſti}}$ *del numero da dividerſi* (*b*) *negli ultimi Rotti* (*c*) *propoſti*, che nella noſtra Ipoteſi (*d*) ſono i Duodecimi,

2. E comprenderli in un Rettangolo (*e*), o Quadrato (*f*) in cui entrino ancora i $\frac{\text{Cinque}}{\text{Duodecimi}}$ propoſti,

3. Egli è chiaro, ch' il tutto dovrà eſſer diſteſo in Superficie (*g*).

4. Sicchè ridurremo prima un Intero (*a*) negli ultimi propoſti Rotti (*c*) in linea,

5. Dicendo un Intero (*a*) contiene ſei primi Rotti (*c*), cioè $\frac{\text{Sei}}{\text{Seſti}}$,

6. Ciaſcun di queſti Seſti comprende *Dodici* ſecondi Rotti (*c*), cioè *ſei Duodecimi*.

7. E però ſei volte *dodici* fanno *Settantadue*,

8. Ch' è un Intero (*a*) in linea ridotto negli ultimi propoſti Rotti (*c*),

9. Ma dovendoſi il detto Intero (*a*) rappreſentarſi non in linea, ma in Superficie (*g*), come dicemmo,

10. Lo ridurremo in un Quadrato [*f*], *giuſta la pag.* 35. *n.* 5. dicendo *Settantadue* volte *Settantadue* fanno *Cinque mille, Cento, ed Ottantaquattro* ſecondi Rotti [*c*] Quadrati [*f*],

11. Di cui ſe ne può vedere ful gran Quadrato [*f*] l' operazione colla ſolita Squadra, *giuſta la Regola del multiplicare* [*b*] *dei Probl. V. pag.* 604.

*

12. *Poſcia dovendoſi ridurre ciaſcuno dei* $\frac{\text{Quattro}}{\text{Seſti}}$ *propoſti in ſecondi Rotti* [*c*] *in linea*,

13. Diremo: una volta *dodici* fa *dodici*,

14. Ma eſſendo neceſſario di ridurre anche queſti in Superficie [*g*], figuriamoci, che ciaſcun primo Rotto [*c*] ſia una Seſta parte d' un Intero [*a*] Superficiale Quadrato [*i*],

15. Co-

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(b) *Partire, o ſia dividere nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nei ſei ſi contiene tre volte.*

(c) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d' un' unità diviſa in tre, tre* $\frac{\text{——}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti di un' unità diviſa in quattro ec.*

[d] *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(e) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

115. Come appariſce nella *Figura LXXI. fol.* 10.
116. Ove il Rettangolo [*e*] *P Q* è un ſeſto di tutto l' Intero [*a*] Quadrato [*f*] *P R*,
117. Il quale è lungo un lato del detto Intero [*a*], e largo un ſeſto,
118. E perciò multiplicheremo [*b*] la *P O* di *Settantadue* ſecondi Rotti [*c*] per la *O Q* di *dodici*,
119. E produrremo, *giuſta il detto Probl. V. ec. Ottocento* e *Settantaquattro* ſecondi Rotti [*c*] Quadrati [*f*],
120. Che ſarà un ſeſto, o ſia un primo Rotto [*c*] d' un propoſto Intero [*a*] ridotto in ſecondi Rotti [*c*] Superficiali Quadrati [*i*],
121. Ma ritrovandoſi nel propoſto numero da dividerſi [*b*] quattro di queſti primi Rotti [*c*] comprenderanno tutti, e quattro inſieme la Superficie [*g*] di *Tremilla*, quattrocento cinquanta ſei ſecondi Rotti [*c*] Quadrati [*f*],
122. De' quali pure ſe ne può fare l' operazione ſul gran Quadrato [*f*], *giuſta il nominato Probl. V. ec.*

*

123. E *finalmente dovendo contare anch' i propoſti* $\frac{\text{Cinque}}{\text{Duodecimi}}$ *che ſono i ſecondi Rotti* [*c*] nella Superficie Rettangolare [*k*], o Quadrata [*l*], in cui debbonſi comprendere il prenominato Intero [*a*], ed i quattro Primi Rotti [*c*] propoſti ridotti negli ultimi Rotti [*c*], affinchè tutt' il numero da dividerſi [*b*] vi ſia.
124. Conſideriamo nella *Figura LXXI.* il Rettangolo [*e*] *P Q*, che rappreſenta una Seſta parte, o ſia un primo Rotto [*c*] dell' Intero [*a*] *P R* Superficiale Quadrato [*i*],
125. Il quale primo Rotto [*c*] *P Q* contenendo *dodici* ſecondi Rotti [*c*], come dicemmo,
126. Ciaſcuno di queſti ſarà lungo dal *P* fin' all' *O*,
127. Che val a dire avrà la lunghezza dello ſteſſo primo Rotto [*c*], e dell' Intero [*a*],
128. E la larghezza ſarà una duodecima parte di quella d' un primo Rotto [*c*],
129. Come vedeſi nel Rettangolo [*e*] *P s* della *detta Figura LXXI.*
130. In cui la *P O* è la lunghezza, e la *O s* la larghezza d' un ſecondo Rotto [*c*] propoſto,

131. Onde

(g) *Superficie è ma ſtenſione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(h) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(i) *Quadrato Superficiale noi chiamiamo volgarmente quello, che ha lunghezza, e larghezza in modo, che il di lui contenuto ſia veramente d'un propoſto Quadrato, benchè i di lui lati non ſieno tutti uguali.*

(k) *Superficie Rettangolare, o ſia Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(l) *Superficie Quadrata è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

31. Onde essendo il lato *P O* diviso in *Settantadue* secondi Rotti [*a*],

32. E la *O s* in uno, egli è chiaro, che tutt' il Rettangolo [*b*] *P s* sia di *Settantadue* secondi Rotti [*a*] Superficiali Quadrati (*c*),

33. *Ed essendosi nel numero da dividersi* (*d*) *stati proposti Cinque dei mentovati secondi Rotti* (*a*),

34. Diremo *Cinque* volte *Settantadue* fanno *Trecento sessanta*,

35. Di cui se ne può far l' operazione sul gran Quadrato (*e*), *giusta il più volte nominato Problema V.* ec.

*

36. Sicchè dunque dopo aver fatta la mentovata riduzione, si farà compreso nella Superficie Rettangolare (*f*) *P B* della *nominata Figura* LXXI.

37. L' Intero (*g*) *P R* di secondi Rotti (*a*) Quadrati (*e*). *Cinque milla Cent' ottanta quattro*

38. I quattro primi Rotti (*a*) *F K* di . . . *Tremilla Quattrocento Cinquantasei*

39. I *Cinque* secondi Rotti (*a*) *V B* di . . . *Trecento Sessanta*

40. Che sono in tutto *Novemilla* secondi Rotti (*a*) Quadrati (*e*),

41. Cioè il proposto numero d' un Intero (*g*), $\frac{\text{Quattro}}{\text{Sesti}}$ e $\frac{\text{Cinque}}{\text{Duodecimi}}$

II. 42. *Il qual numero, o sia Rettangolo* (*b*) *P B dovendosi dividere* (*d*) *per un Intero* (*g*), $\frac{\text{Due}}{\text{Sesti}}$, e $\frac{\text{Quattro}}{\text{Duodecimi}}$ *ridotti negli ultimi Rotti* (*a*), *in linea*,

43. Giacchè l' Intero (*g*) in linea contiene secondi Rotti (*a*) *Settantadue*, come dicemmo,

44. Ed i $\frac{\text{Due}}{\text{Sesti}}$ ovvero primi Rotti (*a*) *Ventiquattro*;

45. A

(a) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(c) *Quadrato Superficiale noi chiamiamo volgarmente quello, che ha lunghezza, e larghezza in modo, che il di lui contenuto sia veramente d'un proposto Quadrato, benchè i di lui lati non sieno tutti uguali.*

(d) *Dividere, o partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(e) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

45. A cui aggiungonſi gli ultimi *Quattro*,
46. Sarà tutt' il Diviſore (*b*) di *Cento* ſecondi Rotti (*a*) in linea.
47. *Sul lato del qual Diviſore* (*b*) *dovendoſi poner un braccio della Squadra*,
48. *Ed inſieme coll' altro contener tutto l' accennato numero da dividerſi* (*d*) *di novemilla Quadrati* (*e*),
49. Poneſi il detto braccio ſulla fine d' un lato del gran Quadrato (*e*), cioè ſul *B* dietro *B D*,
50. Sicchè coll' altro poſto ſulla *E G* ſi comprenda tutt' il numero da dividerſi (*d*) di *Novemilla* Quadrati (*e*), cioè il Rettangolo (*b*) *E A*,
III. 51. Queſto ſteſſo braccio moſtrerà la *A G* di *Novanta* parti,
52. Le quali ſono ſecondi Rotti (*a*) in linea, *giuſta il* §. 125.
53. Dei quali dall' *A* fin' al *P* contandoſene *Settantadue* moſtrano un Intero (*g*),
54. Dal *P* fin' al *M* dodici fanno un primo Rotto (*a*), o ſia $\frac{\text{Un}}{\text{Seſto}}$,
55. E dal *M* fin' al *G* ſei ſecondi Rotti (*a*), o ſia $\frac{\text{Sei}}{\text{Duodecimi}}$,
56. Ed appunto d' un Intero [*g*], d' $\frac{\text{Un}}{\text{Seſto}}$, e di $\frac{\text{Sei}}{\text{Duodecimi}}$ è il Quoziente (*i*) d' Interi (*g*) uno, $\frac{\text{Quattro}}{\text{Seſti}}$, e $\frac{\text{Cinque}}{\text{Duodecimi}}$ diviſi (*d*) per un Intero (*g*) $\frac{\text{Due}}{\text{Seſti}}$, e $\frac{\text{Quattro}}{\text{Duodecimi}}$.

(f) *Superficie Rettangolare, o ſia Rettangolo è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

(g) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(h) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne farà il Diviſore.*

(i) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

Circa

§. CXLV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Parlando la Figura accennata del gran Quadrato (*e*) da ſe ſteſſa a ſufficienza, noi giudichiamo coſa ſoverchia il favellarne altro.

Ma ſoggiungeremo bensì un

(a) *Intero è quel numero, il quale non è divisò in alcuna parte.*

*

Avvertimento I.

2. Che proponendosi Interi (*a*), primi, e secondi Rotti (*b*) di qualunque specificata misura da dividersi (*c*) per Interi [*a*], primi, e secondi Rotti [*b*] dietro alla Regola del precedente Problema, facilmente se ne ritroverà il Quoziente (*d*),

(b) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

3. E però suppongasi, che il Numero da dividersi (*c*) di quell' Ipotesi [*e*] sia d' una Pertica, di *Quattro* Piedi, e di *Cinque* Oncie,

4. Ed il Divisore (*f*) sia d' una Pertica, *Due* Piedi, e *Quattro* Oncie,

5. Giacchè l' Intero (*a*) intendesi nella detta Ipotesi (*e*) diviso in *Sei* parti, come la Pertica in Sei Piedi,

6. Ed un primo Rotto [*b*], o sia un Sesto d' un Intero [*a*] in parti *Dodici*, come il Piede è diviso (*c*) in *Dodici* Oncie,

(c) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

7. Poichè dopo aver in tutto, e per tutto operato *secondo la Regola dell' accennato Problema XXI.*, il Quoziente (*d*) ivi veduto d' un Intero (*a*), d' $\frac{\text{Un}}{\text{Sesto}}$, e di $\frac{\text{Sei}}{\text{Duodecimi}}$ sarà d' una Pertica, d' un Piede, e di Sei Oncie in linea.

Diciamo ancora per

(d) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

*

Avvertimento II.

8. *Che la stessa Regola del Problema XXI. vale ancora per la divisione d' Interi (a), primi, e secondi Rotti (b) per gli Interi (a), e primi Rotti (b),*

9. *Ovvero per la divisione d' Interi (a), e primi Rotti (b) per Interi (a), primi, e secondi Rotti (b),*

10. *Come anche per la divisione d' Interi (a) per primi, e secondi Rotti (b),*

11. *Ovvero per la divisione de' primi, e secondi Rotti (b) per Interi [a],*

12. Pur-

12. Purchè bene s'oſſervi la ſoſtanza della predetta Regola, *ch'è di ridurre ne' propoſti ultimi Rotti* (*b*) *tanto il Numero da dividerſi* (*c*), *quanto il Diviſore* (*f*),

13. Colla differenza però, ch'i Rotti [*b*] di queſto debbano eſſere in linea, ed i Rotti [*b*] di quello in Superficie [*g*].

(c) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

*

Avvertimento III.

14. Quì dovrebbeſi bensì diſcorrere dell'

(f) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne ſarà il Diviſore.*

*

Aritmetica Decimale.

15. Tanto decantata preſſo i moderni Geometri, di cui *alla pagina 3. numero VI. dell' Introduzione* ſi è dato un picciolo ſaggio.

16. Queſta così nominata Aritmetica Decimale conſiſte in una tale quale facilità di computar i Rotti [*b*] quaſi ſenza Rotti [*b*], con divider [*c*] qualunque Intero (*a*) in *Dieci* parti uguali,

(g) *Superficie è un'eſtenſione che ha lunghezza, e larghezza.*

17. Ciaſcuna di queſte, cioè un primo Rotto (*b*) in altri ſecondi pure di *Dieci* parti,

18. Ciaſcun ſecondo Rotto [*b*] parimente in *Dieci* parti, o ſieno terzi Rotti (*b*),

19. Ciaſcun terzo Rotto (*b*) in *Dieci* altri ec. e così in infinito.

(h) *Logaritmi ſono numeri, i quali creſcono ovvero calano dietro alla proporzione Aritmetica, e ſono aggiunti ad altri numeri, che dietro alla proporzione Geometrica creſcono.*

20. *Giovanni Regiomontano* ha ritrovata l'utilità di queſta Aritmetica prima nel Computo dei Logaritmi (*h*),

21. Poſcia dopo lungo intervallo di tempo ne compilò un Trattato *Simone Stevino*, e lo inſinuò in primo luogo agli *Aſtronomi*, *Agrimenſori*, *Sopraſtanti alle Monete*, ed ai *Mercadanti*,

22. Ma non eſſendoſi quello potuto ben accettare nè nella Vita Civile, nè in tutte le Scienze Matematiche, accagione di certi indiſpenſabili incomodi,

23. Sembra che unicamente ſia eſſo ſtato deſtinato per la Geometria, e perciò molti la chiamano Aritmetica Geometrica.

24. Chi foſſe vago d'averne diffuſa contezza, potrebbe

ſcorrer la *Logiſtica Decimale d' Artmanno Beyer* Medico di Francfort, data alla luce nel 1619.

25. Lo ſcopo di queſto, ed altri Autori è ſtato di facilitare il computo de' Rotti (*a*) in modo, che con quelli non ſi aveſſe niente a fare, come dicemmo.

26. E veramente giacchè ſul noſtro gran Quadrato (*b*) tanto in Linea, quanto in Superficie (*c*) chiaramente appariſcono ſott' all'occhio le effettive Diviſioni Decimali, pare che agevolmente ſi poſſa ſu quello eſercitare la mentovata Aritmetica.

27. Con tutto ciò noi per più motivi la tralaſciamo, e principalmente accagione, che nella Pratica Geometria del Mondo noi non ſappiamo in qual Paeſe ciaſcun Intero [*d*], ovvero ciaſcuna Pertica ſi divida in parti *Dieci*, ciaſcuno di lei primo Rotto (*a*), o ſia Piede ſi divida nelle dette parti, e così diſcorrendo di tutti gli altri Rotti [*a*] in infinito,

28. E quantunque il *P. Andrea Tacquet* inſegni, come (dopo eſſerſi fatto il computo Decimale in qualunque Rotto [*a*] de' Peſi, e delle Miſure] ſi poſſano ridurre i Rotti [*a*] Decimali a qualunque altra propoſta Denominazione (*e*); ciò non oſtante molti, e maſſime i Principianti vi ritrovano degli intoppi nella Pratica, e maſſime de

*

Gli Errori del Volgo.

1. Imperciocchè volendo alcuni moſtrare in Pratica il facile effetto di queſta Decimale Aritmetica nella multiplicazione [*f*] d' Interi (*d*), e primi Rotti (*a*),

2. Inſegnano per fondamento, ch' una Pertica ſemplice (*g*) contiene *Dieci* Piedi ſemplici (*h*),
   Un Piede ſemplice (*h*) contiene *Dieci* Oncie ſemplici [*i*],
   Un' Oncia ſemplice [*i*] *Dieci* altri Rotti ſemplici (*k*),
   Uno di queſti Rotti ſemplici [*k*] *Dieci* altri ſemplici ec.
   E così in infinito.

3. Ma all' incontro, ch' una Pertica Quadrata [*l*] contiene *Cento* Piedi Quadrati (*m*),

Un

(a) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(c) *Superficie è una ſtenſione che ha lunghezza, e larghezza.*

(d) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(e) *Denominazione, o ſia Denominatore dicesi d' un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di Tre* $\frac{\text{tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d' un' Intero diviſo in parti.*

(f) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(g) *Pertica ſemplice è una pertica in linea, come* ——

(h) *Piede ſemplice è un piede in linea, come* ——

Un Piede Quadrato (*m*) *Cento* Oncie Quadrate [*n*],

Un' Oncia Quadrata [*n*] *Cento* altri Rotti (*a*) Quadrati (*b*),

Uno di queſti Rotti (*a*) Quadrati (*b*) *Cento* altri Quadrati (*b*), e così in infinito.

4. E ſu queſto fondamento proponendo il detto Volgo *Tre* Pertiche, e *Due* Piedi da multiplicarſi (*o*) per *Due* Pertiche, e *Quattro* Piedi,

5. Inſegna a poner in carta i detti *Due* Numeri colle figure dell' uſuale Aritmetica ſegnate come quì ſotto ſi vedono,

Pert. $\overset{o}{3}$: $\overset{\prime}{2}$

Pert. $\overset{o}{2}$: $\overset{\prime}{4}$

6. Ove dice, che il zero ſignifica gli Interi (*d*), una vergola ſola i primi Rotti (*a*), due vergole i ſecondi Rotti (*a*), tre vergole i terzi, quattro vergole i quarti, e così in infinito.

7. Poſcia inſegna a multiplicare (*o*) gli accennati due Numeri all' ordinario,

8. Come ſe non v' entraſſe alcun Rotto (*a*),

9. E fattone il Prodotto (*p*) di

$\overset{o}{7}$ $\overset{\prime}{6}$ $\overset{\prime\prime}{8}$

10. Inſegna ulteriormente, che debbaſi badare alle vergole ſegnate ſopra l'ultime Figure alla deſtra dell' uno, e dell' altro numero da multiplicarſi (*o*),

11. Sopra i quali nel noſtro caſo non ve n' è che una ſola,

12. E che le dette vergole l' una ſul $\overset{\prime}{2}$, l'altra ſul $\overset{\prime}{4}$ ſi raccolgano inſieme, e ſi notino ſopra l'ultima Figura alla deſtra del Prodotto (*p*),

13. Cioè ſopra l' $\overset{\prime\prime}{8}$, come quì ſopra vedeſi fatto.

14. E che l'altre Figure del detto Prodotto (*p*) verſo la ſiniſtra debbanſi ſegnare ſempre d'una vergola di meno ſin' al zero,

15. Come quì ſopra nel più volte mentovato Prodotto (*p*) ſi vede fatto.

16. Ove il $\overset{o}{7}$ moſtra ſette Interi (*d*),

17. Il

(i) *Oncia ſemplice diceſi un' Oncia in linea, come* ——

(k) *Rotto ſemplice è una parte di qualche grandezza in linea come un Piede in linea è una parte d' una Pertica in linea, cioè d' una Pertica ſemplice.*

(l) *Pertica quadrata è una figura quadrata di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno dei quali è lungo una pertica.*

(m) *Piede Quadrato è un quadrato, o ſia figura di 4 angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, ciaſcuno lungo un piede.* □

(n) *Oncia Quadrata, è un Quadrato, o ſia una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, dei quali ciaſcuno è lungo un' Oncia; come* □

(o) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(p) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicano due per tre ſi fa ſei, e queſto ſi chiamaſi il Prodotto.*

17. Il 6 moſtra ſei primi Rotti (*a*) Quadrati (*b*),

18. E l'8. otto ſecondi Rotti (*d*) Quadrati (*b*), come dice l'accennato Volgo.

19. Ma queſto ingannaſi in ordine al di lui premeſſo inſegnamento,

20. Perocchè ſecondo il detto inſegnamento il Prodotto [*c*] ſarebbe d' Interi [*d*] ſette, e di ſeſſantotto primi Rotti [*a*],

21. Giacchè un Intero Quadrato [*e*] contiene Cento primi Quadrati [*b*], ed un primo Quadrato [*b*] Cento ſecondi Quadrati [*b*].

*

22. Vediamone l'evidenza per mezzo della *Fig. LXXIX. foglio* 10.

23. In cui il lato *A B* di *Tre* Interi (*d*), e *Due* primi Rotti [*a*] rappreſenta uno de' Numeri da multiplicarſi [*f*],

24. Ed il lato *A C* di due Interi [*d*], e *quattro* primi Rotti [*a*] rappreſenta l'altro Numero da multiplicarſi [*f*],

25. In queſta Figura Rettangolare [*e*] *B C* vedeſi chiaramente, ch'il Rettangolo [*b*] *O N* è di ſei Interi [*d*], *giuſta il* §. 5.

26. Ed i due Rettangoli [*b*] *Q N*, *W m* d'un altro Intero [*d*], *giuſta la Figura del foglio 6. ſpiegata col* §. 7.

27. Ora vi ſono ancora nella preſente Figura i Rettangoli [*b*] *S m*, *P F*, *B F*, *P S* da contarſi,

28. I quali tutti inſieme non poſſono empiere un Intero Quadrato [*e*] *F G*, *giuſta la detta Figura*.

29. E giacchè, ſecondo l' inſegnamento del detto Volgo, un Intero Quadrato (*e*) dee comprendere *Cento* primi Quadrati [*b*], come dicemmo,

30. Neceſſariamente il Rettangolo [*b*] *P S* conterrà *Otto* dei mentovati *Cento* primi Quadrati [*b*], *giuſta la detta Figura*.

31. E per conſeguenza ciaſcun dei Rettangoli [*b*] *S m*, *P F*, *B F* ne conterrà *venti*, *giuſta la più volte mentovata Figura*,

32. Che

(a) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* due terzi *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre, tre* ſono tre parquarti *ſi d' un' unità diviſa in quatero ec.*

(b) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali, come* □.

(c) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando due per tre fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(d) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

[e] *Intero Quadrato è quel numero, il quale non è diviſo in veruna parte, e ſi rappreſenta in figura quadrata, come* ⊞ *ſignifica un numero Intero Quadrato di quattro.*

32. Che fanno insieme *Sessanta* primi Rotti [*a*] Quadrati (*b*),
33. Ai quali s'aggiungono i prenominati *Otto* del Rettangolo (*b*) *P S*,
34. Che tutti i primi Rotti (*a*) Quadrati (*b*) saranno *Sessantotto*; e tutta la proposta Area (*i*) *B c* d'Interi (*d*) *Sette* è di *Sessantotto* primi Rotti (*a*), come si è detto,
35. E non mai [in riga all'accennato insegnamento) d'Interi (*d*) *Sette*, primi Rotti [*a*] *Sei*, e secondi Rotti (*a*) *Otto* tutti Quadrati (*b*),
36. *Onde le mentovate due dottrine seguite dal Volgo, cioè che nel Prodotto* [*c*] *della multiplicazione* (*k*) *Decimale l'ultima Figura alla destra sia di Rotti* [*a*], *a ragione dei quali le altre Figure verso la sinistra sono con ordine di Rotti* (*a*) *minori*;
37. *E che tutti gli Interi* [*d*], *e Rotti* (*a*) *di qualunque Superficie piana* (*l*) *debbano essere Quadrati* [*b*], *non si accordano generalmente insieme.*

*

38. Dicemmo, che i Principianti incontrano bensì degl' intoppi, e *degli Errori del Volgo* nell' Aritmetica Decimale, i quali debbono assolutamente fuggirsi,
39. Ma con tutto ciò noi non impugniamo le buone Regole di questa Decimale Aritmetica,
40. Le quali se fossero state seguite dall' accennato Volgo senza erroneamente concepire, che ciascun Intero Quadrato (*e*) debba contenere *Cento* primi Quadrati (*b*), un primo Quadrato (*b*) *Cento* secondi Quadrati [*b*] ec.
41. Non avrebbe sbagliato, se semplicemente avesse detto, ch' il mentovato Rettangolo [*b*] della presente Figura contenga *Sette Interi* (*d*), *Sei primi*, *ed Otto secondi Rotti* (*a*), giusta il già mentovato Prodotto [*c*],
42. E non si fosse immaginato, che gli Interi (*d*), e Rotti (*a*) debbano tutti essere Quadrati (*b*), come dicemmo.
43. Questa verità si farà sott' agli occhi del Leggitore manifesta, quando nella presente Figura considererà,

(f) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(g) *Figura Rettangolare, o sia Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(h) *Rettangolo è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(i) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(k) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

[l] *Superficie piana intendesi volgarmente presso a' Geometri pratici una pianura.*

rà, che ciaſcun Intero [a], benchè Quadrato [b], contenga Dieci primi non Quadrati [b], ma Rettangolari (c),

44. (De' quali ſe ne vedono quattro nel Rettangolo (c) *S G*)

45. E che ciaſcun primo Rotto (d) contenga bensì dieci ſecondi, ma non mai *Cento*,

46. *Otto* de' quali ſi vedono nel Rettangolo (c) *P S*.

47. Dunque tuttochè le buone Regole della detta Decimale Aritmetica non ſi poſſano biaſimare,

48. Ciò non oſtante noi quì non le proponiamo al Principiante ſul gran Quadrato (b),

49. Affinchè nel ridurre i Rotti (d) Decimali ne' Rotti (d) propoſti di Denominazioni (e) diverſe, non incontri forſe nojevoli intoppi ec.

*

50. Eſſendoci ſinora un poco diffuſi ſul gran Quadrato (b) tanto nel maneggio degli Interi (a), quanto de' Rotti (d), ſenza ſervirci delle Figure dell' uſuale Aritmetica, egli è tempo, che collo ſteſſo metodo noi proſeguiamo il noſtro corſo ſul detto gran Quadrato (b), e perciò avanziamo al Capo Terzo.

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(b) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

[c] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

CAPO

CAPO III.

In cui trattasi delle Estrazioni delle Radici, delle Regole, delle Proporzioni, del ridurre le Monete grosse in altre spezie di Monete senza l' usuale Aritmetica, e ciò che si debba fare quando un proposto numero non comprendesi o su i lati, o nell' Area (f) del gran Quadrato (b).

Si premette al solito

*

Il Fondamento di tutte le seguenti Regole del presente Capo.

Il quale primieramente consiste in rappresentare i numeri per mezzo dei primi, secondi, e terzi Quadrati [b] del gran Quadrato [b] al solito,

Poscia in rappresentare ciascun Quadrato [b] terzo diviso nello stesso modo come è diviso un Quadrato [b] primo.

I.

1. L' Estrazioni delle Radici hanno per lo più il loro luogo nelle Operazioni Matematiche, e quantunque il nostro gran Quadrato [b] sia alquanto angusto per farvene l' esercizio, con tutto ciò egli è comodo per mostrarvene il Fondamento.
2. Noi ci figuriamo, ch' il Principiante non mai forse abbia inteso cosa sia una Radice d' un proposto numero,
3. E però sappia egli, che per comprenderla è d' uopo considerare qualunque Quadrato [b] i cui lati sieno divisi in quante parti uguali si vuole.

(d) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d' un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d' un' unità divisa in quattro ec.*

(e) *Denominazione, o sia Denominatore dicesi d' un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di Tre* $\frac{\text{il numero}}{\text{Settimi}}$ *di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in parti.*

(f) *Area presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* △ □ *ec.*

4. E dalle parti diviſe ſieno tirate le linee in croce,
5. Ch' in tale guiſa il detto Quadrato [*a*] conterrà nella ſua Area [*b*] altri Quadrati [*a*] piccioli uguali.
6. Come vedeſi nella *Figura LXXIII. fol.* 10. onde il Quadrato [*a*] *a b* ha ciaſcun lato diviſo in due parti uguali,
7. E le due linee *c d*, *e o* tirate dalle diviſioni moſtrano, che quello contiene nella ſua Area (*b*) altri *quattro* Quadrati (*a*) piccioli uguali,
8. Ora queſti piccioli *quattro* Quadrati (*a*) compreſi nel detto Quadrato (*a*) *a b* chiamanſi un numero Quadrato (*a*),
9. E ciaſcuno dei di lui lati *a r*, ovvero *r b* ec. chiamaſi la Radice d' eſſo Quadrato (*a*) *a b*,
10. Il che intendaſi di qualunque altro Quadrato (*a*).

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(b) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3 o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(c) *Radice Quadrata d un lato d'un numero rappreſentato in figura quadrata; come del numero quattro qui eſpreſſo in figura quadrata*

il lato a b di due parti, cioè il numero due chiamaſi Radice Quadrata.

II.

11. Inteſo dunque ciò che ſia la Radice d' un Quadrato (*a*), o ſia Radice Quadrata (*c*),
12. S' inſinua ulteriormente al Principiante, che molte altre, e per così dire infinite Figure di Numeri hanno parimente la loro Radice,
13. Onde dopo la Quadrata (*c*) ſegue

I. La Radice Cuba,
II. La Radice Quadrata di Quadrato,
III. La Radice del Sordeſolido, o ſia ſopraſolido, ovvero Primo Relato,
IV. La Radice Quadrato-Cuba,
V. La Radice del Sordeſolido ſecondo, o ſia ſecondo Relato,
VI. La Radice del Triquadrato, o ſia del Quadrato di Quadrato di Quadrato,

14. E molte altre in infinito.
15. Tutte queſte Radici ſono veramente una ſteſſa;
16. Perocchè le diverſe Figure di Numeri ora mentovati vengono generate da quella per mezzo di più multiplicazioni (*d*).
17. Onde ſappia il Leggitore, che qualunque numero multiplicato (*e*) in ſe ſteſſo produce un numero Qua-

(d) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(e) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(f) *Prodotto dicoſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſi chiamaſi Prodotto.*

Quadrato (*a*), come ſi può raccorre da numeri 3, 4, 5, ec., e che lo ſteſſo numero che multiplicaſi (*e*) è la Radice del ſuo Quadrato Prodotto [*f*],

18. Il quale multiplicato (*e*) poi per la ſteſſa Radice genera il Prodotto (*f*) d' un Cubo (*g*),

19. Il quale pure multiplicato (*e*) per la medeſima Radice genera il Prodotto (*f*) d' un Quadrato (*a*) di Quadrato (*a*),

20. E così ulteriormente multiplicando (*e*) i Prodotti (*f*) per la ſteſſa Radice ſi generano i mentovati numeri figurati, cioè del Sordeſolido (*h*) primo, del Quadrato Cubo (*i*) ec., e così in infinito.

21. Vediamone l' eſempio:

22. Multiplicando (*e*) *Due* per Due ſi produce il numero Quadrato di *Quattro* come dicemmo, la cui Radice è il numero *Due*,

23. Multiplicando (*e*) il Prodotto (*f*) di *Quattro* per la ſteſſa Radice di *Due* ſi genera il numero *Otto*, che è un Cubo (*g*),

24. Multiplicando (*e*) il Prodotto (*f*) d' *Otto* per la ſteſſa Radice di *Due* ſi genera il numero *Sedici*, ch' è il Quadrato (*a*) di Quadrato (*a*),

25. Multiplicando (*e*) il Prodotto (*f*) di *Sedici* per la medeſima Radice di *Due* ſi genera il numero di *Trentadue*, ch' è il Sordeſolido (*b*) primo,

26. Multiplicando (*e*) il Prodotto (*f*) di *Trentadue* per la medeſima Radice di *Due*, ſi genera il numero *Seſſantaquattro*, ch' è il Quadrato Cubo (*i*).

27. Multiplicando (*e*) il Prodotto (*f*) di *Seſſantaquattro* per la medeſima Radice di *Due* ſi genera il numero *Cento veni' otto*, ch' è il Sordeſolido (*b*) ſecondo,

28. Multiplicando (*e*) il Prodotto (*f*) di *Cento ventotto* per la medeſima Radice di *Due* ſi genera il numero *Duecentocinquantaſei*, ch' è il Triquadrato (*k*).

29. E ſu queſto piede continuando le multiplicazioni (*d*) per mezzo della ſteſſa Radice ſi poſſono generare dei numeri figurati in infinito;

30. Le quali multiplicazioni (*d*), chiamanſi Progreſſioni Geometriche.

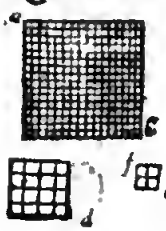
31. E dai quali numeri ſi può eſtraere la Radice, ch'è quella ſteſſa per mezzo della quale ſe ne ſono generati i Prodotti (*f*), come dicemmo.

(g) *Cubo è un Corpo fatto a Dado, come*

(h) *Sordeſolido è quel numero, il quale non ha nè figura di Quadrato, nè figura di Cubo, che val a dire nè figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, nè figura di corpo fatto a Dado.*

(i) *Quadrato Cubo è una figura quadra fatta a Dado, come*

[i] *Triquadrato è un numero rappreſentato in forma d'un Quadrato a b, i cui lati di ſedici ſono un numero d'un altro Quadrato minore c d, i cui lati di quattro ſono pure un numero d' un altro quadrato f e ancora minore, e perciò il Triquadrato è un Quadrato di tre Quadrati.*



III.

32. Affinchè poi il Principiante abbia qualche lume intorno al fondamento delle Denominazioni (*a*) dei mentovati numeri Figurati, non si manca d' insinuarli, che quelle derivano dalle Figure, le quali si considerano rappresentate dai più volte mentovati numeri.

33. Onde il Quadrato (*b*),

34. Ch' è il primo numero figurato, di cui parlammo, viene così denominato dalla Figura Quadrata (*c*), ch' egli rappresenta, come ai numeri 4, 5 ec. si è inteso. La cui Radice è un lato, come dicemmo,

*

I. 35. Il Cubo (*d*),

36. Ch' è il secondo numero figurato da noi accennato così denominasi; poichè egli rappresenta un Corpo di Figura *Cubica*:

37. Perocchè, quantunque i due numeri *due*, e *quattro* (per la multiplicazione (*e*) de' quali egli viene generato,) *giusta il numero* 23. *ec.* ci possano rappresentare il Rettangolo (*f*) *a q* della *Figura LXXIII. fol.* 10.

38. Egli ci rappresenta ancora un Corpo Cubico (*g*) *c d* della *Figura LXXIV. fol.* 10.

39. Accagione, che immaginandoci, che l' Area (*b*) *a b* di *quattro* della *Figura LXXIII.* sia la Base del detto Corpo (*i*) *c d* della *Fig. LXXIV.* quella multiplicata (*k*) per la Radice, o sia altezza *a r* di due, si produce il Corpo Cubo (*l*) *c d*, *giusta il Problema* 1. *Capo* 1. *della Stereometria.*

40. E questa rappresentazione del Corpo Cubico (*g*) è più propria di quella del Rettangolo (*f*) *a q* della *Figura LXXIII. fol.* 10.

41. Accagione, che nella di lui generazione multiplicasi (*k*) una Superficie (*m*), cioè il Quadrato (*b*) di *quattro* per la Radice, o sia altezza *a r* di *due*, *giusta il detto Problema* 1. ec.

(a) *Denominazione, o sia Denominatore detto d' un numero notato sotto la linea d' un Rotto; il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in parti.*

(b) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali; come* □

(c) *Figura Quadrata è un quadrato, cioè una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(d) *Cubo è un Corpo fatto a Dado, come*

(e) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(f) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* □

(g) *Cubico, ciò ch' è fatto in figura di Dado; come*

*

II. 42. Il Quadrato (*b*) di Quadrato (*b*),
43. Ch'è il terzo Numero figurato da noi accennato, così denominasi, accagione ch' egli rappresenta un Quadrato (*b*), di cui non solo l'Area (*b*), ma eziandio ciascun lato considerasi rispettivamente per Quadrato (*b*),
44. Come nella nostra Ipotesi (*n*) il Quadrato (*b*) di Quadrato (*b*) è di *Sedici*, giusta il numero 24.
45. Il quale non solo in se stesso è Numero Quadrato [*o*], come la *Figura LXXV. foglio* 10. lo rappresenta,
46. Ma essendo ciascun lato di lui di quattro, anche questo è appunto Numero Quadrato (*o*), come l'Area (*b*) *a b* della *Figura LXXIII.* ce lo fa vedere: E perciò chiamasi Quadrato (*b*) di Quadrato (*b*), come dicemmo.

*

III. 47. Il Sordesolido (*p*) primo.
48. Ch'è il quarto Numero figurato da noi mentovato, non rappresentando nè Figura Cuba (*q*), nè Quadrata (*c*), non ne facciamo per ora la dichiarazione della di lui Denominazione (*a*).

*

IV. 49. Il Quadrato-Cubo (*r*).
50. Ch'è il quinto Numero figurato da noi accennato, così denominasi, accagione che consiste in un Quadrato [*b*] prodotto dai suoi lati, ciascuno de' quali è un Numero Cubo [*r*],
51. Come nella nostra Ipotesi [*n*] il numero *Sessantaquattro* è un Quadrato-Cubo (*r*), dei cui lati ciascuno ha *Otto* parti, cioè il Numero del Cubo [*d*] già ispiegato al numero 35., come la *Figura LXXVI. foglio* 11. lo mostra.

V. 52.

(h) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(i) *Base Corporea è il Piano inferiore di qualunque Corpo.*

(k) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(l) *Corpo Cubo è un Cubo, o sia una figura fatta a Dado, come*

(m) *Superficie una estensione, che ha lunghezza, e larghezza.*

(n) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(o) *Numero Quadrato è quello, che rappresentasi in forma di Quadrato, come quattro, nove ec.*

(p) *Sordesolido è è quel numero, il quale non ha nè figura di Quadrato, nè figura di Cubo, che val a dire nè figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, nè figura di corpo fatto a Dado.*

(q) *Figura Cuba, o sia Cubo è un Corpo, il quale volgarmente direbbesi un Dado, come*

(r) *Quadrato Cubo è una figura quadra fatta a Dado, come*

*

V. 52. Il Sordeſolido (*a*) ſecondo.

53. Ch'è il ſeſto Numero figurato da noi accennato, non rappreſentando (come il Sordeſolido (*a*) primo) nè Figura Quadrata [*b*], nè Cuba [*c*], non ne facciamo per ora la dichiarazione della di lui Denominazione (*d*).

[a] *Sordeſolido è quel numero, il quale non ha nè figura di quadrato, nè figura di Cubo, che val a dire nè figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, nè figura di corpo fatto a Dado.*

*

VI. 54. Il Triquadrato (*e*).

55. Ch'è il ſettimo Numero figurato da noi mentovato, così denominaſi, accagione ch'egli conſiſte in un Quadrato (*f*), i cui lati ſono un numero d'un altro Quadrato (*f*) minore, del quale i lati ſono pure un Numero d'un altro Quadrato (*f*) ancora minore,

56. Come nella noſtra Ipoteſi (*g*) il Triquadrato (*e*) è di *Duecento Cinquantaſei*,

57. Ch'è un Quadrato (*f*) rappreſentatoci dalla *Figura LXXVII. foglio* 10., il quale ha ciaſcun lato di *Sedici*,

58. Il qual numero di *Sedici* è pure un Quadrato, [*f*] come nella *Figura LXXV.* ſi è veduto,

59. I cui lati ſono di *Quattro*.

60. Ed appunto anche il *Quattro*, numero dei detti lati, è parimente un altro Quadrato (*f*),

61. Onde con ragione ſi può l'accennato Numero Figurato chiamare Triquadrato (*e*), poichè egli è un compoſto, o ſia un innesto di tre differenti Quadrati (*f*).

(b) *Figura Quadrata è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

[c] *Figura Cuba, o ſia Cubo è un Corpo, il quale volgarmente direbbeſi un Dado, come*

*

62. Tutti gli altri Numeri figurati, che quì in appreſſo ſi potrebbero ſoggiungere in infinito, ſono facili da ſpiegarſi circa la loro denominazione (*d*), e ſoſtanza ſul gran Quadrato [*f*], ma per ora baſtano per i Principianti i già mentovati.

63. Onde avanziamo a vedere nel

(d) *Denominazione, o ſia Denominatore diceſi d'un numero notato ſotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di Tre ——— il numero Sette di Settimi, o ſia di Seſtini è il Denominatore d'un Intero diviſo in parti-*

PRO-

PROBLEMA I.

Come da un propoſto numero ſ' eſtragga la Radice Quadrata (b) ſenza l' uſuale Aritmetica.

Sia in

I. Ipoteſi (g).

1. Propoſto il numero Novecento,
2. Di cui ſi debba eſtrarre la Radice Quadrata [*b*] ſenza l' uſuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

Che compreſo colle braccia della ſolita Squadra qualunque Quadrato (*f*) minore del numero propoſto, e dilatando quello con muovere la detta Squadra ſempre in Figura Quadrata (*b*) ſino che vi ſi comprenda il mentovato propoſto numero ſe n' ottiene l' intento,

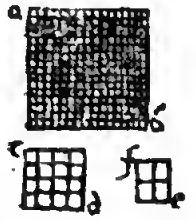
Eccone la

III. Pratica.

1. Nella *Figura LXXVIII. fo.* 10. che ſupponeſi una parte del gran Quadrato (*f*) comprendaſi colle braccia della Squadra il Quadrato (*f*) *a b* di *Cento*,
2. Il quale è minore del propoſto numero di *Novecento*,
3. Si move poi pianpiano la detta Squadra in modo, ch' il mentovato Quadrato (*f*) *a b* ſi vada dilatando ſempre in Figura Quadrata [*b*],
4. Cioè, che nella prima moſſa della Squadra queſta poſſa giugnere a beneplacito ſin' alle *c d e*,

5. Ch'

(e) *Triquadrato è un numero rappreſentato in forma d' un Quadrato a b, il cui lato di ſedici ſono un numero d' un altro Quadrato minore c d, i cui lati di quattro ſono pure un numero d' un altro Quadrato f e ancora minore, e perciò il Triquadrato è un Quadrato di tre Quadrati.*



(f) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(g) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(h) *Radice Quadrata è un lato d' un numero rappreſentato in figura quadrata; come del numero quattro quì eſpreſſo in figura quadrata*

il lato a b di due parti, cioè il numero due chiamaſi Radice quadrata.

(a) *Figura Quadrata, o Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

5. Ch' essa comprenderà *Quattrocento* in Figura Quadrata [*a*],
6. Ma non essendo con ciò noi ancora giunti al numero di *Novecento*,
7. Pianpiano si muove ulteriormente sempre in Figura Quadrata [*a*] la Squadra fin' alle *g b i*,
8. Che le braccia della detta Squadra comprenderanno appunto il proposto numero di *Novecento* in Figura Quadrata [*a*],
9. Di cui considerando un lato, cioè l' *a g*, ovvero *a i*, il quale è di *Trenta*, di *Trenta* appunto è la Radice Quadrata [*b*], che dal proposto numero *Novecento* estrarre si doveva.

Toccante la

§. CXLVI.

Sua Ragione dimostrativa.

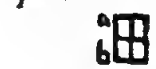
1. Rimettendoci a ciò che dicemmo al *numero I. di questo Capo*, essa è tanto chiara, ch' altro non fa d' uopo.
2. Ma è bensì necessario un

*

Avvertimento I.

1. Con cui si dia ad intendere ai Principianti, come si debba operare, quando il Numero proposto non è veramente Quadrato [*c*],
2. Propongasi il Numero di *Ventisette*, da cui si debba sul gran Quadrato [*d*] estraere la Radice Quadrata [*b*] senza l' usuale Aritmetica,
3. Seguendo la Regola del precedente Problema *prendiamo colle braccia della Squadra un Quadrato* [*d*] *minore, che nel proposto numero ritrovasi*, cioè il Quadrato [*d*] di *Venticinque* rappresentatoci dalla *Figura LXXIX. fol.* 11.
4. Poi movendo pianpiano le braccia della detta Squadra dilatiamo il Quadrato [*d*] per indagarvi precisamente il Numero proposto di *Ventisette*, come si vede sulla *Figura LXXX. fol.* 11.

(b) *Radice Quadrata è un lato d'un numero rappresentato in figura quadrata; come del numero quattro quì espresso in figura quadrata*



il lato a b *di due parti, cioè il numero* due *chiamasi Radice quadrata.*

(c) *Numero quadrato è quello, che rappresentasi in forma di Quadrato, come quattro, nove ec.*

(d) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

5 Ove

5. Ove le braccia *b g*, *b m*, che nella *Figura LXXIX.* moſtravano i lati *a t*, *t r* di *Cinque*,
6. Moſtrano i lati *a r*, *a c* di *Sei*.
7. Ma queſta dilatazione dei lati di *Sei* non ci produce preciſamente il propoſto Numero di *Ventiſette* nel Quadrato [*d*] *c r*,
8. Ma un Numero maggiore del propoſto, cioè il Numero di *Trentaſei*,
9. Sicchè ſe prendiamo il *Cinque* per lato, come nell' accennata *Figura LXXIX. fol.* 11. abbiamo il Quadrato (*d*) *r n* di *Venticinque*, minore del propoſto numero,
10. E ſe prendiamo il *Sei* per lato, come nella *Figura LXXX. fol.* 11. abbiamo il Quadrato [*d*] *c r* di *Trentaſei*, maggiore del detto Numero propoſto,

*

11. In queſta ſorta di caſi, quando il Numero propoſto, non ſi può preciſamente racchiudere in un Quadrato [*d*], egli è ſegno, che quello non è Numero Quadrato (*d*), ma Numero *Sordo* [*e*] (come comunemente chiamaſi,)
12. E perciò la di lui Radice viene appellata *Irrazionale*, la quale non ſi può eſprimere con Numeri.
13. Onde avverta il Principiante a non ingannarſi, credendo forſe, che quando un lato d' un Numero, che cercaſi Quadrato [*d*] non può con aggiungervi, e con levarvi un Intero [*f*] arrivare alla preciſa miſura del Numero propoſto, ſi poſſa ridurlo alla detta miſura con aggiungervi, o levarvi de' Rotti [*g*],
14. Imperciocchè, quando un propoſto Numero d' Interi [*f*] non ritrovaſi Quadrato [*d*], giuſta la Regola del precedente Problema, non mai faraſſi Quadrato [*d*], quantunque s' aggiunghino, o ſi levino qualunque ſpezie de' Rotti [*g*] dal detto Numero.
15. Vediamone l' eſempio nella già accennata *Figura LXXIX. fol.* 11.
16. Nel cui Quadrato [*d*] non comprendendoſi il propoſto Numero di *Ventiſette*, ma ſolo di *Venticinque*,
17. Come i piccioli Quadrati [*d*] *Venticinque* appunto lo moſtrano,

[e] *Numero Sordo è quel numero, il quale non ſi può rappreſentare in figura quadrata, come il numero Sette, Dodici ec.*

(f) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(g) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

18. Ce ne mancano due di questi per compiere l' accennato Numero di *Ventisette*,
19. Onde vogliamo tentare di fare in Rotti [*a*] i detti due piccioli Quadrati [*b*], o siano Interi [*c*], che mancano, ed adattarli ai lati della nominata *Figura LXXIX.* in modo, ch' il Quadrato [*b*] *r u* di *Venticinque* divenga un Quadrato [*b*] di Ventisette;
20. E però giacchè tanto il lato *u p*, quanto il lato *r p* vedesi diviso in *Cinque* parti,
21. Divideremo [*d*] gli accennati due Interi [*c*], che mancano ciascuno parimente in *Cinque* Rotti [*a*] come nella *Figura LXXXI. fol.* 11. apparisce,
22. Affinchè alle mentovate cinque parti di ciascun lato adattar si possano,
23. Come vedesi fatto nella *Figura LXXXII. fol.* 13.
24. Ove ciascuno dei *due* Rettangoli [*e*] *c n*, *s o*,
25. Aggiunti ai lati *c u*, *s u* si è costrutto di *cinque* Rotti [*a*], o sia di cinque parti,
26. Uguali alle cinque parti di ciascun dei *due* Quadrati [*b*] della *Figura LXXXI. fol.* 11.
27. Ma quantunque i detti due Rettangoli [*e*] *c n*, *s o* così adattati comprendano insieme col Quadrato [*b*] *m u* il Numero proposto di *Ventisette*,
28. Ciò non ostante tutta la *Figura LXXXII. fol.* 11. non è in verun modo Quadrata (*b*),
29. Perocchè per farla tale, vi vorrebbe il Quadratino [*b*] *u r*, che manca.
30. E per conseguenza, tutto che i due Interi [*c*] che mancano al proposto Numero di *Ventisette*, fatti in Rotti [*a*] si sieno adattati al Quadrato [*b*] *m u* di Venticinque della stessa *Figura LXXXII. foglio* 11.
31. Ciò non ostante quella non rimane Quadrata [*b*],
32. E per conseguenza nè la *m q*, nè la *m x*,
33. Ciascuna di *Cinque* Interi [*c*], ed un Quinto potrà mai dirsi un lato d' un Numero Quadrato (*f*),

*

34. Per intender maggiormente, che se un proposto Numero non è Quadrato [*b*], non mai si potrà far tale.
35. Supponiamo, che per ridurre in Quadrato [*b*] il mentovato Numero di *Ventisette*, se ne faccia uno colla solita Squadra come nella *Figura LXXX.*,

ove

(a) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* —— *terzi sono due parti d'un' unità divisa in tre, ere* —— *sono ere parquarti di un' unità divisa in quattro ec.*

(b) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(d) *Dividere, o partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene ere volte.*

ove ciascun lato *a r*, *a c* ha *Sei* Interi (*c*), e tutt' il Quadrato (*b*) *c r* è di *trentasei*,

36. Cioè di *Nove* Interi (*c*) di più del proposto Numero di *Ventisette*.

37. Per ridurre dunque questo Quadrato (*b*) di *Trentasei* in un altro di soli *Ventisette*,

38. Ve ne leveremo l' eccesso cioè i *Nove* Interi (*c*),

39. Cioè ne leveremo prima il Rettangolo (*e*) *r o* di *Cinque*,

40. Poscia il Rettangolo (*e*) *f n* di *quattro*, che sono *nove* in tutti,

41. Sicchè di tutt' il Quadrato [*c*] *c r* di *Trentasei* ci rimarrà il Quadrato (*b*) *a o* di *Venticinque*,

42. Ed il Rettangolo (*e*) *c f* di *Due*, che sono in tutti *Ventisette*.

43. Ora se vorremo adattare i due Interi (*c*) *c f* al Quadrato (*b*) *a o* di *Venticinque*, in altro modo non si può fare, se non con quello stesso con cui si è fatto al numero 19.

44. E però chiaramente vedesi, che siccome in nessun modo coll' aggiugnere due Interi (*c*) fatti in Rotti [*a*] al Quadrato [*b*] *m u* della *Figura LXXXII.* di *Venticinque*, non si è potuto far un Numero Quadrato (*f*) di *Ventisette*,

45. Così parimente col levar dal Quadrato (*b*) *a n* della *Figura LXXX. fol.* 11. l' eccesso del Numero *Ventisette*, cioè *Nove* non si può mai fare un Quadrato (*b*), che contenga lo stesso Numero.

*

46. Oltre a ciò facilmente comprenderassi, che siccome egli è necessario di dilatare, o restringere i lati d' un Quadrato (*b*) minore o maggiore d' un Numero proposto per tentare di ridurlo ad un Quadrato (*b*) ideato come fin' ora si è fatto,

47. Così vedrassi ancora, che nel dilatare, o restringere i detti lati sempre vi mancherà alcuna cosa, che non permetterà, ch' il Numero sia Quadrato (*b*),

48. Come l' abbiamo fin' ora veduto nella *Fig. LXXXII. fol.* 11., in cui manca il Quadratino (*b*) *s r* all' intero Quadrato (*b*) *m r*.

49. Sicchè replichiamo ciò, che qui sopra si è detto, cioè che quando un proposto Numero non è Qua-

(e) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(f) *Numero Quadrato è quello, che rappresentasi in forma di Quadrato, come quattro, nove ec.* ⊞ ▦

drato (a) non mai, nè con aggiugnervi, nè con levar Rotti (b) si farà Quadrato (a).

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

*

50. E però in simili casi, giacchè non si può avere la Radice Quadrata [c] d'un proposto Numero, si prende la Radice prossima a quella,

51. Come nella *Figura LXXXII.* avendo osservato, che per il compimento del Quadrato [a] *m r* ci manca il Quadratino [a] *u r*,

52. Prenderassi per il lato prossimo della Radice Quadrata [c] il lato *m q*, ovvero *m x* di *Cinque*, e di Un Quinto.

(b) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti v. gr.* ½ *terzi sono due parti d'un' unità divisa in tre,* ⅔ *tre quarti sono tre parti d' un'unità divisa in quattro ec.*

*

53. Facilmente in tutti i Numeri proposti non Quadrati [a] ritroverassi la detta Radice prossima, quando opererassi come si è fatto col numero *Ventisette*, proposto per mezzo dell' accennata *Figura LXXXII. foglio* 11.

54. Perocchè prendendo sempre un Numero Quadrato [d] prossimo minore del proposto, ed adattandovi dietro alla divisione dei di lui lati tanti Rettangoli (e), o sieno tanti Rotti [b], che compiscano il Numero proposto, come si è fatto al numero 19. ec.

55. Un lato degli Interi [f] insieme coi Rotti [b] aggiuntivi sarà la Radice prossima maggiore della vera.

56. Essendoci sinora alquanto diffusi circa l' Estrazione della Radice Quadrata (c) ne' proposti Numeri Interi (f), converrà vedere per mezzo d'un

(c) *Radice Quadrata d'un lato d'un numero rappresentato in figura quadrata; come del numero quattro qui espresso in figura quadrata*

il lato a b di due parti, cioè il numero due chiamasi Radice Quadrata.

(d) *Numero quadrato è quello, che rappresentasi in forma di Quadrato, come quattro, nove ec.*

[e] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

*

Avvertimento II.

57. Come s'estragga la Radice Quadrata (c) *dai Numeri Rotti* (b), *dagli Interi* (f), *e Rotti* (b), *e dagli Interi* (f), *e Rotti* (b) *dei Rotti* (b) senza l'usuale Aritmetica.

58. *Nel primo caso si cava la Radice in ordine al precedente Problema tanto dal Numeratore* (g), *quanto dal Deno-*

Denominatore (*b*), *e fatti delle due eſtratte Radici il Rotto* [*b*].

59. In eſempio : Si debba eſtrarre la Radice del ſeguente Rotto [*b*] $\frac{\text{Nove}}{\text{Decimileſti}}$, eſſendo la Radice del Numeratore (*g*), cioè del *Nove* il *Tre*, e la Radice del Denominatore (*b*), cioè del *Sedici* il *Quattro*; di queſte due Radici ſi fa il ſeguente Rotto (*b*) $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$.

*

60. *Nel ſecondo caſo ſi riducono gli Interi* (*f*) *ai Rotti* (*b*), *che vi ſono aggiunti, poi ritrovata la Radice del Numeratore* (*g*), *e Denominatore* [*b*], *s' opra come quì ſopra*.

61. In eſempio : Debbaſi eſtrarre la Radice Quadrata (*c*) dal ſeguente Intero [*f*], e Rotto [*b*] : *Quattro*, e $\frac{\text{Nove}}{\text{Quarti}}$,

62. Ridotti i *Quattro* Interi (*f*) a *Sedici*, cioè multiplicandoli (*i*) per *Quattro*, ch' è il Denominatore (*b*) del Rotto [*b*] aggiuntogli, e mettendovi appreſſo il Numeratore (*g*) del Rotto (*b*) ſi farà *Venticinque* per Numeratore (*g*), a cui ſupponendo l' accennato Denominatore (*b*) di Quarti, ſi fa il ſeguente Rotto (*b*) di $\frac{\text{Venticinque}}{\text{Quarti}}$ uguale all' accennato Numero di Quattro Interi (*f*), e $\frac{\text{Nove}}{\text{Quarti}}$.

63. Ora cavando la Radice tanto dal Numeratore (*g*), quanto dal Denominatore (*b*) del Numero così ridotto, avremo il ſeguente Rotto (*b*) di $\frac{\text{Tre}}{\text{Due}}$.

64. Perocchè il *Tre* è la Radice del Numeratore (*g*) di *Nove*, ed il *Due* è la Radice del Denominatore (*b*) di *Quattro*.

*

65. *Nel terzo caſo ſi riducono gli Interi* (*f*), *ed i ſuſſeguenti Rotti* (*b*) *negli ultimi Rotti* (*b*), *e poi ſi cava la Radice del Numeratore* (*g*), *e Denominatore* (*b*) *del Numero così ridotto, come ſi è fatto ſinora* ec.

66. In

(f) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(g) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

(h) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sett, o ſia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviſo in ſette parti.*

(i) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

66. In esempio: Debbasi estrarre la Radice Quadrata (a) da *Due* Interi (b), $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$ e $\frac{\text{Tredici}}{\text{Trentesimi sesti}}$,

67. Cioè da *Due Interi* (b),

68. Da *Cinque Sesti d'un Intero* (b),

69. E *da Tredici Trentesimi Sesti d'un Sesto*.

70. Riduconsi prima i Due Interi [b] in primi Rotti (c) di Sesti, che si faranno *Dodici*,

71. A cui aggiungonsi i $\frac{\text{Cinque}}{\text{Sesti}}$,

72. Che saranno *Diciesette Sesti*,

73. Poscia riduconsi tutti questi Diciesette Sesti in *Trentesimi Sesti*, multiplicandoli (d) per *Trentasei*, *giusta il Probl. V. pag.* 604.

74. Che si produrrà *Seicento dodici*,

75. A cui s'aggiungono i Tredici Trentesimi Sesti dell'ultimo Rotto (c), che tutt'il proposto Numero sarassi ridotto in *Seicento venticinque* ultimi Rotti (c) proposti,

76. Cioè nel Rotto (c) di $\frac{\text{Seicento venticinque}}{\text{Trentesimi Sesti.}}$

77. Ora cavando la Radice Quadrata (a) dal Numeratore (e) di questo Rotto (c), cioè dal *Seicento venticinque*, quella sarà di *Venticinque*,

78. E cavando la detta Radice dal Denominatore (f), cioè da *Trentasei*, quella sarà di *Sei*,

79. Sicchè colle dette due estrazioni si farà il Rotto [c] di $\frac{\text{Venticinque}}{\text{Sesti}}$,

80. Ch'è lo stesso che dire di *Quattro* Interi (b), ed $\frac{\text{Un}}{\text{Sesto}}$, *giusta il Numero VII. pag.* 629.

81. Questo stesso modo d'operare cogli Interi (b), e Rotti (c) osservasi sempre, benchè presso gli Interi (b) vi fossero primi, secondi, terzi, quarti, ed infiniti altri Rotti (c).

*

82. Ne' casi poi, ne' quali non si ritrovino precisamente le Radici o ne' Numeratori (e), o ne' Denominatori (f), o in nessuno d'essi, si prendono le Radici più prossime, giusta il Numero 50.

83. Es-

(a) *Radice Quadrata d'un lato d'un numero rappresentato in figura quadrata è come del numero quattro qui espresso in figura quadrata*

il lato a b di due parti, cioè il numero due chiamasi Radice Quadrata.

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(c) *Rotto, o sia Numero rotto è un'unità divisa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un'unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un'unità divisa in quattro ec.*

(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(e) *Numeratore è quel numero, il quale notato sopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviso, scritto sotto la detta linea, v. g.* $\frac{\text{Tre}}{\text{Sestimi}}$ *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sesta scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.*

83. Eſſendoſi ſinora alquanto favellato intorno all' Eſtrazione della Radice Quadrata (*a*), vediamo ulteriormente nel

PROBLEMA II.

Come da un propoſto Numero s' eſtragga la Radice Cuba (g) *ſenza l' uſuale Aritmetica.*

Sia in

I. Ipoteſi [*h*].

1. Per modo di principio, propoſto il Numero *Seſſantaquattro*,
2. Da cui debbaſi eſtrarre la *Radice Cuba* (g) ſenza l' uſuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola,

I. Che con qualunque Radice preſa a piacere ſi fa un Quadrato (*i*) minore del Numero propoſto.

II. Poſcia ſe ne fa il ſuo Cubo (*k*), giuſta il Numero 18. e 23. del Capo del preſente Libro,

III. E s' il Cubo (*k*) è minore del Numero propoſto, prendeſi la Radice del detto Quadrato (*i*) maggiore della prima d' un' unità, s' è maggiore, prendeſi la nominata Radice minore della prima d' un' unità, fino che ritrovaſi il propoſto Numero Cubo (*l*), o a queſto il più proſſimo minore, che ſaraſſi anche ritrovata la Radice.

(f) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* Tre / Settimi *il numero di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviſo in ſette parti.*

[g] *Radice Cuba diceſi il lato d' un Cubo, cioè il lato d' un Corpo fatto a Dado: come nella quì ſoggiunta figura il lato a b diceſi Radice Cuba.*

[h] *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(i) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

[k] *Cubo è un corpo fatto a Dado, come*

(l) *Numero Cubo è quello, che rappreſentaſi in figura d' un Dado, cioè d' un Corpo, ch' ha l' iſteſſa larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(b) *Cubo è un Corpo fatto a Dado, come*

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(d) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per tre si fa sei, e questo sei chiamasi il Prodotto.*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. *Prendiamo a piacere il Numero di Quattro per Radice,*

2. *E facciamone il Quadrato* (*a*) *di Sedici*, giusta il numero 8. e 22. del Capo presente,

3. Il qual Quadrato (*a*) è, giusta la Regola, *minore del Numero proposto.*

II. 4. Poscia facciamo il Cubo (*b*) del mentovato Quadrato (*a*) di Sedici, multiplicando (*c*) la Radice di *Quattro* col *Sedici*,

5. Che avremo il Prodotto (*d*) di *Sessantaquattro*,

6. Ch' è appunto il proposto Numero Cubo (*e*), la cui Radice è la stessa da noi presa a caso, cioè il Numero *Quattro*.

*

III. 7. Propongasi poi un altro Numero, di cui si ricerchi la Radice Cuba (*f*), e sia il Numero di *Centoventicinque*.

8. Seguendo la mentovata Regola, *prendiamo a caso la Radice di Quattro, e facciamone a piacere il Quadrato* (*a*) *di Sedici*, come di sopra, *il quale, giusta la Regola, è minore del Numero proposto.*

9. Facciamo di quello il suo Cubo (*b*) di *Sessantaquattro*, come si è veduto al *numero* 5.

10. Ora questo Numero Cubo (*e*) di *Sessantaquattro* non essendo il Numero proposto di *Centoventicinque*:

11. Non potrà la Radice di *Quattro* presa a caso con cui s'è fatto il Quadrato (*a*) di Sedici, essere la Radice Cuba (*f*), che del Numero *Centoventicinque* ricercasi;

12. Onde giacchè il Numero Cubo (*e*) di *Sessantaquattro* è minore del proposto Numero di *Centoventicinque*, si prenderà un' altra Radice maggiore della prima d'un' unità,

13. Cioè in vece di *quattro*, prenderemo *Cinque*,

14. E ne faremo il suo Quadrato (*a*) di *Venticinque*, cioè minore del Numero proposto,

15. Po-

15. Poſcia il ſuo Cubo (*b*) di *Centoventicinque*, *giuſta il Numero* 18. e 23. *del Capo III. del preſente Libro*,

16. Ed in tale guiſa eſſendoſi ritrovato il propoſto Numero Cubo (*e*) di *Centoventicinque*, la di lui Radice ſarà il *Cinque*, *giuſta la Tavola fol.* 5.

*

17. Propongaſi ancora un altro Numero, di cui ricerchiſi la Radice Cuba (*f*), e ſia *Ducentoſedici*;

18. E per averne la Radice, *prendiamo a caſo il Numero Sette*,

19. *Facciamone il ſuo Quadrato* (*a*) *minore del Numero propoſto*,

20. Ch' avremo *Quarantanove*,

21. Facciamone il ſuo Cubo (*b*), *giuſta il Numero* 18. e 23. *del Capo III. del preſente Libro*,

22. Ch' avremo *Trecentoquarantatre*,

23. Ma eſſendo il Numero Cubo (*e*) di *Trecentoquarantatre* maggiore del propoſto Numero di *Duecento ſedici*,

24. La preſa Radice di *Sette* non può eſſer quella, che ſi ricerca,

25. E però prenderemo un' altra Radice minore della detta d' un' unità,

26. Cioè in vece del *Sette*, prenderemo il *Sei*,

27. Ne faremo il ſuo Quadrato (*a*) di *Trentaſei*, *giuſta il Numero* 8. e 22. *del preſente Capo*,

28. E poi il ſuo Cubo (*b*) di *Ducentoſedici*,

29. Ed eſſendo appunto di *Ducentoſedici* il Numero propoſto, egli è ſegno, che la ſua Radice Cuba (*f*) è il Numero *Sei* preſoſi la ſeconda volta.

*

30. Proponiamo ulteriormente un' altro Numero, da cui debbaſi eſtrarre la Radice Cuba (*f*), e ſia di *Quattrocento*;

31. Ora per averne la detta Radice Cuba (*f*), *prendiamo a piacere il Numero Otto*.

32. *Facciamone il ſuo Quadrato* (*a*) *minore del numero propoſto*, che ſarà *Seſſantaquattro*, *giuſta il numero* 8. e 22. *del Capo preſente*.

33. *Facciamone il ſuo Cubo* (*b*), che ſarà *Cinquecentododici*, *giuſta il detto numero* 8. e 22.

(c) *Numero Cubo è quello, che rappreſentaſi in figura d' un Dado, cioè d' un Corpo, ch' ha l' iſteſſa larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(f) *Radice Cuba diceſi il lato d' un Cubo, cioè il lato d' un Corpo fatto a Dado, come nella qui ſeggiunta figura il lato a b diceſi Radice Cuba.*

34. Ora vedendo, ch'il Cubo [a] di *Cinquecentododici* è maggiore del Numero proposto di *Quattrocento*,

35. Converrà (giusta la Regola) in vece della Radice d'*Otto*, prendere una Radice minore d'un' unità, che sarà il *Sette*.

36. *E però fatto il suo Quadrato* [b] *minore del Numero proposto*, avremo *Quarantanove*, giusta il Numero 8. e 22. del Capo presente,

37. E facendone il suo Cubo [a] avremo *Trecentoquarantatre*,

38. Ma siccome il Cubo [a] di *Cinquecentododici* è stato maggiore del proposto Numero di *Quattrocento*,

39. Così il Cubo [a] di *Trecentoquarantatre* è minore del mentovato Numero proposto,

40. Ed in cotale guisa pare, che nulla avrebbe giovato l'accennata Regola, da quale insegna, *che s'il Numero Cubo* [a], *che per una Radice presa a piacere si fa, è maggiore del Numero proposto, debbasi prendere un'altra Radice minore della prima d'un' unità*.

41. Con tutto ciò sappia il Principiante, che in tali casi, quando con una presa Radice si fa un Numero Cubo [c] maggiore del proposto, e facendo quella minore d'un' unità, si fa il Numero Cubo [a] minore del proposto,

42. Ovvero anche con modo inverso, quando con una presa Radice si fa il Numero Cubo [c] minore del proposto, e facendo quella maggiore d'un' unità, si fa il Numero Cubo [c] maggiore del proposto,

43. Allora egli è segno, ch' il proposto Numero non è veramente Cubo [a], e che se ne debba prendere il Cubo [a] più prossimo minore.

44. Come nell' addotto esempio del Numero di *Quattrocento*, il cui Cubo [a] prossimo maggiore è di *Cinquecentododici*, *ed il Cubo* [a] *prossimo minore* è di *Trecentoquarantatre*, prendesi quest' ultimo per Numero Cubo [a], la cui Radice è il *Sette*, giusta il Numero 35. ec.

*

45. Egli è bensì vero, ch' il mentovato Cubo [a] di *Trecentoquarantatre* non sia il vero Cubo [a] del Numero proposto di *Quattrocento*, ma solo il prossimo minore, come s' è detto, e che per conse-

guenza

(a) *Cubo è un Corpo fatto a Dado, come*

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(c) *Numero Cubo è quello, che rappresentasi in figura d'un Dado, cioè d'un Corpo, ch'ha l'istessa larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(d) *Radice Cuba dicesi il lato d'un Cubo, cioè il lato d'un Corpo fatto a Dado: come nella qui soggiunta figura il lato* a b *dicesi Radice Cuba.*

(e) *Rotto, o sia Numero rotto è un'unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un'unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un'unità divisa in quattro ec.*

guenza anche la nominata Radice di *Sette* non ſia la vera Radice Cuba (*d*), del detto Numero di *Quattrocento*, ma ſolo la ſua proſſima minore,

46. Ma ciò non oſtante moſtreremo quì in appreſſo ne' *Problemi III.*, e *IV.* come ſi poſſa per mezzo de' Rotti [*e*] approſſimarſi quaſi inſenſibilmente alla vera Radice Cuba [*d*], quando i propoſti Numeri non ſono veramente Cubi [*a*],

Toccante

§. CXLVII.

La Ragione dimoſtrativa.

Di ciò che nella Regola, e nella Pratica fin' ora ſi è favellato, ſperiamo che il Leggitore n' avrà tutt' il lume neceſſario, quando rifletta alle *Progreſſioni Geometriche* [*f*] toccante al *Numero II. n. 3. del preſente Capo*, le quali ne' Numeri Quadrati [*g*], e ne' Numeri Cubi [*c*] ſi fanno.

Ora diciamo per

*

Avvertimento.

1. Che ſiccome poi ſi è accennato nell' antecedente Problema, che per andare in traccia della Radice Cuba [*d*], *ſi debba prendere a beneplacito la Radice d' un Quadrato* [*b*] *minore d' un propoſto numero*, così potrebbe l' avveduto Leggitore procedere anche in altri caſi, in cui i Numeri propoſti foſſero aſſai maggiori di quelli, che nei precedenti eſempj ſi ſono addotti, e con qualche eſperienza agevolarſi da ſe ſteſſo la ſtrada a tale eſercizio.

2. Ma eſſendo coteſta operazione alquanto nojoſa, e giacchè quegli Autori, i quali formano i loro Numeri colle Figure dell' uſuale Aritmetica, volendo inſegnare ad eſtrarre la Radice Cuba [*d*], ſi ſervono d' una Tavoletta, ſu cui vedonſi nove Numeri Quadrati [*g*], e nove numeri Cubi [*c*] regiſtrati con ordine dietro alle loro Radici, le quali cominciano dall' unità, e terminano nel nove,

(f) *Progreſſioni Geometriche ſono quei gradi di numeri, che creſcono, e calano con proporzione geometrica, in eſempio: Due, Sei, Diciotto, Cinquantaquattro, ec. ove oſſervaſi, che ſiccome il Due è contenuto tre volte nel Sei, così il Sei è contenuto tre volte nel Diciotto, ed il Diciotto tre volte nel Cinquantaquattro, ec.*

(g) *Numero quadrato è quello, che rappreſentaſi in forma di Quadrato, come quattro, nove ec.*

3. Noi ſtimeremo bene di proſeguir la detta Tavoletta, e ſtendere una Tavola compiuta delle Radici Quadrate (*a*), e Cube (*b*) ſul piede della già veduta al *foglio* 5.

4. La quale cominciando dalle unità delle Radici dei Numeri Quadrati (*c*), e Cubi (*d*), benchè giunga ſolo ſin' alla Radice del *Venti*, ciò non oſtante ſi potrebbe dilatarla a piacere ſin ai numeri di Millioni, Billioni, Trillioni ec.

5. Eſſendo coſa facile il diſtenderla; perocchè baſta multiplicare (*e*) la Radice per ſe ſteſſa, che ſi produrrà il Numero Quadrato (*c*), e queſto pure multiplicato (*e*) per la Radice, ſe ne fa il Cubo (*f*).

6. Il *P. Paolo Guldino* ha già tempo fa dato alla luce un ſaggio di queſta fatica nell'Appendice *al Libro primo del Centro della Gravità*; ed il *P. Tacquet nella ſua Aritmetica Pratica al Libro terzo Capo* 8. moſtra, come ſi poſſano coſtruire la detta Tavola anche ſenza multiplicazione.

7. La mentovata Tavola dovrebbe eſſer divisa in tre colonne, a guiſa della noſtra, ſegnate in cima coi ſeguenti *Numeri I. II. III.*

8. Sott' al primo de' quali ſi vedono notati i Numeri delle *Radici*,

9. Sott' al ſecondo il Numero de' *Quadrati* (*g*),

10. E ſott' al terzo il Numero de' *Cubi* (*f*),

11. Ciaſcuno dei detti tre numeri di *Radici*, *Quadrati* (*g*) e *Cubi* (*f*), il quale ha nella noſtra Tavola ſolo *Venti* Claſſi, ne potrebbe avere un' infinità (come ſi è detto) con ordine, e *Progreſſione Geometrica* [*b*];

12. Perocchè la prima Claſſe de' Numeri delle Radici ha *Uno*; la prima dei Numeri de' Quadrati (*g*) ha lo ſteſſo *Uno*, come anche la prima dei Numeri dei Cubi (*f*).

13. La ſeconda Claſſe de' Numeri delle Radici ha *Due*, la ſeconda de' Numeri de' Quadrati (*g*) ha *Quattro*, e la ſeconda de' Numeri de' Cubi (*f*) ha *Otto*,

14. E così ulteriormente collo ſteſſo ordine di *Geometrica Progreſſione* (*b*) dovrebbero ſeguire tutti gli altri in infinito.

15. Ora

(a) *Radice Quadrata è un lato d'un numero rappreſentato in figura quadrata; come del numero quattro, che eſpreſſo in figura quadrata*

il lato a b di due parti, cioè il numero due è chiamato Radice Quadrata.

(b) *Radice Cuba diceſi il lato d'un Cubo, cioè il lato d'un Corpo fatto a Dado: come nella qui ſoggiunta figura il lato a b diceſi Radice Cuba.*

(c) *Numero Quadrato è quello, che rappreſentaſi in forma di Quadrato, come quattro, nove ec.*

[d] *Numero Cubo è quello, che rappreſentaſi in figura d'un Dado, cioè d'un corpo, ch' ha l'iſteſſa larghezza, lunghezza, e profondità, come*

*

15. Ora una tale Tavola, o Tavole potrebbero facilitare tutte le nojose operazioni, che nel cercare la Radice Cuba (*b*) d' un proposto Numero si fanno.

16. Perocchè cercasi il detto Numero proposto nella Colonna III. de' Cubi [*f*], e ritrovatolo, guardasi sulla stessa linea la Classe delle Radice sott' al Numero I., che ivi ritroverassi la bramata Radice.

17. In esempio: Propongasi il Numero di *Tremilla, Trecento, Settantacinque*, questo ritrovasi nella detta terza Colonna, e su la stessa linea si vedrà nella prima Colonna delle Radici il Numero di *Quindici*,

18. Ed appunto il Numero di *Quindici* è la ricercata Radice del proposto Numero di *Tremilla, Trecento, Settantacinque*,

19. Le stelle Tavole possono pure servire anche per ritrovare con tutta facilità la *Radice Quadrata* [*a*] d' un proposto Numero, quando questo cercherassi nella seconda Colonna, poichè parimente sulla stessa linea ritroverassi nella prima Colonna la Radice,

*

20. Ma ne' casi, che qualche proposto Numero, di cui si cerca la Radice Cuba (*b*), non si ritrovasse precisamente sulla mentovata Tavola fol. 5. allora egli sarà bensì segno, ch' il detto Numero non è Cubo [*d*] ma ciò non ostante giacchè abbiamo promesso al Leggitore di mostrarli come ne' Numeri non Cubi [*d*] si possa quasi insensibilmente approssimarsi alla loro Radice Cuba [*b*],

21. Così non manchiamo di manifestarli il nostro sentimento in questa materia.

*

22. Quando un proposto Numero, di cui cercasi la Radice Cuba [*b*] nelle mentovate Tavole non ritrovasi, deesi per la prima cosa considerare, s'egli s'avvicina più al suo Cubo [*f*] prossimo minore, ovvero al suo Cubo (*f*) prossimo maggiore.

23. Nel

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(f) *Cubo è un Corpo fatto a Dado, come*

(g) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati ugnali, come* □

(h) *Progressioni Geometriche sono quei gradi di numeri, che crescono, o calano con proporzione geometrica, in esempio: Due, Sei, Diciotto, Cinquantaquattro, ec. ove vedesi, che siccome il Due è contenuto tre volte nel Sei, così il Sei è contenuto tre volte nel Diciotto, ed il Diciotto tre volte nel Cinquantaquattro, ec.*

(a) *Cubo, è un corpo fatto a Dado come*

(b) *Radice Cuba diceſi il lato d'un Cubo, cioè il lato d'un Corpo fatto a Dado: come nella quì ſoggiunta figura il lato a b diceſi Radice Cuba.*

[c] *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(d) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(e) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il Tre no. tato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

23. Nel primo caſo ſi cercherà l' approſſimazione della Radice verſo il Cubo [*a*] proſſimo minore, e nel ſecondo caſo verſo il Cubo [*a*] proſſimo maggiore, vediamo l' eſempio:

24. Propongaſi il Numero di *Trentadue* non Cubo (*a*), di cui ſi cerchi la Radice più proſſima alla Cuba [*b*],

25. Per tale effetto cerchiamo ſulla Tavola fol. 5. il ſuo Cubo [*a*] proſſimo minore, ch' è il *Ventiſette*,

26. Ed ancora il ſuo Cubo [*a*] proſſimo maggiore, ch' è il *Seſſantaquattro*,

27. E leviamo il Cubo [*a*] minore cioè il *Ventiſette* dal propoſto Numero di *Trentadue*, che rimarranno *Cinque*.

28. Leviamo ancora il detto propoſto Numero di *Trentadue* dal ſuo Cubo [*a*] maggiore di *Seſſantaquattro*, che rimarranno *Trentadue*, *giuſta il Problema III. Capo I. del preſente Libro*,

29. E però in tale guiſa ſi vedrà, ch' il *Trentadue* cioè il Numero propoſto più s' avvicina al *Ventiſette*, ch' è il ſuo Cubo [*a*] minore, ch' al *Seſſantaquattro*, ch' è il ſuo Cubo [*a*] maggiore.

30. Onde biſognerà per approſſimarſi alla Radice Cuba [*b*] del propoſto Numero di *Trentadue* prendere il Cubo [*a*] proſſimo minore, ed operare, *giuſta il ſeguente Problema III.*

31. Propongaſi ancora il Numero di *Seſſanta*,

32. Di cui ſi cerchi la Radice più proſſima alla Cuba [*b*],

33. Cercato il di lui Cubo [*a*] proſſimo minore ſulla *Tavola fol.* 5. nel modo accennato, eſſo ſarà il *Ventiſette*,

34. Ed il di lui Cubo [*a*] proſſimo maggiore ſarà il *Seſſantaquattro*;

35. Sicchè fatta la ſottrazione nello ſteſſo modo come *qui addietro ai Numeri* 29., *e* 30. *ſi è fatto*, ritroveremo eſſere il propoſto Numero di *Seſſanta* più vicino al *Seſſantaquattro* ſuo Cubo [*a*] maggiore, ch' al *Ventiſette* ſuo Cubo [*a*] minore,

36. E però per approſſimarſi alla Radice Cuba [*b*] del propoſto Numero di *Seſſanta* biſognerà prendere il ſuo Cubo [*a*] proſſimo maggiore ed operare, *giuſta il Problema IV.* che quì ſeguirà.

37. Frattanto vedremo prima nel

PRO-

PROBLEMA III.

Come ſi poſſa approſſimarſi alla vera Radice Cuba (b) ſenza l' uſuale Aritmetica, quando prendeſi il Cubo (a) proſſimo minore d' un propoſto numero, che non è Cubo (a).

Sia in

I. Ipoteſi (c)

Propoſto il numero *Trenta*, il quale non eſſendo Cubo (a), e dovendoſi per conſeguenza prendere per la di lui Radice la più proſſima minore, *giuſta il numero* 32. *Problema II.*, ſi ricerchi il modo, con cui ſenza l' uſuale Aritmetica ſi poſſa quaſi inſenſibilmente approſſimarſi alla di lui vera Radice Cuba [b].

Dico per

II. Regola.

I. Che diviſo per tre quel Numero, che ſopravanza al Cubo (a) proſſimo minore d' un propoſto Numero,

II. Fatto un Rotto (d), il cui Numeratore (e) ſia il Quoziente (f) del Numero diviſo, ed il Denominatore (g) il Quadrato (b) del detto proſſimo Cubo (a) minore,

III. Ed aggiunto queſto Rotto (d) alla Radice proſſima minore d' eſſo proſſimo Cubo (a) ec. ſe n' ha l' intento.

Eccone

[f] *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

[g] *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di Tre ——— il numero Seſſimi di Seſſe, o ſia di Seſſimi è il Denominatore d' un' Intero diviſo in ſeſſe parti.*

(h) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Il proposto Numero di *Trenta*, il quale non è Cubo (*a*),

2. (*Il che si può vedere per mezzo della Regola del precedente Problema*,

3. *Ovvero anche per mezzo della Tavola foglio* 5.)

4. Ha per il suo Cubo (*a*) prossimo minore il *Ventisette*, come apparisce nell' accennata Tavoletta.

5. E per conseguenza *dovendo giusta la Regola aver quel Numero, che sopravanza al detto Cubo* (*a*) *prossimo minore del Numero proposto di Trenta*, questo sarà il *Tre*,

6. Perocchè *Ventisette* e *Tre* fa *Trenta*.

7. *E dovendo appunto per Tre essere diviso il detto Numero di Tre, che sopravanza ec.* il Quoziente (*b*) ne sarà *Uno*, *giusta il Problema VII. Capo I. del presente Libro.*

II. 8. *Ora dovendosi fare un Rotto* (*c*), *il cui Numeratore* (*d*) *sia il mentovato Quoziente* (*b*), *ed il Denominatore* (*e*) *il Quadrato* (*f*) *del Cubo* (*a*) *prossimo minore già accennato, cioè del Ventisette*,

9. Il nominato Quoziente (*b*) di *Uno* sarà il Numeratore (*d*),

10. Ed il Quadrato (*f*), che ricercasi, sarà il Numero *Nove*, *giusta la predetta Tavola foglio* 5.

11. Sicchè il desiderato Rotto (*c*) sarà d' $\frac{\text{Un}}{\text{Nono}}$.

III. 12. *Dovendosi finalmente questo Rotto* (*c*) *aggiugnere alla Radice d' esso Cubo* (*a*) *prossimo minore*, lo aggiungeremo al *Tre*,

13. Giacchè questo è la Radice del *Ventisette*, ch'è come si è detto) il Cubo (*a*) prossimo minore di *Trenta*, Numero proposto,

14. Sicchè il *Tre*, ed il predetto Rotto (*c*) aggiunti insieme, cioè Tre, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Nono}}$ è quella Radice del Numero *Trenta* proposto, la quale alla vera Radice Cuba (*g*) di detto Numero s' approssima.

Eccone

(a) *Cubo è un corpo fatto a Dado, come*

(b) *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(c) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre, tre* $\frac{\text{sono tre parti}}{\text{quarti}}$ *d' un' unità divisa in quattro ec.*

(d) *Numeratore è quel numero, il quale notato sopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un Intero diviso, scritto sotto la detta linea, v.g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre notato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.*

Eccone

§. CXLVIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Nella *Figura LXXXIII. fol.* 11. vedeſi il Cubo (*a*) *E B* di *Ventiſette*,
2. Ch' è appunto il Cubo [*a*] proſſimo minore del propoſto Numero di *Trenta*, *giuſta la pag.* 744. *n.* 4.
3. E nella *Figura LXXXIV. fol.* 11. vedeſi uno dei tre Cubi [*a*] che ſopravanzano il mentovato Cubo (*a*) *E B*, il quale è uguale a ciaſcuno dei detti *Ventiſette*.
4. Ora affinchè il Cubo (*a*) *E B* di *Ventiſette* ſi vada approſſimando al Cubo [*a*] di *Trenta* del Numero propoſto,
5. V' aggiungeremo i nominati tre Cubi (*a*), che ſopravanzano, nel modo ſeguente:
6. Divideremo ciaſcuno dei detti tre Cubi (*a*) in tanti Paralellepipedi (*b*), o ſieno parti uguali, in quante ſi vede diviſo il Quadrato (*f*) *E o* del mentovato Cubo (*a*) proſſimo minore *E B*.
7. Cioè in parti *Nove*, come vedeſi fatto nella *Figura LXXXIV.*
8. Poſcia traſmutato ciaſcuno dei mentovati tre Cubi [*a*] in un Paralellepipedo [*b*], il quale conſiſta ne' nove piccioli Paralellepipedi [*b*], in cui è diviſo il Cubo [*a*] già veduto nella *Figura LXXXIV.*
9. Come appariſce nella *Figura LXXXV. fol.* 11.
10. In modo che ſe nella *Figura LXXXIV.* quelli ſi vedono poſti l' uno dopo l' altro, ſieno nella *Figura LXXXV.* diſteſi l' uno preſſo l' altro.
11. Dobbiamo concepire, ch' i detti tre Cubi [*a*] ne' detti tre Paralellepipedi (*b*) traſmutati, ſieno adattati alle tre faccie del Cubo (*a*) *E B* della *Figura LXXXIII. fol.* 11. ne' punti *a B c*, ec. *c d E*, ec. *E f a*, ec.
12. E queſta è la cagione, per cui il Numero che ſopravanza il Cubo [*a*] proſſimo minore ſi divida per *tre*:
13. Sicchè concependo noi il Cubo [*a*] *E B* di *Ventiſette*, così accreſciuto di *tre* altre parti Cube (*a*), o ſieno Paralellepipede (*b*),

[c] *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il numero di Settimi di Sette, o ſia de Settimi è il Denominatore d' un Intero diviſo in ſette parti.*

(f) *Quadrato una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(g) *Radice Cuba diceſi il lato d' un Cubo, cioè il lato d' un Corpo fatto a Dado: come nella quì ſoggiunta figura il lato* a b *diceſi Radice Cuba.*

(h) *Paralellepipedo è una figura ſolida entro ſei Piani, ciaſcuno di quattro lati, dei quali i due oppoſti ſono uguali, ed ugualmente diſtanti fra loro, come*

14. Egli non sarà più di *Ventisette*, ma di *Trenta*, ch'è appunto il Numero proposto,
15. Ed uno dei di lui lati, cioè la sua Radice *o W* non sarà più di tre parti *o f*,
16. Ma di tre, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Nono}}$ *f W*, poichè la *f W* della *Figura LXXXIII. fol.* 11. supponesi uguali alla *y s* della *Figura LXXXIV fol.* 11.
17. Il qual Rotto (*a*) ha per Numeratore (*b*) *Uno*, cioè il Quozienie (*c*), che proviene dal Numero *Tre*, che sopravanza ec. divilo (*d*) per tre,
18. Che val a dire una volta tre Paralellepipedi (*e*), o sieno Cubi (*f*), che concepiamo aggiunti al Cubo (*f*), *E B*,
19. E per Denominatore (*g*) il Paralellepipedo (*e*), o sia le nove parti del Cubo (*f*) della *Fig. LXXXIV. foglio* 11.
20. Cioè tante parti, quante n' ha il Quadrato (*b*) del Cubo (*f*) *E B*, come dicemmo.

*

21. Onde tutt' il Solido (*i*) *q s* di *Trenta* farebbe interamente Cubo (*f*), se i vacui *u a r*, *c m n*, *g E q* fossero empiuti,
22. Ma non essendo empiuti, diremo, che di molto vi siamo approssimati,
23. Imperciocchè considerando il lato *y z* della *Figura LXXXIV.*, ch'è lo stesso, ch'il lato *x o* della *Figura LXXXIII.* di parti nove,
24. Sarà il lato *o f* della medesima *Figura* di parti *Ventisette*,
25. E colla *f W* nona parte della *y z* della *Figura LXXXIV.* sarà tutta la *o W* della *Figura LXXXIII.* di parti *Ventotto*.
26. Sicchè multiplicato (*k*) il lato *W o* per il lato *o s* della medesima Figura s' avrà il Quadrato (*b*) *W s* di *Settecentottantaquattro*, *giusta il* §. 5.
27. E multiplicando (*k*) il detto Quadrato (*b*) *W s* di *Settecentottantaquattro* per il lato *o ff* di *Ventotto*, si produrranno *Ventunmilla*, *novecento*, *cinquantadue* Cubi (*f*) piccioli, ciascun lato de' quali avrà la lunghezza *W f* della stessa *Figura*.

28. E

(a) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* ——— *due terzi sono due parti d'un' unità divisa in tre, tre* ——— *sono tre parquarti il d' un' unità divisa in quattro ec.*

(b) *Numeratore quel numero, il quale notato sopra la linea d'un Rotto indica le parti d'un tutto diviso, scritto sotto da detta linea, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il Tre no. stato di sopra indica Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.*

(c) *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(d) *Dividere, o partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

28. E di tanti piccioli Cubi (*f*) si farebbe tutto il Solido (*i*) *q s* fatto Cubo (*f*), se i tre mentovati vacui empiuti fossero, come dicemmo.

*

29. Ma per vedere precisamente quanto arrivi la nostra approssimazione al Cubo (*f*), ridotto ciascuno dei detti tre Cubi (*f*), o sieno Paralellepipedi (*e*) *g w u a f E* ec. *r s n c B a* ec. *m ff q E d c* ec. nei mentovati piccioli Cubi (*f*),

30. Giacchè ciascun lato di quelli è di parti *Ventisette*, giusta ciò che dicemmo;

31. Avremo per ciascuno d' essi *Settecentoventinove* dei detti piccioli Cubi (*f*),

32. E per tutti e tre *Duemilla cento ottantasette*, *giusta il Problema I. della pagina* 518.

33. Computato poi anche il Cubo (*f*), *E B*, *giusta il detto Problema*, lo ritroviamo di *Diecinovemilla seicento ottantatre*,

34. Sicchè aggiunte insieme le due somme

Di *Duemilla cento ottantasette*,

E di *Diecinovemilla seicento ottantatre*,

Fanno *Ventunmilla ottocento settanta* per il Solido (*i*) *q s*.

35. Questo numero detratto dal supposto Cubo (*f*) di *Ventunmilla novecento cinquantadue*, come si è detto al *numero* 27.

36. Restano *Ottantadue* dei nominati piccioli Cubi (*f*) per empiere i mentovati tre vacui *u a r*, *c m n*, *g E q*,

37. E per conseguenza col Solido (*i*) *q s* di *Ventunmilla*, *Ottocento*, e *Settanta*, cioè col proposto numero di *Trenta* noi ci siamo approssimati al Cubo (*f*), mancandovi solo i detti *tre* vacui, che val a dire il Rotto (*a*) di

$$\frac{\text{Ottantadue}}{\text{Settecentesimi Ventenovesimi}}$$

d'uno dei mentovati *Trenta* Cubi (*f*), il quale consiste (come al numero 31. vedemmo) in *Settecento*, *ventinove* parti, o sieno piccioli Cubi (*f*), ciascuno de' quali è uguale a ciascuno dei detti *Ottantadue*.

(e) *Paralellepipedo è una figura solida entro sei Piani, ciascuno di quattro lati, dei quali i due opposti sono uguali, ed ugualmente distanti fra loro, come*

(f) *Cubo è un corpo fatto a Dado, come*

[g] *Denominatore è un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{\text{Tre}}{\text{Settimi}}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un' Intero diviso in sette parti.*

(h) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

[i] *Solido dicesi un Corpo, che val a dire ciò, che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

[k] *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

38. Ma queſta approſſimazione ſi è fatta,

I. Con dividere per tre quel Numero, che ſopravanza il Cubo (a) proſſimo minore d' un propoſto Numero.

II. Con fare un Rotto (b) il cui Numeratore (c) ſia il Quoziente (d) del Numero diviſo, ed il Denominatore (e) il Quadrato (f) del detto proſſimo Cubo (a) minore.

III. E con aggiugner queſto Rotto (b) alla Radice proſſima minore d' eſſo proſſimo Cubo (a),

Dunque

I. Diviſo (g) per tre quel Numero, che ſopravanza al Cubo (a) proſſimo minore d' un propoſto Numero,

II. Fatto un Rotto (b), il cui Numeratore (c) ſia il Quoziente (d) del Numero diviſo (g), ed il Denominatore (e) il Quadrato (f) del detto proſſimo Cubo (a) minore,

III. Ed aggiunto queſto Rotto (b) alla Radice proſſima minore d' eſſo proſſimo Cubo (a), ſe n' ha l' intento.

Il che era ec.

*

39. Ma appena finita queſta dimoſtrazione ſembraci, che l' avveduto Leggitore ci faccia con impazienza la ſeguente oppoſizione:

40. Cioè, ch' il gran Quadrato [f] abbia i ſuoi lati diviſi ſolo in *Cento* parti,

41. E che la di lui Area (b) conſiſta ſolo in *Diecimilla* Quadrati (f) terzi, onde non ſi potrà coi lati che così poco contengono multiplicare (i) il Numero di *Settecentottantaquattro* per *Ventotto*, come al *Numero* 27. *nell' accennata dimoſtrazione* dicemmo,

42. Nè meno ſi potrà far la ſottrazione del Numero *Ventunmilla*, *Ottocento*, e *Settanta* dal Numero *Ventunmilla*, *Novecento*, e *Cinquantadue*, di cui al Numero 35. della detta dimoſtrazione parlammo, *giuſta i Problemi III. e V. del Capo I.*

43. Ma a queſta giuſta oppoſizione noi riſpondiamo, che

[a] *Cubo è un corpo ſatto a Dado, come*

(b) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* ——— *due terzi ſono due parti d' un' unità diviſa in tre,* ——— *tre quarti ſono tre parti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(c) *Numeratore quel numero, il quale notato ſopra la linea d' un Rotto indica le parti d' un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di* ——— *Tre Settimi il Tre notato di ſopra indica Tre parti delle Sette ſcritte di ſotto, e queſto Tre chiamaſi Numeratore.*

(d) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(e) *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di* ——— *Tre Settimi il numero di Sette, o ſia di*

che si mostrerà in breve, come si possa multiplicare (*i*) coi Numeri maggiori di quelli dei lati del gran Quadrato (*f*), e come si possa sottrarre (*k*) con Numeri maggiori di quelli, che contengonsi nella di lui Area (*b*), come si potrà vedere *al Probl. XII. del presente Capo*,

44. Oltre a ciò non essendosi stato nella Regola dell' antecedente Problema compreso tutto ciò, che può occorrere intorno all' approssimazione da farsi ad un Cubo (*a*), diciamo per

*

Avvertimento.

45. Che potendo avvenire, che dopo essersi diviso per tre il Numero, che sopravanza ad un Cubo (*a*) prossimo minore d' un proposto Numero, si ritrovi qualche residuo, converrà mostrare, come anche un tale residuo si debba aggiugnere al Cubo (*a*) prossimo minore d' un Numero proposto, per sempre più rendere accurata la mentovata approssimazione.

46. E perciò cerchiamo la Radice Cuba (*l*) non del Numero *Trenta*, come nel presente Problema si è fatto, ma del Numero *Trentuno*,

47. Per il quale effetto operando, *giusta la Regola del detto Problema*, giacch' il proposto Numero non è Cubo (*a*), osserveremo che l' avanzo del di lui Cubo (*a*) prossimo minore (cioè del *Ventisette*) è il Numero di *Quattro*,

48. Il quale giusta la detta Regola dovendo essere diviso (*g*) per tre, avremo il Quoziente (*d*) d' *uno*, ed il Residuo d' *uno*.

49. Questo Residuo altro non è, ch' un Cubo (*a*) uguale a ciascuno dei *Ventisette* Cubi (*a*) del nominato Cubo (*a*) prossimo minore,

50. E però dovendolo aggiugnere agli altri *tre* Cubi (*a*), i quali nella *Figura LXXXIII. fol.* 11. si sono adattati al Cubo (*a*) *E B* in forma di Parallelepipedi (*m*),

51. E'

(m) *Parallelepipedo è una figura solida entro sei Piani, ciascuno di quattro lati, dei quali i due opposti sono uguali, ed ugualmente distanti fra loro, come Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in sette parti.*

(f) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* [ ]

(g) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(h) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

(i) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(k) *Sottrarre nell' Aritmetica dicesi, quando levando da un numero maggiore un minore resta alcuna cosa, ovvero levando un numero uguale da un uguale resta nulla, come levando due da tre resta uno, ovvero levando due da due non resta niente.*

[l] *Radice Cuba dicesi il lato d' un Cubo, cioè il lato d' un Corpo fatto a Dado: come nella qui soggiunta figura il lato a b dicesi Radice Cuba.*

51. E' d' uopo, che anch' esso sia trasformato in Paralellepipedo (*a*) come gli altri.

52. Come lo vediamo fatto nella *Fig. LXXXVI. fol.* 11.

53. Anzi questo Paralellepipedo [*a*] conviene, che sia diviso (*b*) in tre Paralellepipedi (*a*) uguali,

54. Come appariſce nell' accennata *Figura LXXXVI.* (in cui vedonſi tutti, e *tre* l' uno ſopra l' altro) dall' *a* fin' all' *e*, dall' *e* fin' al *c*, e dal *c* fin' al *d*.

55. Affinchè ciaſcuno d' eſſi poſſa eſſere adattato ſopra ciaſcuno dei già nominati *tre* Cubi (*c*), o ſieno Paralellepipedi (*a*) *g W u a f E* ec., *r s n c B a* ec. *m ff q E d c* ec. veduti nella *Figura LXXXIII. foglio* 11.

56. E giacchè queſto Reſiduo, o ſia Cubo (*c*) fatto Paralellepipedo (*a*) nella *Figura LXXXVI. fol.* 11. ſi è diviſo (*b*) in *tre*,

57. Dovrà altresì ciaſcuno dei nominati *tre* Cubi [*c*], o ſieno Paralellepipedi (*a*) eſſere diviſo in *tre*.

58. Laonde ogn' uno dei detti *tre* Cubi (*c*), o Paralellepipedi (*a*) non dovrà più eſſer conſiderato in *Nove* parti diviſo, come ſi è veduto nella *Figura LXXXIV. fol.* 11.

59. Ma bensì diviſo in parti *Ventiſette*, come la *Figura LXXXVII. fol.* 11. lo dà a dividere.

60. E perciò ſupponiamo, ch' il Cubo (*c*) *E B* di *Ventiſette* rappreſentatoci dalla *Figura LXXXIII. fol.* 11. abbia a ſe adattati i tre Cubi (*c*), o ſieno Paralellepipedi (*a*) *g w u a f E* ec. come già vedemmo,

61. Ciaſcuno di quelli dee eſſere diviſo in *tre* parti nello ſteſſo modo come la *Figura LXXXVI. fol.* 11. ce lo rappreſenta.

62. Onde per porre ſotto gli occhi un Solido (*d*) *g z* di *Trentuno*, ch' è il Numero propoſto, è d' uopo conſiderare la *Figura LXXXVIII. fol.* 11.

63. In cui appariſce il Cubo (*c*) *E B* di *Ventiſette*,

64. Al quale ſupponiamo adattati i già mentovati *tre* Cubi [*c*], o ſieno Paralellepipedi (*a*) della *Fig. LXXXIII.* nominati al *numero* 11. cioè li *c i u a f E* ec. *r o t S B a* ec. *n e x E d S* ec.

65. Ciaſcuno de' quali vedeſi diviſo in *tre* parti nello ſteſſo modo, come lo vedemmo nella *Figura LXXXVI. fol.* 11. che il Solido (*d*) *x o* ſarà di *Trenta*.

66. Ai quali adattiamo di più il nominato Paralellepipedo (*a*) *a g* della ſteſſa *Figura LXXXVI.*

67. Il

(a) *Paralellepipedo è una figura ſolida entro ſei Piani, ciaſcuno di quattro lati, dei quali i due oppoſti ſono uguali, ed ugualmente diſtanti fra loro, come*

(b) *Dividere, o ſia Partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(c) *Cubo è un Corpo fatto a Dado, come*

(d) *Solido diceſi volgarmente un corpo, che val a dire ciò, che ha larghezza, lunghezza, e profondità.*

(e) *Cubica, ciò che è fatto in figura di Dado, come*

(f) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(g) *Numeratore è quel numero, il quale notato ſopra la linea d' un Rotto indica le parti d' un Intero diviſo, ſcritto ſotto la detta linea, v. g. nel Rotto di*

Tre
——— il Tre no-
Seſtimi

tato di ſopra indica

67. Il quale essendo diviso in *tre* parti nel modo accennato,

68. Adatteremo ciascuna di queste alle tre faccie del nominato Solido (*d*) *x o* sopra i predetti *tre* Paralellepipedi (*a*) ec. e saranno le *c i u d b g* ec. *r o t y z b* ec. *n e x R q m* ec.

69. Con che si sarà fatto il Solido (*d*) *g z* di *Trentuno*, come si è proposto.

*

70. Ora considerando il detto Solido (*d*) *g z* come Corpo, che a forma Cubica (*e*) s'approssima, sarà la di lui Radice *o b* di *Tre*, e $\frac{Quattro}{Ventisettesimi}$.

71. Perocchè i *tre* Interi (*f*) vedonsi dall' *o* fin' al *f*,

72. Il Numeratore (*g*) di *Quattro* del detto Rotto (*b*) dal *f* fin' all' *b*,

73. Ed il Denominatore (*i*) di *Ventisette* qualunque Intero (*f*) *o D* diviso in parti *Ventisette*, come al numero 15. dicemmo.

74. Sicchè volendoci approssimare alla Radice del proposto Numero di *Trentuno*, quella sarà di *Tre* Interi (*f*), e di $\frac{Quattro}{Ventisettesimi}$, come favellammo.

*

75. In caso poi, che l'avanzo del Cubo (*a*) prossimo minore d'un numero proposto, dopo essersi per *tre* diviso (*b*) (*giusta la Regola del precedente Problema*) lasciasse dietro di se il Residuo di *Due* (giacchè il detto Residuo non può mai esser maggiore d'un'unità, o di *Due*)

76. Operasi per approssimarsi alla Radice nel modo preaccennato.

77. Perocchè supponiamo, che ci sia proposto il numero di *Trentadue*, di cui si ricerchi la Radice Cuba (*k*),

78. Levato (giusta la motivata Regola) il Cubo (*c*) prossimo minore di *Trentadue* (ch'è il *Ventisette*, *giusta la pag. 744. n. 4.*) abbiamo per avanzo *Cinque*,

79. Il qual avanzo dovendosi, *giusta la detta Regola*, divider per *tre*, avremo *Uno* per il Quoziente (*l*), e per il Residuo *Due*:

80. Ora

Tre parti delle Sette scritte di sotto, e questo Tre chiamasi Numeratore.

(h) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

[i] *Denominatore è un numero notato sotto la linea d' un Rotto, il quale indica un Intero diviso in parti, v. g. nel Rotto di* $\frac{Tre}{Settimi}$ *il numero di Sette, o sia di Settimi è il Denominatore d' un Intero diviso in sette parti.*

(k) *Radice Cuba dicesi il lato d' un Cubo, cioè il lato d' un Corpo fatto a Dado: come nella quì soggiunta figura il lato* a b *dicesi Radice Cuba.*

(l) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il Divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il Divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(a) *Paralellepipedo è una figura ſolida entro ſei Piani, ciaſcuno di quattro lati, dei quali i due oppoſti ſono uguali, ed ugualmente diſtanti fra loro, come*

80. Ora ciaſcuno di queſti *Due* ſi concepiſce diviſo in *tre* Paralellepipedi (*a*), come nel precedente caſo accennammo, adattati alle *tre* faccie del Solido (*b*), in cui il Numero propoſto ci immaginiamo conſiſtere,

81. E' d'uopo pure concepire, che le *tre* parti, o ſieno *tre* Paralellepipedi (*a*) di ciaſcuno dei due Cubi (*c*) Reſidui, cioè *ſei* Paralellepipedi (*a*) in tutti, s'adattino nel mentovato Solido [*b*] le une ſopra le altre, come vedeſi nella ſteſſa *Figura LXXXVIII. fol.* 11.

82. Ove il Solido (*b*) *QF* rappreſenta il propoſto numero di *Trentadue*,

(b) *Solido diceſi un Corpo, che val a dire ciò che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

83. E però ſe la Radice Cuba (*d*) approſſimante è ſtata nel numero *Trentuno* propoſto di *Tre*, e $\frac{Quattro}{Ventiſetteſimi}$ dall'*O* ſin'all'*b*, la Radice Cuba (*d*) approſſimante del propoſto numero di *Trentadue* è di *Tre*, e $\frac{Cinque}{Ventiſetteſimi}$ dall' *O* ſin' al *P*.

*

[c] *Cubo è un corpo fatto a Dado, come*

84. Sin' ora favellammo, come ſi poſſa approſſimarſi alla Radice Cuba (*d*) d'un propoſto Numero non Cubo (*c*), nel caſo che prendeſi il ſuo Cubo (*c*) proſſimo minore, ed ora vedremo nel

(d) *Radice Cuba diceſi il lato d'un Cubo, cioè il lato d'un Corpo fatto a Dado: come nella qui ſoggiunta figura il lato a b diceſi Radice Cuba.*

PROBLEMA IV.

Come ſi poſſa approſſimarſi alla vera Radice Cuba (d) ſenza l'uſuale Aritmetica, quando prendeſi il Cubo (c) proſſimo maggiore d'un numero propoſto, che non è Cubo (c).

(e) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

Sia in

I. Ipoteſi [*e*].

1. Propoſto il Numero di *Seſſantuno*, il quale non eſſendo Cubo (*c*), e dovendoſi per conſeguenza prendere

dere il ſuo Cubo [*c*] proſſimo maggiore, *giuſta il Numero 37. Probl. II.*

2. Si cerchi il modo, con cui ſenza l' uſuale Aritmetica ſi poſſa quaſi inſenſibilmente approſſimarſi alla di lui vera Radice Cuba (*d*).

Dico per

II. Regola,

I. Che levato il Numero propoſto dal ſuo Cubo (*c*) proſſimo maggiore,

II. Diviſo (*f*) il Reſiduo per *tre*,

III. E levato il Quoziente (*g*) di tale Diviſione da un Intero (*b*) della Radice del detto Cubo (*c*) proſſimo maggiore,

IV. La reſtante Radice è quella approſſimante che cercaſi.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. *Dovendoſi dunque levare il numero propoſto di Seſſantuno dal ſuo Cubo* [*c*] *proſſimo maggiore*, cioè da *Seſſantaquattro*, avremo il Reſiduo di *Tre*.

II. 2. *Queſto Reſiduo di Tre diviſo appunto per Tre dà il Quoziente* (*g*) *d' Uno, giuſta il Problema VII. Capo I. del preſente Libro.*

III. 3. *Queſto Quoziente* (*g*) *d' Uno dovendoſi levare da un Intero* (*b*) *della Radice del detto Cubo* [*c*] *proſſimo maggiore*,

4. Vogliamo dire: dovendoſi levare una dalle Sedici parti, che fanno appunto un Intero [*b*], de' quali è compoſta la Radice del mentovato Cubo [*c*] proſſimo maggiore, come poi ſi moſtrerà,

5. Reſterà *Quindici*,

6. Cioè *Quindici* parti del nominato Intero [*b*],

7. E conſiſtendo tutta la Radice del mentovato Cubo [*c*] proſſimo maggiore in quattro Interi [*b*] *giuſta la Tavola foglio* 3.

(f) *Dividere, o ſia Partire, nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(g) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(h) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

8. Levata che ſia una decimaſeſta parte d'un Intero [*a*], reſteranno della detta Radice *tre* Interi (*a*), e $\frac{\text{Quindici}}{\text{Sedicesimi}}$.

IV. 9. Ed appunto di *tre* Interi [*a*], e di $\frac{\text{Quindici}}{\text{Sedicesimi}}$ ſarà la Radice, ch'alla Cuba [*b*] del propoſto numero di *Seſſantuno* s'approſſima.

Eccone

§. CXLIX.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. La *Figura LXXXIX. foglio* 12. ci moſtra il Cubo [*b*] *B D*, il quale contiene altri *Seſſantaquattro* Cubi [*b*] piccioli.
2. Cioè il Cubo [*b*] proſſimo maggiore del propoſto Numero di *Seſſantuno*,
3. E però queſto levato da quello, abbiamo evidentemente il Reſiduo di *tre*,
4. Cioè di *tre* dei mentovati *Seſſantaquattro* piccioli Cubi [*b*],
5. Ciaſcuno de' quali noi concepiamo diviſo [*c*] in parti Sedici,
6. Cioè in tante in quante vedeſi diviſo (*c*) il Quadrato (*d*) *B G* dell'accennato Cubo (*b*) maggiore *B D*, *giuſta il numero 6. del §. precedente.*
7. Come vedeſi fatto nel Cubo (*b*) *b c*,
8. Concepiamo ancora, ch'i mentovati *tre* Cubi [*b*] ſieno trasformati in tre Paralellepipedi [*e*], *giuſta i numeri 6. 9. ec. del precedente §.*
9. Cioè ne' tre *B r m n o p*, *B s t u f g*, *m D u d e k*
10. Adattati a tre faccie del Cubo [*b*] *B D.*

*

11. Ora levati i detti *tre* Paralellepipedi (*e*) da tutto il Cubo (*b*) *B D* di *Seſſantaquattro*,
12. Pare, che rimanga il Cubo (*b*) *f z* di *Seſſantuno*,
13. Ch'è appunto il Numero propoſto, di cui ſi ricerca la Radice, ch'alla Cuba [*b*] s'approſſimi,

14. E

(a) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in altrna parte.*

(b) *Cubo è un Corpo fatto a Dado, come*

(c) *Dividere, o ſia Partire, nell'Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

14. E però queſta ſarebbe la *G o*, ovvero *G e*, ovvero *G f* ec.
15. Giacchè dopo levati i mentovati *tre* Cubi (*b*), o Paralellepipedi (*e*), ciaſcun lato del Cubo [*b*] *B D* ſi è minorato d'una parte *decimaſeſta* d' un Intero (*a*),
16. Come lo dimoſtra la *r o* del Cubo (*b*) picciolo *b c*,
17. E per conſeguenza la Radice *G r* del Cubo (*b*) di *Seſſantaquattro*, ch'era di *Quattro* Interi (*a*), ſi è ridotta ad Interi (*a*) *Tre*, e $\frac{Quindici}{Decimiſeſti}$, come la Figura lo moſtra.
18. E di tale miſura diciamo, che ci ſembra ciaſcun lato, o Radice del Cubo (*b*) *f z*,
19. Ch' è, come accennammo, il propoſto numero di *Seſſantuno*,
20. Ma non eſſendo in realtà la coſa tale, nè il detto Cubo (*b*) *f z* di *Seſſantuno*,
21. Accagione, ch'i tre Cubi (*b*) cangiati in tre Paralellepipedi (*e*) *B r m n o p*, *B s t u f g* ec. non ſi ſono preciſamente levati dal Cubo (*b*) *B D*,
22. Perocchè facendo noi ſervire il picciolo Quadrato (*d*) *m z* colla ſua profondità tanto per il Paralellepipedo (*e*) *B r m n o p*, quanto per il Paralellepipedo (*e*) *m D t x e k*,
23. Così pure il Quadrato (*d*) *g p* colla ſua profondità tanto per il Paralellepipedo (*e*) *B s t u f g*, quanto per il Paralellepipedo (*e*) *B r m n o p*,
24. Come ancora il Quadrato (*d*) *d t* colla ſua profondità tanto per il Paralellepipedo (*e*) *t D m k e x*, quanto per il Paralellepipedo (*e*) *t s B g f u*.
25. Non ſi può dire, ch'i detti tre Paralellepipedi (*e*), ovvero i tre Cubi (*b*) ſi ſieno interamente levati dai *Seſſantaquattro*, di cui tutto il Cubo (*b*) *B D* è compoſto,
26. E per conſeguenza il Cubo (*b*) *f z* non potrà eſſere rimaſto preciſamente di *Seſſantuno*;
27. Onde la ſua Radice *G o* di *Tre* Interi (*a*), e di $\frac{Quindici}{Decimiſeſti}$ non potrà dirſi Radice Cuba (*f*) del Numero *Seſſantuno*,
28. Giacchè il Cubo (*b*) *f z* non è preciſamente di *Seſſantuno*, come dicemmo,

[e] *Paralellepipedo è una figura ſolida entro ſei Piani, ciaſcuno di quattro lati, dei quali i due oppoſti ſono uguali, ed ugualmente diſtanti fra loro, come*

(f) *Radice Cuba diceſi il lato d'un Cubo, cioè il lato d'un Corpo fatto a Dado: come nella qui ſoggiunta figura il lato a b diceſi Radice Cuba.*

(g) *Solido diceſi un corpo, che vale a dire ciò che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

29. E perciò diraſſi piuttoſto una Radice d'un Solido (a); il quale s'approſſima al Cubo (b) di *Seſſantuno*,

30. Ma una tale approſſimazione o del Cubo (b), o della Radice Cuba (c) ſi è fatta

I. *Con levare il Numero propoſto dal ſuo Cubo* (b) *proſſimo maggiore*,

II. *Con dividere il Reſiduo per Tre*,

III. *E con levar il Quoziente* (d) *di tale diviſione da un Intero* (e) *della Radice del detto Cubo* (b) *proſſimo maggiore ſenza l' uſuale Aritmetica*.

Dunque

I. Levato il Numero propoſto dal ſuo Cubo (b) proſſimo maggiore,

II. Diviſo il Reſiduo per *tre*,

III. E levato il Quoziente (d) di tale Diviſione da un Intero (e) della Radice del detto Cubo (b) proſſimo maggiore,

IV. La reſtante Radice è quella approſſimante, che cercaſi.

Il che era ec.

Quì diciamo per

*

Avvertimento.

31. Che ſe dopo eſſerſi diviſo per *Tre* quel Numero Reſiduo, che dopo fatta la Sottrazione [f] del Numero propoſto dal ſuo Cubo [b] proſſimo maggiore, ſi vede vi foſſero de' Rotti [g], allora converrà operare *giuſta il modo moſtrato nel precedente Avvertimento*,

32. Cioè ſi multiplicheranno [b] i detti Rotti (g) [i quali non poſſono eſſere più d' un' unità, o d'un Due] per *Tre*, e ſi farà l'approſſimante Radice in più parti, come ivi.

*

33. Eſſendoſi ſinora a ſufficienza favellato dell' eſtrazione della Radice Quadrata [i], e Cuba [c] ſenza l'uſua-

(a) *Solido diceſi un corpo, che vai a dire ciò che ha lunghezza, larghezza, e profondità.*

(b) *Cubo è un Corpo fatto a Dado, come*

(c) *Radice Cuba diceſi il lato d' un Cubo, cioè il lato d' un Corpo fatto a Dado: come nella qui ſoggiunta figura il lato a b diceſi Radice Cuba.*

(d) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il Diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il Diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(e) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(f) *Sottrazione diceſi, quando ſi leva un numero minore da un maggiore.*

(g) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti, v. gr.* ——— *terzi ſono due parti d'un' unità diviſa in tre, tre* ——— *ſono tre parquarti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

[h] *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tan-*

l' uſuale Aritmetica, egli è tempo di paſſare con brevità alle altre Radici; cioè della *Biquadrata* [*k*], *Triquadrata* [*l*], *Quadrato-Cuba* [*m*], *e Sordeſolida* [*n*],

34. Delle tre prime tratteremo ora, e poſcia dell' ultima.

35. Vediamo dunque nel

PROBLEMA V.

Come s' eſtraggano le Radici Biquadrata (k), Triquadrata (l), e Quadrato-Cuba (m) da un Numero propoſto ſenza l' uſuale Aritmetica.

Propongaſi in

I. Ipoteſi (o)

1. Il Numero *Mille, Duecento, e Novantaſei*, di cui ſi ricerchi la ſua Radice *Biquadrata* (*k*):
3. Il Numero *Seimille, Cinquecento, Settantuno*, di cui ſi cerchi la ſua Radice *Triquadrata* (*l*):
3. Ed il il Numero *Quattromille*, e *Novantaſei*, di cui ſi cer-

ſo, come due volte tre fa ſei.

(i) *Radice Quadrata è un lato d'un numero rappreſentato in figura quadrata; come del numero quattro quì eſpreſſo in figura quadrata*

il lato a b *di due parti, cioè il numero* due *chiamaſi Radice quadrata.*

(k) *Radice Biquadrata è un lato d'un numero rappreſentato in figura biquadrata, cioè in una figura di quattro lati uguali, e di quattro angoli a ſquadra, di cui anche ciaſcun lato può rappreſentare un quadrato. Come il numero, o ſia quadrato di Sedici della quì ſoggiunta figura ha ciaſcun lato diviſo in quattro, il qual quattro può rappreſentare la figura Quadrata* a b, *di cui il lato* a c *chiamaſi Radice biquadrata.*

(l) *Radice Triquadrata è un numero, il quale multiplicaſi ſette volte, come il numero due è la Radice del numero Triquadrato di duecentocinquantaſei, poichè multiplicato il detto due per ſe ſteſſo fa quattro, il quattro multiplicato di nuovo per due fa otto, l'otto multiplicato per due fa ſedici, il ſedici multiplicato per due fa trentadue, il trentadue multiplicato per due fa ſeſſantaquattro, il ſeſſantaquattro multiplicato per due fa centoventotto, il centoventotto multiplicato per due, fa duecento cinquantaſei, il qual numero diceſi Triquadrato prodotto da ſette multiplicazioni fatte dalla Radice del numero due.*

(m) *Radice Quadrato-Cuba è un lato d' un numero rappreſentato in figura quadrata, cioè in una figura di 4 angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, di cui claſcuno può rappreſentare un Cubo, o ſia un Corpo fatto a Dado; come il numero, o ſia quadrato di Seſſanta quattro della quì ſoggiunta figura ha claſcun lato diviſo in otto, il quale otto può rappreſentare la figura* a b *d' un Dado. Onde il lato* c a *chiamaſi Radice Quadrato-Cuba.*

(n) *Radice Sordeſolida diceſi quella d' un numero figurato, il quale non rappreſenta nè Quadrato, cioè una figura di quattro lati uguali, e di quattro angoli a ſquadra, nè Cubo, cioè un Corpo fatto volgarmente a Dado.*

(o) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

si cerchi la sua Radjce *Quadrato-Cuba* (*a*) senza l'usuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

I. Che cavata da un Numero la Radice Quadrata (*b*), e da questa un' altra Radice Quadrata (*b*),

II. Cavata da un Numero la Radice Quadrata, (*b*) da questa un' altra Radice Quadrata (*b*), e da questa ultima ancora un'altra Radice Quadrata (*b*),

III. Cavata la Radice Quadrata (*b*) da un Numero, e da quella la Radice Cuba (*c*), ovvero cavata da un Numero la Radice Cuba (*c*), e da questa la Radice Quadrata (*b*) sul gran Quadrato (*d*) si ritrovano

I. La Radice Biquadrata (*e*),

II. La Radice Triquadrata (*f*),

III. La Radice Quadrato-Cuba (*a*) d'un Numero proposto.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Per la Radice Biquadrata [*e*] *cerchisi la Radice Quadrata* (*b*) *del proposto Numero di Mille Duecento Novantasei, giusta la Regola del Problema I. di questo Capo*, che ritroverassi il Numero di *Trentasei*,

2. *E da questa Radice di Trentasei* cavisi ancora la Radice Quadrata (*b*), che ritroverassi il Numero *Sei*.

3. Ed appunto il Numero *Sei* sarà la ricercata Radice Biquadrata (*e*) del proposto Numero di *Mille, Duecento, Novantasei*.

II. 1. Per la Radice Triquadrata (*f*) *cerchisi la Radice Quadrata* [*b*] *del proposto Numero di Seimille Cinquecento Sessantuno, giusta la Regola del*

(a) *Radice Quadrato-Cuba è un lato d' un numero rappresentato in figura quadrata cioè in una figura di 4 angoli a squadra, e di quattro lati uguali, di cui ciascuno può rappresentare un Cuba, o sia un Corpo fatto a Dado: come il numero, o sia quadrato di Sessanta quattro della qui soggiunta figura ha ciascun lato diviso in otto, il quale otto può rappresentare la figura a b d' un Dado. Onde il lato c a chiamasi Radice Quadrato-Cuba.*

(b) *Radice Quadrata è un lato d'un numero rappresentato in figura quadrata; come del numero quattro, qui espresso in figura quadrata*

il lato a b di due parti, cioè il numero due chiamasi Radice quadrata.

(c) *Radice Cuba dicesi il lato d' un Cubo, cioè il lato d' un Corpo fatto a Dado: come nella qui soggiunta figura il lato a b dicesi Radice Cuba.*

del Problema I., che ritroverassi il Numero d'*Ottantuno*,

2. *E da questa Radice d' Ottantuno cavisi un' altra Radice Quadrata* [*b*], che ritroverassi il Numero di *Nove*,

3. *Da questo Numero di Nove cavisi ancora un' altra Radice Quadrata* [*b*], che ritroverassi il Numero di *Tre*,

4. Ed appunto il Numero *Tre* sarà la ricercata Radice Triquadrata [*f*] del proposto Numero di *Seimille Cinquecento Sessantuno*.

III. 1. Per la Radice Quadrato-Cuba [*a*] *cerchisi la Radice Cuba* (*g*) *del proposto Numero di Quattromille, e Novantasei, giusta il Problema II. del presente Capo, ed il di lui Avvertimento*, che ritroverassi il Numero di *Sedici*.

2. *E da questa Radice di Sedici cavisi la Radice Quadrata* [*b*], che ritroverassi il Numero *Quattro*,

3. *Ovvero cerchisi la Radice Quadrata* [*b*] *dell' accennato Numero di Quattromille, e Novantasei*, e ritroverassi il Numero di *Sessantaquattro*,

4. *E da questa Radice di Sessantaquattro cavisi la Radice Cuba* [*c*], che ritroverassi il Numero di *Quattro*,

5. Ed appunto il Numero *Quattro* sarà la Radice Quadrato-Cuba [*a*], che del proposto Numero di *Quattromille, e Novantasei* ricercasi.

Toccante

§. CL.

La sua Ragione dimostrativa.

I. 1. Questa è facile da comprendersi, qualor si rifletta, ch' il Numero *Biquadrato* altro non è, ch' un Quadrato di Quadrato [*d*], come al Numero 25. del presente Capo si è accennato,

II. 2. Ch' il Numero *Triquadrato è un composto, o sia un inneste di tre differenti Quadrati* [*d*], *giusta il Numero* 28. *del presente Capo*.

III. 3.

(d) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(e) *Radice Biquadrata è un lato d'un numero rappresentato in figura biquadrata, cioè in una figura di quattro lati uguali, e di quattro angoli a squadra, di cui anche ciascun lato può rappresentare un quadrato. Come il numero, o sia quadrato di Sedici della qui soggiunta figura ha ciascun lato diviso in quattro, il qual quattro può rappresentare la figura Quadrata a b di cui il lato a c chiamasi Radice biquadrata.*

(f) *Radice Triquadrata è un numero, il quale multiplicasi sette volte, come il numero due è la Radice del numero Triquadrato di duecentocinquantasei, poichè multiplicato il detto due per se stesso fa quattro, il quattro multiplicato di nuovo per due fa otto, l' otto multiplicato per due fa sedici, il sedici multiplicato per due fa trentadue, il trentadue multiplicato per due fa sessantaquattro, il sessantaquattro multiplicato per due fa centoventotto, il centoventotto multiplicato per due, fa duecento cinquantasei, il qual numero dicesi Triquadrato prodotto da sette multiplicazioni fatte dalla Radice del numero due.*

III. 3. E ch' il Numero *Quadrato-Cubo è un Quadrato* [a] *dei cui lati ciaſcuno è un Numero Cubo* (b), giuſta il Numero 51. del preſente Capo,

I. 4. E perciò con ragione deeſi cavare dal Numero *Biquadrato*, come compoſto di due Quadrati (a), due Radici Quadrate [c],

II. 5. Dal Numero *Triquadrato*, come compoſto di tre Quadrati [a], cavare tre Radici Quadrate [c],

III. 6. E dal Numero *Quadrato-Cubo*, come compoſto d'un Quadrato [a] fatto dai lati d'un Cubo (d), cavare la Radice Quadrata [c], e da queſta la Cuba [e], ovvero la Radice Cuba (e), e da queſta la Quadrata (c).

Sicchè

I. Cavata da un numero la Radice Quadrata (c), e da queſta un' altra Radice Quadrata (c),

II. Cavata da un numero la Radice Quadrata (c), da queſta un' altra Radice Quadrata (c), e da queſt' ultima ancora un' altra Radice Quadrata (c),

III. Cavata la Radice Quadrata (c) da un numero, e da quella la Radice Cuba (e), ovvero cavata la Radice Cuba (e) da un numero, e da quella la Radice Quadrata (c) ſul gran Quadrato (a) ſi ritrovano.

I. La Radice Biquadrata (f),
II. La Radice Triquadrata (g)
III. La Radice Quadrato-Cuba (b) d' un propoſto numero.

Il che era ec.

Diciamo per

*

Avvertimento.

1. Che ora reſta da inſinuarſi il modo, per mezzo di cui ſi poſſa eſtrarre la Radice dai Sordeſolidi (i)

ſul

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati ugnali, come* □

(b) *Numero Cubo è quello, che rappreſentaſi in figura d' un Dado, cioè d' un Corpo, ch' ha l' iſteſſa larghezza, lunghezza, e profondità, come*

(c) *Radice Quadrata d'un lato d'un numero rappreſentato in figura quadrata; come del numero quattro qui eſpreſſo in figura quadrata*

il lato a b di due parti, cioè il numero due chiamaſi Radice Quadrata.

(d) *Cubo è un corpo fatto a Dado, come*

(e) *Radice Cuba diceſi il lato d' un Cubo, cioè il lato d' un Corpo fatto a Dado: come nella quì ſoggiunta figura il lato a b diceſi Radice Cuba.*

(f) *Radice Biquadrata è un lato d'un numero rappreſentato in figura bi-*

ſul gran Quadrato [*a*] ſenza l' uſuale Aritmetica.

2. Per il cui effetto due ſono i modi: il primo è ſullo ſteſſo metodo, con cui ſi ritrova ſul gran Quadrato [*a*] la Radice Cuba (*e*);

3. Cioè prendeſi una Radice a piacere, e fatto di quella un Quadrato [*a*], fatto per la multiplicazione [*k*] di queſto, e di quello un Cubo [*d*], fatto per la multiplicazione [*k*] di queſto, e di quello un Biquadrato [*l*], fatto finalmente colla multiplicazione (*k*) di queſto, e di quello un Sordeſolido [*i*], vedeſi s'egli arriva preciſamente al Numero propoſto, ſe non vi arrivi, o ſe lo ſuperi,

4. Nel primo caſo la Quiſtione è ſciolta, e la Radice preſa a piacere è quella, che ſi ricerca,

5. Nel ſecondo caſo ſi prende un' altra Radice maggiore d'un' unità, e per mezzo delle mentovate multiplicazioni (*k*) dal *Quadrato* (*a*) fin' al *Sordeſolido* (*i*) cercaſi un numero maggiore per il detto *Sordeſolido* [*i*],

6. Nel terzo caſo ſi prende un' altra Radice minore d'un' unità della prima preſa, e fatte le mentovate multiplicazioni (*k*) vedeſi s' il ritrovato *Sordeſolido* (*i*) ſia veramente il preciſo Numero propoſto.

7. Se prendendo a piacere nel ſecondo, e terzo caſo la Radice o maggiore, o minore d'un'unità della prima preſa s'incontra il Numero propoſto, la coſa è fatta,

quadrata, cioè in una figura di quattro lati uguali, e di quattro angoli a ſquadra, di cui anche ciaſcun lato può rappreſentare un quadrato. Come il numero, o ſia quadrato di Sedici della qui ſoggiunta figura ha ciaſcun lato diviſo in quattro, il qual quattro può rappreſentare la figura Quadrata a b, *di cui il lato* a c *chiamaſi Radice biquadrata.*

[g] *Radice Triquadrata è un numero, il quale multiplicaſi ſeſte volte, come il numero due è la Radice del numero Triquadrato di duecentocinquantaſei, poichè multiplicato il detto due per ſe ſteſſo fa quattro, il quattro multiplicato di nuovo per due fa otto, l'otto multiplicato per due fa ſedici, il ſedici multiplicato per due fa trentadue, il trentadue multiplicato per due fa ſeſſantaquattro, il ſeſſantaquattro multiplicato per due fa centoventotto, il centoventotto multiplicato per due, fa duecento cinquantaſei, il qual numero diceſi Triquadrato prodotto da ſeſte multiplicazioni fatte dalla Radice del numero due.*

(h) *Radice Quadrato-Cuba è un lato d' un numero rappreſentato in figura quadrata, cioè in una figura di 4 angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, di cui ciaſcuno può rappreſentare un Cubo, o ſia un Corpo fatto a Dadi come il numero, o ſia quadrato di Seſſanta quattro della quì ſoggiunta figura ha ciaſcun lato diviſo in otto, il quale otto può rappreſentare la figura* a b *d' un Dado. Onde il lato* c a *chiamaſi Radice Quadrato-Cuba.*

(i) *Sordeſolido è quel numero, il quale non ha nè figura di Quadrato, nè figura di Cubo, che val a dire nè figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, nè figura di corpo fatto a Dado.*

(k) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte ere fa ſei.*

(l) *Biquadrato è un numero rappreſentato in forma d' un Quadrato (cioè d' una figura di 4 lati uguali, e di 4 angoli a ſquadra) di cui anche ciaſcun lato può rappreſentare un Quadrato; come il numero, o ſia Quadrato di ſedici della quì ſoggiunta figura ha ciaſcun lato diviſo in quattro, il quale quattro può rappreſentare il Quadrato* a b

8. Se non s'incontra, egli è ſegno, ch' il propoſto Numero non è veramente *Sordeſolido* (*a*);

9. Per la cui Radice maggiore, o minore prendeſi quella, ch' al detto propoſto Numero più s'approſſima; la quale ſi ritroverà ſulla Tavola, di cui quì ſotto favelliamo.

*

10. Queſto è il primo modo di cercare la Radice Sordeſolida (*b*) ſul gran Quadrato (*c*),

11. Ma eſſendo quello, per dire la verità, aſſai nojoſo, e vago, noi ſtimeremo d'eleggere piuttoſto il ſecondo modo,

12. Il quale ſi ha per mezzo della Tavola toccata al *numero* 4. 5. *ec. dell'Avvertimento dopo il Problema II. di queſto Capo*.

13. Intendendoſi, che la nominata Tavola debba eſſere diſteſa non ſolo ſin' ai Numeri *Cubi* (*d*), ma ancora ſin' ai *Sordeſolidi* (*a*) ec.

14. E però ſu quella ſi potrebbe cercare il Numero propoſto al luogo dei *Sordeſolidi* (*d*), e ſulla ſteſſa linea cercare poi a mano ſiniſtra la Radice, come nel predetto Avvertimento dicemmo.

*

15. Noi abbiamo voluto ſinora dare al Leggitore un picciolo barlume intorno alle Eſtrazioni delle Radici da farſi ſul gran Quadrato (*c*); onde dietro queſto debole abbozzo potrà egli ſteſſo far ſul detto gran Quadrato (*c*) delle nuove ſcoperte migliori di quelle, che ſinora noi gli abbiamo inſinuate, e ciò non ſolo circa le Radici da noi mentovate, ma eziandio circa tutte le altre, che ricercare ſi poſſano.

16. Se noi termineremo il Trattato dell' Algebra (*e*), che per mezzo del gran Quadrato [*c*], cioè per mezzo Geometrico ſenza l' uſuale Aritmetica, ſperiamo di dare ad intendere, più diffuſamente favelleremo di qualunque Radice, degli Eſponenti (*f*), delle Dignità (*g*), ed altro a quelle attinente.

17. Frattanto noi paſſeremo alla Dottrina delle Proporzioni, circa la natura delle quali molte coſe avremmo a favellare, ma per ora toccheremo ſolo quelle, che nell'Aritmetica Pratica occorrono.

18. E perciò ſappia il Leggitore, che

Le Re-

[a] *Sordeſolido è quel numero, il quale non ha nè figura di quadrato, nè figura di Cubo, che val a dire nè figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali, nè figura di corpo fatto a Dado.*

(b) *Radice Sordeſolida dicesi quella d'un numero figurato, il quale non rappreſenta nè Quadrato, cioè una figura di quattro lati ugnali, e di quattro angoli a ſquadra, nè Cubo, cioè un Corpo fatto volgarmente a Dado.*

(c) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali, come* □

(d) *Numero Cubo è quello, che rappreſentaſi in figura d'un Dado, cioè d'un Corpo, ch' ha l' iſteſſa larghezza, lunghezza, e profondità, come*

[e] *Algebra chiamaſi quella ſcienza, la quale inſegna a ſciogliere i Problemi per mezzo d'uguaglianze detto per altro d'equazioni.*

*

Le Regole delle Proporzioni,

Che nell' umana ſocietà occorrer ſogliano, ſi riducono comunemente a quattro che ſono

I. La Regola del Tre (*b*),
II. La Regola delle Compagnie,
III. La Regola d' Alligazioni,
IV. La Regola delle Poſizioni,

Delle quali le ultime tre ſono fabbricate ſul fondamento della prima,

19. Ora volendo noi moſtrare, come queſte quattro Regole ſi poſſano eſercitare per mezzo del gran Quadrato [*c*] ſenza l' uſuale Aritmetica, cominceremo dalla prima, cioè dalla

Regola del Tre (b),

20. La quale così nominaſi accagione, ch' eſſendo dati tre Numeri ſe ne cava il quarto Proporzionale,
21. Eſſa è per altro, accagione della ſua grand' utilità, *Regola d' oro* appellata,
22. Noi la conſideriamo diviſa in quattro parti che ſono

I. La Regola del Tre Diretta Semplice,
II. La Regola del Tre Roveſcia Semplice,
III. La Regola del Tre Diretta Compoſta,
IV. La Regola del Tre Roveſcia Compoſta,

*

23. E trattando della prima cioè

I. *Della Regola del Tre Diretta Semplice.*

24. Premettiamo per lume neceſſario, che ſiccome queſta Regola inſegna, come da tre numeri noti ſi cavi il Quarto ignoto, *giuſta ciò che ſi è detto,*

(f) *Eſponente chiamaſi quel numero, il quale dà il nome ad una Dignità d'un altro numero v. g. ſe l'Eſponente è uno, egli ſignifica la prima Dignità, ſe due la ſeconda, ſe tre la terza ec.*

(g) *Dignità diceſi volgarmente, quando un numero viene multiplicato tanto per ſe ſteſſo, quanto per i ſuoi Prodotti v. g. il numero tre ſenza eſſer multiplicato chiamaſi la prima Dignità, e quando è multiplicato per ſe ſteſſo dicendo tre volte tre fa nove è la ſeconda Dignità, e quando queſto Prodotto di nove ſi multiplica per il detto numero tre, dicendo tre volte nove fa ventiſette è la terza Dignità ec.*

(h) *Regola del Tre è una regola chiamata delle proporzioni, per mezzo della quale eſſendo tre termini propoſti ſe ne ritrova il quarto che ricercaſi.*

[a] *Omogeneo intendesi ciò, che significa l'istessa cosa.*

25. *Così s' avverte che dei detti tre Numeri noti due debbano sempre essere Omogenei (a), che val a dire della stessa cosa,*

26. In esempio s' io dicessi: Tre anni mi rendono *Sei* Ducati, quanti Ducati mi renderanno Nove anni?

27. Chiaramente vedesi, che dei tre Numeri noti, che sono 1. *Tre* anni, 2. *Sei* Ducati, e 3. *Nove* anni,

(b) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

28. I due Numeri di *Tre*, e di *Nove* sono della stessa cosa, cioè degli anni.

29. *Avvertesi ancora, che l' ultimo degli accennati due Numeri Omogenei* [a] *ha la quistione, di ciò che si ricerca, sempre annessa.*

(c) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

30. Come nell' addotto esempio, l' ultimo dei due Numeri Omogenei [a] è il *Nove*, il quale ha presso di se la dimanda, che si fa circa la somma dei Ducati, che *Nove* anni possano rendere.

31. Ciò inteso, facilmente comprenderassi ancora, che quando si fa la mentovata dimanda, ciò avvenga con tre Numeri,

32. Dei quali quello, ch' ha annessa la dimanda dee essere posto nell' ultimo luogo, l' altro suo Omogeneo [a] nel primo, ed il Restante in mezzo.

(d) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati ugnali, come* □

33. Come s' è veduto nel nominato esempio, in cui i tre Numeri noti pongonsi coll' ordine seguente: 1. *Tre* anni, 2. *Sei* Ducati, 3. *Nove* anni,

*

34. Ora quando nella Quistione, che coi detti *tre* Numeri si fa, il primo ha lo stesso rapporto (o vogliamo dire volgarmente) la stessa proporzione al terzo, ch' ha il secondo al quarto incognito, che ricercasi;

35. Che val a dire, quando il primo sia tanto maggiore, o minore del terzo, quanto il secondo è maggiore, o minore del quarto,

36. Come se noi dicessimo:
Come *Tre* al *Quattro*, così *Sei* all' *Otto*,

37. Ove vedesi, che siccome il primo Numero di *Tre* è la metà del terzo Numero di *Sei*, così il secondo Numero di *Quattro* è la metà del *Quarto* Numero d' *Otto*.

38. Diciamo, che quando nella Quistione v' è una tal Proporzione, allora la Regola, che per scioglier la detta

detta Quiſtione adoprasi, chiamasi *Regola del Tre Diretta Semplice*.

39. E perciò trattandosi ora della Regola del Tre Diretta Semplice, vediamo nel

PROBLEMA VI.

Come si sciolgano le Quistioni, che con tre Numeri noti si fanno per averne il quarto ignoto Proporzionale per mezzo della Regola del Tre Diretta Semplice, senza l'usuale Aritmetica?

Propongasi in

I. Ipotesi (*b*)

1. La già accennata Quistione al numero 26. negli stessi termini, come ivi,
2. Cioè: *Se tre anni mi rendono sei Ducati, quanti Ducati mi renderanno nove anni?*
3. Giacchè lo scioglimento di tale Quistione s'appartiene alla *Regola del Tre Diretta Semplice*, come al numero 38. dicemmo,
4. Volendo quella esercitare senza l'usuale Aritmetica,

Dico per

II. Regola.

I. Che multiplicando (*c*) sul gran Quadrato (*d*) (*giusta il Problema V. del Capo I. del presente Libro*) il secondo Numero per il terzo,

II. E dividendone (*e*) il Prodotto (*f*) (*giusta il Problema VII. del Capo I. del presente Libro*) per il primo,

III. Il Quoziente (*g*) mostra il quarto Numero Proporzionale, che ricercasi senza l'usuale Aritmetica.

Eccone

(c) *Dividere, o Partire, nell'Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(f) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 si fa 6, e questo sei chiamasi Prodotto.*

(g) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il Divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il Divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Dovendoſi dunque nelle Quiſtioni, che appartengono alla Regola del Tre Semplice Diretta multiplicare [*a*] il ſecondo, ed il terzo Numero inſieme ſul gran Quadrato (*b*),

2. Ed eſſendo nella noſtra Ipoteſi [*c*] i detti due numeri il *Sei*, ed il *Nove*,

3. Li multiplicheremo [*a*] inſieme colle braccia della Squadra [giuſta il nominato Probl. V.]

4. Come vedeſi fatto nella *Figura XC. fol.* 12.

5. Ove la detta Squadra comprende il Rettangolo (*d*) *a b* di *Cinquantaquattro*;

6. Sicchè il numero di *Cinquantaquattro* è il Prodotto (*e*) dell' accennata multiplicazione (*f*),

II. 7. Il qual Numero di *Cinquantaquattro* dovendo eſſere diviſo (*g*) per il primo della Quiſtione, ch'è il *Tre*,

8. Accomodaſi la Squadra, *giuſta il detto Problema VII. Cap. I. del preſente Libro*, come vedeſi fatto nella *Figura XCI. fol.* 12.

9. Ove vedeſi il nominato Prodotto (*e*) di *Cinquantaquattro* nel Rettangolo (*d*) *a b*

10. Diviſo per il numero Tre, cioè per la *c a*,

III. 11. Il cui Quoziente (*b*) è la *c b* di *Diciotto*, *giuſta il nominato Problema I.*

12. Ed appunto di *Diciotto* è il Numero quarto Proporzionale, che nella propoſta Quiſtione ricercaſi.

13. Sicchè ſe Tre anni mi rendono *Sei* Ducati, *Nove* anni me ne renderanno *Diciotto*.

Eccone

§. CLI.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Supponga il Principiante per baſe d'una Geometrica verità,

2. Che *di quattro Numeri d'una Geometrica Progreſſione* (*i*) *multiplicando* (*a*) *i due eſtremi*, il Prodotto

(a) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(b) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(c) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

[d] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(e) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per tre fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(f) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

dotto (*e*) d'essi è uguale al Prodotto (*e*), che fassi multiplicando (*a*) i due di mezzo,

3. Come nelle due *Figure XC.*, *e XCI. foglio* 12. chiaramente si vede,

4 Perocchè poniamoci sotto gl' occhi i *quattro* numeri di Geometrica Proporzione della nostra Ipotesi [*c*],

5. Che sono: *Tre*, *Sei*, *Nove*, *Diciotto*,

I. 6. Nella *Figura XCI. foglio* 12. apparisce ch' i due numeri estremi di *Tre*, e *Diciotto*, come i due lati *c a*, *c b* multiplicati producono il Rettangolo [*d*] *a b* di *Cinquantaquattro*, *giusta il Probl. V. Capo I. del presente Libro*,

7. E nella *Figura XC. foglio* 12. ch' i due numeri di mezzo di *Sei*, e *Nove*, cioè i due lati *a c*, *c b* multiplicati [*a*] producono il Rettangolo [*d*] *a b* pure di *Cinquantaquattro*,

II. 8. Ciò inteso dividendo [*g*] noi il Rettangolo [*d*] della *Figura XC. fol.* 12. uguale nell' Area (*k*) al Rettangolo [*d*] della *Figura XCI. fol.* 12. cioè il numero di *Cinquantaquattro* per Tre, cioè per il lato *c a*,

III. 9. Avremo il Quoziente [*b*] *c b* di *Diciotto*, *giusta il Probl. V. Capo I. di questo Libro*, cioè il quarto proporzionale che ricercasi.

10. Ma questo altro non è, *che multiplicare* [*a*] *il secondo Numero per il terzo, e dividerne* (*g*) *il Prodotto* (*e*) *per il primo sul gran Quadrato* (*b*).

Dunque

I. Multiplicando (*a*) sul gran Quadrato (*b*) il secondo Numero per il terzo,

II. E dividendone (*g*) il Prodotto (*e*) per il primo,

III. Il Quoziente (*b*) mostra il quarto Numero proporzionale, che ricercasi senza l'usuale Aritmetica.

Il che era ec.

*

11. Passiamo a vedere cosa sia *la Regola del Tre Rovescia Semplice*. E però sappia il Leggitore, che

(g) *Dividere, o sia Partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

[h] *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il Diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il Diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

[i] *Progreſſioni Geometriche ſono quei gradi di numeri, che creſcono, o calano con proporzione geometrica, in eſempio: Due, Sei, Diciotto, Cinquantaquattro, ec. ove vedeſi, che ſiccome il Due è contenuto tre volte nel Sei, così il Sei è contenuto tre volte nel Diciotto, ed il Diciotto tre volte nel Cinquantaquattro, ec.*

(k) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra tre o più linee, come* △ ⬠ *ec.*

che *quando di quattro Numeri proporzionali il primo abbia lo ſteſſo rapporto, o ſia proporzione al terzo, ch' ha il quarto al ſecondo,*

12. Che val a dire, quando il primo ſia tanto maggiore, o minore del terzo, quanto il quarto è maggiore, o minore del ſecondo, allora la Regola, che in tale caſo adoprafi, chiamaſi *Regola del Tre Roveſcia Semplice*.

13. In eſempio: *Dieci* Muratori hanno biſogno di *Venti* giorni per finire una fabbrica, di quanti giorni avranno biſogno *Cinque* Muratori per finire la ſteſſa fabbrica?

14. In tale Quiſtione ove quanto ſono maggiori i due Numeri Omogenei (*a*) dei Muratori di *Dieci*, e *Venti*, tanto minori debbono eſſere i Numeri de' giorni,

15. S' eſpongono i dati termini, come ſegue

Muratori	Giorni	Muratori
Dieci	*Venti*	*Cinque*

16. E però eſſendo il primo Numero di *Dieci* la metà di più del terzo, ch' è di *Cinque*,

17. Dovrà anche il quarto Numero, che cercaſi, eſſere la metà di più del ſecondo Numero di *Venti*,

18. E perciò dovrà egli eſſer di *Quaranta*,

19. Il quale Numero, coma ſi proverà, dee per Ragione di Geometrica Progreſſione [*b*] eſſere computato nel primo luogo dei tre altri Numeri noti, e non nel Quarto, nel modo ſeguente

Giorni	Muratori	Giorni	Muratori
Quaranta	*Dieci*	*Venti*	*Cinque*

20. Onde conchiudeſi, che quando i due Numeri Omogenei [*a*], ovvero della ſteſſa coſa, i quali ſempre nelle Regole del Tre contengonſi [come nel Numero 25. del precedente Avvertimento generalmente dicemmo] quanto maggiori ſono, tanto minor proporzione hanno agli altri due, allora diraſſi ſempre la Regola del Tre Roveſcia.

Onde vediamo nel

(a) *Omogeneo intendeſi ciò, che ſignifica l' iſteſſa coſa.*

(b) *Progreſſioni Geometriche ſono quei gradi di numeri, che creſcono, o calano con proporzione geometrica, in eſempio: Due, Sei, Diciotto, Cinquantaquattro, ec. ove vedeſi, che ſiccome il Due è contenuto tre volte nel Sei, così il Sei è contenuto tre volte nel Diciotto, ed il Diciotto tre volte nel Cinquantaquattro, ec.*

PROBLEMA VII.

Come ſi ſciolgano le Quiſtioni, che con tre Numeri noti ſi fanno per averne l' ignoto Proporzionale per mezzo della Regola del Tre Roveſcia Semplice ſenza l' uſuale Aritmetica?

Propoganſi in

I. Ipoteſi (c).

1. La già accennata Quiſtione al Numero 3,
2. Cioè; *ſe Dieci Muratori hanno biſogno di Venti giorni per finire una fabbrica, di quanti giorni avranno biſogno Cinque Muratori per finire la ſteſſa fabbrica?*
3. E giacchè lo ſcioglimento di tale Quiſtione s' appartiene alla Regola del Tre Semplice Roveſcia, come quì addietro dicemmo,
4. Volendo quella eſercitare ſenza l' uſuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

I. Che multiplicando (d) ſul gran Quadrato (e) (*giuſta il Problema V. Capo I. di queſto Libro*) il primo per il ſecondo Numero,

II. E dividendone il Prodotto (f) (*giuſta il Problema VII. del Capo I. del preſente Libro*) per il terzo,

III. Il Quoziente (g) moſtra il quarto Numero Proporzionale, che ricercaſi.

(c) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(e) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(f) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſei chiamaſi Prodotto.*

(g) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(a) *Multiplicare, e far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Dovendosi dunque nelle Quistioni, ch' appartengono alla *Regola del Tre Semplice Rovescia* multiplicare [*a*] il primo per il secondo Numero sul gran Quadrato [*b*],

2. Ed essendo nella nostra Ipotesi [*c*] i detti due Numeri il *Dieci*, ed il *Venti*,

3. Li multiplicheremo (*a*) insieme colle braccia della Squadra (*giusta il nominato Probl. V.*)

4. Come vedesi fatto nella *Figura XCII. fol.* 12.

5. Ove la detta Squadra comprende il Rettangolo [*d*] *a b* di *Duecento*,

6. Sicchè il Numero di *Duecento* è il Prodotto (*e*) dell' accennata multiplicazione [*f*],

II. 7. Il qual Numero dovendo essere diviso [*a*] per il Terzo della Quistione, ch' è il *Cinque*,

8. Accomodasi la Squadra (*giusta il detto Problema VII.*) come vedesi fatto nella *Figura XCIII. fol.* 12.

9. Ove vedesi il nominato Prodotto (*e*) di *Duecento* nel Rettangolo (*d*) *a b*,

10. Diviso (*g*) per il Numero *Cinque*, cioè per la *c a*,

III. 11. Il cui Quoziente (*b*) è la *c b* di *Quaranta*,

12. Ed appunto di *Quaranta* è il Numero quarto Proporzionale, che nella proposta Quistione ricercasi.

13. Onde se *Dieci* Muratori hanno bisogno di *Venti* giorni per finire una fabbrica, *Cinque* Muratori n' avranno bisogno di *Quaranta*,

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(c) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

[d] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(e) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per tre fa sei, e questo sei chiamasi il Prodotto.*

Eccone

§. CLII.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Dicemmo nel §. precedente, che deesi per fondamento di Geometrica verità supporre, ch'in una Progressione, o Proporzione Geometrica (*i*) di *quattro* Numeri.

2. Mul-

2. *Multiplicando* [a] *i Duo eſtremi, il Prodotto* (e) *d' eſſi è uguale al Prodotto* [e] *che faſſi multiplicando* (a) *i Due di mezzo.*

3. E però eſponiamo i quattro Numeri Proporzionali del preſente Problema col ſeguente ordine;

Quaranta Dieci Venti Cinque

4. Diciamo col predetto ordine,

5. Cioè collocando in primo luogo il *Quaranta* (ch' è il Numero quarto ricercato) e poſcia gli altri tre Numeri dati di *Dieci*, *Venti*, e *Cinque*, come qui ſopra ſi vede.

6. E ſe nella preſente Ipoteſi (c) della Regola del Tre Roveſcia noi non concepiſſimo il Numero, che ricercaſi, collocato nel primo luogo, il Prodotto (e) dei due eſtremi multiplicati (a) non ſarebbe uguale al Prodotto (e) dei due di mezzo multiplicati (a),

7. Come la ſperienza lo fa manifeſto.

I. 8. Ora multiplicando (a), giuſta la Regola *Venti* per *Dieci* (*ſecondo il Problema V. Capo I. di queſto Libro*) ſi produce il Numero di *Duecento*,

9. Uguale al Numero Prodotto (e) dai due Numeri multiplicati [a] di *Cinque*, e *Quaranta*,

II. 10. E dividendo il detto Prodotto (e) di *Duecento* per il Numero di *Cinque*,

III. 11. Avremo il Quoziente (b) di *Quaranta*, giuſta il Numero 9. dell' antecedente §.

12. Ch' è appunto il quarto Proporzionale che ricercaſi.

13. Ma queſta operazione altro non è, *che multiplicare* (a) *il prima Numero per il ſecondo, e dividerne* (g) *il Prodotto* (e) *per il terzo ſenza l' uſuale Aritmetica.*

Dunque

I. Multiplicando (a) ſul gran Quadrato (b) (*giuſta il Probl. V. del Capo I. di queſto Libro*) il primo per il ſecondo Numero,

II. E dividendone (g) il Prodotto (e) (*giuſta il Probl. VII. Capo I. di queſto Libro*) per il terzo,

(f) *Multiplicazione chiamaſi; quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(g) *Dividere, o ſia Partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(h) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(i) *Progreſſioni Geometriche ſono quei gradi di numeri, che creſcono, o calano con proporzione geometrica, in eſempio: Due, Sei, Diciotto, Cinquantaquattro, ec. ove vedeſi, che ſiccome il Due è contenuto tre volte nel Sei, così il Sei è contenuto tre volte nel Diciotto, ed il Diciotto tre volte nel Cinquantaquattro, ec.*

III. Il Quoziente (*a*) moſtra il Numero quarto Proporzionale, che ricercaſi ſenza l' uſuale Aritmetica.

Il che era ec.

(a) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

*

14. Nei precedenti due Problemi ſi è veduto l'uſo della Regola del Tre Semplice *Diretta*, e *Roveſcia*,
15. Ora ſul piede delle precedenti due Regole ſi fondano ancora le altre due, cioè

I. *La Regola del Tre Diretta Compoſta.*
II. *La Regola del Tre Roveſcia Compoſta.*

(b) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

E però ſoggiungiamo per

*

Avvertimento.

16. Ciò che ſegue circa la

I. *Regola del Tre Diretta Compoſta.*

17. Onde ſappia il Leggitore, che i *tre* termini, ovvero numeri principali della Regola del Tre Diretta n' hanno talora degli altri aggiunti, che ſono meno principali,
18. I quali per lo più ſignificano *tempo*, *danno*, *guadagno*, ed altre ſimili coſe.
19. Ne' quali caſi fa d'uopo comporre i Numeri principali coi meno principali in modo, che tutti i Numeri, o ſieno termini, ſi riducano a *Tre*,
20. Ed in queſta Ipoteſi (*b*) la Regola, che per lo ſcioglimento della Quiſtione richiedeſi, s' appella *Regola del Tre Compoſta*,
21. E diraſſi anche *Compoſta Diretta*, quando (*giuſta il Numero 24. ec. dell' Avvertimento dietro al Probl. V. di queſto Capo*) nella Quiſtione, che coi *Tre* Numeri ſi fa; il *Primo* ha lo ſteſſo rapporto al *Terzo*, ch' ha

[c] *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

ch' ha il *Secondo* al *Quarto* ; Come nel quì soggiunto

22. Esempio : Quattro Uomini pagano per il Vitto di *Quindici* giorni Ducati *Venti*.

23. Quanti Ducati pagheranno Dodici Uomini per il Vitto di *Trentasei* giorni ?

24. In questa Quistione i *Tre* termini principali sono

Uomini	Ducati	Uomini
Quattro	*Venti*	*Dodici*

25. Ed i meno principali , o sieno termini aggiunti sono

Giorni	Giorni
Quindici	*Trentasei*

26. Ai Quattro Uomini s' aspettano i giorni *Quindici*,

27. Ed ai Dodici Uomini s' aspettano i giorni *Trentasei* ;

28. E però dovendosi comporre i Numeri principali con i meno principali, che vi s' aspettano,

29. Si multiplicheranno (*c*) sul gran Quadrato (*d*) gli Uomini *Quattro* per i giorni *Quindici*, *giusta il Problema V. Capo I. di questo Libro*,

30. E si produrrà *Sessanta* per un termine composto.

31. Poscia si multiplicheranno (*c*) gli Uomini *Dodici* per i giorni *Trentasei*, e si produrrà *Quattrocento trentadue* per l' altro termine composto.

32. Composti i detti termini , si disporranno i tre Numeri nel modo seguente :

33. Se *Sessanta* danno *Venti* , cosa daranno *Quattrocento trentadue* ?

34. Si multiplichi (*c*) il secondo per il terzo , cioè il *Sessanta* per *Venti*,

35. Che s' avrà il Prodotto (*e*) d' *Ottomilla seicento quaranta* ,

36. E questo Prodotto (*e*) si divida (*f*) per il primo , cioè per *Sessanta*, *giusta il precedente Probl. VI.*

37. Ch' il Quoziente (*a*) di *Centoquarantaquattro* mostrerà il quarto Numero Proporzionale , che si ricerca per mezzo della Regola del Tre Diretta Composta.

*

38. Nè recherà maraviglia al Leggitore nel vedere, che per comporre gli accennati Numeri principali coi meno principali si multiplichino (*c*) gli uni per gli altri ,

39. Perocchè nell' addotto esempio dei *Quattro* Uomini, e gior-

(d) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra , e di quattro lati uguali, come* □

(e) *Prodotto dicesi quel numero , che risulta da una multiplicazione fatta , come multiplicando 2 per 3 fa 6, e questo 6 chiamasi il Prodotto.*

(f) *Dividere, o sia Partire , nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro , come due nel sei si contiene tre volte.*

e giorni *Quindici* di Vitto ſi dee intendere Quindici volte *Quattro*,

40. Accagione che ſi può dire d'eſſi Uomini una volta quattro nel primo giorno, due volte quattro nel ſecondo giorno, e così del reſto.

*

41. Ciò inteſo circa la Regola del Tre Diretta Compoſta, vediamo la

II. *Regola del Tre Roveſcia Compoſta.*

42. Siccome la Regola del *Tre* Diretta Semplice è differente dalla Diretta Compoſta, accagione che queſta oltre i *Tre* termini principali, n' ha degli altri meno principali aggiunti,

43. Così pure la Regola Roveſcia Semplice è differente dalla Roveſcia Compoſta, accagione che queſta oltre i Tre termini principali, n' ha degli altri meno principali aggiunti.

44. In eſempio: ſe ſi intavolaſſe la ſeguente Quiſtione:

45. *Cento ſtara di farina baſtano per quattro Battaglioni di Soldati nello ſpazio di giorni Ventiquattro, Cento, e Cinquanta ſtara, i quali ſono per dodici Battaglioni, per quanti giorni baſteranno?*

*

46. Per ſciogliere ſimili Quiſtioni, ch' alla Regola del Tre Compoſta Roveſcia s' aſpettano,

47. Gran parte degli Aritmetici, e maſſime de' moderni, riducono tutti e *Cinque* i propoſti termini a tre ſoli,

48. I quali così ridotti eſpongono collo ſteſſo ordine, come s'è fatto nella Regola Semplice Roveſcia,

49. E ſciolgono la Quiſtione, *giuſta la Regola del precedente Problema VII.*

50. Ma toccante il modo di ridurre i detti cinque termini a ſoli Tre, chi favella ad una maniera, chi ad un' altra,

51. In modo, che le Dimoſtrazioni, ch' intorno a tali riduzioni fare ſi dovrebbero, cagioneranno forſe qualche imbroglio nella mente dei Principianti,

52. On-

52. Onde noi non giudichiamo appropoſito di quì ridirle,

53. Ma tralaſciate le mentovate riduzioni, noi per facilità dei detti Principianti laſcieremo i *Cinque* eſpoſti termini della Quiſtione tali quali ſono, e la ſcioglieremo per mezzo di due operazioni.

54. L'una con la Regola Semplice *Roveſcia*, e l'altra colla Regola Semplice *Diretta*.

(a) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(b) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(c) *Dividere, o partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(d) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il Diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il Diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente*

*

I. 55. Sicchè ſi caveranno dalla eſpoſta Quiſtione i principali *Tre* termini dicendo:

56. *Se quattro Battaglioni richiedono Ventiquattro giorni, dodici Battaglioni quanti giorni richiedono?*

57. In queſta Quiſtione di *Tre* termini comprenderà facilmente il Principiante, che più Battaglioni che ſono, tanto meno giorni richiedono per conſumare la Farina.

58. E perciò egli capirà, giuſta ciò che ſi è detto, che in queſto caſo deeſi per ſciogliere il Queſito adoprare la Regola Roveſcia, con eſporre i Numeri nel ſeguente ordine:

Battaglioni	Giorni	Battaglioni
Quattro	*Ventiquattro*	*Dodici*

59. Onde multiplicato [*a*] ſul gran Quadrato (*b*) [*giuſta il Problema V. Capo I. del preſente Libro*] il primo termine di *Quattro* per il ſecondo di *Ventiquattro*, ſi produce il Numero di *Novantaſei*,

60. Queſto diviſo (*c*) (*giuſta il Probl. VII Cap. I. di queſto Libro*) ne proviene il Quoziente (*d*) d'*Otto*,

61. Che ſono gli *Otto* giorni, ovvero il Numero quarto Proporzionale, che ricercaſi.

62. E con queſta prima operazione ſi ſono ritrovati i giorni, che riſpetto al numero dei Battaglioni ricercavanſi.

*

II. 63. Ma dovendoſi in ordine a tutta la Quiſtione fatta al Numero 45. ritrovare anche i giorni riſpetto al numero delle ſtara di farina,

64. Si formerà l'altra Quiſtione colla Regola Diretta nel modo ſeguente:

65. *Cento ſtara baſtano per Otto giorni, Cento, e Cinquanta ſtara per quanti giorni baſteranno?*

66. E

66. E si collocheranno i termini (secondo a ciò che si è detto) coll' ordine seguente

Stara	Giorni	Stara
Cento	*Otto*	*Centocinquanta*

67. Nè meno quì maravigliera̅ssi il Principiante, vedendo che gli accennati Tre Termini si sono collocati, giusta la Regola Diretta,

68. Poichè più Stara che sono, per più giorni basteranno.

69. Sicchè per lo scioglimento di questa seconda Quistione,

70. Multiplicati (*a*) sul gran Quadrato (*b*) (*giusta la Regola del precedente Probl. VI.*) il Numero di mezzo d' *Otto* col Numero terzo di *Centocinquanta* si produce *Mille duecento*.

71. Il qual Prodotto (*c*) diviso (*d*) per il primo Numero di *Cento*, ne viene il Numero di *Dodici*,

72. Che sono Giorni *Dodici* per il quarto termine proporzionale, che ricercasi.

73. Ed in tale guisa si è sciolta la Quistione intera proposta al Numero 45. in due operazioni,

74. Delle quali dà la prima il Numero quarto Proporzionale di giorni *Otto*,

75. E la seconda dà giorni *Dodici*, che nell' accennata Quistione ricercavansi.

76. Vedute in compendio tutte, e quattro le dette Regole del *Tre*, cioè la Diretta Semplice, e la Rovescia Semplice, la Diretta Composta, e la Rovescia Composta passiamo a vedere cosa sia

La Regola delle Compagnie.

77. Siccome sovente avviene nel Mondo, ch' alcune persone fanno fra loro una Società, o sia *Compagnia*, nella quale ciascuna vi conferisce il suo Capitale per ricavarne guadagno.

78. Così, quando si ricerca quanta parte tocchi del guadagno, o anche della perdita fatta a ciascun Compagno, si verrà in cognizione di tale dimanda per mezzo della così nominata *Regola delle Compagnie*.

79. La quale per chiaramente intendere osserviamo nel

PRO-

(a) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati ugnali, come* □

(c) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 si fa 6, e questo sel chiamasi Prodotto.*

(d) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(c) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

PROBLEMA VIII.

Come ſi poſſa ſapere in una Società quanto guadagno, o perdita tocchi a ciaſcun Compagno ſenza l' uſuale Aritmetica?

Supponiamo in

I. Ipoteſi [c].

1. Che tre Mercadanti, fatta fra loro una Società, in cui il primo vi ha conferito il Capitale di Ducati *Ventiquattro*,
2. Il ſecondo di *Trenta*,
3. Il Terzo di *Trentaſei*,
4. Facciano un guadagno di *Ottanta* Ducati,
5. Si ricerca quanto tocchi di tale guadagno a ciaſcuno ſenza l' uſuale Aritmetica?

Dico per

II. Regola.

I. Che raccolti in una ſomma tutti i Capitali conferiti dai Compagni, ſerva quella per il primo termine,

II. La ſomma del lucro per il ſecondo,

III. Ed il particolare Capitale di ciaſcuno per il terzo.

IV. Poſcia faccianſi ſul gran Quadrato (b) (*giuſta il detto Probl. VI.*) tante operazioni, quanti ſono i Compagni,

V. Ch' il quarto Numero Proporzionale di cadauna operazione moſtrerà ciò che ſi ricerca.

(a) *Regola del Tre è una regola chiamata delle proporzioni, per mezzo della quale essendo tre termini proposti se ne ritrova il quarto che ricercasi.*

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. In ordine dunque a questa Regola la somma di tutti, e tre i detti Capitali, che per il primo termine servir debbono, è di *Novanta*.

II. 2. La somma del comune guadagno per il secondo termine è d' Ottanta, come accennammo.

III. 3. Ed essendo il particolar Capitale di ciascuno
1. *Di Ventiquattro*,
2. *Di Trenta*,
3. *Di Trentasei*,

4. I quali in tre distinte operazioni debbano nella Regola del Tre [a] servire di terzo termine,

IV. 5. Faremo la prima operazione dicendo: *Novanta*, ch' è la somma dei tre Capitali, mi dà *Ottanta* di comune guadagno, cosa mi darà *Ventiquattro*? ch' è il Capitale del primo Compagno.

6. Ed operando sul gran Quadrato (*b*), *giusta il nominato Probl. VI.* ritroveransi Ducati *Ventuno*, ed $\frac{Un}{Terzo}$ ch' è la parte, che tocca al primo Compagno.

7. Per la seconda operazione diremmo: se *Novanta* mi dà *Ottanta*, che mi darà *Trenta*? ch' è il Capitale del secondo Compagno,

8. Ed operando sul gran Quadrato (*b*), *giusta il detto Problema VI.* ritroveransi Ducati *Ventisei* e $\frac{Sei}{Noni}$ per porzione del secondo Compagno.

9. Per la terza operazione diremo: se *Novanta* mi dà *Ottanta*, che mi darà *Trentasei*? ch' è il Capitale del terzo Compagno.

10. Ed operando sul gran Quadrato (*b*), *giusta il detto Probl.* ritroveransi *Trentadue* Ducati, che toccano al terzo Compagno,

V. 11. Ed in tal modo si è sciolta la Quistione per mezzo della così nominata *Regola delle Compagnie*.

Circa

Circa la

§. CLIII.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Queſta è fondata ſul §. 151. perocchè ciò ch' ivi ſi dimoſtra intorno alla Regola del Tre *Diretta Semplice*, applicaſi opportunamente a ciaſcuna delle vedute tre operazioni,
2. E confermaſi in parte anche dalla ſomma delle tre porzioni aſſegnate ai Tre Compagni,
3. Le quali raccolte inſieme fanno preciſamente il Numero d'*Ottanta*, ch' è appunto il comune guadagno, che noi nella Ipoteſi [c] abbiamo ſuppoſto.
4. Onde conchiudeſi, che la Regola è buona ec.

Soggiungiamo per

*

Avvertimento.

5. Che molte coſe ſi ſarebbero da dire intorno alla Regola delle Compagnie, perocchè eſſa potrebbeſi proporre non ſolo ſemplice, come ſi è fatto, ma eziandio compoſta di varie circoſtanze, non ſolo riſpetto al tempo, in cui mettono i Compagni i loro Capitali in Società;
6. Ma eziandio riſpetto alle condizioni, colle quali eſſi entrano nella detta Società,
7. Quì però ſi tralaſciano (benchè in queſta materia tutto ciò, che può effettuarſi per mezzo dell'uſuale Aritmetica poſſa altresì effettuarſi col gran Quadrato [b]) accagione che non vogliamo quì caricare i Principianti, che delle ſole coſe ſoſtanziali.
8. Onde paſſeremo a vedere coſa ſia

La Regola d' Alligazione.

9. La quale altro non è, ch' una dottrina ch' inſegna a legare, o meſcolare diverſe coſe, o mercanzie di varj prezzi, miſure, o peſi,
10. In modo, che ſe alcuno voleſſe comprare delle dette coſe diverſe ad un prezzo arbitrario, o ſia ad un prezzo di mezzo ai prezzi determinati, egli poſ-

(b) *Quadrato è una figura di 4 angoli e ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(c) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

sa sapere quanto debba prendere di ciascuna spezie delle diverse cose proposte.

11. Ma la cosa renderassi più chiara coll' esempio:

12. Sieno due sorti di Metallo, di cui l'una vaglia *Venti* grossi la libra, e l'altra *Dodici*,

13. E supposto, ch'alcuno ne volesse comprare una libra composta dell'una, e dell'altra sorta con *Quindici* grossi, si dimanda quanto di ciascuna sorta se ne debba prendere.

14. Ed una tale notizia chiamasi la *Regola d'Alligazione*,

15. La quale consiste in ciò, che noi quì soggiungiamo.

16. Si sottragge (*a*) il Numero del prezzo arbitrario, cioè il prezzo di mezzo fra i due dati, dal prezzo maggiore,

17. Cioè nel nostro caso si sottragge (*a*) il *Quindici* dal *Venti*,

18. Poscia si sottragge (*a*) ancora il prezzo minore dato dal detto prezzo arbitrario,

19. Cioè nel caso predetto il *Dodici* dal *Quindici*.

20. Che nella prima sottrazione (*b*) avremo il *Cinque*, e nella seconda il *Tre* per i due Residui, o sieno differenze,

21. Le quali due differenze si raccolgono insieme facendo la somma d'*Otto*,

22. Poscia quante differenze vi sono, tante operazioni della Regola del Tre (*c*) si fanno,

23. Collocando la detta somma, cioè il Numero *Otto* in primo luogo,

24. L'arbitrario prezzo, cioè il Numero *Quindici* nel secondo luogo,

25. E l'una delle due differenze, cioè il *Cinque*, o *Tre* nel terzo luogo;

26. E però l'una delle dette due operazioni avrà il seguente ordine di Numeri:

Somma delle differenze	Libra	Una delle due differenze
Otto	*Una*	*Cinque*

27. E l'altra il seguente,

Somma delle differenze	Libra	Una delle due differenze
Otto	*Una*	*Tre*

28. Onde operando sul gran Quadrato [*d*], *secondo il Problema VI. di questa Capo*,

29. Il Quoziente (*e*) della prima operazione sarà di Cinque Ottavi,

30. Ed

(a) *Sottrarre nell' Aritmetica dicesi, quando levando da un numero maggiore un minore resta alcuna cosa, ovvero levando un numero uguale da un uguale resta nulla, come levando due da tre resta uno, ovvero levando due da due non resta niente.*

(b) *Sottrazione dicesi, quando si leva un numero minore da un maggiore.*

[c] *Regola del Tre è una regola chiamata delle proporzioni, per mezzo della quale essendo tre termini proposti se ne ritrova il quarto che ricercasi.*

30. Ed il Quoziente (*e*) della ſeconda operazione ſarà di $\frac{\text{Tre}}{\text{Ottavi}}$,

31. I quali due Quozienti (*e*) raccolti inſieme fanno un Intero (*f*), *giuſta il Prob. I. Cap. I. di queſto Libro*,

32. Ch'è appunto quella libra di Metallo miſto, che ricercaſi,

33. Avvertendo ſempre, ch' il Quoziente (*e*), che proviene dall'operazione, in cui contienſi la differenza del prezzo maggiore, che nel caſo noſtro è il *Cinque*, appartenga al prezzo minore,

34. Ed il Quoziente (*e*), che proviene dall'operazione, in cui contienſi la differenza del prezzo minore, che nel caſo noſtro è il *Tre*, appartenga al prezzo maggiore.

35. Onde per fare il miſto dei mentovati due Metalli prenderanſi $\frac{Tre}{Ottavi}$ di quello, che vale groſſi *Venti*, e $\frac{Cinque}{Ottavi}$ di quello, che vale groſſi *Dodici*.

Eccone

(d) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati ugnali, come* .

(e) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(f) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

*

La Dimoſtrazione.

(g) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

36. Nell' addotta Ipoteſi (*g*) noi concepiamo in confuſo, che la libra da *Quindici* groſſi ſia un miſto d'amendue i propoſti Metalli da *Venti*, e da *Dodici* groſſi,

37. E l'eccesſo di *Cinque*, che conſideriamo nella libra da *Venti* riſpetto alla libra da *Quindici* proviene accagione, che in queſta ſteſſa da *Quindici* vi è parte di quella da *Dodici*,

38. E per conſeguenza la differenza di *Cinque* ſi riferiſce alla libra da *Dodici*;

39. Ed il difetto di *Tre*, che conſideriamo nella libra da *Dodici*, riſpetto alla libra da *Quindici*, proviene accagione, che in queſta ſteſſa da *Quindici* vi è parte di quella da *Venti*,

40. E per conſeguenza la differenza di *Tre* ſi riferiſce alla libra da *Venti*.

41. Su queſto rifleſſo egli è certo, che le due differenze di *Cinque*, e *Tre* provengono dalla libra di *Quindici*, prezzo arbitrario.

42. E

42. E perciò con ragione si potrà formare la Quistione per mezzo della Regola del Tre (*a*) dicendo:

[a] *Regola del Tre è una regola chiamata delle proporzioni, per mezzo della quale essendo tre termini proposti se ne trova il quarto che ricercasi.*

43. Se le due differenze di *Cinque*, e *Tre*, cioè *Otto* provengono da una libra, da quanto proverrà la differenza di *Cinque*?

44. E poi ancora: Se le due differenze di *Cinque*, e *Tre*, cioè *Otto* provengono da una libra, da quanto proverrà la differenza di *Tre*?

45. Dal che riluce, che siccome la differenza del prezzo maggiore, ch'è il *Cinque*, si riferisce al prezzo minore, ch'è il *Dodici*, come dicemmo al Numero 34.

46. Così il Quoziente (*b*) di $\frac{\text{Cinque}}{\text{Ottavi,}}$ che proviene dall' operazione, in cui v'entra la differenza del prezzo maggiore, appartiene al detto prezzo minore di *Dodici*.

[b] *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

47. E siccome la differenza del prezzo minore, ch'è il *Tre*, si riferisce al prezzo maggiore, ch'è il *Dodici*, come dicemmo al Numero 36.

48. Così il Quoziente (*b*) di $\frac{\text{Tre}}{\text{Ottavi,}}$ che proviene dall' operazione, in cui v'entra la differenza del prezzo minore, appartiene al detto prezzo maggiore di *Venti*.

Il che era ec.

*

49. Vedute le precedenti Regole di Proporzione, cioè la *Regola del Tre*, *la Regola delle Compagnie*, *e la Regola d'Alligazione*, vediamone la quarta, ch'è

La Regola delle Posizioni.

50. La quale altro non è, ch' un insegnamento, per mezzo di cui, posto a beneplacito un Numero falso in vece del vero, si viene proporzionalmente in cognizione d'un ricercato, o ricercati Numeri incogniti.

51. Questa Regola delle Posizioni è *semplice*, e *doppia*.

52. Quella così chiamasi, quando posto a beneplacito un Numero falso, come dicemmo, si viene proporzionalmente in cognizione di ciò che ricercasi, secondo il tenore d'una proposta Quistione.

53. Que-

53. Queſta richiede un' altra conſiderazione, la quale quì ſi tralaſcia per il motivo addotto quì ſotto,
54. Ed ora paſſeremo a vedere nel

[c] *Ipoteſi* dicesi *volgarmente caſo ſuppoſto.*

PROBLEMA IX.

Come per mezzo della Regola di ſemplice Poſizione ſi ritrovino i Numeri incogniti ſenza l' uſuale Aritmetica?

(d) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

1. Propongaſi in

I. Ipoteſi (c).

2. Che tre perſone vogliano comprare un Campo, il quale vaglia *Duemilla, e Settecento* Ducati,
3. E la ſeconda Perſona voglia pagare il doppio della prima,
4. E la terza il triplo della ſeconda, ſi dimandi come ſenza l' uſuale Aritmetica, quanto ciaſcuna perſona abbia a pagare?

Dico per

II. Regola.

I. Che preſo qualunque Numero a beneplacito, e procedendo con eſſo ſecondo il tenore della Quiſtione,
II. Poſcia operando con eſſo, e col Numero dato proporzionalmente ſul gran Quadrato (d) ſecondo il detto tenore della Quiſtione ſe n' ottiene l' intento.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. In queſta noſtra Ipoteſi [c] *prendiamo a beneplacito il Numero Due,*
2. *E ſupponiamo, che la prima perſona dia appunto Due* per la compra della mentovata Caſa,
3. *Che*

(a) *Regola del Tre è una regola chiamata delle proporzioni, per mezzo della quale eſſendo tre termini propoſti ſe ne ritrova il quarto che ricercaſi.*

3. *Che la ſeconda perſona, ſecondo il tenore della Quiſtione, darà Quattro*, cioè il doppio della prima,

4. *E la terza darà Dodici*, cioè il Triplo della ſeconda,

5. Che val a dire tutte e tre le perſone inſieme daranno *Dieciotto*,

6. Ciò fatto: conſiderifi il Numero dato per la compra della Caſa, ch' è di *Duemilla, e Settecento*,

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

II. 7. *E con queſto, e quello di Dieciotto operiſi proporzionalmente*, cioè per la Regola del Tre (*a*) dicendo:

8. Se *Dieciotto* mi dà *Due* per la prima perſona, coſa mi darà *Duemilla Settecento?*

(c) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

9. Ed operando ſul gran Quadrato [*b*] giuſta la Regola del precedente *Probl. VI.* ritroveraſſi il Quoziente [*c*] di *Trecento*, cioè di *Trecento* Ducati per la prima perſona.

10. Proſeguendo ulteriormente colla proporzione del Numero preſo, e Numero dato diremo:

11. Se *Dieciotto* mi dà *Quattro* per la ſeconda perſona, coſa mi darà *Duemilla, e Settecento?*

12. E fatta l' operazione ſul gran Quadrato [*b*] giuſta la detta Regola del *Probl. VI.* ritroveraſſi il Quoziente (*c*) di *Seicento*, cioè di *Seicento* Ducati per la ſeconda perſona,

13. E finalmente termineremo la Quiſtione, ſe diremo:

14. Se *Dieciotto* mi dà *Dodici* per la terza perſona, coſa mi darà *Duemilla, e Settecento?*

15. Ed operando ſul gran Quadrato (*b*), *giuſta il detto Probl. VI.* ritroveraſſi il Quoziente (*c*) di *Mille, ed Ottocento*, cioè di *Mille, ed Ottocento* Ducati.

Toccante

§. CLIV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

1. Avendo il Leggitore inteſa la dimoſtrazione del §. 151. quella può facilmente ſervire anche per la preſente Regola della Semplice Poſizione,

2. Quì

*

2. Quì dovrebbesi ulteriormente discorrere della Regola della doppia posizione da esercitarsi senza l'usuale Aritmetica sul gran Quadrato (*b*),
3. Come pure d'altre Regole intorno alla presente materia delle Proporzioni,
4. Cioè, *come sul gran Quadrato* (*b*) *si ritrovi fra due Numeri dati il Numero Proporzionale di mezzo?*
5. *Come fra due Numeri dati si ritrovino i due Proporzionali di mezzo?*
6. *Come a due Numeri dati si ritrovi il terzo Proporzionale?*
7. E simili altre Quistioni, le quali sono principalmente fondate *sul VI. e VII. precedenti Problemi*,
8. Ma noi non vogliamo essere con questa nostra Aritmetica Geometrica tanto prolissi ai Principianti, tanto più, che quando questi *dietro ai mentovati Problemi VI. e VII.* anderanno esercitandosi, ritroveranno da se stessi lo scioglimento delle mentovate Quistioni; E però quì chiuderemo il discorso fatto in succinto intorno alle Regole delle Proporzioni,

E però soggiungeremo per

*

Avvertimento.

9. Concernente le Regole delle accennate Proporzioni, che le dette Regole, le quali negli antecedenti Problemi si sono coi Numeri Interi (*d*) messe in esecuzione,
10. Si possono parimente maneggiare anche coi Numeri Rotti (*e*), ovvero Interi (*d*), e Rotti (*e*),
11. Vediamone l'Esempio: $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ d'un Ducato mi danno $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ d'una libra di Mercanzia, cosa mi daranno $\frac{\text{Sette}}{\text{Ottavi}}$?
12. Giusta il mentovato Problema VI. i tre proposti Numeri sarebbero collocati col seguente ordine,

(d) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(e) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(a) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

$\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$ $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ $\frac{\text{Sette}}{\text{Ottavi}}$

13. E perciò dovendoſi ſecondo quella Regola multiplicare (*a*) ſul gran Quadrato (*b*) il Numero ſecondo per il terzo,

14. Cioè i $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ per i $\frac{\text{Sette}}{\text{Ottavi}}$ ſi produrranno $\frac{\text{Quattordici}}{\text{Ventiquattreſimi}}$, *giuſta il Problema IX. Capo II. di queſto Libro.*

(b) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati ugnali, come* □

15. Poſcia dovendoſi queſto Prodotto (*c*) dividere (*d*) per il primo Numero, cioè per $\frac{\text{Tre}}{\text{Quarti}}$, *giuſta il Prob. XV. Capo II. di queſto Libro*, avremo per Quoziente (*e*) $\frac{\text{Cinquantaſei}}{\text{Settantaduesimi}}$.

(c) *Prodotto dicesi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſei chiamaſi Prodotto.*

16. Eccone un altro Eſempio con Interi (*f*), e Rotti (*g*): Tre Ducati, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Mezzo}}$ mi danno una libra, e $\frac{\text{Due}}{\text{Terzi}}$ di Mercanzia, coſa mi daranno Due Ducati, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto?}}$

(d) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

17. Fatta l'operazione, giuſta il mentovato *Problema VI.*, avremo per Quoziente (*e*) una libra, e $\frac{\text{Cinquantuno}}{\text{Ottantaquattreſimi}}$, *giuſta i Problemi XIII. e XX. Capo II. di queſto Libro.*

*

18. Eſſendoſi finora dato un ſaggio compendioſo delle Regole delle Proporzioni, che ſul gran Quadrato (*b*) eſercitar ſi poſſono, come accennammo; lo ſteſſo gran Quadrato (*b*) ci dà opportuna occaſione di ridurre una Moneta in un' altra con poche operazioni ſenza l'uſuale Aritmetica, e però vediamo nel

PRO-

PROBLEMA X.

Come ſi riducano le Doppie in Zecchini, Ongari, Genovine, Talleri, Piaſtre, Ducatoni; Filippi, Livornine, Ducati, Fiorini, Ragneſi, Lire, e Soldi in una ſola operazione ſenza l' uſuale Aritmetica?

Propoganſi in

I. Ipoteſi (*b*).

Sei Doppie di Spagna a Lire *Trentaſette*, e Soldi *Dieci* l' una, le quali debbanſi ridurre nelle mentovate Monete di Zecchini, Ongari, Genovine, Talleri, Piaſtre, Ducatoni, Filippi ec. in una ſola operazione ſenza l' uſuale Aritmetica.

Dico per

II. Regola.

I. Che facendo valere i Quadrati (*b*) terzi del gran Quadrato (*b*), per Soldi,

II. Ed accomodato un braccio della Squadra ſul Novanta di qualunque lato, ſicchè coll' altro ſi faccia un Rettangolo (*i*) il quale comprenda in Soldi le ſei Doppie, ſe ne ottiene l' intento.

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Suppoſto dunque, giuſta la Regola, ch' i Quadrati [*b*] terzi del gran Quadrato [*b*] vagliano per Soldi.

(c) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il Diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il Diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(f) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(g) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in due parti v. gr.* ——— *terzi ſono due parti d' un' unità diviſa in tre, tre* ——— *ſono tre parti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(h) *Ipoteſi dicesi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(i) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(a) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

II. 2. Accomodisi nella *Figura XCIV. fol.* 12. un braccio *A B* della Squadra sul lato *C e* del gran Quadrato [*a*],

3. Cioè sul punto *e* ove finiscono *Nove* Quadrati [*a*] primi, ovvero il Numero di *Novanta*,

4. E coll' altro braccio *A R* si faccia il Rettangolo [*b*] *e G*,

5. Il quale comprenda le proposte *Sei* Doppie in tanti Soldi,

6. Il che effettuerassi nel seguente modo:

7. Giacchè una Doppia vale *Trentasette* Lire, e Soldi *Dieci*.

8. Si prenderà colla solita Squadra il Numero di *Venti* sopra d' un lato del gran Quadrato [*a*] che vuole dire una Lira fatta in Soldi,

9. E coll' altro il Numero di Trentasette, e mezzo, *giusta il Probl. XII. Capo II. di questo Libro*.

10. E fattane la multiplicazione, *giusta il Probl. V. Capo I. di questo Libro* si producono *Settecento*, e *Cinquanta* Soldi per una Doppia,

11. I quali sul gran Quadrato [*a*] comprendonsi in sette, e mezzo Quadrati [*a*] primi,

12. E per conseguenza contando *Sei* volte *Sette* e mezzo Quadrati [*a*] primi sul gran Quadrato [*a*], se ne fanno *Quarantacinque*, ne' quali consistono le dette *Sei* Doppie,

13. Che vedonsi racchiuse nel detto Rettangolo [*b*] *e G*, che supponesi parte del gran Quadrato [*a*].

14. Ed in tale guisa le mentovate *Sei* Doppie così rinchiuse dalla Squadra faranno

1. Zecchini *Dieci*,
2. Ongari *Dieci*, e Lire *Quindici*,
3. Genovine *Quindici*,
4. Talleri *Trenta*,
5. Piastre *Diciotto*, e Lire *Nove*,
6. Ducatoni Veneti come le Piastre,
7. Filippi *Venti*, e Lire *Cinque*,
8. Livornine *Ventidue*, e Lire *Cinque*,
9. Ducati *Vent' otto*, ed *Una* Lira,
10. Fiorini *Quarantacinque*,
11. Ragnesi *Cinquanta*,
12. Lire *Duecento Venticinque*,
13. Soldi *Quattromilla*, e *Cinquecento*,

Eccone

Eccone

§. CLV.

La ſua Ragione dimoſtrativa.

[b] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

1. Conſiderando il valore dei Zecchini (giuſta il preſente corſo del noſtro Paeſe) a Lire *Ventidue*, e Soldi *Dieci* l' uno, queſto ridotto in Soldi, *giuſta il Probl. V. Capo I. di queſto Libro*, ſarà di *Quattrocento*, e *Cinquanta* Soldi,
2. E per conſeguenza due Zecchini faranno *Novecento* Soldi,
3. I quali nell' *accennata Figura XCIV. fol.* 12. ſi contengono ne' *Nove* Quadrati [*a*] primi del Rettangolo [*b*] *m e*,
4. E contenendoſi pure Due Zecchini in ciaſcuno degli altri quattro Rettangoli [*b*], *t o*, *u s*, *κ r*, *G q*,
5. Si comprenderanno in tutto il Rettangolo [*b*] *G e* dieci Zecchini.

*

6. Circa gli ONGARI ragguagliati all' ordinario a Lire *Ventuna;* oſſervaſi che ſe noi diremo; cinque volte *Vent' una* Lira, è lo ſteſſo, che dire: *Cinque* Ongari,
7. E però conteremo i Quadrati [*a*] primi rinchiuſi nel detto Rettangolo [*b*] *e G* di *Ventuno* in *Ventuno*,
8. Poichè, contenendo ciaſcun Quadrato [*a*] primo cinque Lire diraſſi preſſo ogni *Ventun* Quadrato [*a*] cinque volte *Vent' uno*, che così dopo ciaſcun *Vent' un* Quadrato [*a*] avremo cinque Ongari.
9. Sicchè contando in queſta guiſa i Quadrati [*a*] della preſente Figura; avremo ſin' al primo Numero di Vent' uno, cioè ſin' al Quadrato [*a*] *W Q* incluſivè, cinque Ongari,
10. Sin' al Quadrato [*a*] *O F* incluſivè dieci Ongari, e l' avanzo di tre Quadrati [*a*] *F q*,
11. Il quale avanzo è patentemente di Lire *Quindici*.

*

12. Circa le GENOVINE ragguagliate a Lire *Quindici*, contiamo i Quadrati (*a*) di *Quindici* in *Quin-*

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati ugnali, come* □

Quindici, che per ogni *Quindici* avremo Cinque Genovine per la ſteſſa ragione preſſo gli Ongari addotta.

13. Onde contando i detti Quadrati (*a*) con tre volte *Quindici*, cioè con tre volte *Cinque* Genovine, queſte ſaranno appunto *Quindici*.

*

[b] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

14. Circa i TALLERI ragguagliati a Lire *Sette*, e *mezza*, egli è patente, che due Talleri ſaranno di *Quindici* Lire,

15. Cioè di tre Quadrati (*a*) primi, ſicchè contando ogni tre Quadrati (*a*) *due* Talleri, ſi conteranno *Trenta* Talleri in tutto il Rettangolo (*b*) *e G*.

*

16. Circa le PIASTRE ragguagliate a Lire *Dodici*, contando i Quadrati (*a*) primi di *Dodici* in *Dodici*, giuſta la ragione preſſo gli Ongari addotta, avremo ogni Dodici Quadrati (*a*) *Cinque* Piaſtre,

17. E per conſeguenza *Quindici* Piaſtre ſin' al Quadrato (*a*) *V q* col Reſiduo di tutt' il Rettangolo (*b*) *x p*,

18. Il quale Rettangolo (*b*) contiene tre altre Piaſtre, e Lire *Nove*,

19. Che facilmente per mezzo de' Rettangoli (*b*) di Dieci Quadrati (*a*) terzi l'uno contar ſi poſſano, qualor s'oſſerva, che Ventiquattro tali Rettangoli (*b*) fanno una Piaſtra;

20. Sicchè le Piaſtre contenute entro il Rettangolo (*b*) *e G* ſono in tutte *Diciotto*, e Lire *Nove*.

*

21. Toccante i DUCATONI VENETI, eſſendo ragguagliati a Lire *Dodici*, correndo la ſteſſa ragione delle Piaſtre, ſono parimente *Diciotto*, e Lire *Nove*.

*

22. Circa i FILIPPI ragguagliati a Lire *Undici*, contando i Quadrati (*a*) primi di *Undici* in *Undici*, giuſta la ragione preſſo gli Ongari addotta, avremo ogni *Undici* Quadrati (*a*) Cinque Filippi.

23. Onde ſin' al Quadrato [*a*] *z B* ſaranno *Venti*, a cui aggiungeſi il Quadrato [*a*] *B f* di Lire *Cinque*, ch'in

tutto

tutto il Rettangolo [*b*] e *G* conteranſi *Venti* Filippi, e Lire *Cinque*.

(c) *Parallele Linee ſono quelle, che ſono ſempre ugualmente diſtanti l'una dall' altra in modo, che ſe nello ſteſſo piano foſſero prolungate in infinito, non ſi congiungerebbero giammai inſieme, come* ═══

*

24. Circa le LIVORNINE ragguagliate a Lire *Dieci*, egli è chiaro, che ogni due Quadrati [*a*] primi conterranno una Livornina,
25. E per conſeguenza s'avranno *Ventidue* Livornine ſin' al Quadrato (*a*) ϰ *B*,
26. A cui aggiungeſi il Quadrato (*a*) *B f* di Lire *Cinque*, ch'in tutto ſaranno Livornine *Ventidue*, e Lire *Cinque*.

*

27. Circa i DUCATI ragguagliati a Lire *Otto*, contando i Quadrati (*a*) primi d'*Otto* in *Otto* (*giuſta la Ragione addotta preſſo gli Ongari*) avremo ogni Otto Quadrati (*a*) *Cinque* Ducati,
28. Onde ſin' al Rettangolo (*b*) *y f* conteremo *Ventotto* Ducati, ai quali aggiungeſi il detto Rettangolo (*b*) *y f* d'una Lira, ch'in tutti ſaranno Ducati *Diciotto*, ed una Lira.

*

29. Circa i FIORINI la coſa è patentiſſima, poichè valendo ogni Fiorino *Cinque* Lire, cioè un Quadrato (*a*) primo, quanti Quadrati (*a*) primi, che ſono nel detto Rettangolo (*b*) e *G*, tanti ſaranno Fiorini, cioè *Quarantacinque*.

*

30. Circa i RAGNESI la coſa è pure patente, perocchè ſapendo che ciaſcuno d'eſſi fa *Novanta* Soldi, i quali ſu tutte le Linee al lato *C* e Paralelle (*c*) ſi contano,
31. Cioè ſulle Linee *p g*, *b k*, *P d* ec. ſin' alla *G f*,
32. Tanti ſaranno i Ragneſi, quante delle dette Linee terminano ſul lato *C G*, cioè *Cinquanta*.

*

33. Circa le LIRE poi, ſe ciaſcuno dei Quadrati (*a*) primi contiene *Cinque* Lire, come dicemmo, conterranno tutti i *Quarantacinque* Quadrati (*a*) del Rettangolo (*b*) e *G* Lire *Duecento Venticinque*.

(a) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(b) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

*

34. E finalmente circa i *Soldi*, essendo ciascuno dei mentovati Quadrati (*a*) primi di Soldi *Cento*, come accennammo, *Quarantacinque* volte *Cento*, fanno *Quattromilla*, e *Cinquecento*, *giusta il Probl. V. Capo I. del presente Libro*.

35. Sicchè nel nominato Rettangolo (*b*) G e di Doppie *Sei* ridotte in Soldi si contengono in una sola operazione di Squadra

1. Zecchini *Dieci*,
2. Ongari *Dieci*, e Lire *Quindici*,
3. Genovine *Quindici*,
4. Talleri *Trenta*,
5. Piastre *Diciotto*, e Lire *Nove*,
6. Ducatoni Veneti, come le Piastre,
7. Filippi *Venti*, e Lire Cinque,
8. Livornine *Ventidue*, e mezza,
9. Ducati *Ventotto*, ed una Lira,
10. Fiorini *Quarantacinque*,
11. Ragnesi *Cinquanta*,
12. Lire *Duecento Venticinque*,
13. Soldi *Quattromilla Cinquecento*.

Dunque

I. Facendo valere i Quadrati (*a*) terzi del gran Quadrato (*a*) per Soldi,

II. Ed accomodato un braccio della Squadra sul Novanta di qualunque lato, sicchè coll' altro si faccia un Rettangolo (*b*) il quale comprenda in Soldi le sei Doppie proposte, queste si riducono in

1. Zecchini,
2. Ongari,
3. Genovine,
4. Talleri,
5. Piastre,
6. Ducatoni ec. ec.

in una sola operazione.

Il che era ec.

Dicia-

Diciamo per

(c) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in due parti, v. gr.* ——— *terzi sono due parti d'un' unità divisa in tre, tre* ——— *sono tre parquarti d' un' unità divisa in quattro ec.*

*

Avvertimento.

36. Che dietro la Regola di questo Problema X., la quale si è spezialmente adattata alle proposte Doppie da ridursi in altre Monete, con una sola operazione di Squadra,

37. Si possa generalmente formare un fondamento, per mezzo di cui qualunque altra Moneta grossa, in vece di Doppie, si possa ridurre in qualunque altra Moneta proposta con una sola operazione di Squadra, purchè due cose s' osservino:

38. Delle quali la prima si è, ch' i Rotti (*c*) d'una Moneta proposta sieno gli stessi delle altre Monete, in cui quella riducesi,

39. Come nell' antecedente Problema X. erano i Rotti (*c*) dei Soldi;

40. La seconda, che nella detta operazione debbasi col primo braccio della Squadra prender sopra d' un lato del gran Quadrato (*a*) quel Numero di Rotti (*c*), che per la proposta traduzione delle Monete più contribuisce alla facilità.

41. In esempio: nell' *accennato Problema X.* si sono con un braccio della Squadra presi sopra d' un lato del detto gran Quadrato (*a*) Soldi *Novanta*, accagione, che facendo il detto Numero un Ragnese, e servendo ancora per un lato del Rettangolo (*b*) *m e*, in cui comprendonsi *Due* Zecchini, come la già veduta Figura lo mostra,

42. Oltre a ciò contenendo l' accennato Rettangolo (*b*) *m e Nove* Fiorini ec. si è coll' accennato Rettangolo (*b*) *e G* facilitato, che la maggior parte delle proposte Monete terminino in quello senza Rotti (*c*),

43. Come si è veduto ne' Zecchini, Genovine, Talleri, Fiorini, Ragnesi, Lire, e Soldi.

44. Onde potrà in ciò l' avveduto Principiante regolarsi.

*

45. Lo stesso comprenderà pure con un poco d' esercizio la riduzione delle altre proposte Monete, qualor queste non avessero i Rotti (*c*) di Soldi, ma di Carantani, od altri.

46. Replichiamo, ch' il Principiante ritroverà col continuo eſercizio ciò, che noi per non recargli ulterior noja, non abbiamo quì voluto regiſtrare.

Segue il

PROBLEMA XI.

Come ſi debba operare ſul gran Quadrato (a) quando i Numeri da ſommarſi, o da ſottrarſi (b) ſono tanto grandi che tutti ſu quello non ſi poſſano comprendere.

Propongaſi in

I. Ipoteſi (c).

I. 1. *Diecimilla*, *Venticinquemilla*, *Diecisette*, *Ventotto*, e *Cinquantacinque* da ſommarſi inſieme,

II. 2. Come anche *Dodicimilla* da ſottrarſi da *Ventimilla*,

3. I quali numeri non ſi poſſono prendere ſul gran Quadrato [a] in ordine alle precedenti Pratiche,

Dico per

II. Regola.

Che prendendo in più volte ſul gran Quadrato (a) i propoſti Numeri grandi per farne la ſomma, e la ſottrazione (d), ſe n' ottiene l' intento,

Eccone la

III. Pratica.

I. 1. Toccante la ſomma da farſi dei propoſti tre Numeri di *Diecimilla*, *Venticinquemilla*, *Diecisette*, *Ventotto*, e *Cinquantacinque*.

2. Giac-

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati uguali, come* □

(b) *Sottrarre nell' Aritmetica dieceſi, quando levando da un numero maggiore un minore reſta alcuna coſa, ovvero levando un numero uguale da un uguale reſta nulla, come levando due da tre reſta uno, ovvero levando due da due non reſta niente.*

2. Giacchè per ſegnare il primo Numero di *Diecimilla* ci vuole tutto il gran Quadrato (*a*), *giuſta la pag. 600. num. 12.*

(c) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

3. Si terrà a memoria [o in ogni caſo ſi ſcriverà] il detto Numero di *Diecimilla*,

4. Poſcia per ſegnarvi il ſecondo Numero di *Venticinquemilla* ſi principia a ſcorrer di nuovo colla ſolita Squadra il gran Quadrato (*a*) ſino che ſi giunge alla fine, cioè ad altri *Diecimilla*, che col primo Numero ſaranno *Ventimilla*,

(d) *Sottrazione diceſi, quando ſi leva un numero minore da un maggiore.*

5. E mancando ancora *Quindicimilla* per il ſecondo Numero, ſi principia un' altra volta da capo a ſcorrer colla Squadra il gran Quadrato (*a*) fin' alla fine, e s'avranno coi precedenti *Ventimilla* già ſegnati *Trentamilla*,

6. E reſtando ancora *Cinquemilla* del ſecondo Numero da ſegnarſi,

7. Si principia da capo a ſcorrer di nuovo ſul mentovato gran Quadrato (*a*) ſino che ſi giunge ai detti *Cinquemilla*,

8. Che così ſi ſarà ſegnato anche il ſecondo Numero di *Venticinquemilla*, i quali coi *Diecimilla* del primo Numero fanno *Trentacinquemilla*,

9. A cui colla ſolita Squadra aggiungeranſi gli altri tre Numeri di *Diciſette*, *Ventotto*, e *Cinquantacinque*, *giuſta il Probl. I. della pag. 594.*

10. Che tutta la ſomma dei propoſti tre Numeri di

Diecimilla
Venticinquemilla
Diciſette
Ventotto, e
Cinquantacinque

11. Sarà di *Trentacinquemilla*, e *Cento*, *giuſta il detto Problema I.* ec.

*

II. 12. Ora paſſiamo a ſottrarre (*b*) il Numero di *Dodicimilla* da *Ventimilla*,

13. E prendiamo tanto il Numero, che ſi ſottragge (*b*), quanto quello, da cui ſi ſottragge (*b*) in due volte ſul gran Quadrato (*a*),

14. Giacchè nè l'uno, nè l'altro in una volta ſola in quello non comprendeſi,

15. Sicchè del Numero di *Ventimilla*, da cui l'altro si sottragge [*a*], non si può sul gran Quadrato [*b*] avere più di *Diecimilla* in una volta,
16. E del Numero di *Dodicimilla*, che si sottragge parimente solo *Diecimilla* in una volta comprendonsi sul detto gran Quadrato [*b*].
17. Onde prenderemo in una volta solo *Diecimilla* per il Numero di *Ventimilla*.
18. E per il Numero di *Dodicimilla* pure *Diecimilla*,
19. E sottraendo (*a*) una parte dell'uno da una parte dell'altro, cioè *Diecimilla* da *Diecimilla*,
20. Non resta veruna cosa,
21. Poscia segnando al solito sul gran Quadrato (*b*) con una nuova operazione l'altra parte del Numero, da cui si fa la sottrazione, ch'è di *Diecimilla*,
22. E segnandovi pure l'altra parte del Numero, che si sottragge (*a*), ch'è di *Duemilla*,
23. Sottratta questa da quella, *giusta il Probl. III. della pag.* 600. restano ottomilla.

(a) *Sottrarre nell'Aritmetica dicesi, quando levando da un numero maggiore un minore resta alcuna cosa, ovvero levando un numero uguale da un uguale resta nulla, come levando due da tre resta uno, ovvero levando due da due non resta niente.*

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

Toccante

§. CLVI.

La sua Ragione dimostrativa.

1. Noi ci persuadiamo, che questa sia tanto chiara, che non richieda altra dilucidazione.

E però soggiungiamo per

*

Avvertimento.

2. Che dall'antecedente Problema potrà il Principiante non solo comprendere in qual modo egli si debba contenere ne' casi, ne' quali i proposti Numeri delle sottrazioni si debbano prendere in *tre*, *quattro*, *cinque*, o più volte sul gran Quadrato (*b*), giusta il tenore della Proposizione,
3. Ma ancora come egli debba operare, quando presso il Numero maggiore, o minore, o anche presso amendue si ritrovano dei Rotti (*c*),
4. Perocchè converrà, che egli ricorra alla *Regola de Problemi VI. VII. ec. Capo II. di questo Libro*, ai quali

(c) *Rotto, o sia Numero rotto è un'unità divisa in parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un'unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un'unità divisa in quattro ec.*

quali ci rapportiamo anche rispetto ai Rotti [c], che possono occorrere nel sommare senza farne qui una tediosa replicazione,

5. Ciò inteso passiamo a vedere nel

PROBLEMA XII.

Come si debba operare sul gran Quadrato (b) quando i Numeri da multiplicarsi (d), o dividersi (e) sono tanto grandi, che nè su i lati, nè nell'Area (f) di quello si possano comprendere.

Sia in

I. Ipotesi (g).

1. Proposto il Numero di *Trecento*, e *Cinquanta* da multiplicarsi (d) per *Trecento*,
2. Come anche il Numero di *Cento*, e *Cinquemilla* da dividersi (e) per *Trecento*,
3. I quali Numeri, per essere troppo grandi non si contengono interamente sul gran Quadrato [b].

Dico per

II. Regola.

Che considerato ciascun Quadrato (b) terzo del gran Quadrato (b) diviso nello stesso modo, come è un Quadrato (b) primo, ed operando giusta le Regole dei Problemi V. e VII. del Capo I. di questo Libro se n'ottiene l'intento,

Ecco

(d) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

(e) *Dividere, o partire nell'Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

(f) *Area appresso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* △ ▭ *ec.*

(g) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

(a) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

(b) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3, o più linee, come* △ □ ⌓ *ec.*

(c) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

(d) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte sei fa dodici.*

(e) *Dividere, o sia Partire nell' Aritmetica diceſi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

Eccone la

III. Pratica.

1. *Dovendosi considerare ciascun Quadrato* (*a*) *terzo del gran Quadrato* (*a*) *diviso nello stesso modo come è un Quadrato* (*a*) *primo*,
2. Ci figureremo il Quadrato (*a*) terzo *a g* della *Figura XCV. foglio* 13. [che noi concepiamo come parte del gran Quadrato [*a*] diviso ne' lati *a m*, *a c* in Dieci parti,
3. La di lui Area [*b*] in cento piccioli Quadrati (*a*), come la Figura chiaramente lo mostra,
4. E tutto il Rettangolo (*c*) *a o*, ch'è per altro di *Dieci* Quadrati (*a*) terzi, non di Dieci Quadrati [*a*], ma di Mille,
5. E per conseguenza, giacchè in ciascun primo Quadrato (*a*) del gran Quadrato (*a*) si ritrovano Dieci Rettangoli (*c*) di Dieci Quadrati (*a*) terzi l' uno, uguali all' accennato Rettangolo [*c*] *a o*,
6. Un detto primo Quadrato (*a*) non considererassi al solito di *Cento*, ma di *Diecimilla* Quadrati (*a*),
7. Ed in tal guisa tutto il gran Quadrato [*a*] di Cento Quadrati [*a*] primi conterrà cento volte *Diecimilla* Quadrati (*a*), che val a dire un Millione de' Quadrati [*a*] piccioli.

*

I. 8. Ciò ben compreso nella mente, daremo mano alla multiplicazione (*d*) dei proposti due Numeri di *Trecento*, e *Cinquanta* per *Trecento*,
9. E seguendo il *Problema V. del Capo I. di questo Libro*, prenderemo nella *Figura XI. fol.* 15. *Trecento*, e *Cinquanta* sul lato *A F*,
10. Contando dall' *A* sin' al *Q*, dal *Q* sin' all' *u*, e dall' *u* sin' al *r Trecento*, e dal *r* sin' al *F Cinquanta*,
11. E sul lato *A e Trecento*, *giusta ciò che al Numero* 2. dicemmo,
12. Che così tutta l'Area (*b*) *e F* sarà di *Cento*, e *Cinquemilla*;

13. Pe-

13. Perocchè ritrovandovi *Dieci*, e mezzo Quadrati (*a*) primi, de' quali ciascuno contiene *Diecimilla* Quadratini (*a*), come al *Numero* 6. ci figurammo, *Dieci* volte *Diecimilla*, e mezzo fanno appunto *Cento*, e *Cinquemilla*.

(f) *Divisore*, o *sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne sarà il Divisore.*

*

II. 14. Passando ora a dividere (*e*) il proposto Numero di *Cento*, e *Cinquemilla* per *Trecento*,

15. Ed operando, *giusta il Problema VII. Capo I. di questo Libro*, prenderemo il Divisore [*f*] di Trecento sul lato *A o* dell'accennata *Figura XI. ec.*

16. E comprendendo nel Rettangolo [*c*] *o F* il ritrovato Numero da dividersi [*e*] di *Cento*, e *Cinquemilla*,

17. Ritroviamo sul lato *A F Trecento*, e *Cinquanta*, *giusta ciò che dicemmo al numero* 2.

18. E di tale Numero è il Quoziente [*g*], che ricercasi.

[g] *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

19. Questi è il modo d' operare sul gran Quadrato [*a*], qualor i Numeri proposti da multiplicarsi [*b*], o dividersi [*e*] in quello non si comprendono.

20. Di cui si sarebbe stesa la

(h) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tanto volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

§. CLVII.

Sua Ragione dimostrativa.

1. Quando nella veduta Pratica quella a sufficienza non si comprendesse.

2. Per ispiegare però meglio la Regola nell' antecedente Problema data, diremo per

*

Avvertimento.

3. Che ne' casi, ne' quali i proposti Numeri grandi non terminano in *Migliaja*, *Centinaja*, o *Decine*, ma in *Unità*,

4. Co-

4. Come ſe ſi propone ſſero due Numeri da multiplicarſi (a), i quali terminaſſero in *Uno*, in *Due*, *Tre*, *Quattro* ec.

5. Deeſi oſſervare il *Problema XII. Capo II.* coll' Avvertimento anneſſovi, la cui Regola molto contribuiſce all' operazione, che in queſta Ipoteſi (b) ſi richiede.

6. E per darne un eſempio tanto nel multiplicare (a), quanto nel dividere (c) proporremo prima il Numero *Duecento*, *e uno* da multiplicarſi (a) per *Duecento*,

7. I quali Numeri ci vengono rappreſentati dalla *Figura XCVI. fol. 13.*

8. Ove concependo noi i quattro Quadrati (d) *A K*, *c f*, *Z V*, *K y* per Quadrati (d) primi del gran Quadrato (d),

9. La *A b* conterrà il primo Numero di *Duecento*, e *uno*, *giuſta il Numero 2. della precedente Pratica*,

10. Cioè *Duecento* dall' *A* ſin' al *c*, e dal *c* ſin' al *r*,

11. E l' unità dal *r* ſin' al *b* a diſcrezione,

12. E da *A Q* il Numero di *Duecento*,

13. Onde il Prodotto (e) di queſta multiplicazione (f) è di *Quarantamilla*, *e Duecento*,

14. Perocchè l' Area [g] *A s* dei quattro Quadrati (d) primi è di *Quarantamilla*, *giuſta il Numero 6. della Pratica precedente*,

15. Ed il Rettangolo (h) *r s* è di *Duecento*, *giuſta il Numero 2. della detta Pratica*.

*

16. Dalla quale operazione comprenderà facilmente il Principiante,

17. Che ſe ſi foſſero propoſti de' Numeri da multiplicarſi (a), i quali terminaſſero in più Unità, faraſſi il Prodotto (e) ſul detto fondamento.

18. Cioè ſe ſi doveſſero multiplicare (a) *Duecento e Tre* per *Duecento*, il Prodotto (e) ſarebbe di *Quarantamilla*, *e Seicento* ec.

*

19. Iſteſſamente, che ſe tanto l' uno, quanto l' altro Numero da multiplicarſi [a] terminaſſe in unità, s' opererà pure *ſul fondamento della Pratica del precedente*

(a) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi diec tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(b) *Ipoteſi diceſi volgarmente caſo ſuppoſto.*

(c) *Dividere, o ſia partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ci ſi contiene tre volte.*

(d) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(e) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per tre ſi fa ſei, e queſto ſei chiamaſi il Prodotto.*

(f) *Multiplicazione chiamaſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

cedente Problema, come ancora del Problema XIII. Capo II. di queſto Libro:

20. Onde ſe ſi doveſſe multiplicare [a] *Duecento*, e *Tre* per *Duecento*, e *Quattro*, ovvero *Duecento*, e *Venti* per *Duecento*, e *Ventiquattro*,
21. Nel primo caſo il Prodotto [e] ſarebbe di *Quarantun milla*, *Quattrocento*, e *Dodici*,
22. E nel ſecondo caſo di *Quarantanove milla*, *Duecento*, *ed Ottanta*.
23. Oſſervando ſempre ciò, che ſi è avviſato nell'Avvertimento dietro il *Problema XIII. Capo II.*, cioè, che qualor non ſi poſſa tener a memoria tutt' il Prodotto [e] di tali multiplicazioni [f], ſi debba quello partitamente ſcrivere in carta.

(g) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

[h] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, de' quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

*

24. Per dare poi in queſta materia anche un Eſempio circa il Dividere [c]
25. Supponiamo, che debbaſi Dividere [c] il Numero di *Quarantamilla*, *e Sei* per *Duecento*.
26. In queſto caſo dovendo noi rinchiudere il propoſto Numero da dividerſi [c] fra le braccia della Squadra in un Rettangolo [b], o Quadrato [d], *giuſta il Problema VII. Capo I. di queſto Libro*, in modo, che il Diviſore (i) di *Duecento* ne ſia un lato,
27. Rappreſenteremo il ſolo Numero di *Quarantamilla* nella *Figura X. foglio* 13.
28. Giacchè, *giuſta il Problema VIII. Capo I. di queſto Libro*, ſi debbono laſciare a parte le *Sei* Unità, che vi ſono aggiunte,
29. Accagione, che formano un Numero aſſai minore del Diviſore [i] di *Duecento*,
30. E però conſiderando il lato *A r* per Diviſore [i],
31. Il lato *A Q* pure di *Duecento* ſarà il Quoziente [k] del propoſto Numero di *Quarantamilla*, *e Sei* col Reſiduo di *Sei*.

(i) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne farà il Diviſore.*

(k) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

*

32. E nel caſo, che tanto il Numero da dividerſi [c], quanto il Diviſore [i] terminaſſe in Unità, facile pure dietro le cose predette vi ſarà l' operazione.

33. Onde se si proponesse un Numero di *Quarantamilla, Duecento, e Sei* da dividersi (*a*) per *Duecento*, e *Uno*,

(a) *Dividere, o Partire, nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nel sei si contiene tre volte.*

34. Rinchiuso fra la Squadra il detto Numero da dividersi (*a*), come apparisce nella *Figura XCVI. foglio* 13.

35. In cui comprendonsi *quattro* Quadrati (*b*) primi, cioè *Quarantamilla*, ed il Rettangolo (*c*) *r S* di Duecento, come ai Numeri 14, e 15 del presente Avvertimento accennammo.

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati uguali, come* □

36. Ed in cui vedesi il lato *A b* di *Duecento*, e *uno*, ch' è appunto il Divisore (*d*),

37. Vedrassi il Quoziente [*e*] di *Duecento* sul lato *A Q*, serbandone a memoria *Sei* Unità, ch' avanzano per la ragione sopradetta.

38. Sicchè il Quoziente (*e*) del Numero di *Quattromilla Duecento, e Sei* diviso per *Duecento, e uno* è di Duecento, e $\frac{\text{Sei}}{\text{Ducentelimi uno}}$

(c) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, de' quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

*

39. Sinora abbiamo veduto come si multiplichino (*f*), e dividano (*a*) i Numeri grandi, che colle Pratiche ordinarie non comprendonsi sul gran Quadrato (*b*),

40. Ne' casi, ne' quali i detti Numeri terminano o in migliaja,

41. O in Centinaja,

42. O in Decine,

43. O in Unità.

(d) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre che sarà il Divisore.*

44. Ora ci resta ancora da vedere come si multiplichino (*f*), e dividano (*a*) gli accennati Numeri, quando ad essi sono aggiunti dei Rotti (*g*).

45. E però sappia il Leggitore, che l' operazione non è difficile, purchè si badi a ciò che intorno ai Rotti [*g*] nel *Probl. XII. e suo Avvertimento e negli altri susseguenti* dicemmo,

46. Imperciocchè, siccome noi ai Numeri 2, 3, 4, 5 ec. della precedente Pratica abbiamo mostrato per mezzo della *Figura LXXXV. foglio* 13. ch' il Quadrato (*b*) terzo *a g* contiene *Cento* piccioli Quadrati (*b*).

47. E

47. E che tutt' il Rettangolo [*c*] *a o* (ch' è una Decima parte d' un Quadrato (*b*) primo) ne contiene *milla* ec.
40. Così comprenderaſſi per conſeguenza, che, ſe delle Dieci parti *a m* ne prenderemo una,
49. Cioè l' unità *i m*,
50. E colla *m o* faremo il Rettangolo (*c*) *i o*,
51. Queſto evidentemente avrà la ſteſſa Area (*b*) ch' ha il mentovato Quadrato (*b*) terzo *a g*.
52. Cioè Quadrati (*b*) piccioli *Cento*, e ſarà lungo tutt' il lato d' un Quadrato (*b*) primo.
53. Ora, ſe conſidereremo i Dieci Rettangoli (*c*) *i o*, *t z*, *n y* ec. o ſieno Dieci Unità.
34. Le quali in tutto il Rettangolo [*c*] *a o* comprendonſi,
35. Il Rettangolo (*c*) *i o* ſarà un' Unità riſpetto alle altre *Nove*.
36. E ſe il Rettangolo (*c*) *i o* come un' Unità contiene *Cento* parti, o ſieno Quadrati (*b*).
37. Eſſendo eſſo diviſo (*a*) in dieci parti, come la Figura lo moſtra dal *m* ſin' al *g*, dal *g* ſin' all' *e*, dall' *e* ſin' al *f* ec.
38. *Una* di eſſe ſarà di *Dieci*, *due* ſaranno di *Venti*, *tre* di *Trenta*, *quattro* di *Quaranta*, *cinque* di *Cinquanta*, *ſei* di *Seſſanta* ec. e finalmente *Dieci* di *Cento*.
39. Ciò ben inteſo proporremo in eſempio:

*

60. Come ſi multiplichino (*f*) *Trecento* ed $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$ per *Duecento* ed $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$
61. Accomodate nella *Figura XIII. fol.* 13., *giuſta il Problema V. Capo I.* le braccia della Squadra ſul lato *B c* di *Trecento*.
62. E ſul lato *B c* di *Duecento*,
63. Vedeſi nel Rettangolo (*c*) *B m* il Numero di *Seſſantamilla*, *giuſta il Numero 6. della precedente Pratica*.

(c) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra, quante volte il Diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il Diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(f) *Multiplicare, o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(g) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d' un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d' un' unità diviſa in quattro ec.*

(h) *Area è preſſo i Geometri uno ſpazio racchiuſo fra 3, o più linee, come* △ □ ⬠ *ec.*

64. È toccante il Rotto [*a*] d' $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$ preſſo i *Trecento*,

65. Si contano ſul lato *e m*, *giuſta l' Avvertimento del Problema XII. Capo II. di queſto Libro*, i Quadrati [*b*] terzi di *quattro* in *quattro*, che così avremo per ogni *quattro* Quadrati [*b*] terzi *Dieci* Interi [*c*], per la Ragione, che quì appreſſo ſoggiungeraſſi;

66. Onde contandoſi ſul lato *e m* di *Venti* Quadrati [*b*] terzi, *Cinque* volte *quattro*, diremo *Cinque* volte *Dieci*, cioè *Cinquanta*.

67. Toccante poi il Rotto [*a*] d' $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$ preſſo il *Duecento*,

68. Si contano ſul lato *B e* i Quadrati [*b*] terzi di *Tre* in *Tre*,

69. Che per ogni *Tre* avremo *Dieci* Interi [*c*] per la detta Ragione da ſoggiungerſi,

70. E però eſſendovi ſul nominato lato *B e Dieci* volte *Tre*,

71. Diremo Dieci volte *Dieci*, cioè *Cento*,

72. E finalmente immaginandoci, che per il Rotto [*a*] d' $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$ ſulla *B e*, e d' $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$ ſulla *B c*, le braccia della Squadra ſieno un poco diſcoſte dai due lati *e m*, *c m*,

73. Facendo un Rettangolo [*d*] un poco maggiore del *B m*.

74. Ci dobbiamo immaginare ancora, ch' i detti Due Rotti [*a*] facciano alla fine del punto *m* un Quadratino (*b*),

75. Il quale, eſſendo i mentovati Rotti (*a*) d' $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$ e d' $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$, ſarà d' $\frac{\text{Un}}{\text{Duodecimo}}$, *giuſta il* §. 136. chiarito col Quadrato (*b*) *r d* della *Figura XXXV. foglio* 5.

76. Sicchè oltre i mentovati Interi (*c*) avremo anche il Rotto (*a*) d' $\frac{\text{Un}}{\text{Duodecimo}}$.

77. E però aggiungendo agli Interi (*c*)

Seſſan-

(a) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in parti, v. gr.* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

(b) *Quadrato è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati ugnali, come* □

(c) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

[d] *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro ugnali, come* ▭

Seſſantamilla : ——— : ——— : ———
——— : ——— : Cinquanta : ———
——— : Cento : ——— : ———
Ed ——— : ——— : ——— : $\frac{\text{Un}}{\text{Duodecimo,}}$

78. Di Seſſantamilla : Cento : Cinquanta : ed $\frac{\text{Un}}{\text{Duodecimo}}$ ſarà la ſomma.

(c) *Prodotto dicesi quel numero, che risulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 si fa 6, e questo 6 chiamasi il Prodotto.*

79. E tale è il Prodotto (*e*) della multiplicazione (*f*) fatta di *Trecento*, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$ per *Duecento*, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$.

(f) *Multiplicazione chiamasi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

*

80. Che poi nel fare il Prodotto (*e*) dei Rotti (*a*) multiplicati (*g*) con Interi (*c*) si contino, ogni *Quattro* Quadrati (*b*) terzi, *Dieci* Interi (*c*),

(g) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa sei.*

81. Ed ogni *Tre* Quadrati (*b*) terzi pure Dieci Interi [*c*], a differenza dell' *Avvertimento del Probl. XII. Capo II. di questo Libro*,

82. Ove per ogni *tre*, o *quattro* Quadrati [*b*] terzi si è contato un Intero [*c*],

83. Ciò è facile da capirsi; poichè nell' Ipotesi [*b*] del detto Avvertimento non c' immaginiamo, che su ciascun lato d' un Quadrato [*b*] terzo vi sieno *Dieci* altri Quadrati [*b*],

(h) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

84. Come vediamo nel Rettangolo [*d*] *i g* della *Figura XCV. fol.* 13.

85. Onde contando sulla *m o* [cioè sulla lunghezza o larghezza d' un Quadrato [*b*] primo] *Quattro* Quadrati [*b*] terzi dal *m* sin' al *k*,

86. Si contano *Quaranta* Quadrati [*b*] piccioli,

87. E contando sulla stessa *m o* Tre Quadrati [*b*] terzi dal *m* sin' al *f*,

88. Si contano Trenta piccioli Quadrati (*b*),

89. Onde contando ne' detti *Quaranta* Quadrati (*b*) piccioli *Dieci* volte *Quattro* Quarti, Dieci saranno gli Interi (*c*),

90. E contando in *Trenta* Dieci volte Tre Terzi *Dieci* pure saranno gli Interi (*c*).

(a) *Dividere, o sia Partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

(b) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

(c) *Rotto, o ſia Numero rotto è un' unità diviſa in* $\frac{\text{due}}{\text{terzi}}$ *ſono due parti d'un' unità diviſa in tre,* $\frac{\text{tre}}{\text{quarti}}$ *ſono tre parti d'un' unità diviſa in quattro ec.*

[d] *Denominatore è un numero notato ſotto la linea d'un Rotto, il quale indica un Intero diviſo in parti, v. g. nel Rotto di Tre* $\frac{\text{il numero}}{\text{Settimi}}$ *di Sette, o ſia di Settimi è il Denominatore d'un' Intero diviſo in ſette parti.*

(e) *Diviſore, o ſia Partitore è quel numero, che contienſi in un altro numero da dividerſi, come ſe ſi divideſſe il dodici per tre, queſto tre ne ſarà il Diviſore.*

*

91. Venendo poi alla diviſione (*a*) d' Interi (*b*), e Rotti (*c*), Numeri grandi per Interi (*b*), e Rotti (*c*),

92. Propongaſi l' accennato Numero di *Seſſantamilla*, *Cento*, *Cinquanta*, ed: $\frac{\text{Un}}{\text{Duodecimo}}$

93. Da dividerſi (*a*) per Duecento, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$

94. Per farne l'operazione deeſi per la prima coſa conſiderare il Denominatore (*d*) del Rotto (*c*) del Numero da dividerſi (*a*),

95. Che nel noſtro caſo è un Duodecimo, cioè *Dodici*,

96. Il qual dodici deeſi dividere (*a*) per il Denominatore (*d*) del Diviſore (*e*), cioè per *Tre*,

97. Che s' avrà il Quoziente (*f*) di *Quattro*.

98. Ed appunto di *Quattro*, o di quarti dovrà eſſere il Denominatore (*d*) di quel Rotto (*c*) che ritroveraſſi preſſo gli Interi (*b*) del Quoziente (*f*), che nella diviſione (*a*) ſi ricerca.

99. Onde avuto queſto lume prendonſi primieramente colle due braccia della ſolita Squadra i Quadrati (*g*) primi, che entrano nel propoſto Numero da dividerſi (*a*), cioè le *Decine* di *Migliaja*.

100. Compreſi nel Rettangolo (*b*) *B m* della veduta *Figura XIII. fol.* 13.

101. Che così avremo *Seſſantamilla*,

102. In modo però, ch' un braccio della detta Squadra ſia ſul lato *B c* cioè ſul Numero di *Duecento* per il Diviſore (*e*),

103. Ed ora mancando ancora Cento, e Cinquanta, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Duodecimo}}$ per ſegnare interamente il detto Numero da dividerſi (*a*),

104. E dovendoſi aggiungere al lato *B c* del Diviſore (*e*) ancora $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$

105. Dietro queſto terzo contando i Quadrati (*g*) terzi di tre in tre dal *c* ſin' al *m* ritroviamo giuſta il Numero 87. *Cento* Interi (*b*),

106. E

106. E ſapendo poi, ch' il Quoziente (*f*) ſul *B e* dee finire in Quarti,

107. Si contano ſulla *e m* i Quadrati (*g*) terzi di *Quattro* in *Quattro*, *giuſta il Numero* 86., e s'hanno *Cinquanta* Interi (*b*),

108. E però immaginandoci, come dicemmo al *Numero* 72., che le braccia della Squadra ſieno un poco diſcoſte dalle *B e*, *B c*; ſicchè facciano un Rettangolo (*h*) un poco maggiore del *B m*,

109. Accagione d' $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo}}$ preſſo la *B c*, e d' $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto}}$ preſſo la *B e*,

110. Immaginandoci ancora, ch' accagione dei detti Rotti [*c*] ſi ſia fatto un Quadratino (*g*) alla fine del punto *m*, come dicemmo,

111. Si ſarà colla Squadra compreſo tutto il propoſto Numero da dividerſi (*a*) di *Seſſantamilla*, *Cento*, *Cinquanta*, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Duodecimo}}$,

112. E per conſeguenza il Quoziente (*f*) *B e* di *Trecento* avrà preſſo di ſe anche il Rotto (*c*) d' $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto.}}$

113. Sicchè diviſo [*a*] il detto Numero di *Seſſantamilla*, *Cento*, *Cinquanta*, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Duodecimo}}$ per Duecento, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Terzo,}}$ s'ha il Quoziente [*f*] di *Trecento*, ed $\frac{\text{Un}}{\text{Quarto.}}$

*

114. Quando queſto modo di figurarſi, che *ogni Quadrato* (*g*) *terzo ſia diviſo in Cento altri Quadrati*, (*g*), *e ciaſcun dei ſuoi lati in Dieci parti* ſembraſſe troppo nojoſo al Principiante nel multiplicare [*i*], e dividere (*a*),

115. Potrà egli nei caſi, che i Numeri propoſti non comprendanſi nel gran Quadrato [*g*], in altro modo far le operazioni del detto multiplicare [*i*], e dividere [*a*],

116. Cioè nel multiplicare [*i*] potrà egli prendere in più volte il Numero da multiplicarſi [*i*], come anche il Multiplicatore [*k*] ſe fia d' uopo.

117. Of-

(f) *Quoziente è quel numero, il quale moſtra quante volte il diviſore entra nel numero da dividerſi, come entrando il diviſore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

(g) *Quadrato è una figura di 4 angoli a ſquadra, e di 4 lati uguali, come* □

(h) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a ſquadra, e di quattro lati, dei quali ſolo i due oppoſti ſono fra loro uguali, come* ▭

(i) *Multiplicare, e far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

(k) *Multiplicatore è un numero, per il quale un altro numero viene multiplicato, ovvero parlando volgarmente per il quale ſi dice tante volte tanto fa tanto, come ſe diremo due volte tre fa ſei, il due è il Multiplicatore.*

(a) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

117. Offervando di prendere la metà dell' uno, e dell' altro, e poi operare all' ordinario ſul gran Quadrato (*a*),

118. E dopo ancora (ſe fia d' uopo) prendere la metà della metà, farne più Prodotti (*b*), e finalmente raccorli inſieme.

(b) *Prodotto diceſi quel numero, che riſulta da una multiplicazione fatta, come multiplicando 2 per 3 ſi fa 6, e queſto ſei chiamaſi Prodotto.*

119. Con queſto rifleſſo, che quando ſi multiplicano (*c*) i due Numeri propoſti per metà, ſi produce ſolo un quarto di tutto il Numero deſiderato, e perciò debbaſi quattro volte replicare l' operazione.

[c] *Multiplicare o far multiplicazione intendeſi, quando con due numeri ſi dice tante volte tanto fa tanto, come due volte tre fa ſei.*

120. E quando ſi multiplicano (*c*) le metà delle metà, ſi produca ſolo una Decima ſeſta parte del Numero deſiderato, e però *Sedici* volte ſe ne dovrà fare la operazione.

121. In eſempio: ſe ſi voglicno multiplicare (*c*) *Duecento* per *Cento*, *Cinquanta*,

122. Fatta l' operazione ſul gran Quadrato (*a*) nel modo ſolito con la metà di *Cento Cinquanta* per la metà di *Duecento*, s' ha il Prodotto (*b*) di *Settecento*, e *Cinquanta*, il qual Numero quadruplicato darà *Trentamilla*, ch' è l' intero Prodotto (*b*) che ricercaſi,

(d) *Intero è quel numero, il quale non è diviſo in alcuna parte.*

123. E caſo che faceſſe d' uopo di prendere la metà della metà dei due propoſti Numeri ne riſulterebbe il Prodotto (*b*) di *Mille*, *Ottocento*, e *Settantacinque*.

124. Il quale Prodotto (*b*) replicato Sedici volte darà pure il Numero dell' Intero (*d*) Prodotto (*b*) di *Trentamilla*.

(e) *Dividere, o partire nell' Aritmetica diceſi, quando ſi cerca quante volte un numero ſia compreſo in un altro, come due nel ſei ſi contiene tre volte.*

125. Caſo poi, che l' uno dei due Numeri non aveſſe biſogno d' eſſere diviſo (*e*), ma ſolo l' altro, allora baſterà replicare una ſola volta l' operazione, come il Principiante colla prova lo potrà da ſe ſteſſo comprendere.

126. Toccante il dividere (*e*) operando ſul piede di queſto metodo, quando il ſolo Numero da dividerſi (*e*) ecceda l' Area (*f*) del gran Quadrato (*a*) ſi potrà far quello in più parti in ordine alla capacità del detto gran Quadrato (*a*), e poi operare al ſolito.

127. In

127. In esempio: propongansi *Trentamilla* da dividersi [e] per *Cento*,

128. Giacchè il Divisore [g] di *Cento* è compreso in un lato del gran Quadrato [a], e che questo contiene *Diecimilla* nella sua Area [f],

129. Prenderemo dei proposti Trentamilla *Diecimilla* alla volta da dividersi (e) per *Cento*,

130. E fattene tre operazioni, avremo in ciascuna il Quoziente (b) di *Cento*.

131. Dunque raccolti tutti e tre i Quozienti (b) insieme, avremo per l'intero Quoziente (b) di tutto il Numero da dividersi (e), cioè del *Trentamilla*, il Numero di *Trecento*.

132. Quando poi il Numero da dividersi (e) si contenesse bensì nel gran Quadrato (a), ma il Divisore (g) non si potesse contenere ne' lati,

133. In tale caso converrà ismezzare il detto Divisore, (g) come anche il Numero da dividersi (e), poi farne l'operazione al solito, ch' il Quoziente (b) sarà quello che ricercasi per tutto il Numero.

134. In esempio: propongasi il Numero d' *Ottomilla*, e *Seicento*, da dividersi (e) per *Cento*, e *Quaranta*,

135. In questa Ipotesi (i) non contenendosi il Divisore (g) su verun lato del gran Quadrato (a), benchè nella sua Area (f) vi si contenga il Numero di *Ottomilla*, e *Seicento*,

136. Ismezzato tanto l'uno, quanto l'altro Numero, si divideranno (e) *Quattrocento*, e *Trenta* per *Settanta*, ed il Quoziente (b), che ne proviene, sarà di *Sessantauno* col Residuo di *Sessanta*.

137. Avvertendo però, che ne' casi, che s' ismezzino i detti Numeri, dee sempre il Residuo essere raddoppiato.

138. Ne faccia il Principiante l'operazione, che ne vedrà la Ragione.

*

139. E ne' casi, che nè meno il Divisore (g) ismezzato si potesse contenere in un lato del gran Quadrato (a) si faccia in *Tre*, in *Quattro*, o più parti uguali, come anche il Numero da dividersi (e), che il Quoziente (b) sarà sempre quello, che ricercasi.

140. Av-

(f) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra tre o più linee, come* △ ⬠ *ec.*

(g) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne sarà il Divisore.*

[h] *Quoziente è quel numero, il quale mostra quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre quattro volte nel numero dodici, il quattro n'è il Quoziente.*

(i) *Ipotesi dicesi volgarmente caso supposto.*

140. Avvertendo però sempre di triplicare, o quadruplicare i Residui dietro alle parti Tre, Quattro ec. che si faranno dei mentovati Numeri.

*

141. Nei casi poi, che nè il Numero da dividersi (*a*) si possa contenere nell' Area (*b*) del gran Quadrato, (*c*) nè il Divisore (*d*) ne' suoi lati,

142. S'opera pure sul piede della Regola predetta, facendo tanto l'uno, quanto l'altro Numero in qualunque parti uguali, che nell'Area (*b*), e sui lati del gran Quadrato (*c*) comprendere si possano,

143. Poichè il Quoziente (*e*), che se ne caverà, sarà anche il Quoziente (*e*) ricercato di tutto il Numero proposto.

144. In esempio: propongasi il Numero di *Trentamilla* da dividersi (*a*) per *Seicento*,

145. In questo caso nè il Numero di *Trentamilla* contiensi nell' Area (*b*), nè il Numero di *Seicento* ne' lati del gran Quadrato (*c*),

146. E perciò fatto quello in *Sei* parti uguali avremo *Cinquemilla*,

147. E fatto questo pure in *Sei* parti uguali avremo *Cento*.

148. Onde diviso *Cinquemilla* per *Cento* il Quoziente (*e*) sarà di *Cinquanta*.

149. Il quale è lo stesso Quoziente (*e*), che caverebbesi da tutto il Numero Intero (*f*) di *Trentamilla* diviso (*a*) per *Seicento*.

*

150. E le stesse operazioni fin' ora fatte co' Numeri Interi (*f*) si possono pure fare con Interi (*f*), e Rotti (*g*) dietro le Regole de' Rotti (*g*) premesse nel *Capo II. di questo Libro*.

*

151. Finalmente quando nè meno questo modo di multiplicare (*b*) e dividere (*a*) i Numeri proposti maggiori di quelli, che nel gran Quadrato (*c*) comprender si possano, non aggrada al Principiante,

152. Il

(a) *Dividere, o sia partire nell' Aritmetica dicesi, quando si cerca quante volte un numero sia compreso in un altro, come due nei sei si contiene tre volte.*

(b) *Area è presso i Geometri uno spazio racchiuso fra 3 o più linee, come* △ ▭ □ *ec.*

(c) *Quadrato è una figura di 4 angoli a squadra, e di 4 lati uguali, come* □

(d) *Divisore, o sia Partitore è quel numero, che contiensi in un altro numero da dividersi, come se si dividesse il dodici per tre, questo tre ne sarà il Divisore.*

(e) *Quoziente è quel numero, il quale mostra, quante volte il divisore entra nel numero da dividersi, come entrando il divisore tre, quattro volte nel numero dodici, il quattro n' è il Quoziente.*

152. Il miglior consiglio sarà di formare un gran Quadrato (*c*), il quale ne' suoi Quadrati (*c*) terzi non sia così ristretto come il presente,

153. In modo, che un lato d' un Quadrato (*c*) terzo del nostro gran Quadrato (*c*) sia effettivamente diviso in tre parti,

154. Ch' in tale guisa un lato d' un gran Quadrato (*c*) della lunghezza del nostro, in vece d' essere diviso in Cento, potrà essere diviso in trecento parti, e per conseguenza tutta l' Area (*b*) non sarà di soli Diecimilla Quadrati (*c*) terzi, ma di Novantamilla.

*

155. Questa o cortese Leggitore è la nostra debole idea intorno al metodo d' esercitare l' Aritmetica Universale per mezzo di *Linee*, *Quadrati* (*c*), e Rettangoli (*i*) che val a dire per mezzo della Geometrìa, giacchè appunto sulla Geometrìa può considerarsi fondato tutto l' Artifizio Aritmetico.

156. Noi conosciamo pur troppo, che molto ancora a quello manca per renderlo compiuto, ma conosciamo ancora, che quantunque la strada al detto metodo non siasi ancora appianata, ciò possa avvenire tanto pel continuo esercizio dell' occhio, che avvezzerassi alle agevoli operazioni sul gran Quadrato (*c*), quanto per mezzo dell' avveduto tuo ingegno, il quale si compiacerà di suggerirci il bisognevole nel modo già accennato alla *pag.* 591. *n.* 7.

157. Il Mondo Letterario non è circoscritto da termini sì angusti, che tu (qualor t' aggradi la soggetta materia) non possa qual corraggioso Colombo farvi nuove scoperte.

158. E se al dire del Morale: *Patet omnibus veritas, nondum est occupata, multum ex illa etiam futuris relictum est.* Ci giova sperare, che tu forse ci comunicherai miglior lume per emendare questa nostra rozza Aritmetica Geometrica, o sia Geometrìa Aritmetica.

159. Lo stesso diremo intorno a tutti gli altri difetti, che ti potranno occorrere nel restante dell' Opera,

(f) *Intero è quel numero, il quale non è diviso in alcuna parte.*

(g) *Rotto, o sia Numero rotto è un' unità divisa in* $\frac{due}{terzi}$ *parti, v. gr.* $\frac{due}{terzi}$ *sono due parti d'un' unità divisa in tre,* $\frac{tre}{quarti}$ *sono tre parti d'un' unità divisa in quattro ec.*

(h) *Multiplicare, o far multiplicazione intendesi, quando con due numeri si dice tante volte tanto fa tanto, come due volte 3 fa 6.*

(i) *Rettangolo è una figura di quattro angoli a squadra, e di quattro lati, dei quali solo i due opposti sono fra loro uguali, come* ▭

ra, pregandoti di ſcoprirceli per quell' amore, che tu porti alla verità, unico ſcopo d' ogni Anima ragionevole.

160. E ſu queſta ferma fiducia, ſiccome nel preſente Trattato noi abbiamo principiato a Geometrizzare

A nome di quello, che non ha principio,

Così finiamo di Geometrizzare

A nome di quello, che non ha

FINE.

Pag.	Errori.	Correzioni.
2.	Στερεωτρία	Στερεωμετρία
7.	in margine al richiamo (f) *uguale*	*ugualmente*
9.	num. 12. corrisponde	corrisponda
11.	num. 39. cominciano	cominciando
ivi	terminano	terminando
ivi	n. 41. *A Q B g*	*A Q, B y*
24.	n. 4. crescere	cresce
ivi	n. 13. esperienza	intelligenza
33.	n. 3. *P Q o o*	*P Q v o*
35.	n. 3. *P Q o o*	*P Q v o*
50.	n. II. portandone	partendone
53.	n. 17. *A B d'Oncie* 186.	per tutt' il lato *A C d' Oncie* 172.
56.	n. 2. produce il numero 8. Questo numero 8., ch'è in mezzo la pagina, portisi verso il margine alla destra direttamente sopra al numero 3.	
66.	n. 7. *t s*	*t, s*
ivi	n. 12. di fatte	fatti
ivi	n. 16. delle traguardi	dei traguardi
69.	n. 1. le tra linee,	le tre linee
75.	n. 6. Quadrate, come dicemmo,	Quadrate.
83.	lin. 1. 250.	256.
83.	in margine al richiamo (n) *Trapezio irregolare ec.*	[n] *Trapezio irregolare è una figura di 4. lati, dei quali nessuno è all' altro equidistante. Come*
84.	nel margine al richiamo (b) *Trapezio irregolare ec.* si riformi come sopra.	
86.	In margine al richiamo (a) si riformi la detta dichiarazione come sopra.	
92.	n. 6. si legano	si segano
97.	n. 1. alla fine della pagina *C F*	*C f*
98.	n. 3. dopo il §. XXIL Rettangolo *R o*	Rettangolo *R O*
98.	n. 4. la *I o*	la *I O*
ivi	n. 9. dopo i vocaboli *proposto in*	*proposto in* 392.
101.	n. 4. aggiunte	aggiunta
106.	n. 4. del Rettangolo *A O*	il Rettangolo *A O*
ivi	n. 1. divide	divida
107.	n. 1. della *E C*,	della *F C*,
113.	al num. III. E raccolte	raccolte
123.	num. 2. *F G*,	*F C*,
131.	§. 32. n. 2. *R R*	*P R*

Pag.	Errori.	Correzioni.
137.	lin. ult. angolo 3.	angolo *B*
145.	nel margine al richiamo (o) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un Cerchio.*	*Quadrante è la quarta parte d' un Cerchio,*
146.	n. 8. I quali sono incollati.	Le quali sono incollate.
147.	n. 13. *c d k p, n e g r.*	*c d, k p, n e, g r.*
147.	n. 22. *o b*	*O 6*
ivi	n. 22. punto *b*,	punto *6*,
ivi	n. 24. *y b*	*y 6*
ivi	n. 25. *o b*	*O 6*
150.	in margine al richiamo (d) △	
154.	n. 17. proposto	proposto terreno
155.	n. 6. Num. IV.	Num. IV. pag. 149.
157.	in margine al richiamo (h)	
185.	n. 12. ritrovato	ritrovata.
187.	lin. 4. §. 40.	§. 42.
ivi	in margine al richiamo (h) dall' arco del detto Quadrante	dall' arco d' un Quadrante.
192.	in margine al richiamo (c)	
193.	in margine al richiamo (g) *Quadrante è la quarta parte della circonferenza d' un Cerchio.*	*Quadrante è la quarta parte d' un Cerchio.* E dove in altri luoghi occorre lo stesso sbaglio si corregga in questa guisa.
196.	lin. 14. giacchè	già
198.	lin. 2. κατ' ἐξοχὴν	κατ' ἐξοχὴν
ivi	lin. 6. Sette linee Rette	Linee Rette.
200.	lin. 30. risoluzione	rivoluzione.
215.	in margine al richiamo (h) prodotta	condotta.
232.	n. 34. *A C*	*N C*
ivi	n. 35. *A C*	*N B C*
237.	in margine al richiamo (g) riformisi la descrizione nel modo seguente: *Segmento, o sia porzione d' un Cerchio è una figura contenuta da una linea retta, e da una parte della circonferenza d' un Cerchio, la qual linea retta non passi per lo mezzo del detto Cerchio. Come la qui soggiunta Figura a b c, ovvero a e b è un Segmento d' un Cerchio.*	

Pag.	Errori.	Correzioni.
240.	num. 1. *A B C*	*A B C D*
ivi	si riformi in margine al richiamo (b) come alla pagina 237.	
241.	n. 4. due Diametri	due mezzi Diametri
251.	n. 21. Lo	La
253.	n. 12. *I H*	*I, H*
264.	n. 3. *A B F D C G*	*A B D C*
265.	n. 7. *A B R Ç D*	*A C D F*
270.	n. 3. c'immagi-naremo	se c'immagineremo
273.	n. 1. §. 27.	§. 57.
276.	n. 12. Tirata la C, E	Tirata la C E
ivi	n. 25. linee date F G	linee date F, G
281.	n. 4. Cento	Cento e sessanta
282.	n. 31. Pertiche 40.	Pertiche 73 : 2.
ivi	n. 32. Pertiche 40.	Pertiche 73 : 2.
ivi	n. 34. 14. Pertiche 4. Piedi	26. Pertiche 5 : 4.
286.	n. 35. Triango-lo *f a g*	Triangolo *c A g*
295.	n. 3. punti G R	punti G, R
297.	n. 5. date sul lato	dati sul lato
298.	n. 3. punti G E	punti G, E
299.	n. 11. punti *I H F E*	punti *I, H, F, E*
ivi	n. 5. *Fig. CXXX.*	*Fig. CXXXV.*
306.	n. 24. lago	lato
308.	n. 3. *B I*	*B T*
ivi	n. 5. la *B C*	*B P*
314.	n. 3. dopo il §. LXIX. *f, g*	*p, q*
ivi	n. 5. le *c p*	le *C p*
319.	presso l'Avvertimento num. 1. ricettere	ripetere
323.	n. 4. i due angoli *A C*	due angoli *A, C*
ivi	n. 18. pag. 28.	pag. 291.
329.	n. 14. E trasformato	E trasformarlo
341.	n. 8. debbonsi ommettere le seguenti parole — Cioè parimente fra i punti delle divisioni, ed i punti dati, cioè trasportati.	
342.	n. 23. ed i punti	ed i punti dati
ivi	n. 15. *e f C*	*e f E*
345.	n. 54. *z x, T V*	*z x T V*
352.	n. 35. 50.	150.
353.	n. 55. tutto il numero	tanto il numero
354.	n. 66. Piedi, Oncie	Piedi, ed Oncie
354.	n. 76. da divi-derli sempre	da dividersi è sempre
356.	nu n. 112. Oncie Quadrate 601.	Oncie Quadrate 60.

Pag.	Errori.	Correzioni.
359.	avanti il Proble-ma n. 4. Propor-zionale	Proporzionale fra la *A D*, e la *A C*
ivi	n. 4. la *E*	*E L*
367.	n. 21. *r m, D B*	*r m D B*
388.	dopo il Fonda-mento n. 1. detto Centro	Centro
390.	n. 22. *F D*	*F O*
391.	n. 33. il fare	il farlo
397.	n. 61. *O V*	*S V*
409.	§. LXXXVII. n. 1. non un' Elisse	con un' Elisse
411.	linea ultima, Capo terzo	si ommetta.
415.	n. 21. *B E g*	*B C g*
ivi	n. 6. *F B G*	*F B g*
ivi	n. 7. *B C G*	*B C g*
422.	n. 10. Segmento (*f*)	Segmento *f*
423.	n. 18. dei Segmenti (*f*) *s, d*	dai Segamenti *s, d*
452.	n. 9. *nota est &c.*	*nata est &c.*
457.	n. 26. la *Q S*	la *Q s*
459.	n. 27. *F, o*	*F O*
ivi	n. 29. *K o*	*K O*
460.	n. 32. F perciò	E perciò
469.	n. 13. Perpendi-colare (*c*)	Perpendicolare (*c*) *d c*
470.	n. 16. *f a z y d*	*f a z y d e*
ivi	n. 17. *u F q d*	*u F q n d*
ivi	n. 18. *N O V E*	*N O V*
ivi	n. 20. *x z a*	*x y z a*
475.	n. 58. *A B*	*a b*
491.	n. 4. sopra l'una	verso l'una
ivi	n. 4. sopra il	verso il punto B
ivi	n. 4. sopra il punto *B*, e sopra il punto *A*	verso il punto B, e verso il punto *A*
ivi	n. 4. Cap. 7. Lib. 1.	Cap. 7. Libr. 1. Part. 1.
ivi	n. 9. detta C in *A*	detta dal C in *A*
495.	n. 22. *C A D*	*C A m*
498.	n. 4. *f b o*	*f b O*
ivi	n. 10. sulla della	sulla detta
ivi	n. 18. Orizzonta-le *g b* giusta qualunque	Orizzontale *g b* qualunque
ivi	n. 14. cima *c*	cima *C*
499.	n. 26. cima *c*	cima *C*
501.	n. 3. laro	lato
517.	n. 1. ciascun capo	ciascun corpo
518.	n. 4. *A D*	*a D*
519.	n. 6. *b s*	*b S*
ivi	n. 6. *G k*	*G K*
521.	n. 8. pag. 45.	pag. 45. e giusta l'Avvertim. II. pag. 62.
ivi	n. 9. Piedi due	Piedi tre
522.	n. 6. pag. 510. 45. &c.	510. num. 45. &c.

Pag.

Errori.	Correzioni.
Pag.	
523. n. 9. *E m A i d A*	*E m A Z d A*
ivi n. 10. *v O L Q a L*	*r O y H i y*
ivi n. 11. *Z L P z f E*	*Z L P z f P*
ivi n. 16. *& D s f y S*	*& D s f y s*
526. III. n. 2. Cap. 3.	Cap. 3. Lib. 1. Part. 1.
528. n. 10. Pertiche 124.	Pertiche 1 : 2 : 4
532. lin. 5. pag. 514. num. 113.	pag. 514. n. 123.
ivi lin. 6. pag. 514. num. 115.	pag. 514. n. 125.
ivi n. 27. d'oncie 84.	d'oncie 864.
ivi n. 27. pag. 514. num. 123.	pag. 514. num. 133.
ivi n. 31. num. 131.	num. 143.
534. n. 10. *O P*	*O D*
ivi n. 14. coll' altezza *A B*	colla larghezza *A B*
535. n. 16. Piedi	Piedi 4. Oncie 10. Punti 8. di Pertica Cuba
537. n. 5. Pertica *g b*	Pertica *g b* dietro al filo a piombo
546. n. 1. questa multiplicata	questa multiplica
549. n. 9. Perpendicolo *s r o*	Perpendicolo *s o r*
ivi n. 11. $92\frac{1}{2}$	$95\frac{1}{2}$
ivi n. 18. 92, e mezza	95, e mezzo
ivi n. 18. 3514591.	3648100.
552. dopo il num. III. n. 2. Piedi 2464.	Piedi $2462\frac{158}{191}$
ivi n. 3. Piedi 4928.	Piedi $4925\frac{\text{?}\,\text{?}\,\text{?}}{191}$
ivi n. 4. Piedi $1642\frac{2}{3}$	Piedi $1641\frac{169}{191}$
ivi n. 5. Piedi Cubi $45994\frac{2}{3}$	Piedi Cubi $45972\frac{148}{191}$
556. num. 4. *g b d c*	*b c d a*
ivi num. 6. *a b c d*	*b a d g 6*
560. n. 11. 10400.	10800.
ivi n. 13. *A E C*	*A*, e *C*
562. in margine al richiamo (g) *la parte inferiore.*	*la parte ſuperiore*
565. in margine al richiamo (g) *è in ſito inferiore.*	*è in ſito ſuperiore.*
567. n. 14. *Probl. I. pag.* 490.	*Avvertimento II. pag.* 527.
568. in margine al richiamo (a) *ſito inferiore*	*ſito ſuperiore*
572. in margine al richiamo (a) *ſito inferiore*	*ſito ſuperiore*
573. in margine al richiamo (g) *ſito inferiore*	*ſito ſuperiore*
574. num. 19. *B A C D*	*B A, C D*
ivi in margine al richiamo (b) *parte inferiore*	*parte ſuperiore*
ivi in margine al richiamo (c) *ſito inferiore*	*ſito ſuperiore*
577. in margine al richiamo (l) *ſito inferiore*	*ſito ſuperiore*
ivi in margine al richiamo (m) *parte inferiore*	*parte ſuperiore*
ivi in margine al richiamo (n) *ſito inferiore*	*ſito ſuperiore*
581. n. 2. dopo il Problema LI. *B c d e f g I k l m*	*B c d e f g, I k l m*
586. n. 4. n. 5. n. 7. termini *q f*	termini *q*, *f*
588. n. 21. *B D*	*B C*
ivi n. 22. queſto di 17.	queſto di 15.
ivi n. 22. quello di 15.	quello di 17.
605. lin. penult. *pag.* 24	*pag.* 28.
621. n. 72. Seſſanta	Settanta
622. n. 74. pag. 591. num. 3.	pag. 592. num. 3.
ivi n. 74. *q o*	*e o*
ivi n. 81. *q o*	*e o*
626. n. 132. queſto	queſta
630. n. 174. le gli	ſe agli
631. n. 5. diremo	diremmo
641. nella Regola pag. 617.	*pag.* 616.
642. n. 10. *f o*	*f O*
644. n. 14. ch' avremo	avremo
646. n. 1. Piedi uno	Piedi due
648. avanti l'Ipoteſi, Siano	Sia
ivi dopo il num. II. *numero V. della pag.* 620.	*numero VI. della pag.* 624.
649. n. 4. *Numero V. della pag.* 620.	*numero VI. della pag.* 624.
ivi n. 9. *pag.* 620.	*pag.* 624.
668. n. 15. *XXXIX. fol.* 10.	*XXXIX. fol. VIII.*
673. n. 15. tante ſette	tante ſeſte
684. n. 14. di punti otto	di parti otto
688. n. 2. *fol.* 11.	*fol. IX.*
690. n. 14. *fol.* 11.	*fol. IX.*

Pag.

Pag.	Errori.	Correzioni.
692.	num. 32. l' Intero *b vv*	l'Intero *b vv* della *Fig. LV. fol. IX.*
695.	n. 14. ch' in tal modo	In tale modo
698.	n. 2. lato *b c*	lato *b e*
699.	n. 15. lato *b c*	lato *b e*
ivi	n. 15. Intero ridotti	Intero ridotto
700.	n. 1. Quadrato *c g*	Quadrato *e g*
ivi	n. 3. lati *b c*,	lati *b e*
ivi	n. 9. Quadrato *c g*	Quadrato *e g*
706.	n. 5. *Parte III. num.* 112. *ec.*	*Parte III. pag.* 514. *num.* 123.
713.	n. 49. dietro *B D*	dietro la *B D*
723.	in margine (i) *Triquadrato*	(k) *Triquadrato*
737.	n. 16. *Tavola fol.* 5.	*Tavola fogl.* 3.
739.	§. CXLVII. toccante	toccate
740.	n. 3. *al foglio* 5.	*al foglio III.*
ivi	n. 6. possano	possa
741.	n. 15. d' ua	d'un
ivi	n. 16. Radice	Radici
742.	n. 25. *Tavola foglio* 5.	*Tavola fol. III.*
ivi	n. 33. *Tavola foglio* 5.	*Tavola fol. III.*
744.	n. 3. *fol.* 5.	*fol. III.*
746.	n. 16. uguali	uguale
747.	n. 29. *g VV u a f E ec. r s n c B a ec. m ff q E d c ec.*	*g VV u a f E ec., r s n c B a ec., m ff q E d c ec.*
750.	num. 52. *Fig. LXXXVI. fol.* 11.	*Fig. LXXXX. fol.* 11.
ivi	num. 54. *Fig. LXXXVI. fol.* 11.	*Fig. LXXXX. fol.* 11.
ivi	num. 56. *Fig. LXXXVI. fol.* 11.	*Fig. LXXXX. fol.* 11.
ivi	num. 61. *Fig. LXXXVI. fol.* 11.	*Fig. LXXXX. fol.* 11.

Pag.	Errori.	Correzioni.
ivi	n. 64. *c i u a f E ec. r o t S B a ec. n e x E d S ec.*	*c i u a f E ec., r o t S B a ec., n e x E d S ec.*
ivi	num. 65. *Fig. LXXXVI. fol.* 11.	*Fig. LXXXX. fol.* 11.
ivi	num. 66. *Fig. LXXXVI.*	*Fig. LXXXX. fol.* 11.
751.	n. 68. *c i u d b g ec. r o t y z b ec. n e x R q m ec.*	*c i u d b g ec., r o t y z b ec., n e x R q m ec.*
751.	n. 70. Radice *o b*	Radice *O b*
ivi	n. 71. dall' *o* fin' al *f*	dall' *O* fin' al *f*
ivi	n. 73. Intero *o D*	Intero *O D*
757.	in margine al richiamo (k)	
ivi	in margine al richiamo (m) lin. 5. a b e vi si aggiunga la fig.	a d
758.	in margine al richiamo (a) lin. 21. a b	a d
ivi	in margine al richiamo (f)	
761.	in margine al richiamo (h) lin. 5. a b e vi si aggiunga la fig.	a d
768.	n. 14. Muratori di dieci, e venti	Muratori
790.	n. 17. Rettangolo *x p*	Rettangolo *x f*
798.	n. 9. *Fig. XI. fol.* 15.	*Fig. XI. fol. XIII.*

XXXIII
E E
57

A01 1H61630